

# ماشین های الکتریکی II

مهران زمانی فر

# مراجع

۱- جزوه درسی

۲- کتاب های:

ترجمه: دکتر عابدی و مهندس نبوی

ترجمه: دکتر فیض

ترجمه: دکتر لسانی

ترجمه: دکتر سلطانی و دکتر لسانی

P.C. Sen

S.J. Chapman

G.R. Slemon

P.S. Bimbhra

# سر فصل مطالب

۱- ترانسفورماتور شامل: مقدمه (کاربرد)، ساختمان، اصول کار ترانسفورماتور ایده‌آل، مدار معادل، تعیین پارامترهای مدار معادل، بازده، تنظیم ولتاژ، سیستم پریونیت (واحد)، اتوترانسفورماتور، موازی بستن ترانسفورماتورها، ترانسفورماتورهای سه فاز

۲- ماشین القایی (آسنکرون) سه فاز شامل: مقدمه (کاربرد)، ساختمان، میدان چرخان و ولتاژ القایی، عملکرد در حالت سکون، اصول کار و حالت های مختلف کاری، مدار معادل و تعیین پارامترهای آن، مشخصه های رفتاری، روش های کنترل سرعت موتور القایی سه فاز

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \bar{x} = |x| e^{j\theta} = |x| \angle \theta \quad \text{فازور:}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \bar{x} = |x| e^{j\theta} = |x| \angle \theta \quad \text{و یا:}$$

$$\sin(\beta) = \cos(\beta - 90^\circ)$$

$$\cos(\beta) = \sin(\beta + 90^\circ)$$

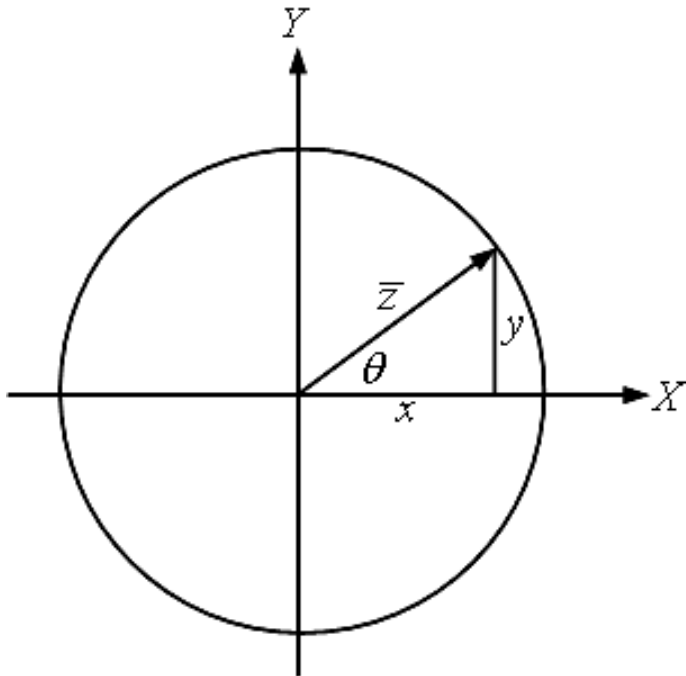
rms: root mean square

مقدار مؤثر یک شکل موج سینوسی:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow rms_{x(t)} = |x| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

نمایش فازور در دستگاه قطبی و دکارتی (مستطیلی):



$$\bar{z} = |z| \angle \theta = |z| \cos \theta + j|z| \sin \theta = x + jy$$

$$x = |z| \cos \theta \quad \leftrightarrow \quad \cos \theta = \frac{x}{|z|}$$

$$y = |z| \sin \theta \quad \leftrightarrow \quad \sin \theta = \frac{y}{|z|}$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

جمع، تفریق، ضرب و تقسیم فازورها:

$$\bar{x} = |x| \angle \theta_x = |x| \cos \theta_x + j|x| \sin \theta_x = x_1 + jx_2 = \left( \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{x_1} \right)$$

$$\bar{y} = |y| \angle \theta_y = |y| \cos \theta_y + j|y| \sin \theta_y = y_1 + jy_2 = \left( \sqrt{y_1^2 + y_2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left( \frac{y_2}{y_1} \right)$$

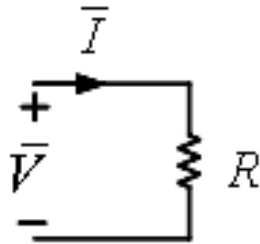
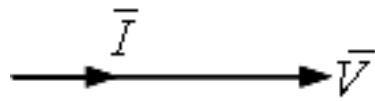
$$\bar{x} \pm \bar{y} = (x_1 + jx_2) \pm (y_1 + jy_2) = (x_1 \pm y_1) + j(x_2 \pm y_2)$$

$$\bar{x} \cdot \bar{y} = (|x| \angle \theta_x) \cdot (|y| \angle \theta_y) = |x| \cdot |y| \angle (\theta_x + \theta_y)$$

$$\frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{|x| \angle \theta_x}{|y| \angle \theta_y} = \frac{|x|}{|y|} \angle (\theta_x - \theta_y)$$

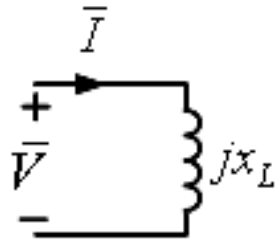
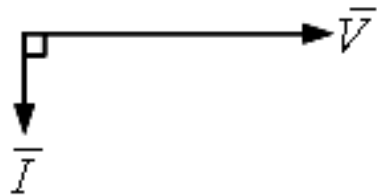
# فصل اول: ترانسفورماتور

انواع بارها:



۱- بار مقاومتی (اهمی) خالص

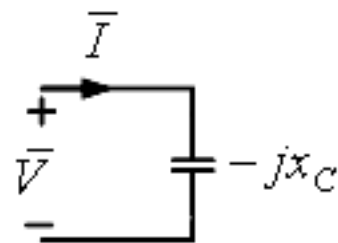
$$v(t) = Ri(t) \rightarrow \bar{V} = R\bar{I}$$



۲- بار سلفی (القایی) خالص

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \rightarrow \bar{V} = j\omega L\bar{I} = jX_L\bar{I}$$

۳- بار خازنی خالص



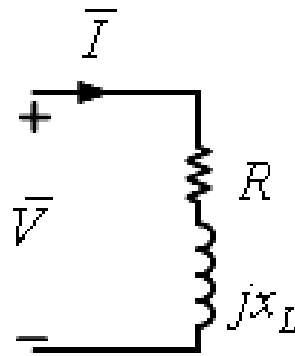
$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \rightarrow \bar{I} = j\omega C\bar{V}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{1}{j\omega C}\bar{I} = -j\frac{1}{\omega C}\bar{I} = -jX_C\bar{I}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

انواع بارها:

۴- بار اهمی - سلفی



$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \rightarrow \bar{V} = R\bar{I} + jX_L\bar{I} = (R + jX_L)\bar{I} = \left[ \sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \right] \bar{I}$$

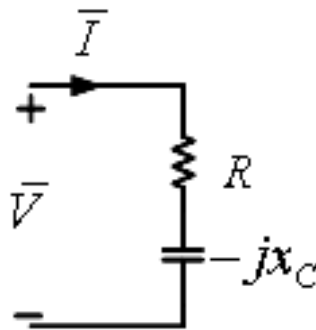
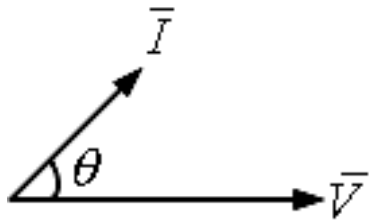
$$|\theta| = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \rightarrow 0^\circ \leq |\theta| \leq 90^\circ$$



# فصل اول: ترانسفورماتور

انواع بارها:

۵- بار اهمی - خازنی



$$v(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt \rightarrow \bar{V} = R\bar{I} + \frac{1}{j\omega C} \bar{I} = (R - jX_C) \bar{I}$$

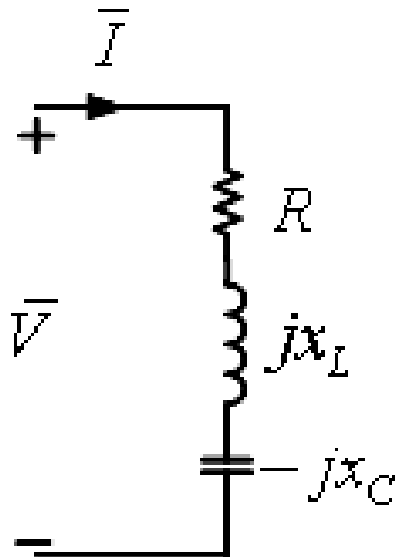
$$\Rightarrow \bar{V} = \left[ \sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\tan^{-1} \left( \frac{X_C}{R} \right) \right] \bar{I}$$

$$|\theta| = \tan^{-1} \left( \frac{X_C}{R} \right) \rightarrow 0^\circ \leq |\theta| \leq 90^\circ$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

انواع بارها:

۶- بار اهمی - سلفی - خازنی



$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$\rightarrow \bar{V} = R\bar{I} + jX_L\bar{I} - jX_C\bar{I} = [R + j(X_L - X_C)]\bar{I}$$

if  $X_L > X_C \Rightarrow$  مشابه بار اهمی - سلفی

if  $X_C > X_L \Rightarrow$  مشابه بار اهمی - خازنی

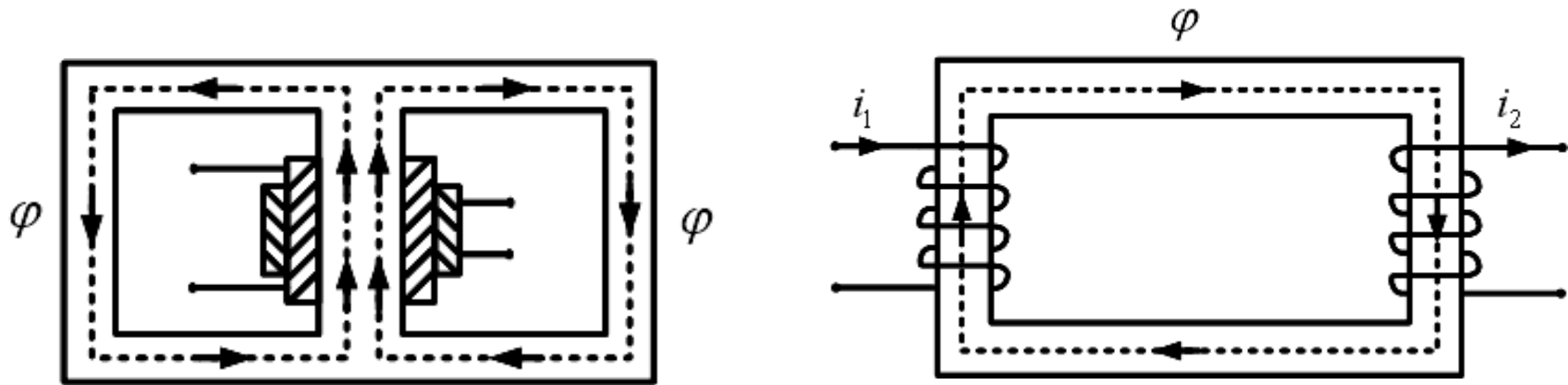
## فصل اول: ترانسفورماتور

**مقدمه:** ترانسفورماتور یک ماشین الکتریکی ساکن است که انرژی الکتریکی  $ac$  را از یک سطح ولتاژ به انرژی الکتریکی با سطح ولتاژ دیگری از طریق میدان های مغناطیسی تبدیل می کند بدون اینکه تغییری در فرکانس ایجاد کند. کاربرد بسیار زیاد در توان های از خیلی کم تا خیلی زیاد دارد و اصول کار آن مبنای کار بسیاری از ماشین های الکتریکی دیگر هم هست.

**ساختمان:** ترانسفورماتور عبارت است از دو سیم پیچی دارای کوپلاژ مغناطیسی. در ترانسفورماتورها وجود هسته باعث ایجاد مسیر معینی برای شار مغناطیسی می شود و این عمل باعث افزایش کوپلاژ مغناطیسی دو سیم پیچی می گردد. معمولاً از هسته آهنی استفاده می شود تا شار مغناطیسی به طریق مناسب هدایت شده و موجب تقویت کوپلاژ مغناطیسی شود. هسته از جنس فرومغناطیس با ضریب نفوذپذیری نسبی ( $\mu_r$ ) زیاد است. البته ترانسفورماتورهای هسته هوایی نیز وجود دارد ولی در آنها پیوند مغناطیسی سیم پیچی ها ضعیف است. این گونه ترانسفورماتورها عمدتاً در مدارهای الکترونیکی کم قدرت یافت می شوند.

## فصل اول: ترانسفورماتور

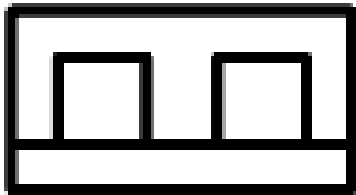
انواع هسته: ترانسفورماتورهای هسته آهنی تکفاز از نظر ساختمان بر دو نوع اند:  
۱- هسته ستونی (core type)      ۲- هسته زرهی (shell type)



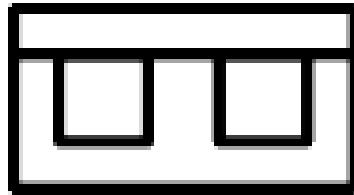
- ✓ در نوع زرهی مسأله عایق بندی بخصوص در ولتاژهای بالا ساده تر صورت می گیرد.
- ✓ شار ناشی در نوع زرهی کمتر است. همچنین دو سیم پیچی فاصله نزدیکتری نسبت به هم دارند. بنابراین کوپلاژ مغناطیسی بیشتر است. از این نظر این نوع هسته مزیت دارد.

## فصل اول: ترانسفورماتور

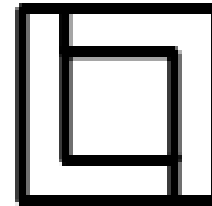
در ترانسفورماتورها جهت کاهش تلفات هسته آن را لایه به لایه یا مورق می سازند و جنس لایه ها (ورق ها) از نوع سیلیکونی با ضخامت 0.014 اینچ (0.35 میلیمتر) است. معمولاً ترانسفورماتورهای هسته ستونی از ورق های به شکل L ساخته می شوند، اما ترانسفورماتورهای هسته زرهی از ورق هایی به شکل E تهیه می گردند.



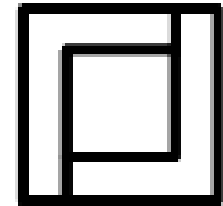
لایه دوم



لایه اول



لایه دوم



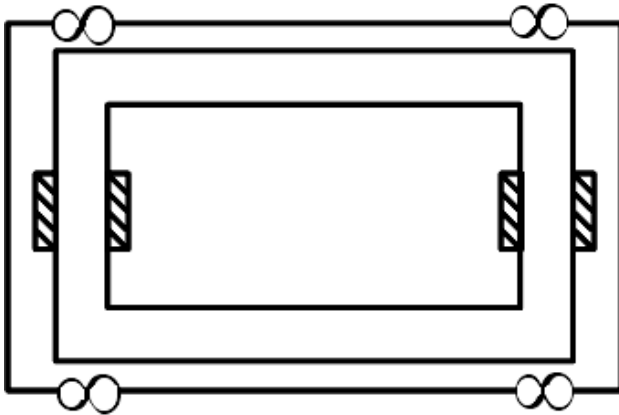
لایه اول

✓ جهت پرهیز از به وجود آمدن شکاف و یا فاصله هوایی

# فصل اول: ترانسفورماتور

خنک کردن ترانسفورماتور:

✓ استفاده از فن:



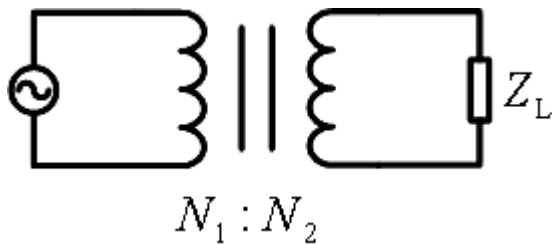
✓ استفاده از روغن ثابت: برای ترانسفورماتورهای بزرگ استفاده می شود.

✓ استفاده از روغن متحرک: به وسیله یک پمپ روغن به حرکت واداشته می شود. در ترانسفورماتورهای خیلی بزرگ و دقیق این روش مورد استفاده قرار می گیرد.

# فصل اول: ترانسفورماتور

## نماد یا شماتیک ترانسفورماتور

- ✓ سیم پیچی اولیه سیم پیچی است که به منبع وصل می شود.
- ✓ سیم پیچی ثانویه سیم پیچی است که به بار متصل می شود.



- $if : N_1 > N_2 \Rightarrow$  ترانس کاهنده اولیه: فشار قوی (HV) و ثانویه فشار ضعیف (LV)
- $if : N_1 < N_2 \Rightarrow$  ترانس افزایشنده اولیه: فشار ضعیف (LV) و ثانویه فشار قوی (HV)

HV: High Voltage , LV: Low Voltage

# فصل اول: ترانسفورماتور

## کاربردهای ترانسفورماتور

۱- تغییر سطح ولتاژ و جریان: در انتقال انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد و بر دو نوع کاهنده و افزایشنده می باشد. (ترانسفورماتور قدرت)

۲- جداسازی الکتریکی: بخش فشار ضعیف و فشار قوی را از هم جدا می کند. در واقع یک نوع حفاظت طبیعی است. به طور مثال اگر طرف دوم اتصال کوتاه شود، باید باعث افزایش شدید جریان از سیم پیچی ها شود، ولی چون افزایش جریان باعث افزایش شار هسته و در نهایت به اشباع رسیدن هسته می شود، در نتیجه این ترانس جریان ثانویه را محدود می کند و از افزایش شدید آن و خطرات ناشی از جریان زیاد جلوگیری می کند.

۳- اندازه گیری ولتاژ و جریان: در ترانسفورماتور اندازه گیری هدف انتقال انرژی نیست.

۴- تطبیق امپدانس: در سیستم های الکترونیکی

۵- جوشکاری: ترانس جوشکاری



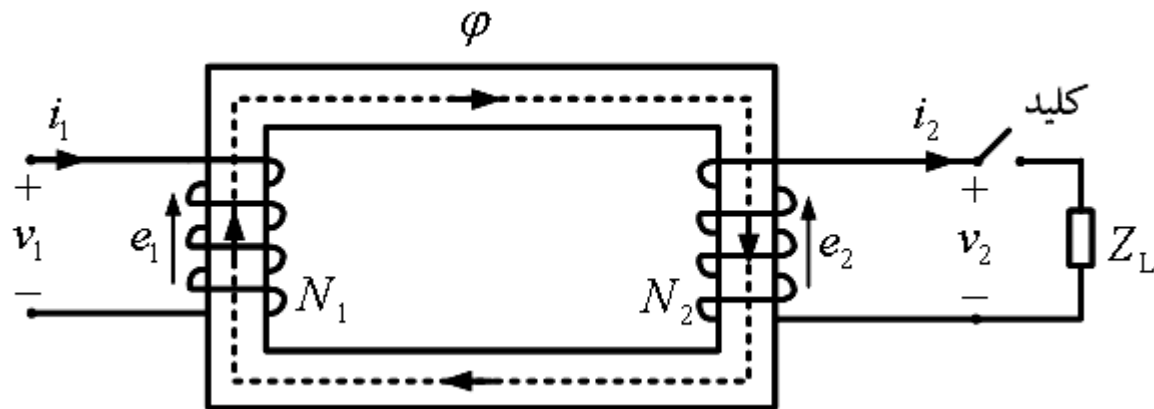
# فصل اول: ترانسفورماتور

## ترانسفورماتور ایده آل

یک مدل ریاضی است که برای بررسی و تشریح اصول کار ترانسفورماتور به کار می رود. مفروضات یک ترانس ایده آل عبارت است از:

- ۱- مقاومت اهمی سیم پیچی وجود ندارد.
- ۲- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته بینهایت باشد.
- ۳- کل شار در هسته بماند و شار نشتی وجود نداشته باشد.
- ۴- هسته فاقد تلفات باشد.

# فصل اول: ترانسفورماتور



کلید باز  $\Rightarrow i_2 = 0 \Rightarrow i_1 = 0$

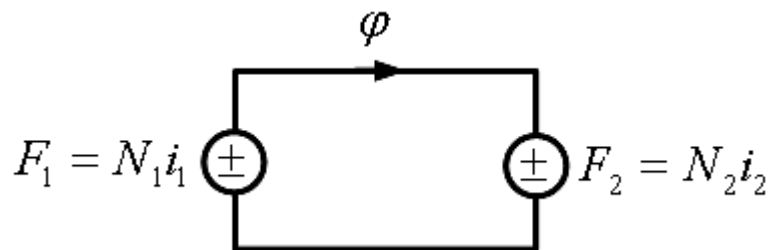
$$\text{مطابق قانون فارادی : } \begin{cases} v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \\ v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad \textcircled{1}$$

نسبت تبدیل ترانسفورماتور

(Transformer Ratio)

# فصل اول: ترانسفورماتور

کلید بسته  $\Rightarrow i_2 \neq 0 \Rightarrow i_1 \neq 0$

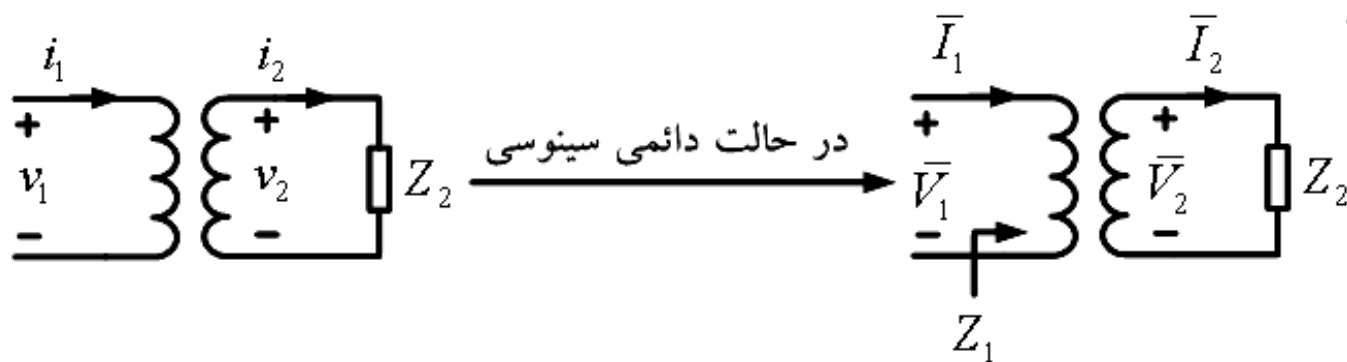


مدار معادل مغناطیسی:

$$-F_1 + F_2 = 0 \Rightarrow -N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0 \Rightarrow N_1 i_1 = N_2 i_2 \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (2)$$

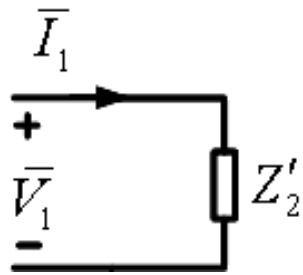
توان لحظه ای خروجی = توان لحظه ای ورودی  $\Rightarrow v_1 i_1 = v_2 i_2$  و (1) و (2)

• ارجاع امپدانس



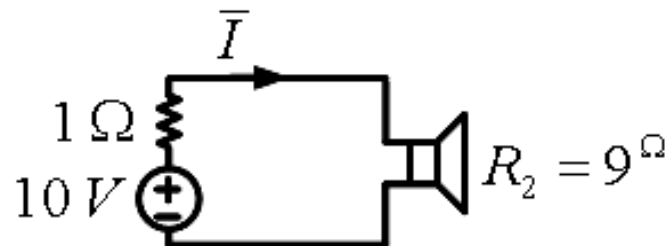
## فصل اول: ترانسفورماتور

$$Z_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{a\bar{V}_2}{\frac{1}{a}\bar{I}_2} = a^2 \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = a^2 Z_2 \Rightarrow Z_1 = a^2 Z_2$$



در واقع  $Z_1$  از  $Z_2$  ناشی می شود، بنابراین می توان آن را  $Z_2'$  نامید.  $Z_2'$  امپدانس ثانویه ارجاع شده به اولیه می باشد:

مثال: بلندگویی با امپدانس مقاومتی 9 اهم به یک منبع ولتاژ AC به ولتاژ 10 ولت و مقاومت داخلی 1 اهم متصل شده است. الف) قدرت جذب شده توسط بلندگو چقدر است؟ ب) پیدا کنید نسبت دور ترانسفورماتوری را که اگر بین منبع ولتاژ و بلندگو قرار گیرد، قدرت جذب شده بلندگو را حداکثر کند. ج) قدرت حداکثر چقدر است؟

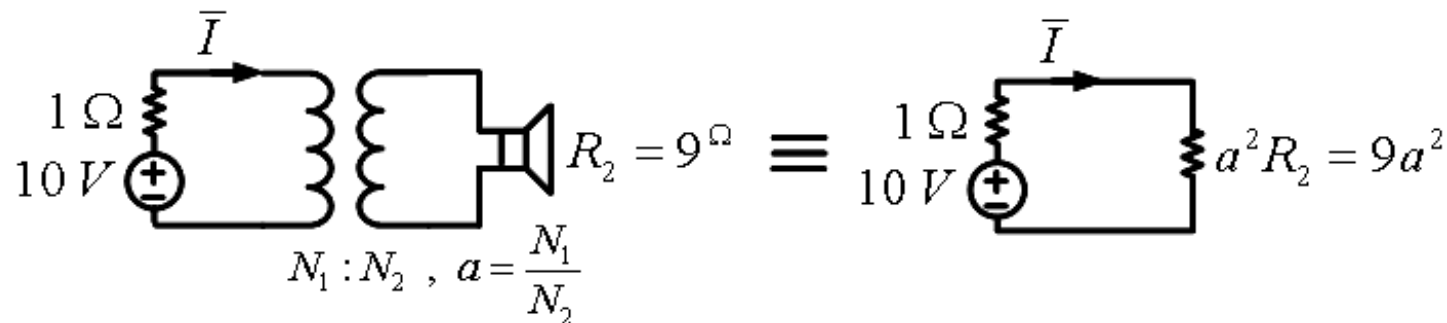


## فصل اول: ترانسفورماتور

(حل: الف)

$$\bar{I} = \frac{10}{1+9} = 1^A, \quad P = R|\bar{I}|^2 = 9 \times 1^2 = 9 \text{ W}$$

(ب)



$$\bar{I} = \frac{10}{1+9a^2}, \quad P = R|\bar{I}|^2 = 9a^2 \times \left( \frac{10}{1+9a^2} \right)^2 = \frac{900a^2}{(1+9a^2)^2}$$

می خواهیم p حداکثر شود:

$$\frac{dP}{da} = 0 \rightarrow \frac{dP}{da} = \frac{1800a(1+9a^2)^2 - 2(900a^2)(1+9a^2)(18a)}{(1+9a^2)^4} = 0$$

$$\Rightarrow 1800a(1+9a^2)[1+9a^2 - 18a^2] = 0 \Rightarrow 9a^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow N_1 < N_2 \Rightarrow \text{ترانس افزایشنده}$$

$$\text{به طور کلی} : Z_1 = Z'_2 \rightarrow 9a^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\bar{I} = \frac{10}{1+1} = 5^A, P = 1 \times 5^2 = 25 \text{ W}$$

(ج)

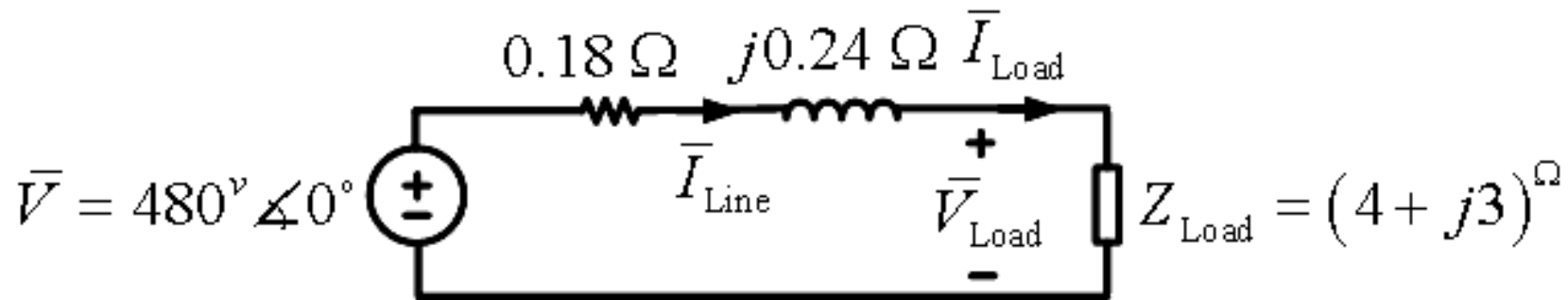
مثال: سیستم قدرت تکفازی متشکل از یک ژنراتور 60 هرتز و 480 ولت باری به امپدانس

$$Z_{\text{Load}} = (4 + j3)^\Omega \text{ را از طریق خطوط انتقال به امپدانس } Z_{\text{Line}} = (0.18 + j0.24)^\Omega$$

تغذیه می کند، مطلوب است: الف) ولتاژ دو سر بار و تلفات در خط؟ ب) فرض کنید یک ترانسفورماتور با نسبت تبدیل 1:10 (افزاینده) در طرف ژنراتور خط انتقال قرار داده شده و همچنین یک ترانسفورماتور کاهشنده با نسبت تبدیل 10:1 در طرف بار و در انتهای خط انتقال قرار داده شود. در این حالت ولتاژ دو سر بار و تلفات در خط چقدر است؟

## فصل اول: ترانسفورماتور

(حل: الف)



$$\bar{V} = 480 \angle 0^\circ, \quad Z_T = Z_{\text{Line}} + Z_{\text{Load}} = (4.18 + j3.24) \Omega$$

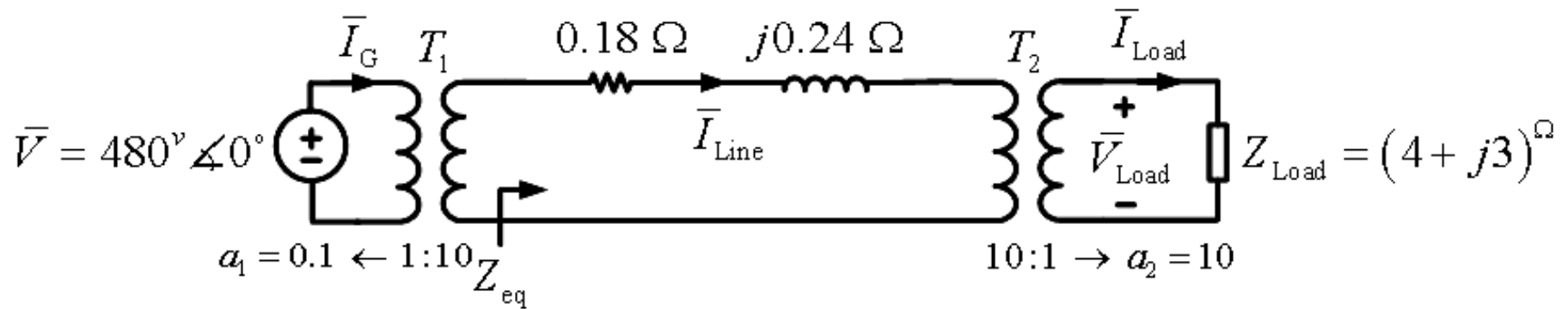
$$\bar{I}_{\text{Line}} = \bar{I}_{\text{Load}} = \frac{\bar{V}}{Z_T} = \frac{480 \angle 0^\circ}{4.18 + j3.24} = \frac{480 \angle 0^\circ}{5.29 \angle 37.8^\circ} = 90.7 \text{ A} \angle -37.8^\circ$$

$$\bar{V}_{\text{Load}} = Z_{\text{Load}} \bar{I}_{\text{Load}} = (4 + j3)(90.7 \text{ A} \angle -37.8^\circ) = 453.5 \text{ V} \angle -0.9^\circ$$

$$P_{\text{Line}} = R_{\text{Line}} |\bar{I}_{\text{Load}}|^2 = 0.18 \times 90.7^2 \approx 1480.1 \text{ W}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

(ب)



$$Z'_{Load} = a_2^2 Z_{Load} = (400 + j300)^\Omega, \quad Z_{eq} = Z_{Line} + Z'_{Load} = (400.18 + j300.24)^\Omega$$

$$Z'_{eq} = a_1^2 Z_{eq} = (4.0018 + j3.0024)^\Omega$$

$$\bar{I}_G = \frac{\bar{V}}{Z'_{eq}} = \frac{480 \angle 0^\circ}{4.0018 + j3.0024} = \frac{480 \angle 0^\circ}{5.003 \angle 36.88^\circ} = 95.9^A \angle -36.88^\circ$$

$$\bar{I}_{Line} = a_1 \bar{I}_G = 9.59^A \angle -36.88^\circ$$



# فصل اول: ترانسفورماتور

$$\bar{I}_{\text{Load}} = a_2 \bar{I}_{\text{Line}} = 95.9^A \angle -36.88^\circ, \quad \bar{V}_{\text{Load}} = Z_{\text{Load}} \bar{I}_{\text{Load}} = 479.5^V \angle 0^\circ$$

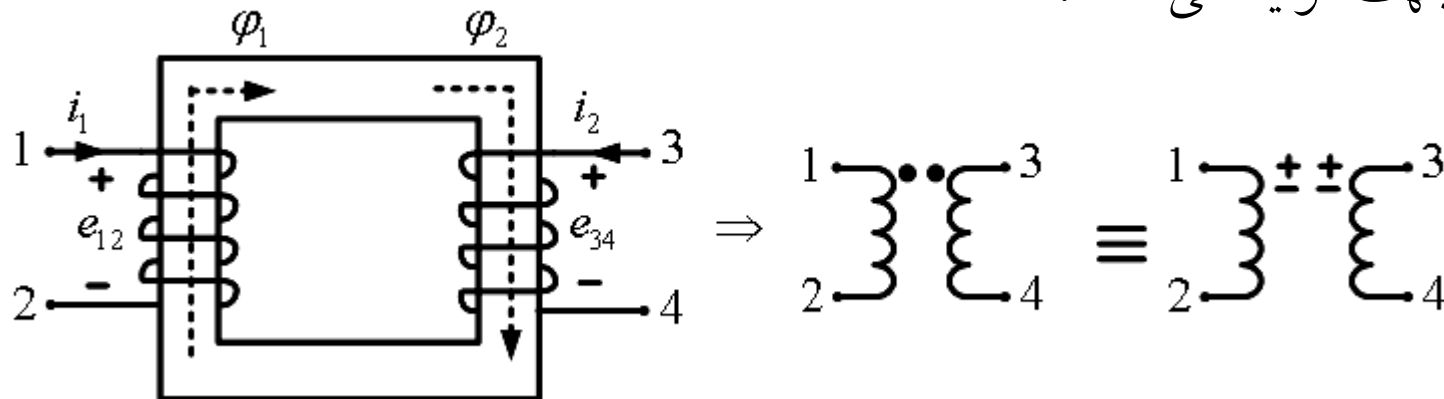
نکته: افت ولتاژ در حالت ب خیلی کمتر از حالت الف است.

$$P_{\text{Line}} = R_{\text{Line}} |\bar{I}_{\text{Line}}|^2 = 16.5 \text{ W}$$

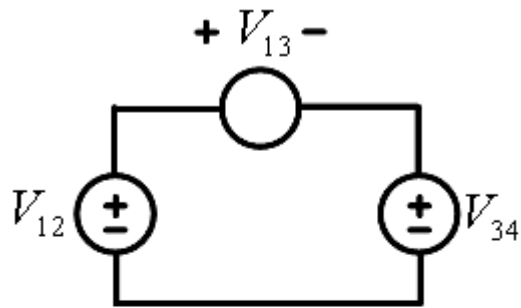
$$\text{نسبت تلفات در دو حالت الف و ب} = \frac{1480.1}{16.5} \approx 90$$

## • پلاریته

در ترانسفورماتورها ترمینال های با پلاریته مشابه را علامت گذاری می کنند. در ترانس زیر ترمینال های ۱ و ۳ هم پلاریته می باشند زیرا جریان های وارده به این ترمینال ها شارهای هم جهت تولید می کنند:

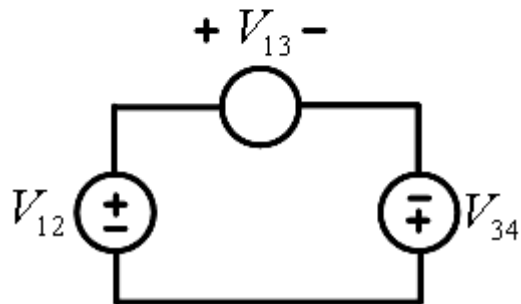


## فصل اول: ترانسفورماتور



$$\rightarrow -V_{12} + V_{13} + V_{34} = 0 \rightarrow V_{13} = V_{12} - V_{34}$$

در نتیجه ترمینال های 1 و 3 هم پلاریته اند.



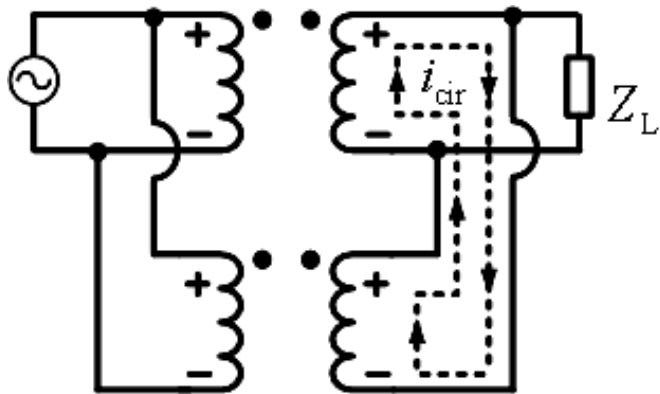
$$\rightarrow -V_{12} + V_{13} - V_{34} = 0 \rightarrow V_{13} = V_{12} + V_{34}$$

در نتیجه ترمینال های 1 و 4 هم پلاریته اند.

# فصل اول: ترانسفورماتور

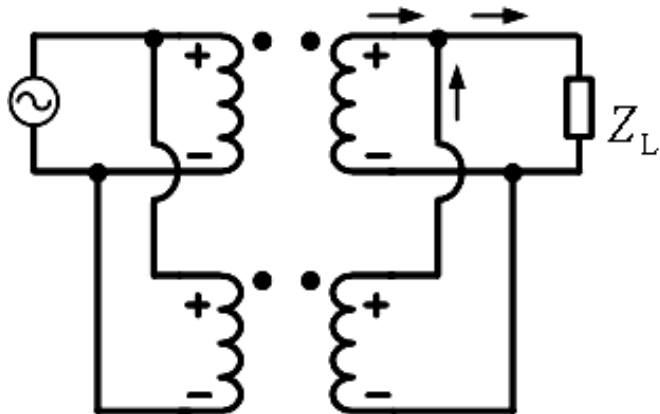
در هنگام موازی کردن ترانسفورماتورها، تشخیص پلاریته سیم پیچی ها از اهمیت ویژه ای برخوردار است:

اتصال غلط



این نوع اتصال جریان زیادی می کشد و باعث سوختن سیم پیچی های ترانس می شود.

اتصال صحیح



در اتصال موازی دو ترانس، باید پایانه های هم پلاریته در هر طرف به هم متصل شوند.



# فصل اول: ترانسفورماتور

## مدار معادل ترانسفورماتور واقعی مفروضات ترانس واقعی:

۱- سیم پیچی ها دارای مقاومت اهمی هستند که یکجا در نظر گرفته می شود.

۲- ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هسته محدود است.

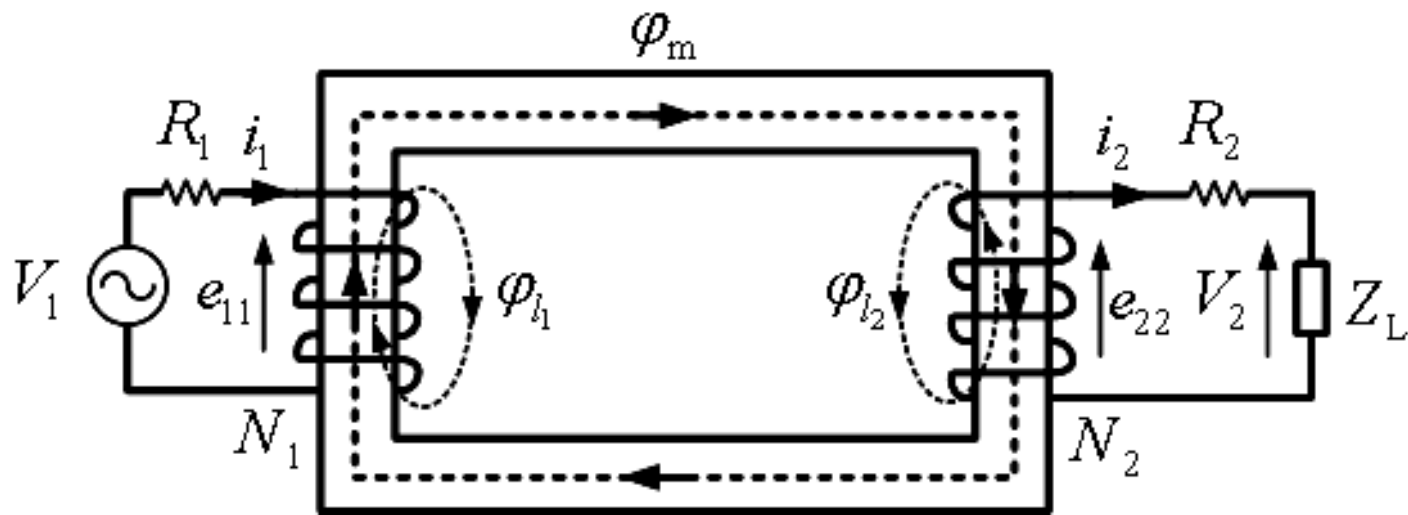
۳- شار نشتی وجود دارد.

۴- هسته دارای تلفات است.

# فصل اول: ترانسفورماتور

مرحله اول: نمایش مقاومت اهمی: مقاومت های اهمی سیم پیچی ها را به صورت یکجا نمایش می دهیم.

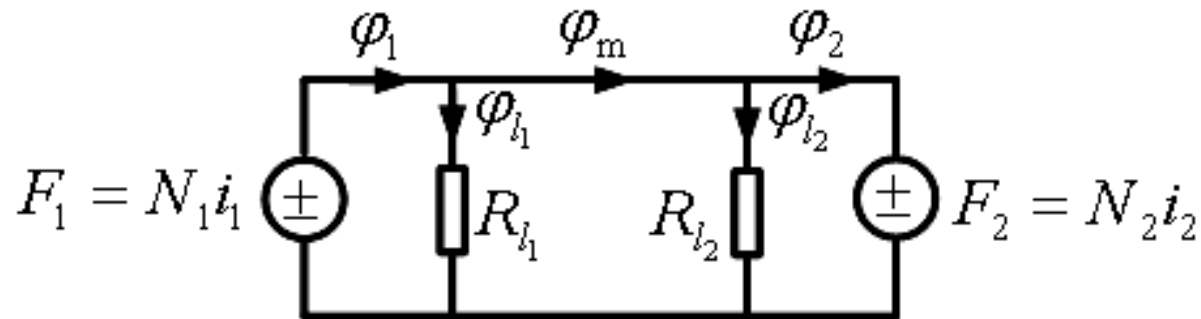
مرحله دوم: نمایش اندوکتانس های (ضرایب القایی) نشتی:



$$\begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + e_{11} \\ V_2 = -R_2 i_2 + e_{22} \end{cases}, \begin{cases} \phi_1 = \phi_m + \phi_{l1} \\ \phi_2 = \phi_m - \phi_{l2} \end{cases}, \begin{cases} e_{11} = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{l1}}{dt} \\ e_{22} = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_m}{dt} - N_2 \frac{d\phi_{l2}}{dt} \end{cases}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

مدار معادل مغناطیسی:



$$L \triangleq \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi}{i} \rightarrow \begin{cases} L_{l_1} = \frac{N_1\phi_{l_1}}{i_1} \\ L_{l_2} = \frac{N_2\phi_{l_2}}{i_2} \end{cases}, \begin{cases} N_1\phi_{l_1} = L_{l_1}i_1 \\ N_2\phi_{l_2} = L_{l_2}i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 \frac{d\phi_{l_1}}{dt} = L_{l_1} \frac{di_1}{dt} \\ N_2 \frac{d\phi_{l_2}}{dt} = L_{l_2} \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

با جایگذاری در روابط ولتاژ داریم:

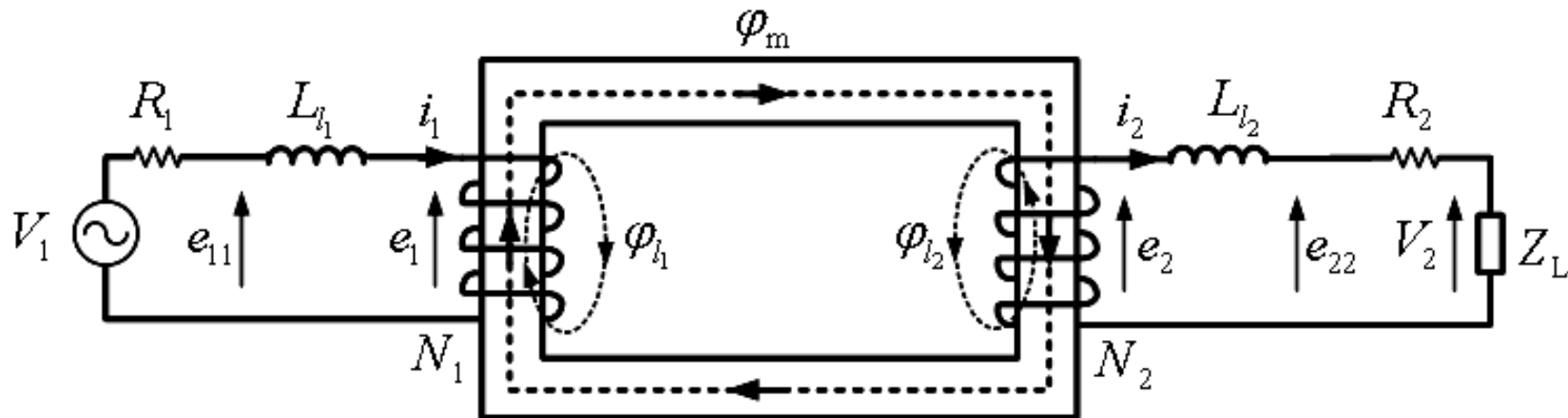
$$\begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_m}{dt} + L_{l_1} \frac{di_1}{dt} \\ V_2 = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d\phi_m}{dt} - L_{l_2} \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

با فرض  $e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$  و  $e_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + e_1 + L_{l_1} \frac{di_1}{dt} \\ V_2 = -R_2 i_2 + e_2 - L_{l_2} \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

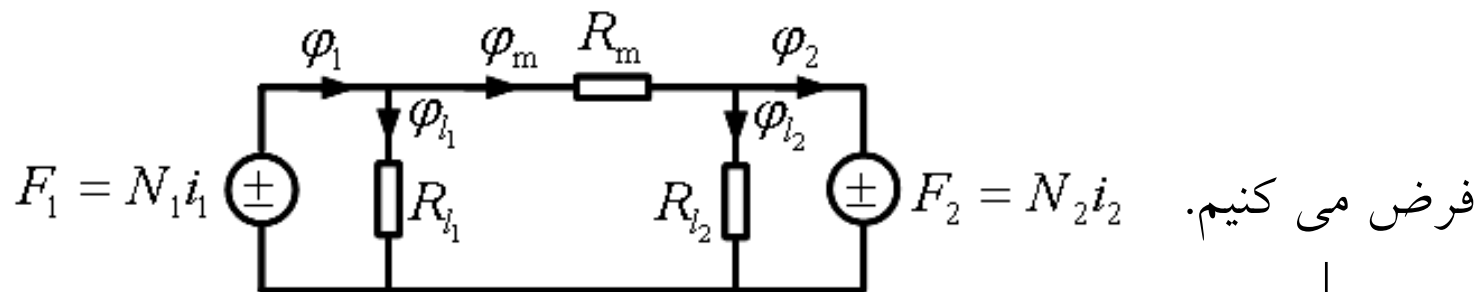
معادلات اخیر نشان می دهد که  $L_{l_2}$  و  $L_{l_1}$  به ترتیب با  $R_1$  و  $R_2$  سری می شوند، پس داریم:



# فصل اول: ترانسفورماتور

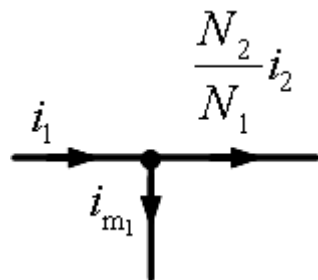
در این مدل با وجود اینکه هسته هنوز کاملاً ایده آل نیست ولی می توانیم بنویسیم:  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$   
 ولی رابطه جریانی را هنوز نمی توانیم داشته باشیم چون در هسته تلفات توان داریم.

مرحله سوم: نمایش ضریب القای مغناطیس کننده:



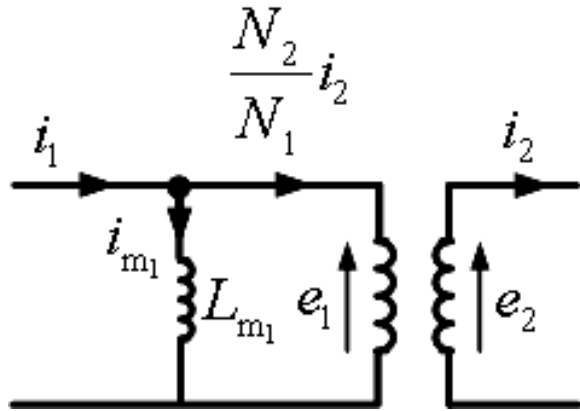
$$-F_1 + R_m \phi_m + F_2 = 0 \Rightarrow F_1 - F_2 = R_m \phi_m \Rightarrow N_1 i_1 - N_2 i_2 = R_m \phi_m = N_1 i_{m1}$$

با تقسیم طرفین بر  $N_1$  داریم:  $i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_{m1}$





## فصل اول: ترانسفورماتور



$$L_{m_1} = \frac{N_1 \phi_m}{i_{m_1}}, \quad i_{m_1} = \frac{R_m \phi_m}{N_1}, \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\Rightarrow L_{m_1} = \frac{N_1 \phi_m}{\frac{R_m \phi_m}{N_1}} = \frac{N_1^2}{R_m}$$

ترانس نسبتاً ایده آل ولی دارای تلفات هسته

مرحله چهارم: نمایش مقاومت معادل تلفات هسته:

تلفات هسته شامل تلفات هسیتریزس و فوکو:

$$P_{fe} = P_c = P_h + P_e, \quad h: \text{hysteresis}, \quad e: \text{eddy current}$$

$$P_{fe} = k_h B_{\max}^n f + k_e B_{\max}^2 f^2, \quad 1.5 < n < 2.5, \quad n \approx 2$$

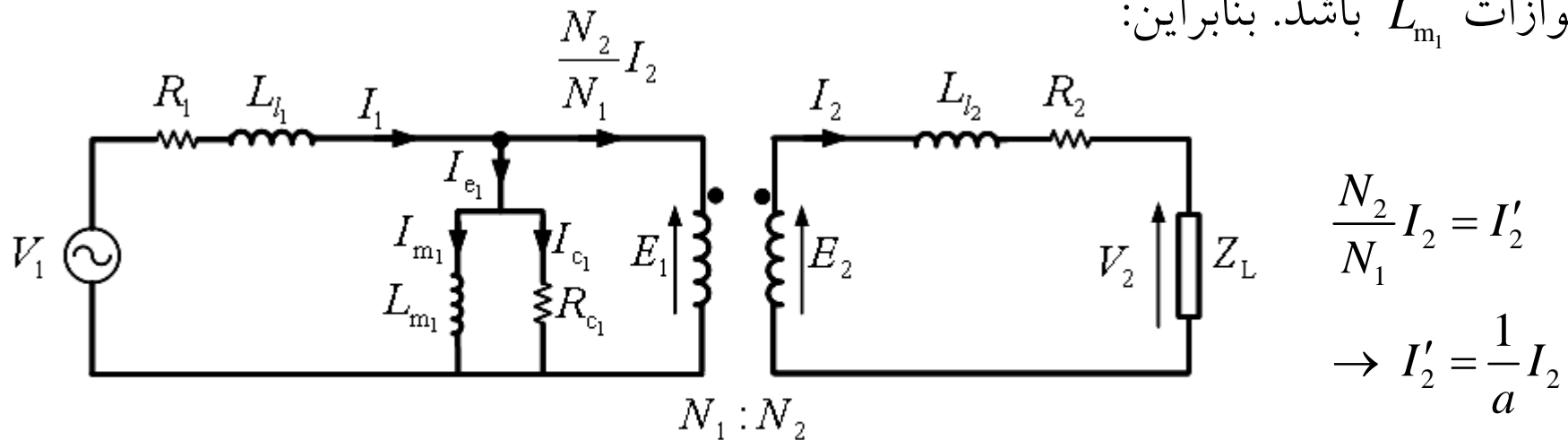
با کمی تقریب:  $P_{fe} \propto B_{\max}^2$  و یا:  $P_{fe} \propto \phi_{\max}^2$  ( $\phi = BA$ )

# فصل اول: ترانسفورماتور

$$\varphi(t) = \varphi_{\max} \sin \omega t, \quad e(t) = N \frac{d\varphi(t)}{dt} = N \varphi_{\max} \omega \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi f$$

$$E_{\text{rms}} = \frac{N \varphi_{\max} \omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \varphi_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 4.44 f N \varphi_{\max} \Rightarrow E_{\text{rms}} \propto \varphi_{\max} \Rightarrow P_{\text{fe}} \propto E_{\text{rms}}^2$$

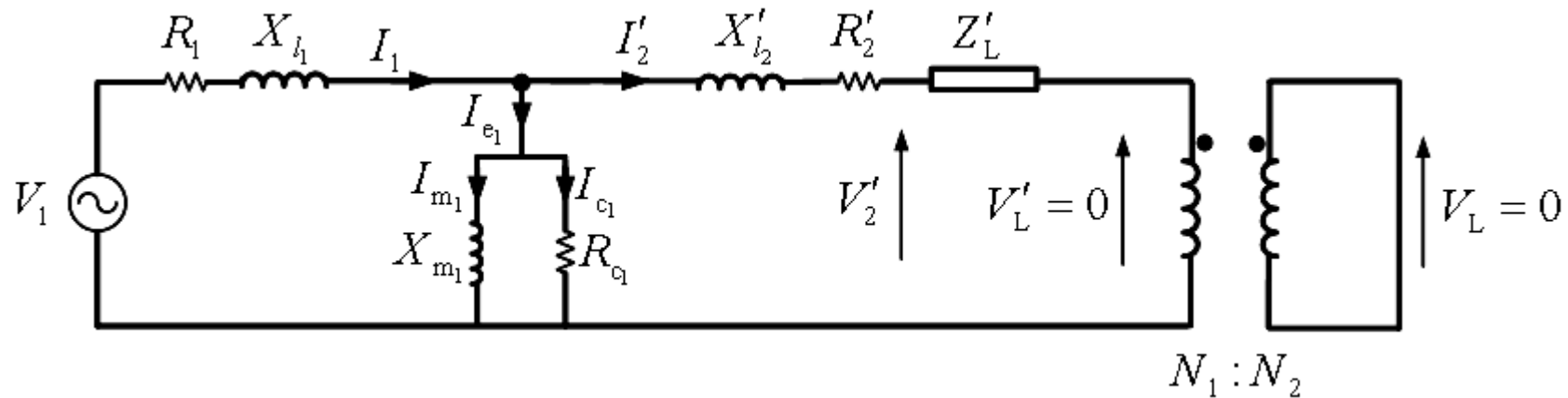
بنابراین اگر پارامتری در مدار معادل قرار دهیم که تلفات آن متناسب با مجذور  $E_{\text{rms}}$  باشد، این پارامتر می تواند نماینده تلفات آهن باشد. این پارامتر می تواند یک مقاومت اهمی به موازات  $L_{m1}$  باشد. بنابراین:



$I'_2$ : جریان ثانویه ارجاع شده به اولیه  
 ترانس ایده آل

# فصل اول: ترانسفورماتور

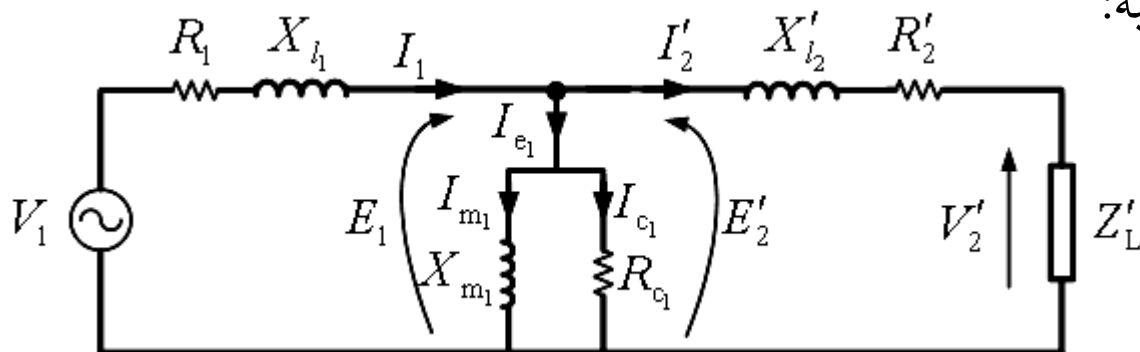
مرحله پنجم: ارجاع پارامترها و متغیرها به یک طرف ترانس ایده آل:



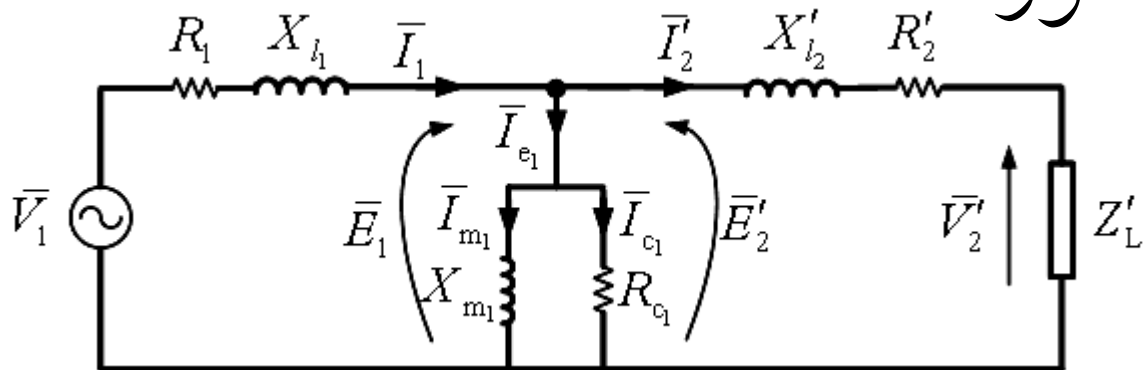
$$X_{L_1} = \omega L_{l_1} = 2\pi f L_{l_1} \quad , \quad X'_{l_2} = \omega L'_{l_2} = 2\pi f L'_{l_2} \quad , \quad L'_{l_2} = a^2 L_{l_2}$$

$$X_{m_1} = \omega L_{m_1} \quad , \quad R'_2 = a^2 R_2 \quad , \quad a = \frac{N_1}{N_2} \quad , \quad V'_2 = a V_2 \quad , \quad I'_2 = \frac{I_2}{a}$$

مدار معادل ترانس ارجاع شده به اولیه:

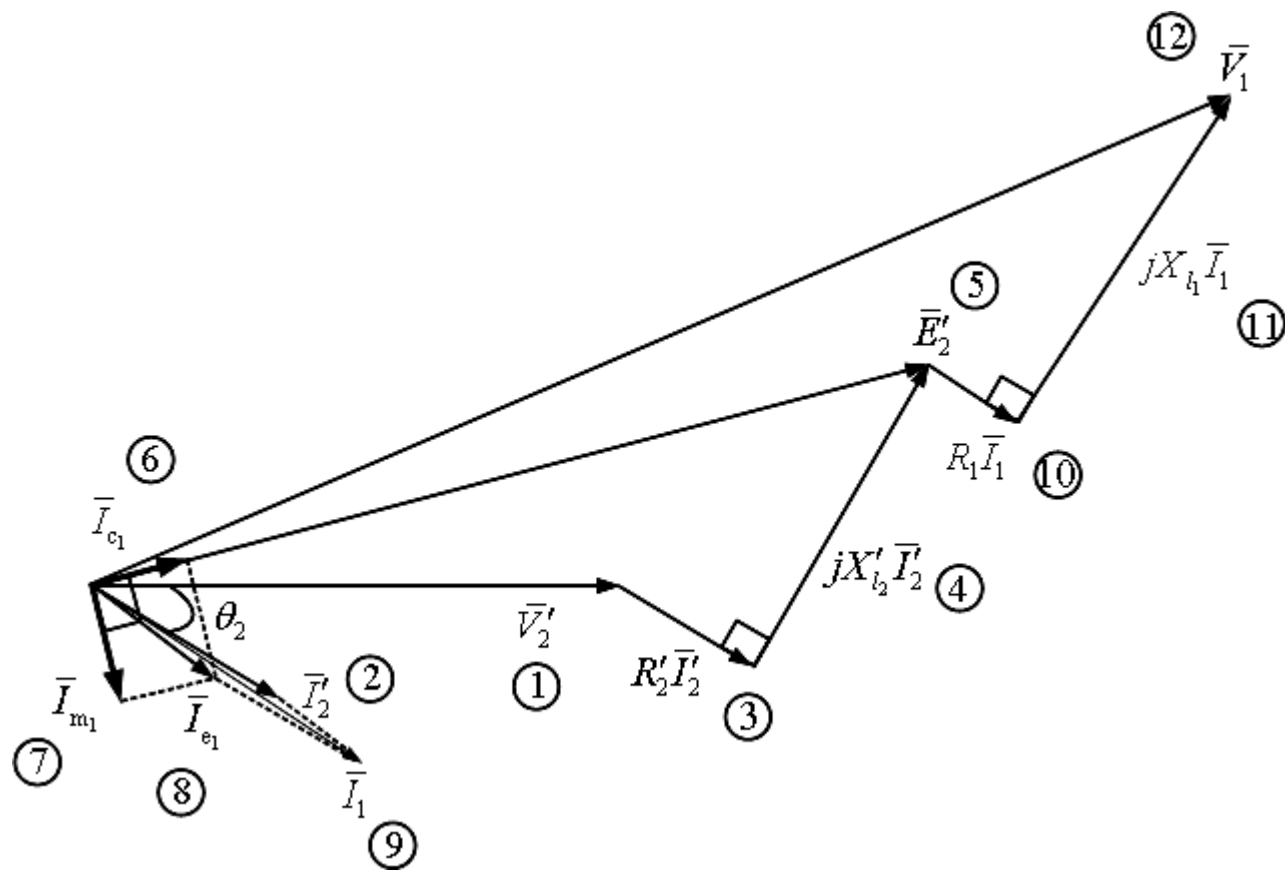


# فصل اول: ترانسفورماتور



نمودار (دیاگرام) برداری:

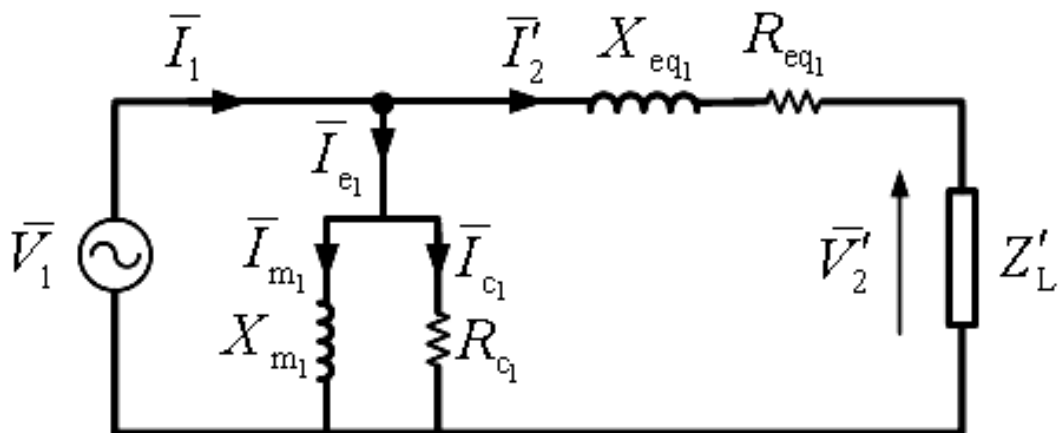
فرض: بار اهمی - سلفی



# فصل اول: ترانسفورماتور

## مدار معادل تقریبی:

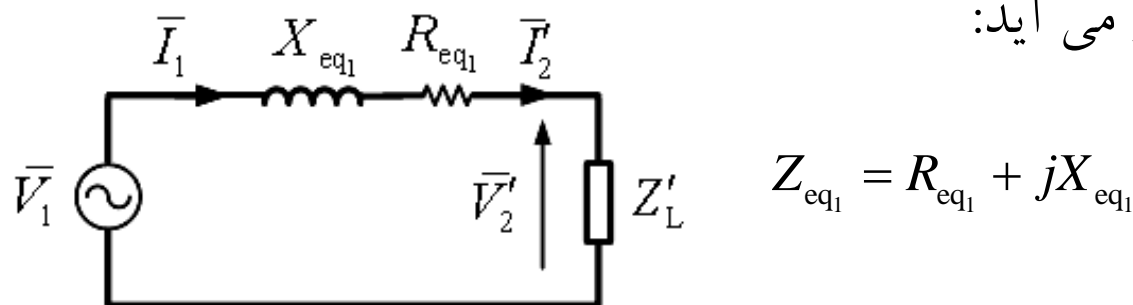
به علت کوچک بودن امپدانس سیم پیچی (اولیه)  $(Z_1 = R_1 + jX_{l1})$  و نیز کوچک بودن جریان تحریک  $(I_e)$  می توانیم با تقریب خوبی شاخه موازی را به سمت پایانه اولیه منتقل کنیم. بنابراین:



$$X_{eq1} = X_{l1} + X'_{l2}$$

$$R_{eq1} = R_1 + R'_2$$

در برخی از محاسبات از جریان تحریک صرفه نظر می شود، لذا مدار معادل بدون شاخه موازی به صورت شکل زیر در می آید:



$$Z_{eq1} = R_{eq1} + jX_{eq1}$$

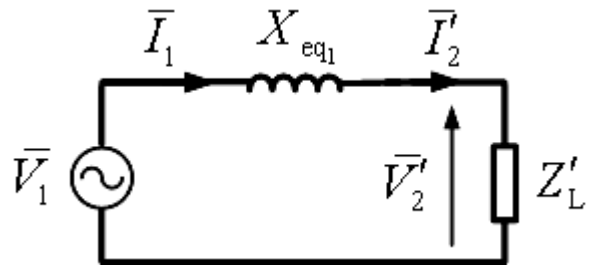
## فصل اول: ترانسفورماتور

$$R_{eq1} = R_1 + R'_2 = R_1 + a^2 R_2 \rightarrow \frac{R_{eq1}}{a^2} = \frac{R_1}{a^2} + R_2 = R'_1 + R_2 = R_{eq2}$$

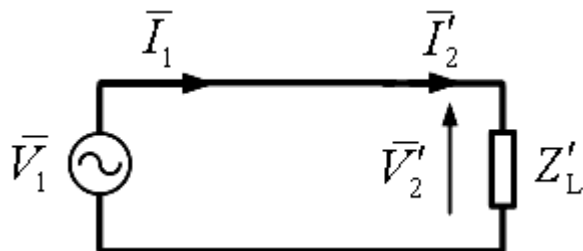
$$\Rightarrow R_{eq2} = \frac{R_{eq1}}{a^2}, \quad X_{eq2} = \frac{X_{eq1}}{a^2} \Rightarrow Z_{eq2} = \frac{Z_{eq1}}{a^2}$$

$Z_{eq2}, Z_{eq1}$ : امپدانس معادل ارجاع شده به سمت به ترتیب اولیه و ثانویه

در محاسبات شبکه های بزرگ ممکن است از مقاومت های اهمی سیم پیچی ها نیز صرفه نظر شود و ترانسفورماتور را به صورت یک راکتانس سری نشان داد:



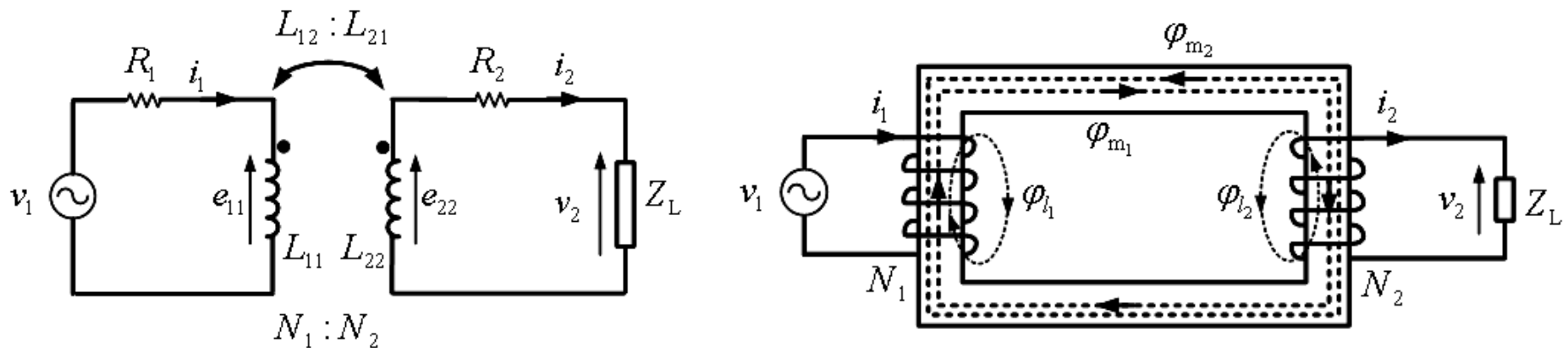
اگر ترانسفورماتور را ایده آل فرض کنیم، خواهیم داشت:



# فصل اول: ترانسفورماتور

## مدار معادل با استفاده از تزویج

با استفاده از تحلیل مداری (درس مدار II) نیز می توان روابط و مدار معادل ترانس را به دست آورد. در واقع می توان ترانس را به صورت دو سلف مزدوج در نظر گرفت. برای این کار می توان تصور کرد که شار متقابل  $\phi_m$  که با تمام دورهای سیم پیچی های اولیه و ثانویه پیوند دارد، از دو جزء تشکیل شده که این اجزاء هر یک توسط mmf یکی از سیم پیچی ها تولید شده است:



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = R_m \varphi_m \rightarrow \varphi_m = \frac{N_1 i_1}{R_m} - \frac{N_2 i_2}{R_m} = \varphi_{m_1} - \varphi_{m_2} \quad \textcircled{*}$$

$$\lambda_1 = N_1(\varphi_{l_1} + \varphi_{m_1}) - N_1 \varphi_{m_2} \quad \text{کل شار پیوندی با سیم پیچ ۱}$$

$$\lambda_2 = -N_2(\varphi_{l_2} + \varphi_{m_2}) + N_2 \varphi_{m_1} \quad \text{کل شار پیوندی با سیم پیچ ۲}$$

$$L_{11} = \frac{\text{کل شار پیوندی ناشی از سیم پیچ ۱}}{\text{جریان سیم پیچ ۱}} = \frac{N_1(\varphi_{l_1} + \varphi_{m_1})}{i_1} \quad H$$

$$L_{22} = \frac{\text{کل شار پیوندی ناشی از سیم پیچ ۲}}{\text{جریان سیم پیچ ۲}} = \frac{N_2(\varphi_{l_2} + \varphi_{m_2})}{i_2} \quad H$$



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$L_{12} = \frac{\text{شار پیوندی با سیم پیچ ۱ ناشی از جریان سیم پیچ ۲}}{\text{جریان سیم پیچ ۲}} = \frac{N_1 \phi_{m_2}}{i_2} \quad H$$

اندوکتانس متقابل

$$L_{21} = \frac{\text{شار پیوندی با سیم پیچ ۲ ناشی از جریان سیم پیچ ۱}}{\text{جریان سیم پیچ ۱}} = \frac{N_2 \phi_{m_1}}{i_1} \quad H$$

اندوکتانس متقابل

$$\textcircled{*} \rightarrow \phi_{m_1} = \frac{N_1 i_1}{R_m}, \quad \phi_{m_2} = \frac{N_2 i_2}{R_m} \Rightarrow L_{12} = L_{21} = \frac{N_1 N_2}{R_m} \quad H$$

$$L_{11} = \frac{N_1 \phi_{l_1}}{i_1} + \frac{N_1 \phi_{m_1}}{i_1} = L_{l_1} + \frac{N_1 \phi_{m_1}}{i_1}, \quad L_{22} = \frac{N_2 \phi_{l_2}}{i_2} + \frac{N_2 \phi_{m_2}}{i_2} = L_{l_2} + \frac{N_2 \phi_{m_2}}{i_2}$$

$$\textcircled{*} \rightarrow \frac{N_1 \phi_{m_1}}{i_1} = \frac{N_1^2}{R_m} = L_{m_1}, \quad \frac{N_2 \phi_{m_2}}{i_2} = \frac{N_2^2}{R_m} = L_{m_2} = \frac{L_{m_1}}{a^2} = L'_{m_1}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\Rightarrow L_{11} = L_{l_1} + L_{m_1} , L_{22} = L_{l_2} + L'_{m_1} , L_{12} = L_{21} = \frac{N_1 N_2}{R_m} = \frac{N_1 N_2}{\frac{N_1^2}{L_{m_1}}} = \frac{N_2}{N_1} L_{m_1}$$

اگر  $L_{l_1}$  و  $L_{l_2}$  و  $L_{m_1}$  را به ما بدهند، خواهیم داشت:

$$L_{11} = L_{l_1} + L_{m_1} , L_{22} = L_{l_2} + L'_{m_1} , L_{12} = L_{21} = \frac{N_2}{N_1} L_{m_1} = \frac{L_{m_1}}{a}$$

اگر  $L_{11}$  و  $L_{22}$  و  $L_{12}$  را به ما بدهند، خواهیم داشت:

$$L_{m_1} = \frac{N_1}{N_2} L_{12} = a L_{12} , L_{l_1} = L_{11} - L_{m_1} , L_{l_2} = L_{22} - \frac{L_{m_1}}{a^2} = L_{22} - \frac{L_{12}}{a}$$

در نتیجه از دو روش به یک مدار معادل خواهیم رسید.

# فصل اول: ترانسفورماتور

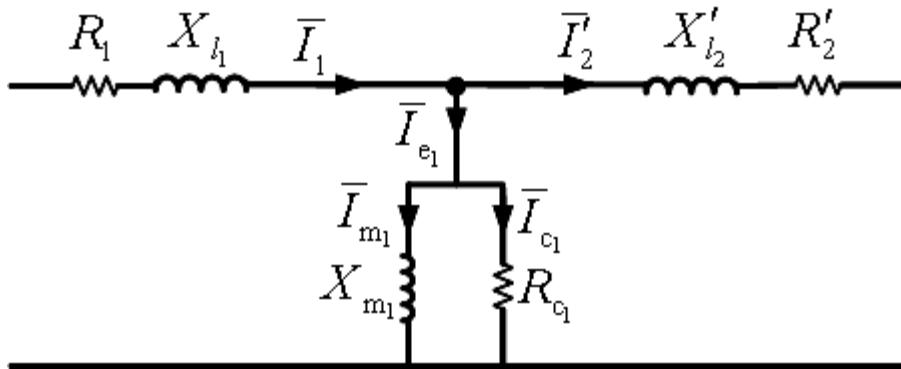
## مقادیر نامی

- مقادیر نامی در ترانسورماتور عبارتند از: توان نامی، ولتاژ نامی (اولیه و ثانویه)، جریان نامی (اولیه و ثانویه)، فرکانس نامی، شار نامی و پارامترها
- مقادیر نامی مقادیری هستند که ترانس برای کار تحت آن مقادیر طراحی شده است.
- عامل محدود کننده برای ولتاژ نامی، شار است.
  - عامل محدود کننده برای جریان نامی، حد تحمل حرارتی سیم پیچی هاست.  
(عایق سیم پیچی ها)
  - توان نامی حاصلضرب ولتاژ و جریان نامی است. (بر حسب VA)

## تلفات ماشین

تلفات ترانسفورماتور شامل تلفات مسی در سیم پیچی ها و تلفات آهنی در هسته می باشد.

## فصل اول: ترانسفورماتور



$$(P_W) P_{cu} = R_1 |\bar{I}_1|^2 + R_2 |\bar{I}_2|^2 \approx R_{eq1} |\bar{I}_1|^2 = R_{eq2} |\bar{I}_2|^2 \quad (W) \quad \text{تلفات مسی:}$$

$$(P_{fe}) P_c = R_{c1} |\bar{I}_{c1}|^2 = \frac{|\bar{E}_1|^2}{R_{c1}} \approx \frac{|\bar{V}_1|^2}{R_{c1}} \quad (W) \quad \text{تلفات آهنی:}$$

- تلفات مسی تابع جریان ماشین است و مستقل از نوع (زاویه) جریان است.
- تلفات آهنی تابع ولتاژ ماشین است و مستقل از بار (جریان) ماشین است.

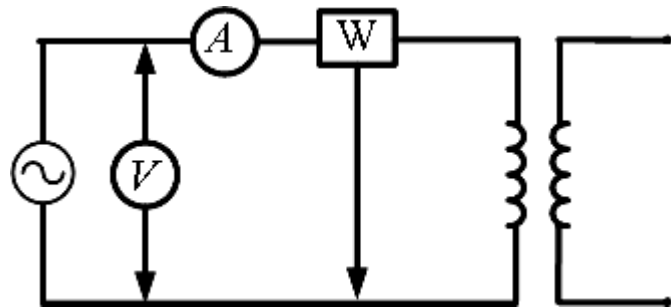
# فصل اول: ترانسفورماتور

تعیین پارامترهای مدار معادل ترانسفورماتور واقعی:

تعیین پارامترهای مدار معادل ترانس با استفاده از آزمایش های بی باری (No Load) یا NLT، اتصال کوتاه (Short Circuit) یا SCT و ولت-آمپر (DC) صورت می گیرد.

## آزمایش بی باری (مدار باز)

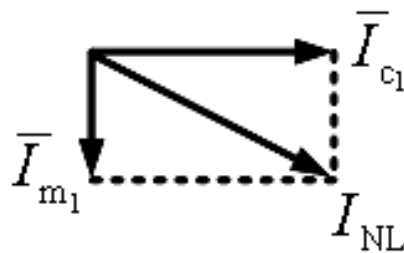
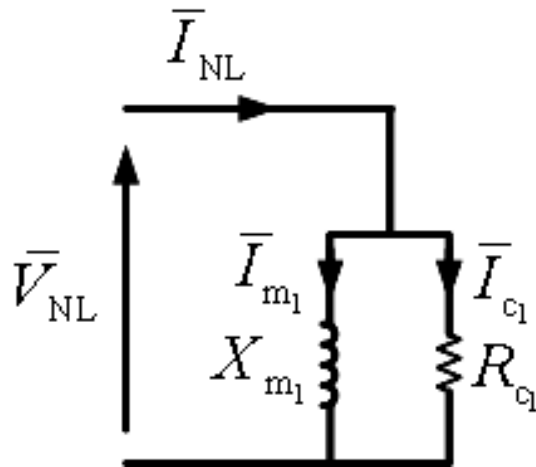
در این آزمایش در حالی که ثانویه ماشین بدون بار (مدار باز) است، ولتاژ نامی را به ماشین اعمال می کنیم. سپس مقادیر ولتاژ، جریان و توان را اندازه می گیریم:



$$V_{NL} = V_n, I_{NL}, P_{NL}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

مدار معادل آزمایش بی باری:



$$P_{NL} = P_c = \frac{V_{NL}^2}{R_{c1}} \Rightarrow R_{c1} = \frac{V_{NL}^2}{P_{NL}}$$

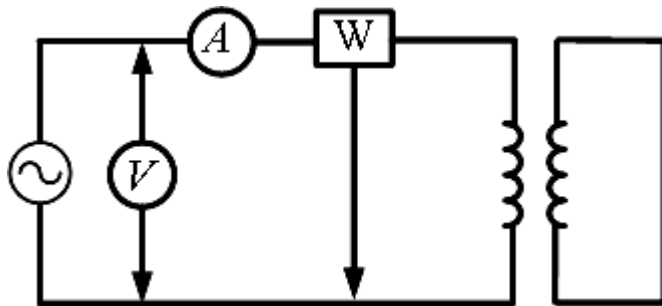
$$I_{c1} = \frac{V_{NL}}{R_{c1}}, \quad I_{m1} = \sqrt{I_{NL}^2 - I_{c1}^2}$$

$$X_{m1} = \frac{V_{NL}}{I_{m1}} = \frac{V_{NL}}{\sqrt{I_{NL}^2 - \left(\frac{V_{NL}}{R_{c1}}\right)^2}}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

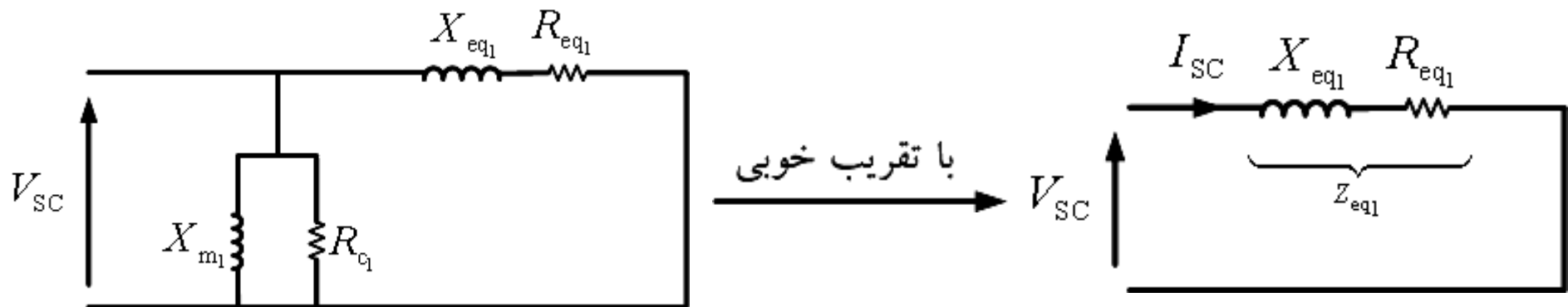
## آزمایش اتصال کوتاه

در این آزمایش در حالی که ثانویه اتصال کوتاه است، ولتاژی به ماشین اعمال می شود که جریان نامی از آن بگذرد. سپس مقادیر ولتاژ، جریان و توان را اندازه می گیریم:



$$I_{SC} = I_n, V_{SC}, P_{SC}$$

مدار معادل آزمایش اتصال کوتاه:



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$P_{SC} = R_{eq1} I_{SC}^2 \Rightarrow R_{eq1} = \frac{P_{SC}}{I_{SC}^2}, \quad Z_{eq1} = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} \Rightarrow X_{eq1} = \sqrt{Z_{eq1}^2 - R_{eq1}^2}, \quad X_{eq1} = X_{l1} + X'_{l2}$$

اگر مسیرهای شارهای ناشی اولیه و ثانویه یکسان باشند، (مقاومت مغناطیسی مدارها یکسان باشد)، آنگاه  $X_{l1} = X'_{l2}$ .

اثبات:

$$X_{l1} = \omega L_{l1}, \quad X_{l2} = \omega L_{l2} \rightarrow X'_{l2} = a^2 \omega L_{l2}, \quad L_{l1} = \frac{N_1^2}{R_{l1}}, \quad L_{l2} = \frac{N_2^2}{R_{l2}}$$

$$\Rightarrow X_{l1} = \omega \frac{N_1^2}{R_{l1}}, \quad X'_{l2} = a^2 \omega \frac{N_2^2}{R_{l2}} = \omega \frac{N_1^2}{N_2^2} \frac{N_2^2}{R_{l2}} = \omega \frac{N_1^2}{R_{l2}}$$

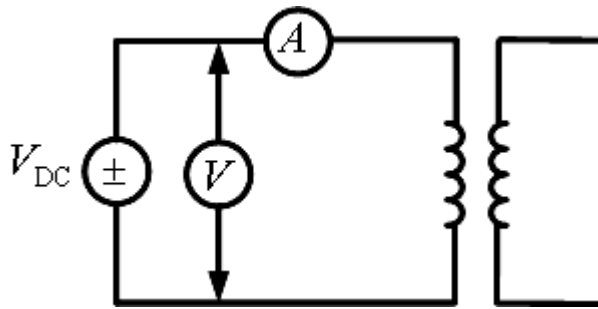
$$\Rightarrow \text{if } R_{l1} = R_{l2} \Rightarrow X_{l1} = X'_{l2} \Rightarrow X_{l1} = X'_{l2} = \frac{X_{eq1}}{2}$$



# فصل اول: ترانسفورماتور

## آزمایش ولت آمپر

به یکی از سیم پیچی ها یک ولتاژ dc اعمال کرده و جریان آن را اندازه گیری می کنیم:



$$R_{eq1} = R_1 + R'_2 = R_1 + a^2 R_2$$

$$R_1 = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \Rightarrow R_2 = \frac{R_{eq1} - R_1}{a^2}$$

مثال: نتایج آزمایش بر روی یک ترانس تکفاز 20 KVA، 50 هرتز و 2200/220 V عبارت است از:

مدار باز: 220 V، 2 A، 120 W

اتصال کوتاه: 160 V، 9 A، 540 W

مقاومت فشار قوی: 6 اهم ( $R_H$ )

## فصل اول: ترانسفورماتور

- الف) مدار معادل ارجاع شده به طرف فشار قوی را به دست آورید.  
ب) جریان تحریک را به صورت درصدی از جریان نامی نشان دهید.  
ج) ضریب توان ترانسفورماتور در دو آزمایش بالا را به دست آورید.

نکته: معمولاً آزمایش بی باری در طرف فشار ضعیف و آزمایش اتصال کوتاه در طرف فشار قوی صورت می گیرد. (دلیل آن محدود بودن رنج آمپرمترها، ولتمترها و واتمترهاست.)

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2200}{220} = 10, \quad R_{c_L} = \frac{V_{NL}^2}{P_{NL}} = \frac{220^2}{120} = 403.3 \Omega \quad (\text{حل: الف})$$

$$\Rightarrow R_{c_H} = (10)^2 \times 403.3 = 40330 \Omega$$

$$I_{c_L} = \frac{V_{NL}}{R_{c_L}} = \frac{220}{403.3} = 0.54 \text{ A}, \quad I_{m_L} = \sqrt{I_{NL}^2 - I_{c_L}^2} = \sqrt{2^2 - 0.54^2} = 1.92 \text{ A}$$

$$X_{m_L} = \frac{V_{NL}}{I_{m_L}} = \frac{220}{1.92} \approx 114.3 \Omega \Rightarrow X_{m_H} = (10)^2 \times 114.3 = 11430 \Omega$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$R_{\text{eqH}} = \frac{P_{\text{SC}}}{I_{\text{SC}}^2} = \frac{540}{9^2} = 6.7 \Omega, \quad R_{\text{eqH}} = R_{\text{H}} + R'_{\text{L}} \Rightarrow R'_{\text{L}} = 6.7 - 6 = 0.7 \Omega$$

$$Z_{\text{eqH}} = \frac{V_{\text{SC}}}{I_{\text{SC}}} = \frac{160}{9} = 17.8 \Omega \Rightarrow X_{\text{eqH}} = \sqrt{17.8^2 - 6.7^2} \approx 16.5 \Omega$$

$$X_{l_{\text{H}}} = X'_{l_{\text{L}}} = \frac{16.5}{2} = 8.25 \Omega$$

$$I_{\text{L}_{\text{nominal}}} = \frac{20000}{220} \approx 90.9 \text{ A} \rightarrow \frac{I_{\text{L}}}{I_{\text{L}_{\text{nominal}}}} = \frac{2}{90.9} \times 100 = 2.2\%$$

$$P = VI \cos \theta \rightarrow \cos \theta_{\text{NL}} = \frac{P_{\text{NL}}}{V_{\text{NL}} I_{\text{NL}}} = \frac{120}{220 \times 2} = 0.273 \text{ lag}$$

$$\cos \theta_{\text{SC}} = \frac{P_{\text{SC}}}{V_{\text{SC}} I_{\text{SC}}} = \frac{540}{160 \times 9} = 0.375 \text{ lag}$$

(ب)

(ج)

# فصل اول: ترانسفورماتور

## بازده ترانسفورماتور

بازده عبارت است از نسبت توان خروجی به توان ورودی. این نسبت در ترانسفورماتورها بالاست. (به ویژه در ترانس های بزرگ)

$$\eta \triangleq \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{in}} - P_{\text{Loss}}}{P_{\text{in}}}, \quad P_{\text{Loss}} = P_{\text{cu}} + P_{\text{c}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_{\text{Loss}}} = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{\text{cu}} + P_{\text{c}}}$$

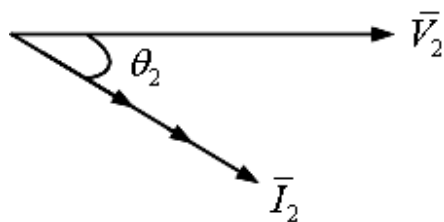
با داشتن توان ورودی و تلفات

با داشتن توان خروجی و تلفات

## بازده حداکثر

الف) با فرض ثابت بودن  $V_2$  ,  $\theta_2$ :

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0$$



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\Rightarrow V_2 \cos \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{cu} + P_c) - V_2 I_2 \cos \theta_2 (V_2 \cos \theta_2 + \frac{dP_{cu}}{dI_2} + \frac{dP_c}{dI_2}) = 0$$

$$P_{cu} = R_{eq} I_2^2 \Rightarrow \frac{dP_{cu}}{dI_2} = 2R_{eq} I_2, \quad \frac{dP_c}{dI_2} = 0$$

$$\Rightarrow V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{cu} + P_c - I_2 (V_2 \cos \theta_2 + 2R_{eq} I_2) = 0 \Rightarrow P_{cu} + P_c - 2R_{eq} I_2^2 = 0$$

$$\Rightarrow P_{cu} + P_c - 2P_{cu} = 0 \Rightarrow P_c = P_{cu} = R_{eq} I_2^2, \quad I_2 = \sqrt{\frac{P_c}{R_{eq}}}$$

جریان ثانویه که بازده را حداکثر می کند. ( $I_{2|\eta_{max}}$ )

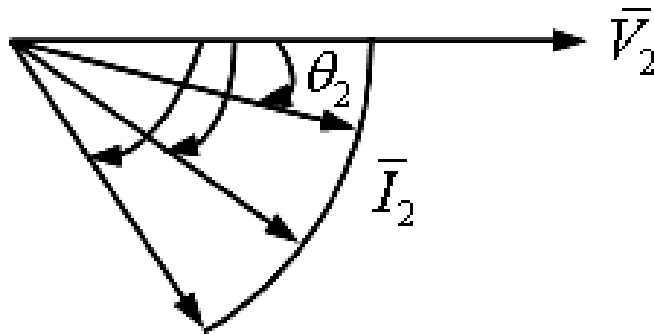
در صد بار نامی که بازده حداکثر می شود، برابر است با:

$$k = \frac{I_{2|\eta_{max}}}{I_{2,n}} \rightarrow k^2 = \frac{I_{2|\eta_{max}}^2}{(I_{2,n})^2} = \frac{R_{eq} I_{2|\eta_{max}}^2}{R_{eq} (I_{2,n})^2} = \frac{P_{cu|\eta_{max}}}{P_{cu,n}} = \frac{P_c}{P_{cu,n}} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{P_c}{P_{cu,n}}}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

(ب) با فرض ثابت بودن  $V_2$ ،  $|I_2|$ :

$$\frac{d\eta}{d\theta_2} = 0$$



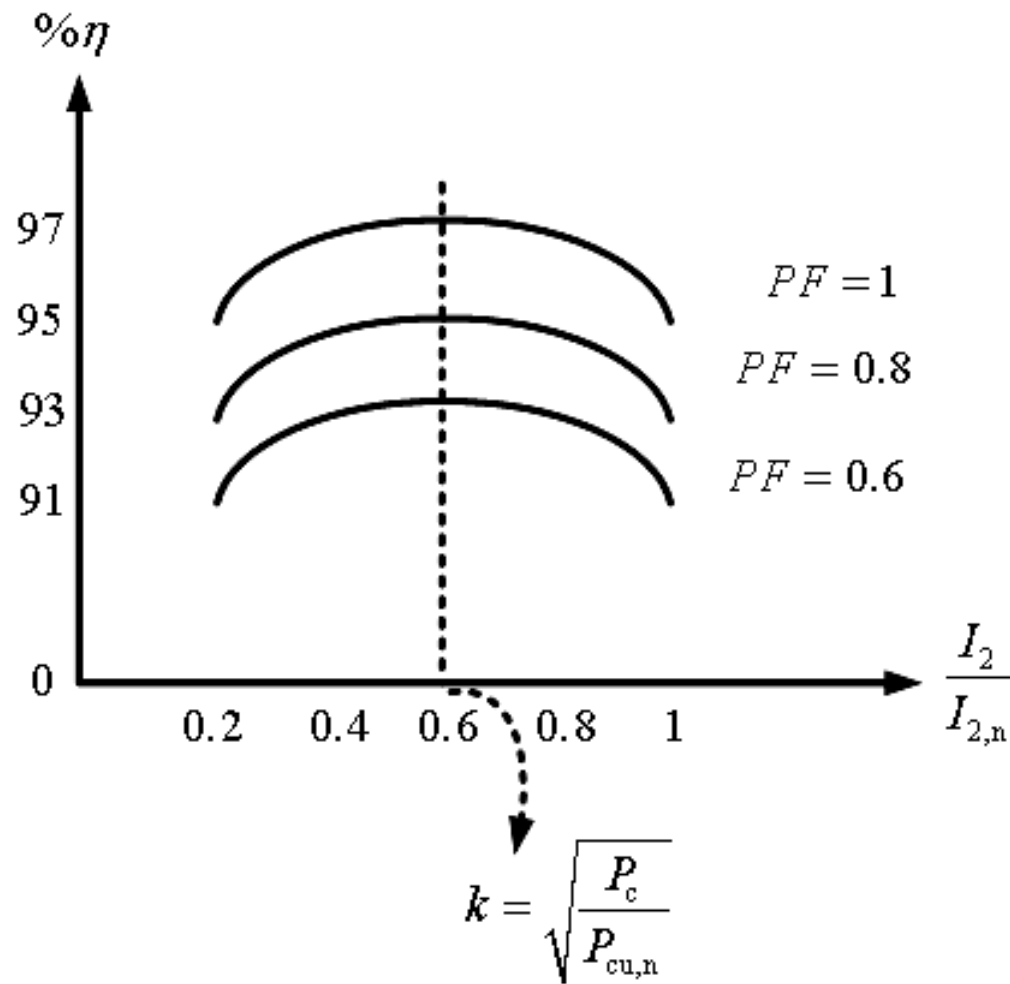
$$\Rightarrow -V_2 I_2 \sin \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + R_{eq} I_2^2 + P_c) - V_2 I_2 \cos \theta_2 (-V_2 I_2 \sin \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow -\sin \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + R_{eq} I_2^2 + P_c) - \cos \theta_2 (-V_2 I_2 \sin \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow -\sin \theta_2 (R_{eq} I_2^2 + P_c) = 0 \Rightarrow \sin \theta_2 = 0 \Rightarrow \theta_2 = 0, \cos \theta_2 = 1$$

ضریب توان واحد، در نتیجه بار، اهمی خالص باید باشد.

# فصل اول: ترانسفورماتور



## فصل اول: ترانسفورماتور

مثال: یک ترانس تکفاز 20 KVA، 50 هرتز و 2200/220 V با  $R_{eqH} = 6.7 \Omega$  باری را در 80% خروجی نامی و ضریب توان 0.7 پسفاز تغذیه می کند. تعیین کنید: الف) بازده ترانس را در شرایط مذکور (تلفات آهنی 120 W است.) ب) درصد بار نامی را وقتی بازده ترانس حداکثر است. مقدار بازده در این حالت چقدر است؟

(حل: الف)

$$P_{out} = V_2 I_2 \cos \theta_2 = S_2 \cos \theta_2 = 0.8 \times 20000 \times 0.7 = 11200 \text{ W}$$

$$I_{H,n} = \frac{S_n}{V_{H,n}} = \frac{20000}{2200} \approx 9.1 \text{ A}, \quad I_H = 0.8 \times 9.1 = 7.28 \text{ A}$$

$$P_{cu} = R_{eqH} I_H^2 = 6.7 \times 7.28^2 \approx 355.1 \text{ W}$$

$$\% \eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_c + P_{cu}} \times 100 = \frac{11200}{11200 + 120 + 355.1} \times 100 = 95.93\%$$

(ب)

$$I_H = \sqrt{\frac{P_c}{R_{eqH}}} = \sqrt{\frac{120}{6.7}} = 4.23 \text{ A}, \quad \% k = \frac{I_H}{I_{H,n}} \times 100 = \frac{4.23}{9.1} \times 100 = 46.5\%$$



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$I_L = \frac{2200}{220} \times 4.23 = 42.3 \text{ A} , P_{\text{out}|\eta_{\text{max}}} = V_2 I_2 \cos \theta_2 = 220 \times 42.3 \times 1 = 9306 \text{ W}$$

$$\% \eta_{\text{max}} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_c + P_{\text{cu}|\eta_{\text{max}}}} \times 100 = \frac{9306}{9306 + 120 + 120} \times 100 = 97.5 \%$$

### بازده شبانه روزی (All Day Efficiency)

این اصطلاح در ترانسفورماتورهای توزیع معنی دارد، چون در خروجی این گونه ترانس ها بار متغیر وجود دارد. مفهوم آن میانگین زمانی بازده است.

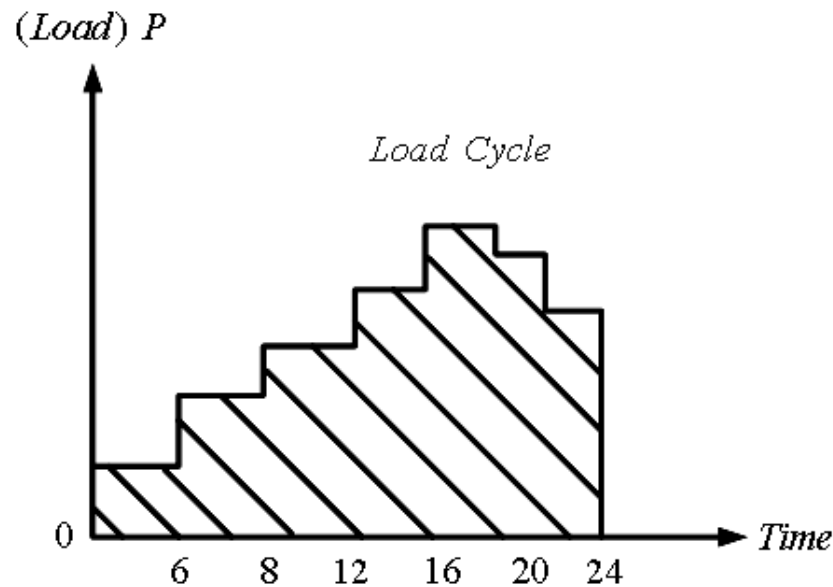
$$\% \eta_{\text{all day}} = \frac{\text{انرژی خروجی در طول 24 ساعت}}{\text{انرژی ورودی در طول 24 ساعت}} \times 100$$

و یا:

$$\% \eta_{\text{all day}} = \frac{\text{انرژی خروجی در طول 24 ساعت}}{\text{تلفات انرژی در طول 24 ساعت} + \text{انرژی خروجی در طول 24 ساعت}} \times 100$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

انرژی خروجی از روی منحنی بار (Load Cycle) به دست می آید. این منحنی تغییرات توان مصرفی در 24 ساعت را نشان می دهد.



مثال: یک ترانس تکفاز 50 KVA و 2400/240 V دارای تلفات هسته  $P_c = 200 W$  در ولتاژ نامی و تلفات مسی  $P_{cu} = 500 W$  در بار کامل است. اطلاعات منحنی بار ترانسفورماتور در جدول زیر آمده است. بازده شبانه روزی ترانسفورماتور مذکور را محاسبه کنید.

## فصل اول: ترانسفورماتور

در صد بار	0%	50%	75%	100%	110%
ضریب توان	—	1	0.8 lag	0.9 lead	1
طول مدت (ساعت)	6	6	6	3	3

حل:

$$\begin{aligned}
 & \text{( تعداد ساعت } \times \text{ ضریب توان } \times \text{ در صد بار)} \times \sum_{24 \text{ h}} = 50^{KVA} \times \text{انرژی خروجی در طول 24 ساعت} \\
 & = 50^{KVA} (0 + 0.5 \times 1 \times 6 + 0.75 \times 0.8 \times 6 + 1 \times 0.9 \times 3 + 1.1 \times 1 \times 3) = 630 \text{ KWh}
 \end{aligned}$$

تلفات آهن به بار بستگی ندارد و در طول 24 ساعت ثابت خواهد بود.

$$\text{تلفات آهن در هسته در طول 24 ساعت} = 24 \times 200 = 4.8 \text{ KWh}$$

$$\text{( تعداد ساعت } \times \text{ (در صد بار)}^2 \times P_{cu,n}) \times \sum_{24 \text{ h}} = \text{تلفات انرژی مسی در طول 24 ساعت}$$

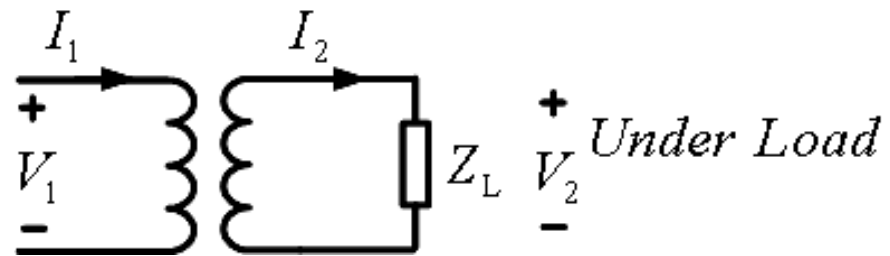
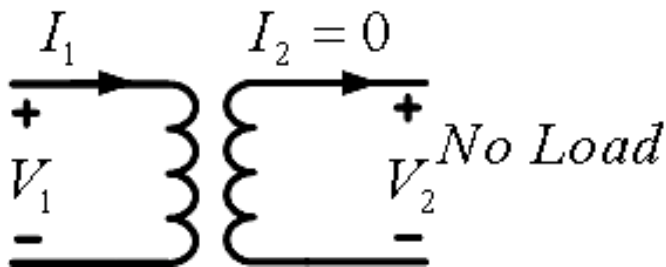
$$= 500 (0 + (0.5)^2 \times 6 + (0.75)^2 \times 6 + (1)^2 \times 3 + (1.1)^2 \times 3) = 5.75 \text{ KWh}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

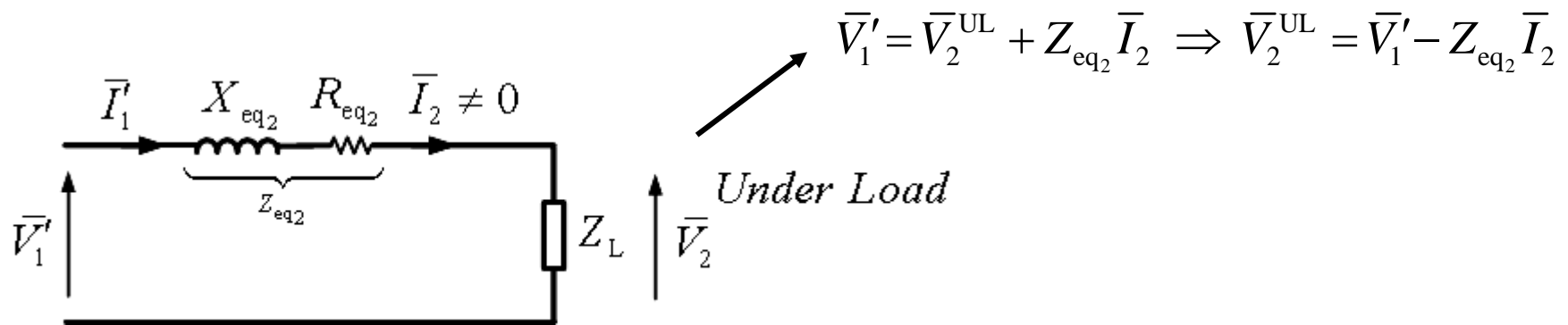
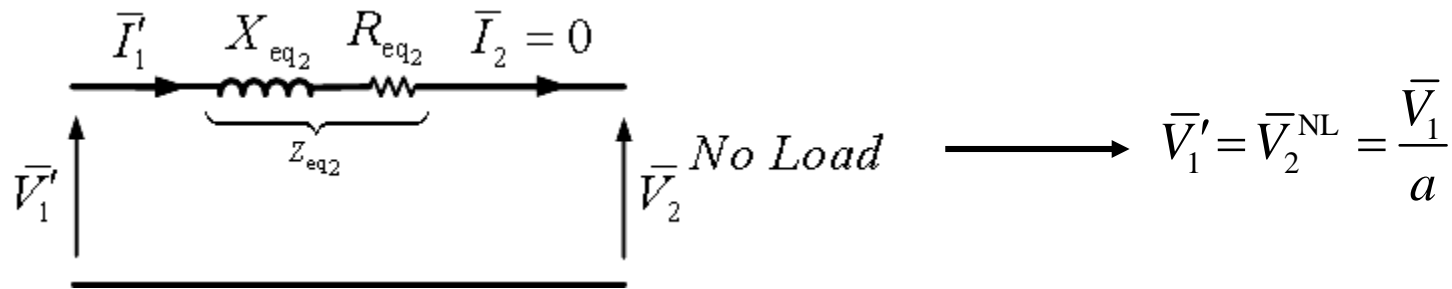
$$\% \eta_{\text{all day}} = \frac{630}{630 + 4.8 + 5.75} \times 100 = 98.35 \%$$

### تنظیم ولتاژ (Voltage Regulation)

وضعیت مطلوب در یک ترانس آن است که ولتاژ خروجی آن مستقل از جریان خروجی باشد، یعنی به ازاء بارهای مختلف ولتاژ ثانویه ثابت بماند، اما در عمل به علت افت ولتاژ روی امپدانس سیم پیچی ها ولتاژ خروجی با بار ترانس تغییر می کند. (در بحث تنظیم ولتاژ معمولاً از شاخه موازی صرفه نظر می شود).



# فصل اول: ترانسفورماتور



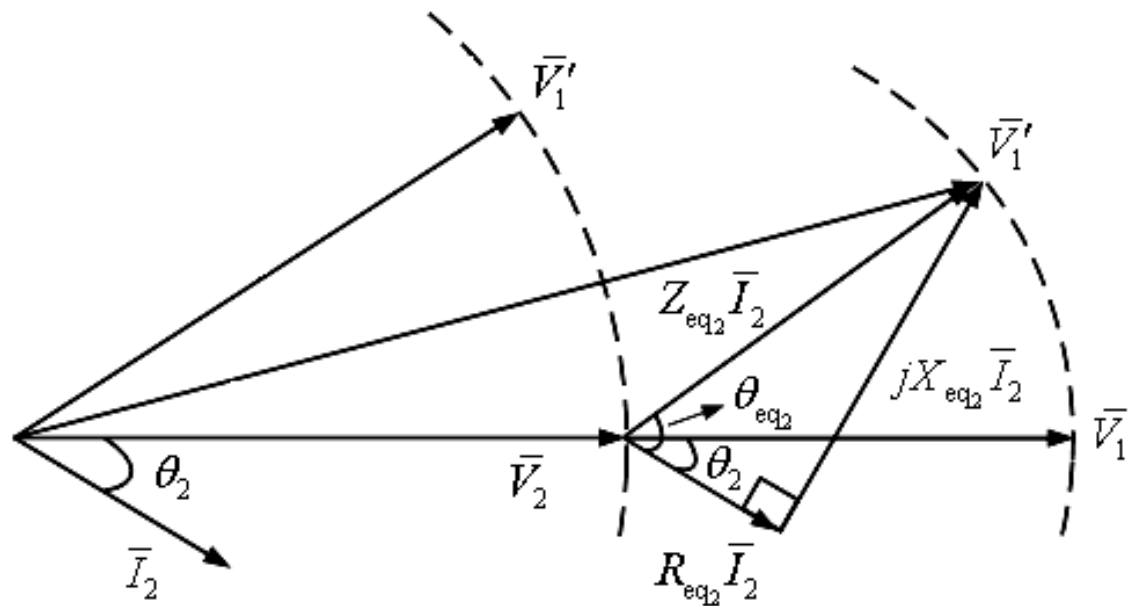
$$\% VR \triangleq \frac{|\bar{V}_2^{\text{NL}}| - |\bar{V}_2^{\text{UL}}|}{|\bar{V}_2^{\text{UL}}|} \times 100 = \frac{|\bar{V}_1'| - |\bar{V}_2^{\text{UL}}|}{|\bar{V}_2^{\text{UL}}|} \times 100 = \frac{|\bar{V}_1| - |\bar{V}_2^{\text{UL}}|}{|\bar{V}_2^{\text{UL}}|} \times 100$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

## حداکثر تنظیم ولتاژ (بدترین حالت)

تنظیم ولتاژ به مقدار و زاویه بار بستگی دارد:

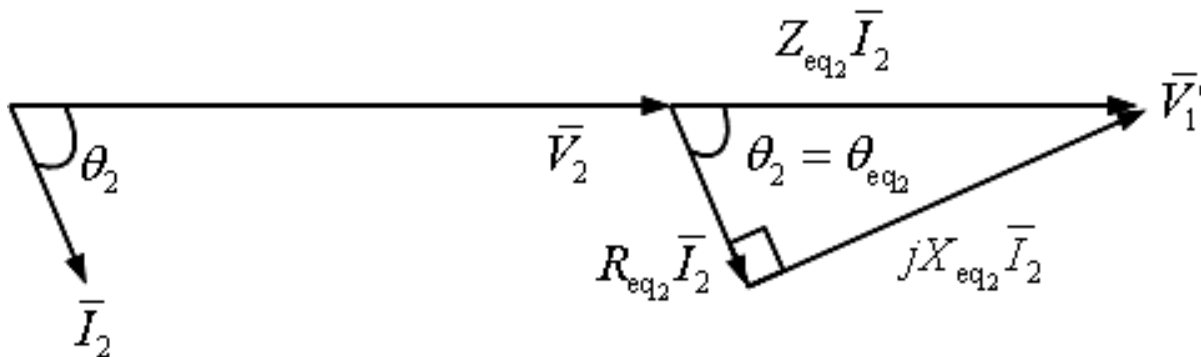
حداقل تنظیم ولتاژ  
(بهترین حالت)



حداکثر تنظیم ولتاژ  
(بدترین حالت)

## فصل اول: ترانسفورماتور

اگر  $|\bar{I}_2|$  ثابت باشد، تحت چه زاویه ای از  $\theta_2$  (زاویه بار)، در صد تنظیم ولتاژ حداکثر است؟ ( $|\bar{V}_2|$  ثابت است).

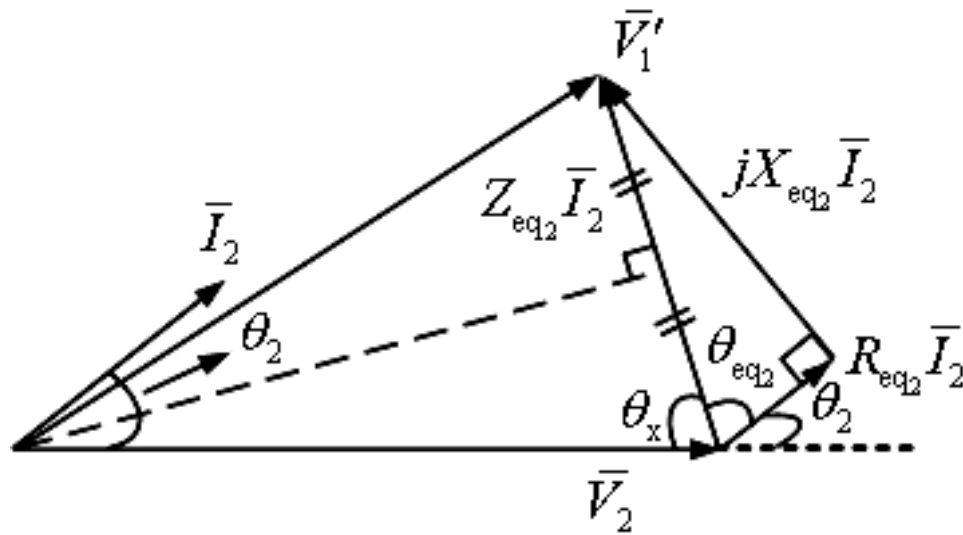


شرط حداکثر شدن تنظیم ولتاژ:  $\Rightarrow \theta_2 = \theta_{eq2}$  (lag)

# فصل اول: ترانسفورماتور

حداقل تنظیم ولتاژ (بهترین حالت) و یا تنظیم ولتاژ صفر

راه حل اول:



$$\% VR = \frac{|\bar{V}'_1| - |\bar{V}_2|}{|\bar{V}_2|} \times 100 = 0$$

$$\Rightarrow |\bar{V}'_1| = |\bar{V}_2|$$

فرض:

$$\bar{V}_2 = |\bar{V}_2| \angle 0^\circ, \quad \bar{I}_2 = |\bar{I}_2| \angle \theta_2, \quad \bar{Z}_{eq2} = |\bar{Z}_{eq2}| \angle \theta_{eq2}, \quad \bar{V}'_1 = |\bar{V}'_1| \angle \theta_{V1} = |\bar{V}_2| \angle \theta_{V1}$$

$$\bar{V}'_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{eq2} \bar{I}_2 \Rightarrow |\bar{V}'_1| \angle \theta_{V1} = |\bar{V}_2| \angle 0^\circ + |\bar{Z}_{eq2}| |\bar{I}_2| \angle (\theta_{eq2} + \theta_2)$$

$$\Rightarrow |\bar{V}'_1| = \left| |\bar{V}_2| \angle 0^\circ + |\bar{Z}_{eq2}| |\bar{I}_2| \angle (\theta_{eq2} + \theta_2) \right|$$



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\Rightarrow |\bar{V}'_1| = |\bar{V}_2| = \left| |\bar{V}_2| + |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| \cos(\theta_{eq_2} + \theta_2) + j |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| \sin(\theta_{eq_2} + \theta_2) \right|$$

$$\Rightarrow |\bar{V}_2| = \sqrt{\left( |\bar{V}_2| + |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| \cos(\theta_{eq_2} + \theta_2) \right)^2 + \left( |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| \sin(\theta_{eq_2} + \theta_2) \right)^2}$$

$$\Rightarrow |\bar{V}_2|^2 = |\bar{V}_2|^2 + |Z_{eq_2}|^2 |\bar{I}_2|^2 \cos^2(\theta_{eq_2} + \theta_2) + 2 |\bar{V}_2| |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| \cos(\theta_{eq_2} + \theta_2) + |Z_{eq_2}|^2 |\bar{I}_2|^2 \sin^2(\theta_{eq_2} + \theta_2)$$

$$\Rightarrow |Z_{eq_2}|^2 |\bar{I}_2|^2 = -2 |\bar{V}_2| |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| \cos(\theta_{eq_2} + \theta_2)$$

$$\Rightarrow |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2| = -2 |\bar{V}_2| \cos(\theta_{eq_2} + \theta_2)$$

$$\Rightarrow \cos(\theta_{eq_2} + \theta_2) = -\frac{1}{2} \frac{|Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \Rightarrow \theta_{eq_2} + \theta_2 = 180^\circ - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{|Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \right)$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 180^\circ - \theta_{eq_2} - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{|Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \right) \quad \text{پیش فاز}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

راه حل دوم: به کمک روابط مثلثاتی:

$$\theta_x + \theta_2 + \theta_{eq_2} = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 = 180^\circ - \theta_{eq_2} - \theta_x, \quad \cos \theta_x = \frac{\frac{1}{2} |Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|}$$

$$\Rightarrow \theta_x = \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{|Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \right) \Rightarrow \theta_2 = 180^\circ - \theta_{eq_2} - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{|Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \right)$$

مثال: ترانس تکفاز 3 KVA، 240/120 V، 60 هرتز،  $R_{LV} = 0.05 \Omega$ ،  $R_{HV} = 0.25 \Omega$  و

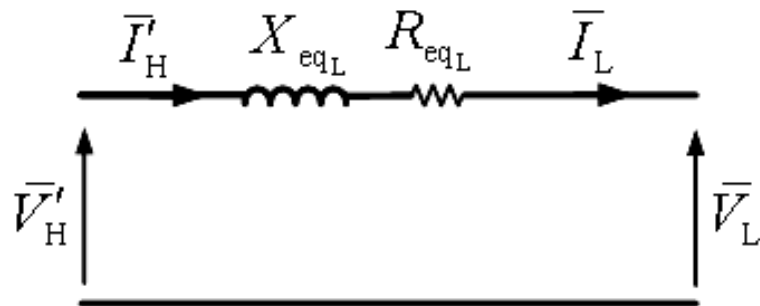
$X_{LV} = 0.18 \Omega$ ،  $X_{HV} = 0.75 \Omega$  را در نظر بگیرید:

الف) در صد تنظیم ولتاژ وقتی ترانس بار کامل را در ولتاژ 110 ولت و ضریب توان 0.9 پیشفاز تغذیه می کند، تعیین کنید.

ب) تغییر لازم در نسبت دور ترانس برای آن که ولتاژ اولیه در 220 ولت ثابت باقی بماند، چقدر است؟

## فصل اول: ترانسفورماتور

ج) اگر طرف بار تصادفاً اتصال کوتاه شود، جریان های اولیه و ثانویه را بیابید.



حل: الف)

$$a = \frac{240}{120} = 2$$

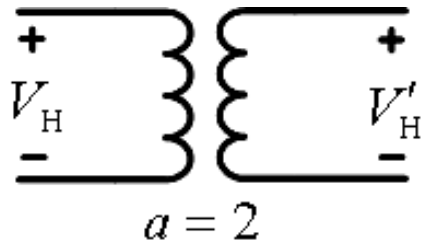
$$R_{eqL} = R_{LV} + R'_{HV} = 0.05 + \frac{0.25}{2^2} = 0.1125 \Omega$$

$$X_{eqL} = X_{LV} + X'_{HV} = 0.18 + \frac{0.75}{2^2} = 0.3675 \Omega$$

$$I_{L,n} = \frac{3000}{120} = 25 \text{ A} , \bar{V}'_H = 110 \angle 0^\circ + (25 \angle + \cos^{-1}(0.9))(0.1125 + j0.3675)$$

$$\Rightarrow \bar{V}'_H = 108.94 \text{ V} \angle 5^\circ \Rightarrow \%VR = \frac{108.94 - 110}{110} \times 100 = -0.96 \%$$

## فصل اول: ترانسفورماتور



$$V_H = 2 \times 108.94 = 217.88 \text{ V} \quad (\text{ب})$$

$$a_{\text{new}} = \frac{220}{108.94} \approx 2.019$$

(ج)

$$I_{L_{sc}} = \frac{|\bar{V}'_H|}{|Z_{eqL}|} = \frac{108.94}{\sqrt{(0.1125)^2 + (0.3675)^2}} = 283.45 \text{ A} \quad \text{جریان ثانویه}$$

$$I_{H_{sc}} = \frac{I_{L_{sc}}}{2} = 141.725 \text{ A} \quad \text{جریان اولیه}$$

### مقادیر نسبی (سیستم واحد) (per unit system)

در سیستم واحد مقادیر متغیرها و پارامترها را بر حسب مقادیر نسبی نشان می دهیم:

$$\text{کمیت بر حسب پریونیت} \triangleq \frac{\text{مقدار واقعی کمیت}}{\text{مقدار مبنای کمیت}}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

مزایا: گستره تغییرات متغیرها کاهش می یابد. در نتیجه محاسبات ساده تر می شود و نتایج محاسبات دقیق تر می شوند. همچنین درک بهتری از متغیرها به دست می دهد. مزیت دیگر، آن است که نیاز به ارجاع متغیرها از یک طرف به طرف دیگر را مرتفع می سازد.

در ترانسفورماتور معمولاً توان ظاهری، ولتاژ اولیه و ولتاژ ثانویه به عنوان مقادیر مبنا انتخاب می شوند و سپس از روی آنها مقادیر مبنای جریان و امپدانس محاسبه می شوند.

$S_B$  (توان ظاهری مبنا)،  $V_{B_1}$  (ولتاژ مبنا در طرف اولیه) و  $V_{B_2}$  (ولتاژ مبنا در طرف ثانویه) که معمولاً مقادیر نامی هستند را انتخاب می کنیم و مقادیر مبنای جریان و امپدانس را محاسبه می کنیم:

$$I_{B_1} = \frac{S_B}{V_{B_1}}, \quad Z_{B_1} = \frac{V_{B_1}}{I_{B_1}} = \frac{V_{B_1}}{\frac{S_B}{V_{B_1}}} = \frac{V_{B_1}^2}{S_B}, \quad I_{B_2} = \frac{S_B}{V_{B_2}}, \quad Z_{B_2} = \frac{V_{B_2}}{I_{B_2}} = \frac{V_{B_2}}{\frac{S_B}{V_{B_2}}} = \frac{V_{B_2}^2}{S_B}$$

$$\bar{S} = P + jQ \quad \xrightarrow{\text{pu}} \quad \bar{S}^{\text{pu}} = \frac{\bar{S}}{S_B} = \frac{P + jQ}{S_B} = \frac{P}{S_B} + j \frac{Q}{S_B} = P^{\text{pu}} + jQ^{\text{pu}}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$Z_{eq1}^{pu} = \frac{Z_{eq1}}{Z_{B1}} = \frac{R_{eq1} + jX_{eq1}}{Z_{B1}} = \frac{R_{eq1}}{Z_{B1}} + j \frac{X_{eq1}}{Z_{B1}} = R_{eq1}^{pu} + jX_{eq1}^{pu}$$

$$\bar{S}^{pu} = \frac{\bar{S}}{S_B}, \quad V_1^{pu} = \frac{V_1}{V_{B1}}, \quad V_2^{pu} = \frac{V_2}{V_{B2}}, \quad I_1^{pu} = \frac{I_1}{I_{B1}}, \quad I_2^{pu} = \frac{I_2}{I_{B2}}, \quad Z_{eq1}^{pu} = \frac{Z_{eq1}}{Z_{B1}}, \quad Z_{eq2}^{pu} = \frac{Z_{eq2}}{Z_{B2}}$$

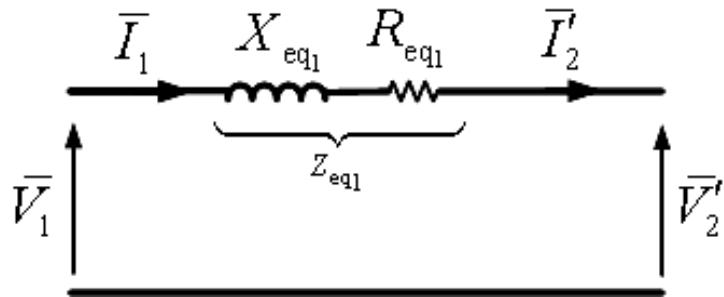
اگر مقادیر مبنا همان مقادیر نامی انتخاب شوند و از جریان شاخه موازی نیز صرفه نظر شود:

$$I_1^{pu} = \frac{I_1}{I_{B1}} = \frac{\frac{I_2}{a}}{\frac{I_{B2}}{a}} = \frac{I_2}{I_{B2}} = I_2^{pu} \Rightarrow I_1^{pu} = I_2^{pu} = I_{pu}$$

$$Z_{eq1}^{pu} = \frac{Z_{eq1}}{Z_{B1}} = \frac{a^2 Z_{eq2}}{a^2 Z_{B2}} = \frac{Z_{eq2}}{Z_{B2}} = Z_{eq2}^{pu} \Rightarrow Z_{eq1}^{pu} = Z_{eq2}^{pu} = Z_{eq}^{pu}$$

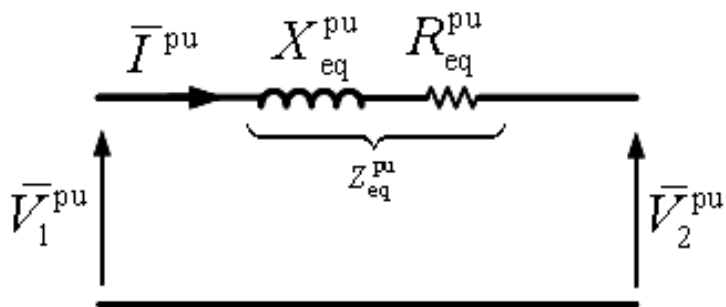
# فصل اول: ترانسفورماتور

مدار معادل تقریبی بر حسب pu



$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2' + Z_{eq1} \bar{I}_1 \rightarrow \frac{\bar{V}_1}{V_{B1}} = \frac{\bar{V}_2'}{V_{B1}} + \frac{Z_{eq1} \bar{I}_1}{V_{B1}} \Rightarrow \bar{V}_1^{pu} = \frac{a \bar{V}_2}{a V_{B2}} + \frac{Z_{eq1} \bar{I}_1}{Z_{B1} I_{B1}}$$

$$\Rightarrow \bar{V}_1^{pu} = \bar{V}_2^{pu} + Z_{eq1}^{pu} \bar{I}_1^{pu} \Rightarrow \bar{V}_1^{pu} = \bar{V}_2^{pu} + Z_{eq}^{pu} \bar{I}^{pu}$$



# فصل اول: ترانسفورماتور

تلفات مسی بار کامل بر حسب pu

$$P_{cu,n}^{pu} = \frac{R_{eq1} I_{1,n}^2}{S_{B,n}} = \frac{R_{eq1} I_{1,n}^2}{V_{B1,n} I_{B1,n}} = \frac{R_{eq1} I_{1,n}^2}{V_{B1,n} I_{B1,n} \frac{I_{1,n}^2}{I_{1,n}^2}} = \frac{R_{eq1}}{V_{B1,n}} = \frac{R_{eq1}}{Z_{B1}} = R_{eq1}^{pu} = R_{eq}^{pu} \Rightarrow P_{cu,n}^{pu} = R_{eq}^{pu}$$

مثال: یک ترانس تکفاز 200 KVA، 2100/210 V و 60 هرتز دارای مشخصات زیر است:

- در شرایط اتصال کوتاه سیم پیچ فشار ضعیف، مقاومت ظاهری (امپدانس) اندازه گیری شده در طرف فشار قوی برابر  $\Omega (0.25 + j1.5)$  است.
  - در شرایط باز بودن طرف فشار قوی ادمیتانس اندازه گیری شده در طرف فشار ضعیف برابر  $\Omega (0.025 - j0.075)$  است.
- الف) با انتخاب مقادیر نامی ترانس به عنوان مبنا، توان، ولتاژ، جریان و مقاومت ظاهری مبنا را برای هر دو طرف ترانس پیدا کنید.



## فصل اول: ترانسفورماتور

ب) مقادیر اهمی معادل و مقاومت نشتی (راکتانس) معادل بر حسب مقادیر نسبی را به دست آورید و مدار معادل را رسم کنید.

ج) جریان تحریک بر حسب پریونیت در ولتاژ نامی چقدر است؟ (  $I_e$  جریان شاخه موازی)

د) مقادیر نسبی تلفات کل ترانس در بار کامل خروجی چقدر است؟

ه) مقادیر بازده و تنظیم ولتاژ ترانس را در 75% بار کامل و ضریب توان 0.6 پسفاز به دست آورید. (برای محاسبه تنظیم ولتاژ از مدار معادل قسمت ب) استفاده کنید.)

(حل: الف)

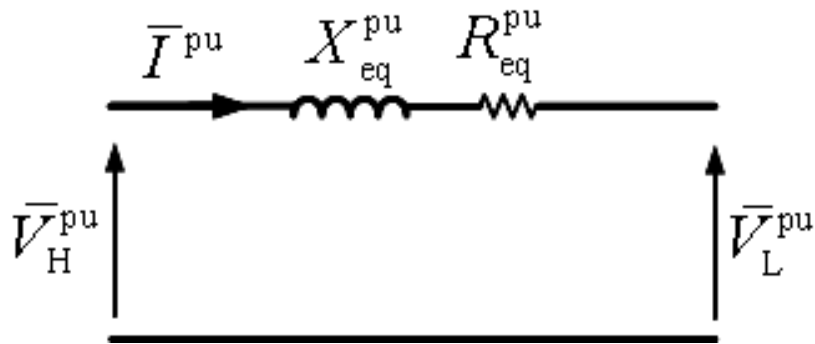
$$S_B = 200 \text{ KVA} , V_{B_H} = 2100 \text{ V} , I_{B_H} = \frac{200 \times 10^3}{2100} = 95.24 \text{ A}$$

$$Z_{B_H} = \frac{(2100)^2}{200 \times 10^3} = 22.05 \Omega , V_{B_L} = 210 \text{ V} , I_{B_L} = \frac{200 \times 10^3}{210} = 952.4 \text{ A}$$

$$Z_{B_L} = \frac{(210)^2}{200 \times 10^3} = 0.2205 \Omega$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

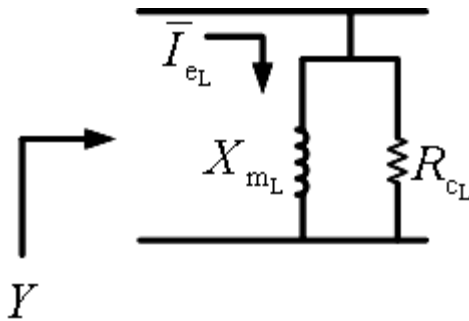
(ب)



$$Z_{eqH}^{pu} = \frac{Z_{eqH}}{Z_{B_H}} = \frac{0.25 + j1.5}{22.05}$$

$$= 0.01134 + j0.068 = R_{eq}^{pu} + jX_{eq}^{pu}$$

(ج)



$$Y = \frac{1}{R_{cL}} + \frac{1}{jX_{mL}} = \frac{1}{R_{cL}} - j\frac{1}{X_{mL}} = (0.025 - j0.075) \text{ } \bar{U}$$

$$|\bar{I}_{eL}^{pu}| = \frac{|\bar{I}_{eL}|}{I_{B_L}} = \frac{|\bar{I}_{eL}|}{I_{B_L}} = \frac{|YV_L|}{I_{B_L}} = \frac{|Y||V_L|}{I_{B_L}}$$

$$= \frac{\sqrt{0.025^2 + 0.075^2} \times 210}{952.4} = 0.01743 \text{ pu}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$P_c = \frac{|V_L|^2}{R_{c_L}} = |V_L|^2 \frac{1}{R_{c_L}} = 210^2 \times 0.025 = 1102.5 \text{ W}$$

$$P_c^{\text{pu}} = \frac{1102.5}{200000} = 0.00551 \text{ pu} , P_{\text{cu,n}}^{\text{pu}} = R_{\text{eq}}^{\text{pu}} = 0.01134 \text{ pu}$$

$$P_{\text{Loss,n}}^{\text{pu}} = P_c^{\text{pu}} + P_{\text{cu,n}}^{\text{pu}} = 0.00551 + 0.01134 = 0.01685 \text{ pu}$$

$$P_{\text{out}}^{\text{pu}} = 1 \times 0.75 \times 0.6 = 0.45 \text{ pu}$$

$$\% \eta = \frac{0.45}{0.45 + 0.00551 + 0.01134 \times 0.75^2} \times 100 = 97.4\%$$

$$\bar{V}_H^{\text{pu}} = \bar{V}_L^{\text{pu}} + Z_{\text{eq}}^{\text{pu}} I^{\text{pu}} = 1 \angle 0^\circ + (0.75 \angle -\cos^{-1}(0.6))(0.01134 + j0.068) = 1.0462^{\text{pu}} \angle 1.3^\circ$$

$$\Rightarrow \% VR = \frac{1.0462 - 1}{1} \times 100 = 4.62\%$$

(د)

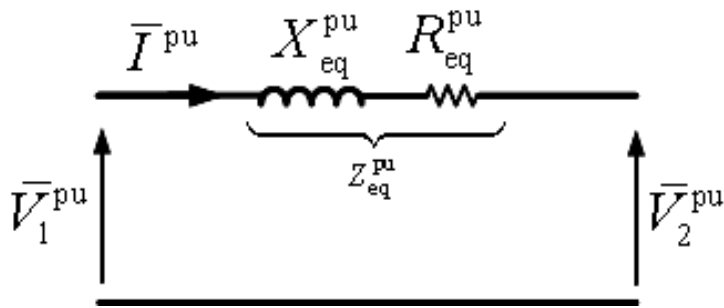
(ه)

# فصل اول: ترانسفورماتور

چند نکته:

۱- محاسبه تنظیم ولتاژ با مدار معادل پریونیت

فرض: بار نامی



$$|\bar{I}^{pu}| = 1^{pu} , |\bar{V}_2^{pu}| = 1^{pu}$$

می خواهیم بهترین حالت تنظیم ولتاژ را بررسی کنیم:  $|\bar{V}_1^{pu}| = |\bar{V}_2^{pu}| = 1^{pu}$

$$\bar{V}_2^{pu} = 1^{pu} \angle 0^\circ , \bar{I}^{pu} = 1^{pu} \angle \theta_2 , Z_{eq}^{pu} = |Z_{eq}^{pu}| \angle \theta_{eq} , \bar{V}_1^{pu} = 1 \angle \theta_{V_1}$$

$$\bar{V}_1^{pu} = \bar{V}_2^{pu} + Z_{eq}^{pu} \bar{I}^{pu} \Rightarrow 1 \angle \theta_{V_1} = 1^{pu} \angle 0^\circ + 1 \times |Z_{eq}^{pu}| \angle (\theta_2 + \theta_{eq})$$

$$\Rightarrow |1 \angle \theta_{V_1}| = |1^{pu} \angle 0^\circ + 1 \times |Z_{eq}^{pu}| \angle (\theta_2 + \theta_{eq})|$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\Rightarrow 1 = \left| 1 + |Z_{eq}^{pu}| \cos(\theta_2 + \theta_{eq}) + j |Z_{eq}^{pu}| \sin(\theta_2 + \theta_{eq}) \right|$$

$$\Rightarrow 1 = \sqrt{(1 + |Z_{eq}^{pu}| \cos(\theta_2 + \theta_{eq}))^2 + |Z_{eq}^{pu}|^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_{eq})}$$

$$\Rightarrow 1 = (1 + |Z_{eq}^{pu}| \cos(\theta_2 + \theta_{eq}))^2 + |Z_{eq}^{pu}|^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_{eq})$$

$$\Rightarrow 1 = 1 + |Z_{eq}^{pu}|^2 \cos^2(\theta_2 + \theta_{eq}) + 2 |Z_{eq}^{pu}| \cos(\theta_2 + \theta_{eq}) + |Z_{eq}^{pu}|^2 \sin^2(\theta_2 + \theta_{eq})$$

$$\Rightarrow 0 = |Z_{eq}^{pu}|^2 + 2 |Z_{eq}^{pu}| \cos(\theta_2 + \theta_{eq}) \Rightarrow |Z_{eq}^{pu}| = -2 \cos(\theta_2 + \theta_{eq})$$

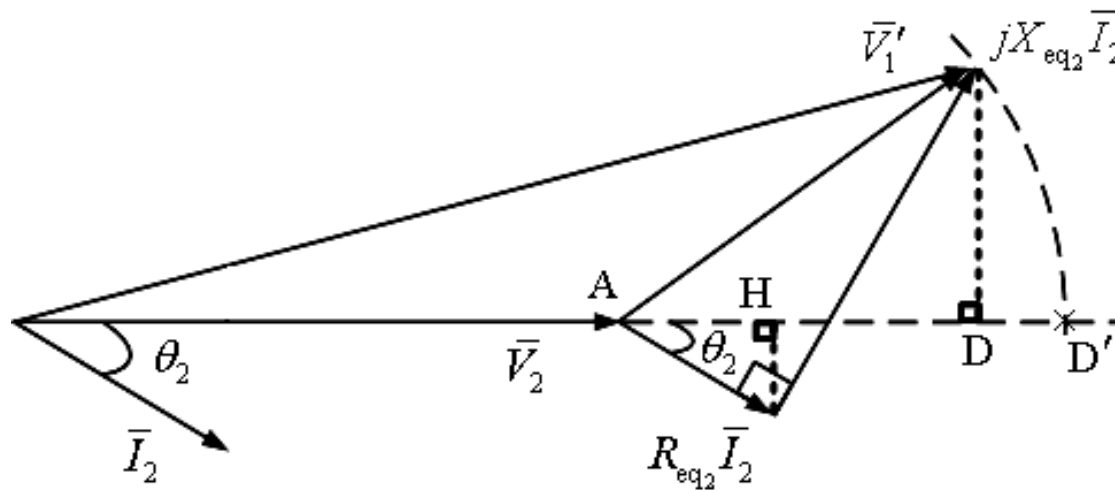
$$\Rightarrow \cos(\theta_2 + \theta_{eq}) = -\frac{1}{2} |Z_{eq}^{pu}| \Rightarrow \theta_2 = 180^\circ - \theta_{eq} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{2} |Z_{eq}^{pu}|\right)$$

$$\text{داشتیم} : \theta_2 = 180^\circ - \theta_{eq_2} - \cos^{-1}\left(\frac{1}{2} \frac{|Z_{eq_2}| |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|}\right)$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

۲- مفاهیم مقاومت در صد و راکتانس در صد و ارتباط آنها با تنظیم ولتاژ به روش تقریبی

فرض: بار اهمی - سلفی



$$|\bar{V}_1'| - |\bar{V}_2| = AD' \approx AD = AH + HD = R_{eq2} |\bar{I}_2| \cos \theta_2 + X_{eq2} |\bar{I}_2| \sin \theta_2$$

$$\% VR = \frac{|\bar{V}_1'| - |\bar{V}_2|}{|\bar{V}_2|} \times 100 = \frac{R_{eq2} |\bar{I}_2| \cos \theta_2 + X_{eq2} |\bar{I}_2| \sin \theta_2}{|\bar{V}_2|} \times 100$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$V_r = \text{در صد افت اهمی} \triangleq \frac{R_{eq2} |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \times 100 \quad \parallel \quad \text{مقاومت در صد} = \% R_{eq}$$

به ازای جریان  
و ولتاژ نامی

$$V_x = \text{در صد افت سلفی} \triangleq \frac{X_{eq2} |\bar{I}_2|}{|\bar{V}_2|} \times 100 \quad \parallel \quad \text{راکتانس در صد} = \% X_{eq}$$

به ازای جریان  
و ولتاژ نامی

$$\% VR = V_r \cos \theta_2 + V_x \sin \theta_2 \quad \parallel \quad = \% R_{eq} \cos \theta_2 + \% X_{eq} \sin \theta_2$$

به ازای جریان  
و ولتاژ نامی

## فصل اول: ترانسفورماتور

مثال: در ترانس با قدرت 500 KVA ،  $R_{eq} = 2.5\%$  و  $X_{eq} = 5\%$  ، اگر  $S_x = 400^{KVA}$  و  $\cos \theta_x = 0.8 \text{ lag}$  مطلوب است  $\% VR$  ؟

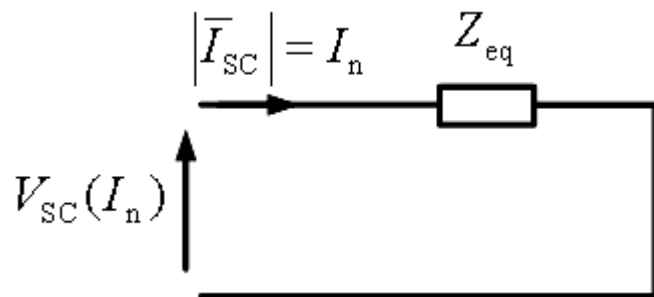
حل:

$$\frac{I_{2,x}}{I_{2,n}} = \frac{S_{2,x}}{S_{2,n}} = \frac{400}{500} = 0.8 , \quad \% VR = \frac{R_{eq_2} I_{2,x}}{V_2} \cos \theta_2 \times 100 + \frac{X_{eq_2} I_{2,x}}{V_2} \sin \theta_2 \times 100$$

$$\Rightarrow \% VR = \frac{R_{eq_2} I_{2,n}}{V_2} \cos \theta_2 \times \frac{I_{2,x}}{I_{2,n}} \times 100 + \frac{X_{eq_2} I_{2,n}}{V_2} \sin \theta_2 \times \frac{I_{2,x}}{I_{2,n}} \times 100$$

$$\Rightarrow \% VR = \% R_{eq} \cos \theta_2 \times 0.8 + \% X_{eq} \sin \theta_2 \times 0.8 = (2.5)(0.8)(0.8) + (5)(0.6)(0.8) = 4 \%$$

۳- ولتاژ نسبی اتصال کوتاه ( $\% u_k$ )



$$|V_{SC}(I_n)| = |Z_{eq} I_n| , \quad \% u_k = \frac{|V_{SC}(I_n)|}{V_n} \times 100$$



## فصل اول: ترانسفورماتور

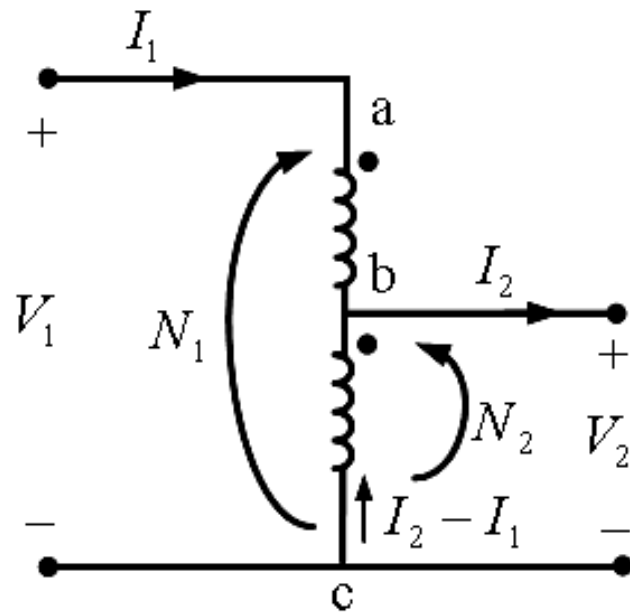
$$\Rightarrow \% u_k = \frac{|Z_{eq} I_n|}{V_n} \times 100 = \frac{|Z_{eq}|}{\frac{V_n}{I_n}} \times 100 = \frac{|Z_{eq}|}{Z_B} \times 100 = |Z_{eq}^{pu}| \times 100$$

نکته: هر چقدر  $\% u_k$  یک ترانس کمتر باشد،  $|Z_{eq}^{pu}|$  آن کمتر و در نتیجه بازده ترانس بیشتر است. (تلفات کمتر)

### اتوترانسفورماتور

اتوترانسفورماتورها اتصال خاصی از ترانسفورماتورها هستند که توسط آنها می توان به ولتاژ متغیر ac دست یافت. اتوترانسفورماتور حاوی یک سیم پیچی مشترک پیچیده شده بر روی هسته می باشد. در واقع سیم پیچی دوم توسط یک پایانه لغزنده به عنوان بخشی از سیم پیچ اول تشکیل می شود. بنابراین تعداد دور  $N_2$  می تواند متغیر باشد. لذا با فرض ولتاژ اولیه ثابت، اتوترانس ولتاژ خروجی متغیری را می تواند تولید کند.

## فصل اول: ترانسفورماتور



$$\text{if } N_2 = 0 \Rightarrow V_2 = 0$$

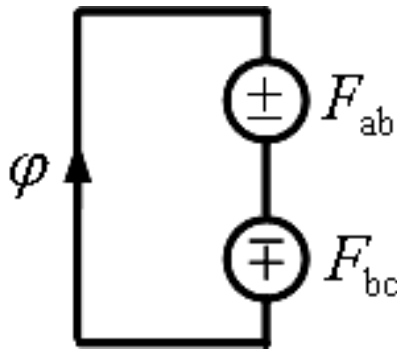
$$\text{if } N_2 = N_1 \Rightarrow V_2 = V_1$$

$$\Rightarrow 0 \leq N_2 \leq N_1, \quad 0 \leq V_2 \leq V_1$$

برخلاف ترانسفورماتور که در آن دو سیم پیچ اولیه و ثانویه با هم اتصال الکتریکی ندارند و فقط پیوند مغناطیسی بین آنها برقرار است، در اتوترانس علاوه بر پیوند مغناطیسی، پیوند الکتریکی نیز بین سیم پیچ‌های اولیه و ثانویه که توأم سیم پیچی مشترکی را تشکیل می‌دهند، وجود دارد. روابط اساسی ترانسفورماتورهای ایده آل در اینجا نیز برقرار است:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad \textcircled{1}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور



$$\begin{cases} F_{ab} = (N_1 - N_2)I_1 \\ F_{bc} = N_2(I_2 - I_1) \end{cases} \rightarrow F_{ab} - F_{bc} = 0 \Rightarrow F_{ab} = F_{bc}$$

$$\Rightarrow (N_1 - N_2)I_1 = N_2(I_2 - I_1) \Rightarrow N_1I_1 - N_2I_1 = N_2I_2 - N_2I_1$$

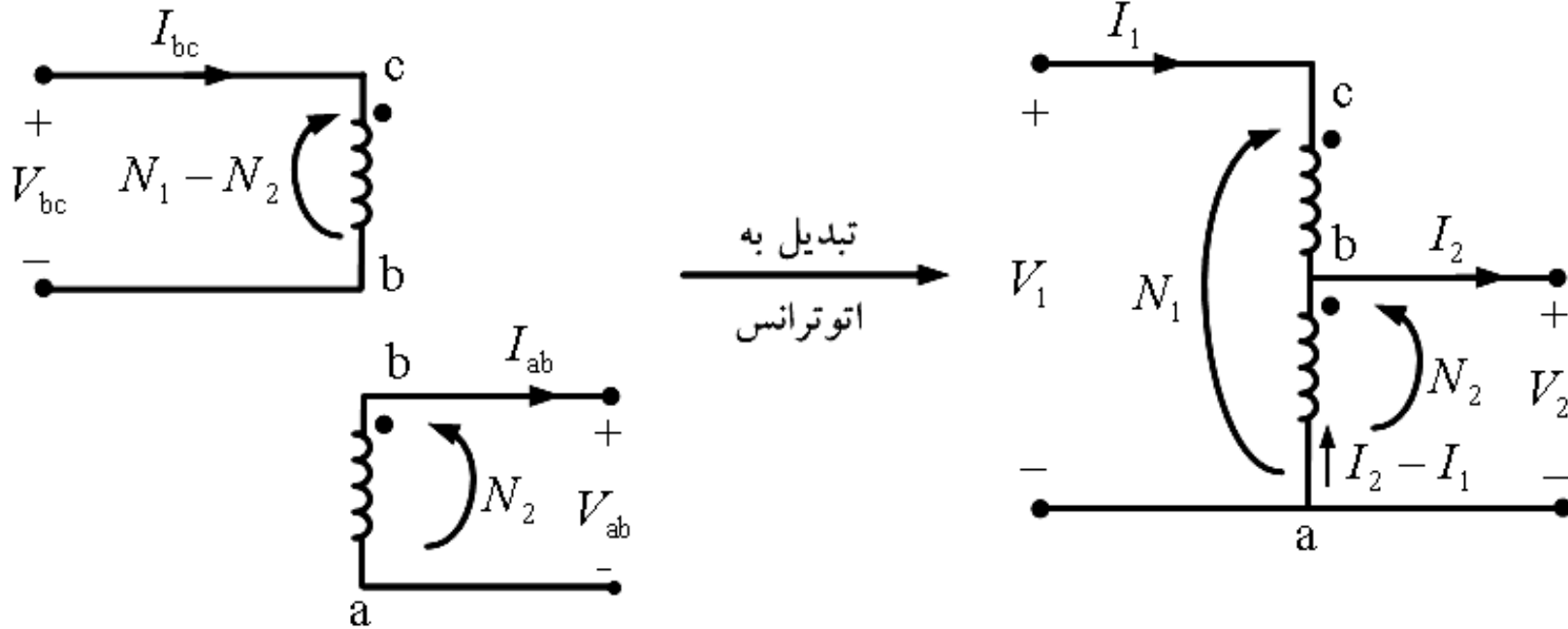
$$\Rightarrow N_1I_1 = N_2I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow V_1I_1 = V_2I_2$$

مزایای عمده اتوترانس نسبت به ترانس معمولی عبارت است از:

- ۱- شار نشتی کمتر است. ۲- هسته کوچکتر است. ۳- تلفات اتوترانس کمتر است.
  - ۴- قابلیت تولید ولتاژ متغیر ac را دارد. ۵- توان ظاهری اتوترانس بیشتر است.
  - ۶- در مصرف هادی (مس) صرفه جویی می شود.
- تنها نکته منفی در رابطه با اتوترانس آن است که بین سیم پیچی ها اتصال الکتریکی وجود دارد.

# فصل اول: ترانسفورماتور



$$S_T = V_{bc} I_{bc} = V_{ab} I_{ab}$$

$$S_A = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

حداکثر جریان مجاز:  $I_{bc} = I_1$

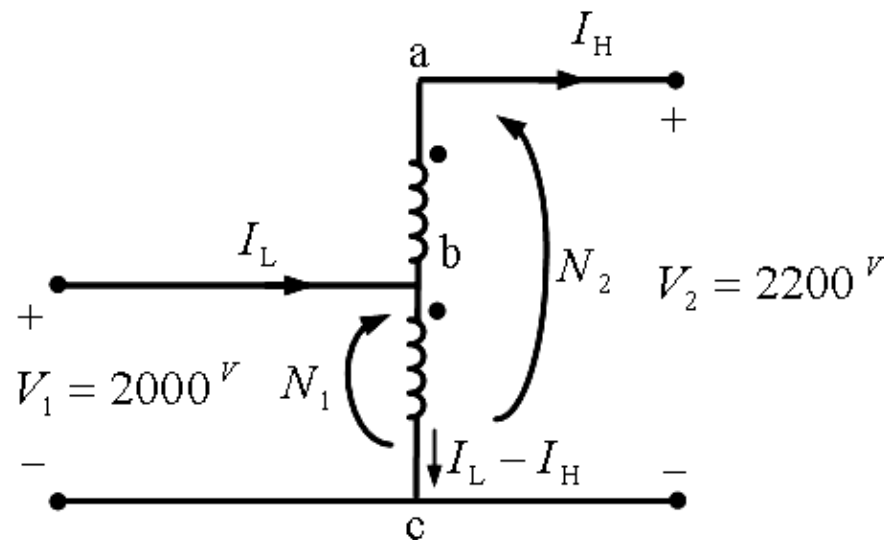
حداکثر ولتاژ مجاز:  $V_{bc} = V_1 - V_2 = V_1 - \frac{N_2}{N_1} V_1 = V_1 \frac{N_1 - N_2}{N_1}$  }  $\Rightarrow S_T = V_1 I_1 \frac{N_1 - N_2}{N_1}$

$\Rightarrow S_T = S_A \frac{N_1 - N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{S_T}{S_A} = \frac{N_1 - N_2}{N_1} \rightarrow S_A > S_T$  به علت وجود ارتباط مغناطیسی و الکتریکی

## فصل اول: ترانسفورماتور

مثال: سیم پیچی های یک ترانس تکفاز 100 KVA و 2000/200 V به طور سری به یکدیگر وصل می شوند تا یک اتوترانسفورماتور مانند شکل زیر تشکیل دهند. مطلوب است تعیین نسبت تبدیل اتوترانس در حالت مدار باز و نیز توان مجاز اتوترانس به شرطی که جریان سیم پیچی ها از جریان بار کامل تجاوز نکنند.

حل:



$$a_A = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2000}{2200} = 0.909$$

مجاز

$$I_{ab} = \frac{100 \times 10^3}{200} = 500 \text{ A}$$

مجاز

$$I_{bc} = \frac{100 \times 10^3}{2000} = 50 \text{ A}$$

$$S_A = V_1 I_L = V_2 I_H = (2000)(550) \\ = (2200)(500) = 1100 \text{ KVA}$$

$$\Rightarrow K = \frac{\text{توان نامی اتوترانس}}{\text{توان نامی ترانس}} = \frac{1100 \text{ KVA}}{100 \text{ KVA}} = 11 \quad \text{نسبت توان های نامی مجاز}$$

# فصل اول: ترانسفورماتور

## اصول کار موازی ترانسفورماتور

محاسن موازی کردن ترانسفورماتورها عبارت است از:

۱- با دو یا چند ترانسفورماتور، سیستم قدرت از اطمینان بیشتری برخوردار خواهد بود. (مورد: خطا در یکی از ترانس ها)

۲- ترانسفورماتورها می توانند بر حسب قدرت مورد نیاز قطع یا وصل شوند. در این حالت، تلفات ترانس کاهش می یابد و سیستم در عمل کارآمدتر و اقتصادی تر می شود.

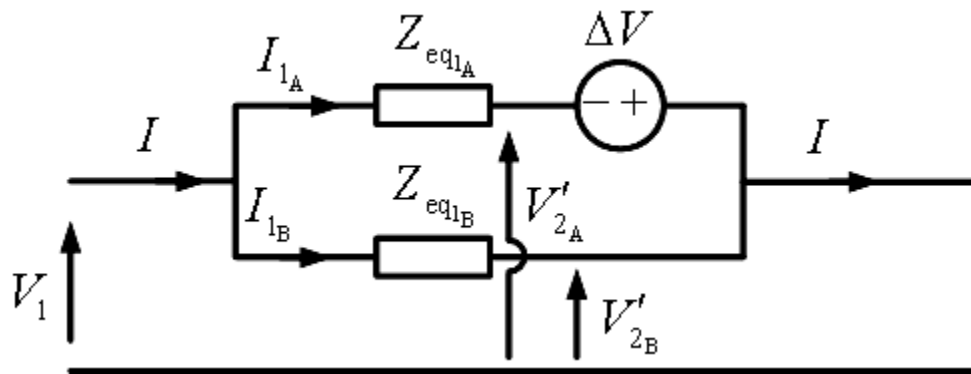
۳- در جایی که دو یا چند ترانس به طور موازی با هم کار می کنند، هزینه واحد یدکی کمتر است.

### شرایط اتصال موازی:

۱- اتصال ترمینالها به یکدیگر بر حسب مثبت یا منفی بودنشان بایستی به طور صحیح انجام گیرد. (اتصال سرهای هم پلاریته به یکدیگر)

## فصل اول: ترانسفورماتور

۲- ولتاژهای اولیه دو ترانس با هم و ولتاژهای ثانویه آنها نیز با هم مساوی باشند. اگر شرط فوق برقرار نباشد، حداقل باید نسبت تبدیل دو ترانس مساوی باشد. در غیر این صورت جریان متعادل کننده ای (حتی در حالت بی باری سیستم) ایجاد می شود که موجب افزایش تلفات و کاهش توان مجاز سیستم می گردد.



سیستم بدون بار:

$$I = 0 \Rightarrow I_{1A} = -I_{1B}$$

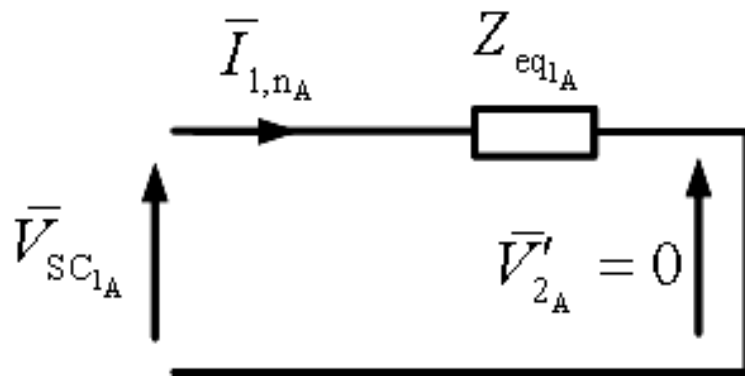
$$\begin{cases} V_1 = V'_{2A} + I_{1A} Z_{eq1A} \\ V_1 = V'_{2B} + I_{1B} Z_{eq1B} \end{cases} \Rightarrow V'_{2A} + I_{1A} Z_{eq1A} = V'_{2B} + I_{1B} Z_{eq1B} \Rightarrow I_{1A} Z_{eq1A} - I_{1B} Z_{eq1B} = V'_{2B} - V'_{2A}$$

$$\Rightarrow (Z_{eq1A} + Z_{eq1B}) I_{1A} = V'_{2B} - V'_{2A} = \Delta V \Rightarrow I_{1A} = \frac{\Delta V}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} = I_a$$

جریان متعادل کننده:

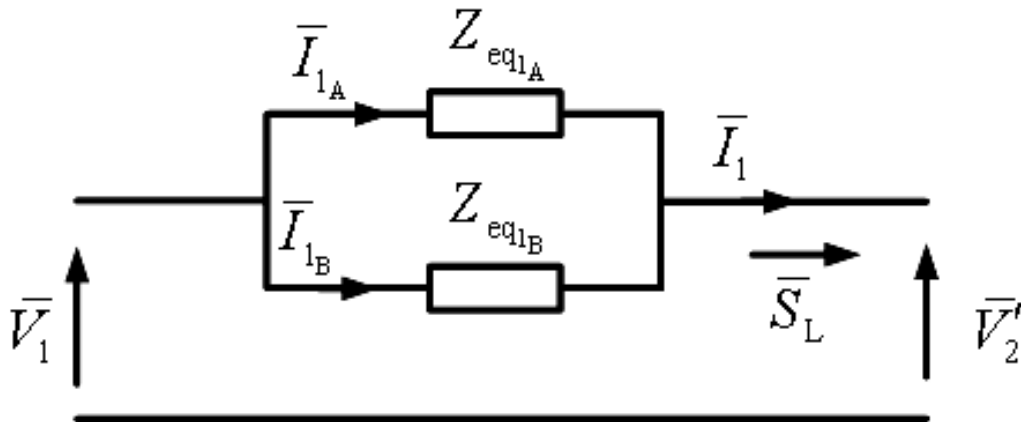
## فصل اول: ترانسفورماتور

۳- ولتاژ نسبی اتصال کوتاه نامی ( $u_k$  %) دو ترانسفورماتور با هم مساوی باشند.



$$\begin{aligned} |\bar{V}_{SC1A}| = |\bar{V}_{SC1B}| &\Rightarrow |Z_{eq1A} \bar{I}_{1,nA}| = |Z_{eq1B} \bar{I}_{1,nB}| \\ \Rightarrow \frac{|Z_{eq1B}|}{|Z_{eq1A}|} &= \frac{|\bar{I}_{1,nA}|}{|\bar{I}_{1,nB}|} = \frac{|\bar{S}_{nA}|}{|\bar{S}_{nB}|} \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

اگر شرط سوم برقرار نباشد، با فرض برقرار بودن شرط دوم داریم:



$$\begin{cases} \bar{S}_A = \bar{V}'_2 \bar{I}_{1A}^* \\ \bar{S}_B = \bar{V}'_2 \bar{I}_{1B}^* \end{cases} \Rightarrow \frac{\bar{S}_A}{\bar{S}_B} = \frac{\bar{I}_{1A}^*}{\bar{I}_{1B}^*}$$



## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\bar{I}_{1A} = \bar{I}_1 \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}}, \quad \bar{I}_{1B} = \bar{I}_1 \frac{Z_{eq1A}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}}$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{1A}^* = \bar{I}_1^* \left( \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^*, \quad \bar{I}_{1B}^* = \bar{I}_1^* \left( \frac{Z_{eq1A}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^*$$

$$\Rightarrow \bar{V}_2' \bar{I}_{1A}^* = \bar{V}_2' \bar{I}_1^* \left( \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^*, \quad \bar{V}_2' \bar{I}_{1B}^* = \bar{V}_2' \bar{I}_1^* \left( \frac{Z_{eq1A}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^*$$

$$\bar{S}_L = \bar{V}_2' \bar{I}_1^* \Rightarrow \bar{S}_A = \bar{S}_L \left( \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^*, \quad \bar{S}_B = \bar{S}_L \left( \frac{Z_{eq1A}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^*$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{S}_A}{\bar{S}_B} = \left( \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A}} \right)^* = \frac{R_{eq1B} - jX_{eq1B}}{R_{eq1A} - jX_{eq1A}} \Rightarrow \left| \frac{\bar{S}_A}{\bar{S}_B} \right| = \left| \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A}} \right| \quad \textcircled{2}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

از مقایسه روابط ① و ② نتیجه می گیریم که:

$$\left| \frac{\bar{S}_A}{\bar{S}_B} \right| = \left| \frac{S_{n_A}}{S_{n_B}} \right|$$

بنابراین اگر شرط سوم برقرار نباشد، ترانس ها به نسبت توان های نامی خود زیر بار نمی روند. این امر موجب گرم شدن نامناسب ترانس کوچکتر و کاهش عمر کلی سیستم می گردد.

۴- نسبت مقاومت های معادل اهمی دو ترانس باید برابر نسبت مقاومت های القایی دو ترانس باشد.

$$\frac{R_{eq1A}}{R_{eq1B}} = \frac{X_{eq1A}}{X_{eq1B}}$$

از قسمت قبل داریم:

$$\frac{\bar{S}_A}{\bar{S}_B} = \left( \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A}} \right)^* = \frac{R_{eq1B} - jX_{eq1B}}{R_{eq1A} - jX_{eq1A}} = \frac{R_{eq1B} - jX_{eq1B}}{\frac{X_{eq1A}}{X_{eq1B}} R_{eq1B} - jX_{eq1A}} = \frac{R_{eq1B} - jX_{eq1B}}{\frac{X_{eq1A}}{X_{eq1B}} (R_{eq1B} - jX_{eq1B})} = \frac{X_{eq1B}}{X_{eq1A}}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\Rightarrow \frac{\bar{S}_A}{\bar{S}_B} = \frac{\bar{I}_{1A}^*}{\bar{I}_{1B}^*} = \frac{X_{eq1B}}{X_{eq1A}} = \text{یک عدد حقیقی}$$

با توجه به شرط چهارم نتیجه می گیریم که با برقرار بودن آن شرط، نسبت جریان های (فازورهای جریان) دو ترانس عددی حقیقی می شود، یعنی جریان ها همفاز هستند. در صورتی که شرط چهارم برقرار نباشد موجب می شود که ترانسی که ضریب توان کمتری دارد جریان بیشتری از مقدار مطلوب خود عبور دهد و لذا بیش از اندازه گرم شود و موجب افزایش تلفات و کاهش عمر سیستم گردد.

مثال: دو ترانس تکفاز با نسبت تبدیل یکسان و قدرت های نامی 600 KVA و 500 KVA به طور موازی متصل شده و بار 1000 KVA را در ضریب توان 0.8 پسفاز تغذیه می کنند. مقاومت اهمی و القایی ترانس اول به ترتیب 3% و 6.5% و ترانس دوم 1.5% و 8% است. ضریب توان و توان ظاهری هر ترانس را پیدا کنید.

## فصل اول: ترانسفورماتور

حل: مقادیر امپدانس ها را در مبنای مشترک 1000 KVA پیدا می کنیم:

$$Z_{pu}^{old} = \frac{Z}{Z_B^{old}}, \quad Z_{pu}^{new} = \frac{Z}{Z_B^{new}} \Rightarrow Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \frac{Z_B^{old}}{Z_B^{new}} = Z_{pu}^{old} \frac{V_B^{old^2} / S_B^{old}}{V_B^{new^2} / S_B^{new}}$$

$$\Rightarrow Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old} \left( \frac{S_B^{new}}{S_B^{old}} \right) \left( \frac{V_B^{old}}{V_B^{new}} \right)^2$$

$$Z_{eq1}^{pu} = (0.03 + j0.065) \times \frac{1000}{600} = (0.05 + j0.108) \text{ pu}$$

$$Z_{eq2}^{pu} = (0.015 + j0.08) \times \frac{1000}{500} = (0.03 + j0.16) \text{ pu}$$

$$\bar{S}_L = 1000^{KVA} \angle + \cos^{-1}(0.8) = 1000^{KVA} \angle 36.87^\circ = 800^{KW} + j600^{KVAR}$$

## فصل اول: ترانسفورماتور

$$\bar{S}_A = \bar{S}_L \left( \frac{Z_{eq1B}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^* = (1000 \angle 36.87^\circ) \left( \frac{0.03 - j0.16}{0.08 - j0.268} \right) = 582^{KVA} \angle 30.87^\circ$$

$$\bar{S}_B = \bar{S}_L \left( \frac{Z_{eq1A}}{Z_{eq1A} + Z_{eq1B}} \right)^* = (1000 \angle 36.87^\circ) \left( \frac{0.05 - j0.108}{0.08 - j0.268} \right) = 425.5^{KVA} \angle 45.09^\circ$$

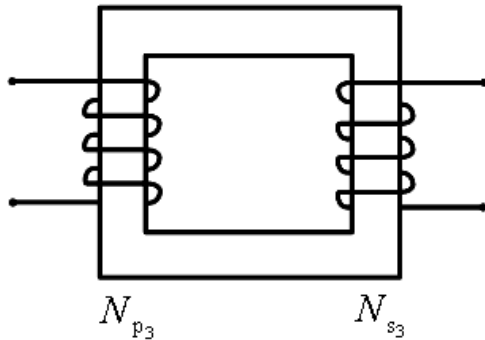
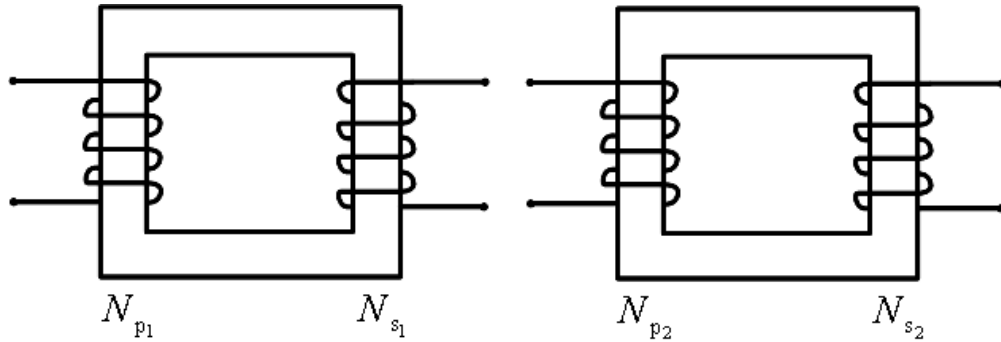
$$\Rightarrow |\bar{S}_A| = 582^{KVA}, PF_1 = \cos(30.87^\circ) = 0.858 \text{ lag}$$

$$\Rightarrow |\bar{S}_B| = 425.5^{KVA}, PF_2 = \cos(45.09^\circ) = 0.706 \text{ lag}$$

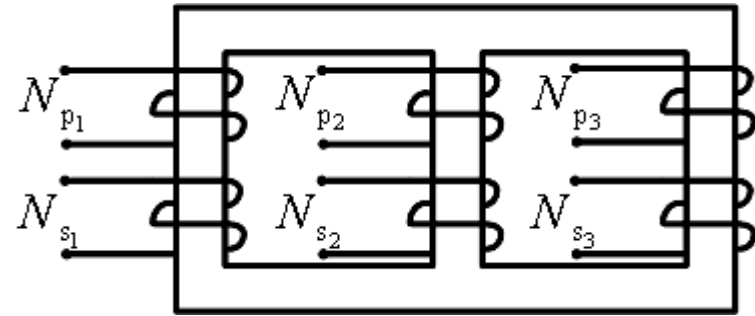
### ترانسفورماتور سه فاز

امروزه تقریباً تمام سیستم های تولید، انتقال و توزیع قدرت در دنیا، سیستم های سه فاز ac هستند. ترانس های سه فاز به دو روش می توانند ساخته شوند. یک روش ساده، استفاده از سه ترانس تکفاز و اتصال آنها به صورت سه فاز می باشد که به آن ترانس سه پارچه می گویند. روش دیگر، ساخت یک ترانسفورماتور سه فاز است که دارای سه سیم پیچی روی هسته مشترک می باشد و به آن ترانس یکپارچه می گویند.

# فصل اول: ترانسفورماتور



ترانس سه فاز سه پارچه



ترانس سه فاز یک پارچه

# فصل اول: ترانسفورماتور

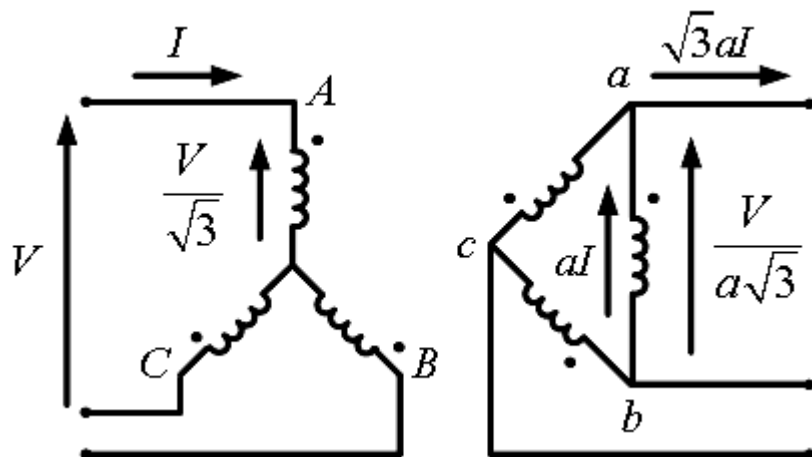
## اتصالات ترانسفورماتورهای سه فاز

هر یک از سیم پیچی های اولیه و ثانویه به صورت ستاره یا مثلث بسته می شوند. بنابراین از این نظر چهار نوع ترانس وجود دارد:

۱- ترانس  $Y/\Delta$     ۲- ترانس  $\Delta/Y$     ۳- ترانس  $\Delta/\Delta$     ۴- ترانس  $Y/Y$

نکته: نسبت تبدیل یک ترانس سه فاز، نسبت ولتاژهای خط بی باری اولیه به ثانویه است.

### ترانس ستاره - مثلث ( $Y/\Delta$ )

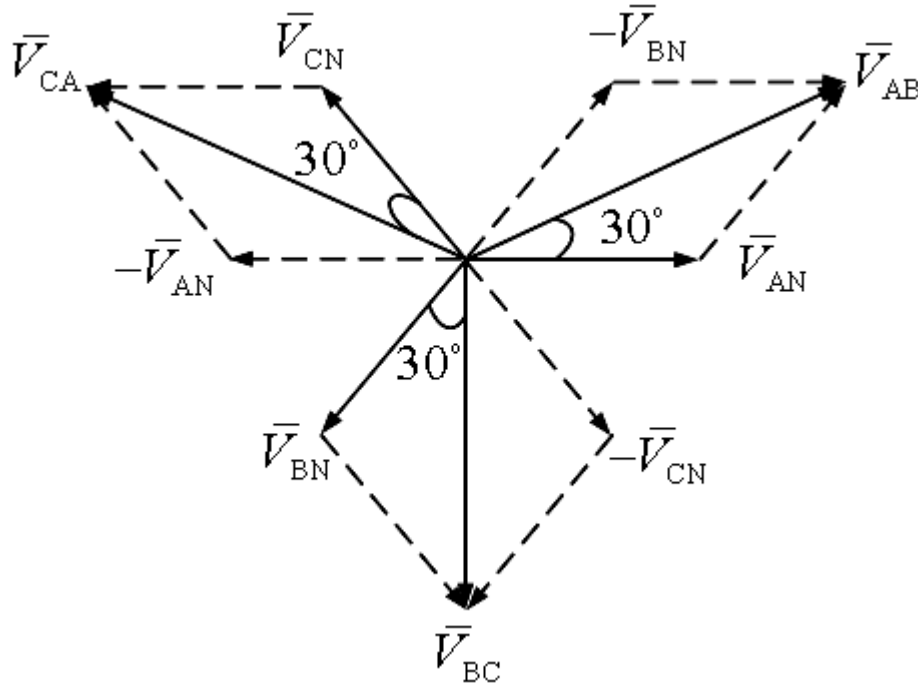


$$\frac{\text{ولتاژ خط اولیه}}{\text{ولتاژ خط ثانویه}} = \frac{V}{V/a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$$

نسبت تبدیل ترانس تکفاز :  $a$

نسبت تبدیل ترانس سه فاز :  $a\sqrt{3}$

## فصل اول: ترانسفورماتور



$$\bar{V}_{AN} = |V_P| \angle 0^\circ, \quad \bar{V}_{BN} = |V_P| \angle -120^\circ, \quad \bar{V}_{CN} = |V_P| \angle -240^\circ = |V_P| \angle 120^\circ$$

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{AN} + \bar{V}_{NB} = \bar{V}_{AN} - \bar{V}_{BN} = |V_P| \angle 0^\circ - |V_P| \angle -120^\circ$$

$$= |V_P| (\cos(0^\circ) + j \sin(0^\circ)) - |V_P| (\cos(-120^\circ) + j \sin(-120^\circ)) = \sqrt{3} |V_P| \angle 30^\circ$$



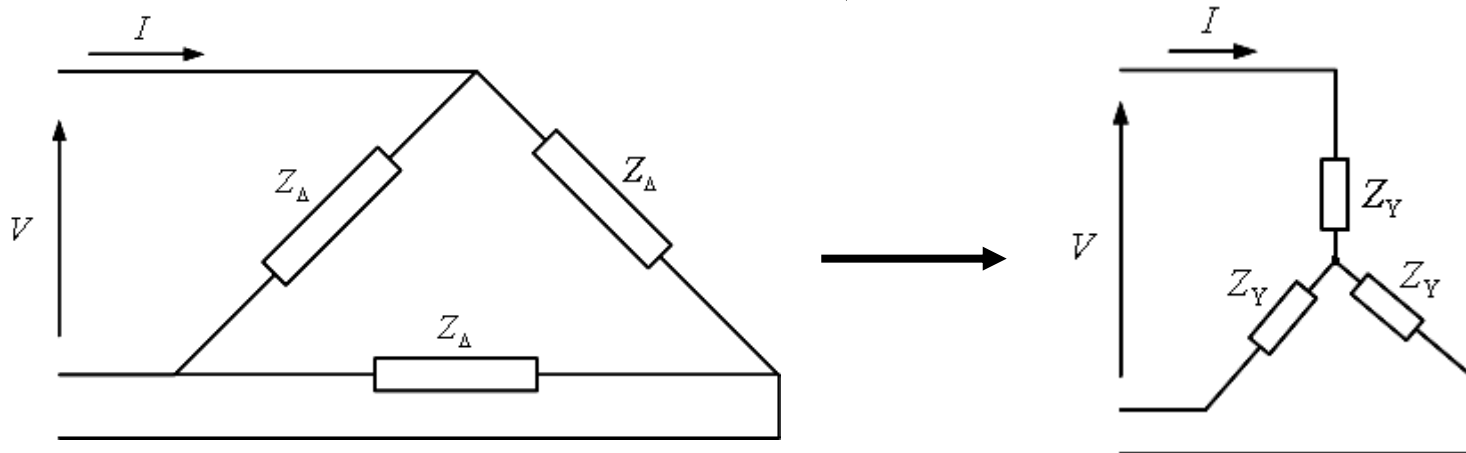
# فصل اول: ترانسفورماتور

## مدار معادل تکفاز

تحت شرایط:

- ۱- مشابه بودن فازهای ترانس (ترانس متشکل از سه ترانس مانند هم باشد).
- ۲- منبع تغذیه و بار ترانس متعادل باشند.

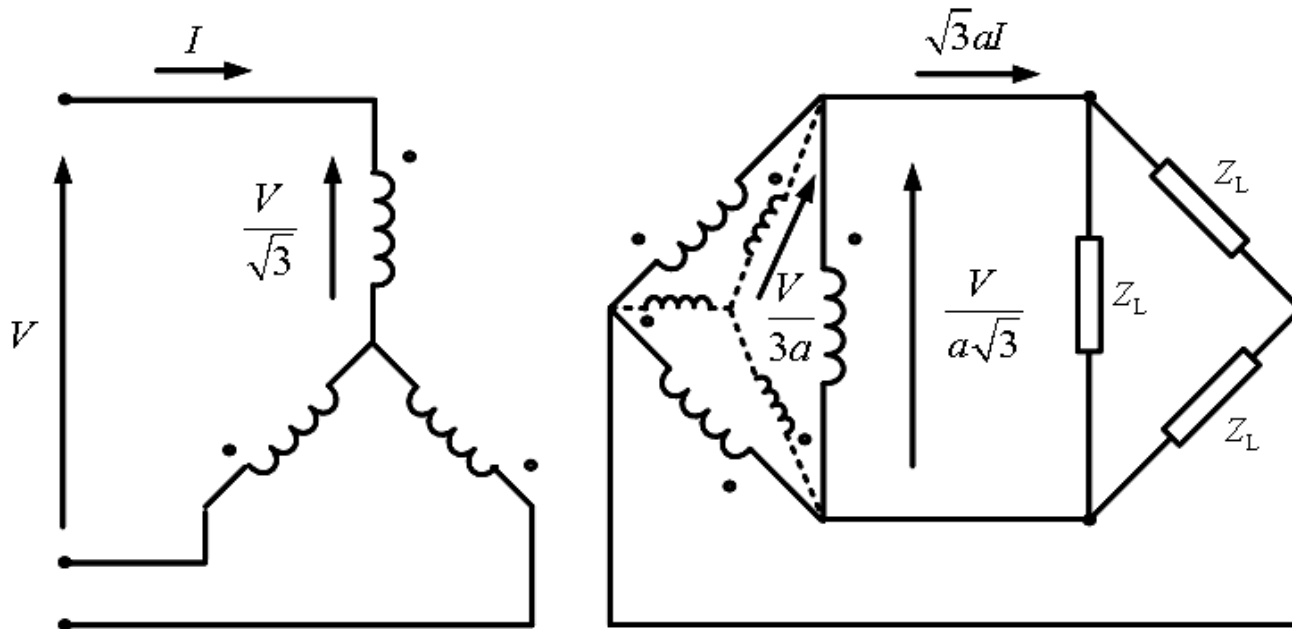
ترانس سه فاز به صورت متعادل کار کرده و تحلیل یکفاز آن برای به دست آوردن مقادیر متغیرها در هر سه فاز کفایت می کند. لذا مدار معادل تکفاز مورد استفاده قرار می گیرد. اگر اتصال ستاره-ستاره باشد، رسم مدار معادل تکفاز ساده است. در غیر این صورت طرف مثلث را به ستاره معادل تبدیل می کنیم:



## فصل اول: ترانسفورماتور

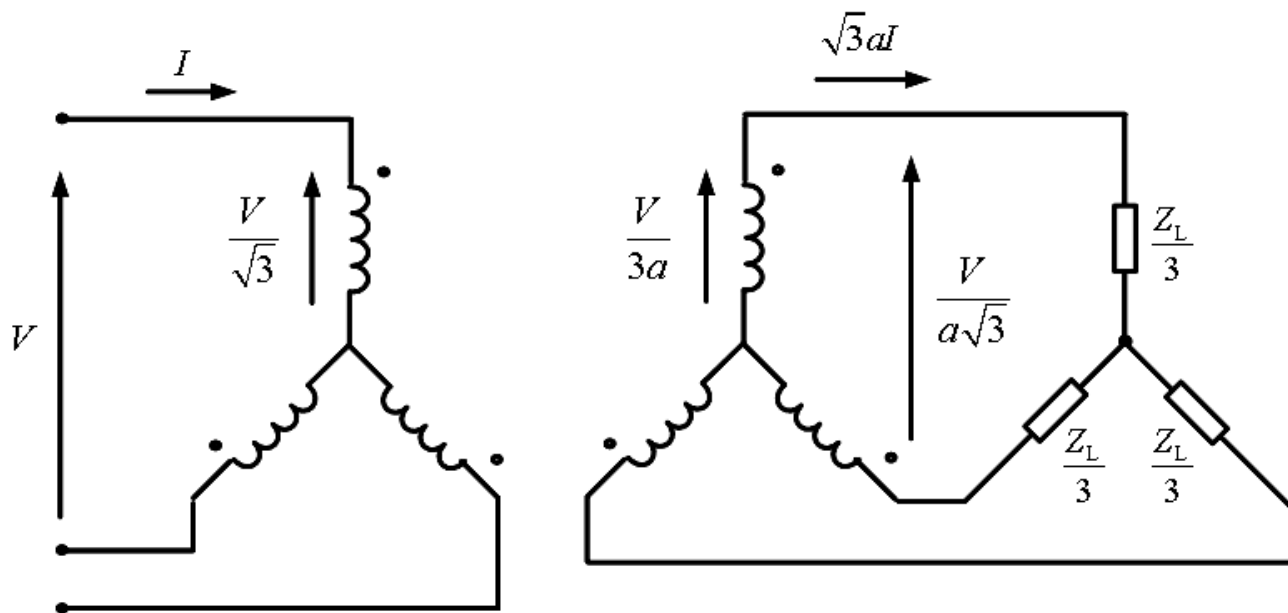
$$Z_{\Delta} = \frac{V}{I/\sqrt{3}} = \sqrt{3} \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{V}{I} = \frac{1}{\sqrt{3}} Z_{\Delta} , Z_Y = \frac{V/\sqrt{3}}{I} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{V}{I} = \sqrt{3} Z_Y$$

$$\Rightarrow \frac{V}{I} = \frac{1}{\sqrt{3}} Z_{\Delta} = \sqrt{3} Z_Y \Rightarrow Z_{\Delta} = 3Z_Y , Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$$

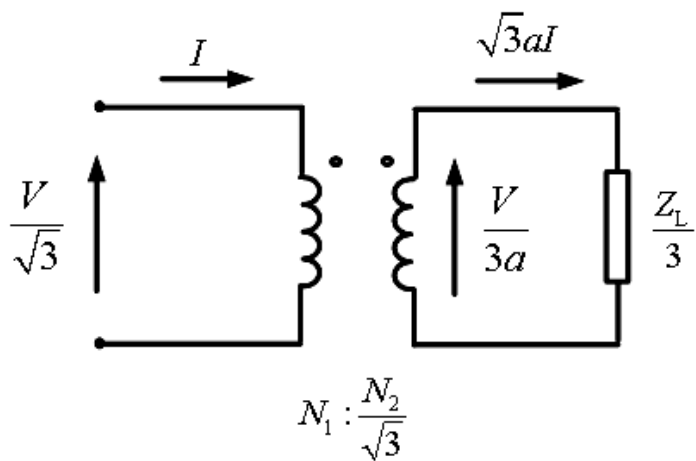


# فصل اول: ترانسفورماتور

معادل ستاره ثانویه:



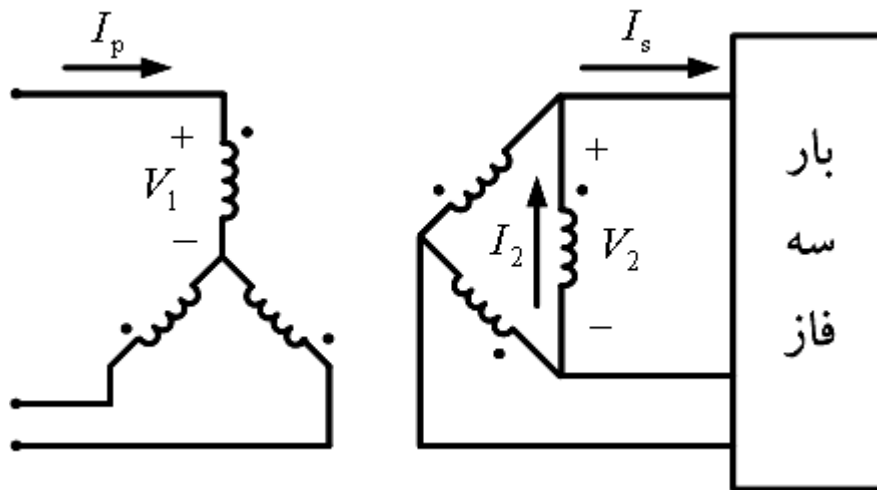
مدار معادل تکفاز مدار سه فاز ستاره - مثلث:



## فصل اول: ترانسفورماتور

مثال: سه ترانس تکفاز 50 KVA، 2300/230 V و 60 هرتز به هم متصل می شوند تا یک ترانس سه فاز 4000/230 V تشکیل دهند. مقاومت ظاهری هر ترانس ارجاع شده به طرف فشار ضعیف برابر  $Z_{eqL} = (0.012 + j0.016) \Omega$  است. این ترانس سه فاز یک بار سه فاز 120 KVA، 230 V با ضریب توان 0.85 پسفاز را تغذیه می کند. الف) نحوه اتصال ترانس را رسم کنید. ب) جریان سیم پیچی های ترانس را پیدا کنید. ج) ولتاژ خط طرف اولیه را تعیین کنید. د) تنظیم ولتاژ را به دست آورید.

حل: الف) با توجه به ولتاژهای نامی ترانسهای تکفاز و ترانس سه فاز در می یابیم که اتصال ستاره - مثلث است:



$$S_{3ph} = \sqrt{3}V_L I_L = 3V_{ph} I_{ph}$$

$$(\sqrt{3})(2300) \approx 4000 V$$

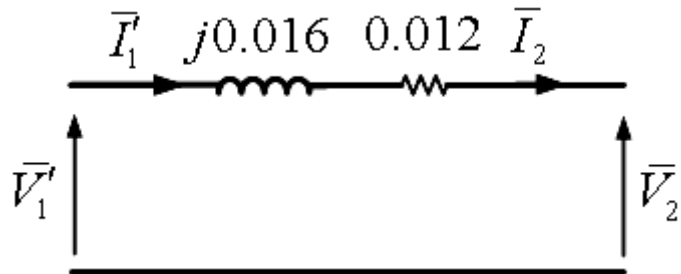
## فصل اول: ترانسفورماتور

$$S_L = 120 \text{ KVA} , V_L = 230 \text{ V} \Rightarrow I_s = \frac{S_L}{\sqrt{3}V_L} = 301.23 \text{ A} \quad (\text{ب})$$

$$I_2 = \frac{I_s}{\sqrt{3}} = 173.92 \text{ A} , a = \frac{2300}{230} = 10 \quad \text{نسبت تبدیل ترانس تکفاز}$$

$$I_1 = \frac{1}{10} I_2 = 17.392 \text{ A} = I_p$$

(ج) مدار معادل یک فاز ترانس تکفاز ارجاع شده به طرف ثانویه



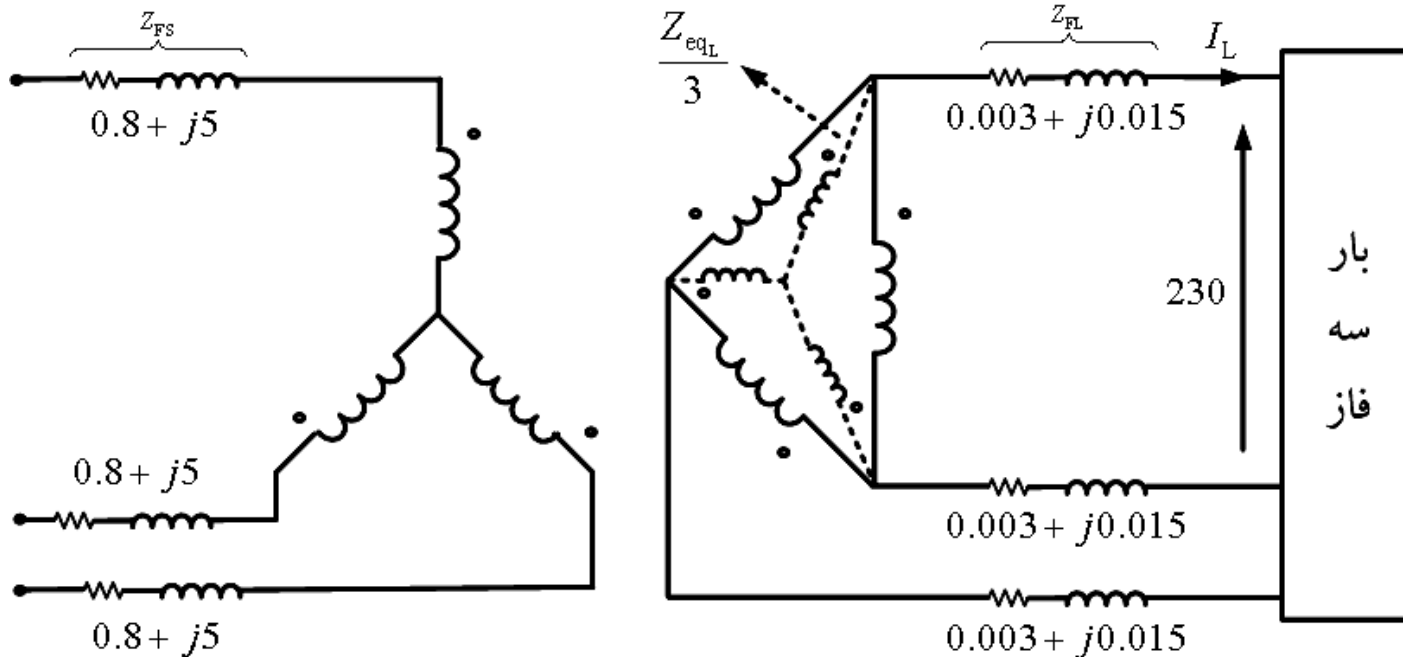
$$\begin{aligned} \bar{V}_1' &= \bar{V}_2 + Z_{eqL} \bar{I}_2 = 230 \angle 0^\circ + \\ & (0.012 + j0.016)(173.92 \angle -\cos^{-1}(0.85)) \\ & = 233.24 \text{ V} \angle 0.31^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\bar{V}_1| = a |\bar{V}_1'| = 2332.4 \text{ V} , |\bar{V}_1|_{\text{Line}} = (\sqrt{3})(2332.4) = 4039.8 \text{ V}$$

$$\% VR = \frac{|\bar{V}_1'| - |\bar{V}_2|}{|\bar{V}_2|} \times 100 = \frac{233.24 - 230}{230} \times 100 = 1.41\% \quad (\text{د})$$

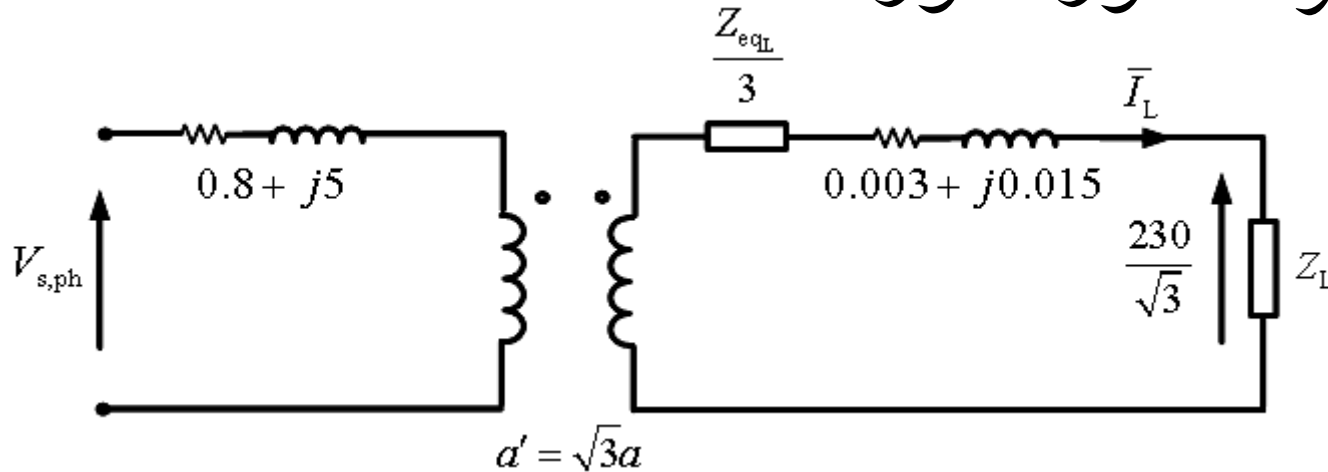
## فصل اول: ترانسفورماتور

مثال: برای تغذیه یک بار سه فاز متعادل 27 KVA، 230 V با ضریب توان 0.9 پسفاز از سه ترانس تکفاز 10 KVA، 1330/230 V و 60 هرتز مطابق شکل استفاده می کنیم. امپدانس تغذیه کننده بار (Load Feeder) برابر  $Z_{FL} = (0.003 + j0.015) \Omega$  و امپدانس تغذیه کننده بین منبع و اولیه ترانس برابر  $Z_{FS} = (0.8 + j5) \Omega$  است. برای هر ترانس تکفاز  $Z_{eqL} = (0.12 + j0.25) \Omega$ ، اگر ولتاژ دو سر بار 230 V باشد، ولتاژ منبع تغذیه را پیدا کنید.



# فصل اول: ترانسفورماتور

حل: مدار معادل یک فاز



$$a = \frac{1330}{230} \approx 5.783$$

$$Z_2 = \frac{Z_{eqL}}{3} + Z_{FL} = (0.043 + j0.098) \Omega, \quad Z'_2 = a'^2 Z_2 = (4.31 + j9.83) \Omega$$

$$Z_{eq} = Z'_2 + Z_{FS} = (5.11 + j14.83) \Omega, \quad |\bar{V}'_L| = a' |\bar{V}_L| = \sqrt{3}a \times \frac{230}{\sqrt{3}} = 1330.09 \text{ V}$$

$$\bar{I}_L = \frac{27 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 230} \angle -\cos^{-1}(0.9) = 67.78^A \angle -25.84^\circ \Rightarrow |\bar{I}'_L| = \frac{1}{a'} |\bar{I}_L| = 6.77 \text{ A}$$

$$\Rightarrow \bar{V}'_L = 1330.09 \text{ V} \angle 0^\circ, \quad \bar{I}'_L = 6.77^A \angle -25.84^\circ, \quad \bar{V}_S = \bar{V}'_L + Z_{eq} \bar{I}'_L$$

$$\Rightarrow \bar{V}_S = 1330.09 \angle 0^\circ + (5.11 + j14.83)(6.77 \angle -25.84^\circ) = 1407 \text{ V} \angle 3.07^\circ$$

$$\Rightarrow |\bar{V}_S|_{Line} = (\sqrt{3})(1407) = 2437 \text{ V}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

**مقدمه:** موتورهای القایی (آسنکرون) بیش از هر ماشین دیگری استفاده دارد و موتور محرک صنعت در دنیاست و به تنهایی حدود 60-70 درصد برق صنعتی را مصرف می کند.

**مزایا:** ۱- سادگی ساختمان، عدم وجود سیستم کموتاسیون ۲- تک تحریکه بودن (تغذیه سیم پیچ استاتور به تنهایی) ۳- تولید آسان ۴- قیمت ارزان ۵- توانایی کار در محیط های نامساعد ۶- محدوده وسیع سرعت

### ساختمان ماشین:

- استاتور، شامل هسته و سیم پیچی: هسته استاتور موروک (لایه به لایه) و از فولاد مرغوب تهیه می شود. سطح داخلی استاتور حاوی شیارهایی است که سیم پیچی سه فاز درون آن جاسازی می شود.
- روتور، شامل هسته و سیم پیچی یا قفس هادی: هسته روتور نیز موروک بوده و از مواد فرومغناطیس مرغوب ساخته می شود. سطح خارجی آن شیاردار است و هادی های روتور در آن جاسازی می شود.



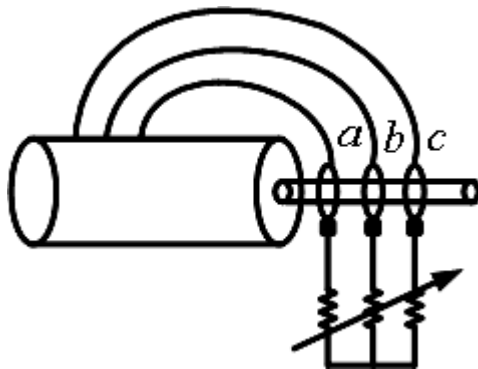
## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

روتور موتورهای القایی سه فاز از نظر ساختمان بر دو نوع است:

الف) روتور سیم پیچی شده که درون شیارهای روتور، سیم پیچ مسی یا آلومینیومی جاسازی شده است.

ب) روتور قفس سنجابی که درون شیارهای روتور، میله های مسی یا آلومینیومی تعبیه شده است. در روتور قفس سنجابی میله ها از دو سمت توسط حلقه های انتهایی به هم متصل شده اند. به عبارت دیگر میله ها از دو سمت اتصال کوتاه شده اند. در روتور سیم پیچی شده، سیم پیچ روتور شبیه سیم پیچی استاتور بوده و سه فاز می باشد. سه پایانه سیم پیچی روتور دورن ماشین به هم متصل شده اند و سه پایانه دیگر توسط حلقه های لغزان بر روی محور از ماشین خارج می شود.

- فاصله هوایی: فاصله بین روتور و استاتور است و در حدود میلیمتر است. (فاصله هوایی یکنواخت)



# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## نیروی محرکه القایی (emf)

در ماشین های الکتریکی گردان نیروی محرکه القایی (emf) در سیم پیچی های آرمیچر با چند روش ایجاد می شود:

الف) از گردش این سیم پیچی ها در میدان مغناطیسی (ماشین DC)

ب) چرخش میدان مغناطیسی نسبت به این سیم پیچی ها (ماشین های سنکرون و القایی)

ج) به وسیله نحوه طراحی مدار مغناطیسی به طوری که مقاومت مغناطیسی متغیر با دوران روتور داشته باشیم. (ماشین سنکرون قطب برجسته)

در اینجا ایجاد نیروی محرکه القایی فقط در زمانی که حرکت نسبی بین شار میدان و سیم پیچی آرمیچر وجود داشته باشد، بررسی می شود.

$\varphi_p$  : شار قطب  $\varphi(t) = \varphi_p \cos(\omega_r t)$  : شار عبوری از پیچک در زمان  $t$

$\omega_r$  : سرعت نسبی بین شار میدان و سیم پیچ آرمیچر

$$e = -N \frac{d\varphi(t)}{dt} = \underbrace{N\varphi_p \omega_r \sin(\omega_r t)}_{\text{ولتاژ ترانسفورماتوری}} - \underbrace{N \frac{d\varphi_p}{dt} \cos(\omega_r t)}_{\text{ولتاژ حرکتی}}$$

ولتاژ ترانسفورماتوری و ولتاژ حرکتی

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

اگر شار میدان  $\phi_p$  با زمان تغییر نکند آنگاه  $\frac{d\phi_p}{dt} = 0$  در نتیجه:

$$e = N\phi_p\omega_r \sin(\omega_r t) \Rightarrow e_{\text{rms}} = E = \frac{N\phi_p\omega_r}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f_r N\phi_p}{\sqrt{2}} = \underbrace{\sqrt{2}\pi}_{4.44} f_r N\phi_p$$

نکته: emf ایجاد شده 90 درجه از شاری که آن را تولید کرده از نظر فاز عقب تر است.

نکته: با در نظر گرفتن ضریب گام و ضریب توزیع سیم پیچی رابطه نیروی محرکه القایی به شکل زیر تغییر خواهد کرد:

$$E \approx 4.44 K_w f_r N\phi_p, \quad K_w = K_p K_d$$

$K_p$  : ضریب گام

$K_d$  : ضریب توزیع سیم پیچی

$K_w$  : ضریب سیم پیچی

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## مزایای توزیع سیم پیچ در شیار

در ماشین های الکتریکی گردان سیم پیچ آرمیچر در یک شیار متمرکز نیست ، بلکه در محیط فاصله هوایی به طور یکنواخت توزیع شده است. مزایای آن عبارت است از:

۱- کاهش هارمونیک های موج  $emf$  ایجاد شده که نتیجه آن سینوسی شده موج  $emf$  است.

۲- استفاده کامل از آهن و مس آرمیچر

۳- افزایش استحکام مکانیکی سیم پیچ

## مزایای سیم پیچ گام کوتاه یا کسری یا وتری

این مزایا عبارت است از:

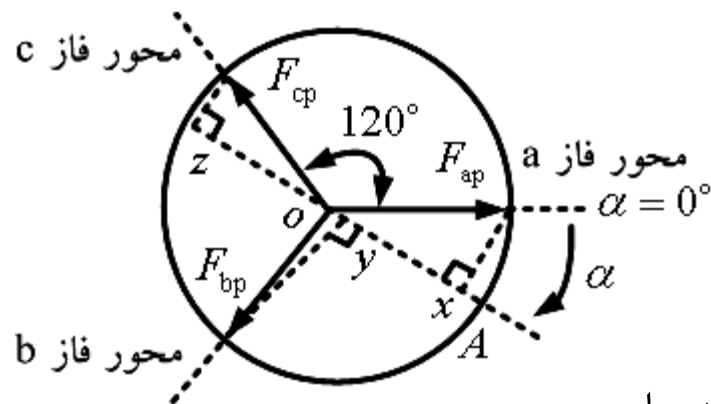
۱- کاهش مصرف مس در اتصالات پیشانی که قیمت کمتر ماشین را به همراه دارد.

۲- کاهش هارمونیک ها در موج  $emf$  ایجاد شده

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## میدان مغناطیسی دوار یا چرخان

بر اثر عبور جریان از سیم پیچ سه فاز استاتور، میدان مغناطیسی چرخان با دامنه ثابت و سرعت ثابت تولید می شود. توأم با این میدان یک نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) چرخان با دامنه و سرعت ثابت در ماشین به وجود می آید. اثبات:



فرض: ماشین دو قطب:

در هر زمان  $t$ ، سهم mmf فاز a در نقطه A برابر است با:

$$ox = F_{ap} \cos \alpha$$

به همین ترتیب برای دو فاز دیگر:

$$oy = F_{bp} \cos(120^\circ - \alpha) = F_{bp} \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) , \quad oz = F_{cp} \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) = F_{cp} \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3})$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

برآیند mmf در نقطه A برابر است با:

$$F_f(A) = F_{ap} \cos \alpha + F_{bp} \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + F_{cp} \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$$

اگر مبدأ زمان در لحظه ای که جریان فاز a از صفر می گذرد و مثبت می شود، در نظر گرفته شود داریم:

$$i_a(t) = I_m \sin(\omega t), \quad i_b(t) = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad i_c(t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$F_{ap1m} = F_{bp1m} = F_{cp1m} = \frac{4}{\pi} K_W \frac{N_{ph} I_m}{2} = F_m$$

$$\Rightarrow F_f(\alpha, t) = F_m \left( \sin(\omega t) \cos \alpha + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x - y) + \sin(x + y)) \quad \text{نکته:}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\Rightarrow F_f(\alpha, t) = \frac{1}{2} F_m \left( \sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t + \alpha) + \sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3}) + \sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t + \alpha + \frac{4\pi}{3}) \right)$$

$$\Rightarrow F_f(\alpha, t) = \frac{3}{2} F_m \sin(\omega t - \alpha)$$

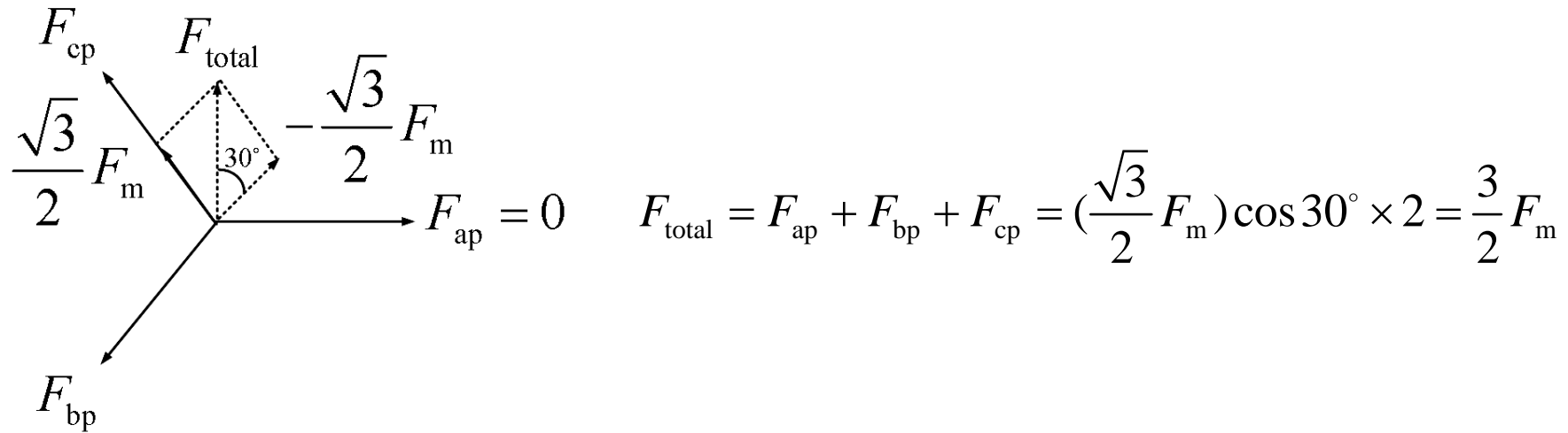
این رابطه نماینده یک موج mmf متناوب با دامنه ثابت  $\frac{3}{2} F_m$  است که در جهت مثبت  $\alpha$  با سرعت تعیین شده به وسیله فرکانس زاویه ای  $\omega$  می چرخد.

روش ترسیمی

$$\begin{cases} i_a(t) = I_m \sin(\omega t) \\ i_b(t) = I_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c(t) = I_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_a = 0 \\ i_b = -\frac{\sqrt{3}}{2} I_m \\ i_c = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_{ap} = 0 \\ F_{bp} = -\frac{\sqrt{3}}{2} F_m \\ F_{cp} = \frac{\sqrt{3}}{2} F_m \end{cases}$$

در  $\omega t = 0$ :

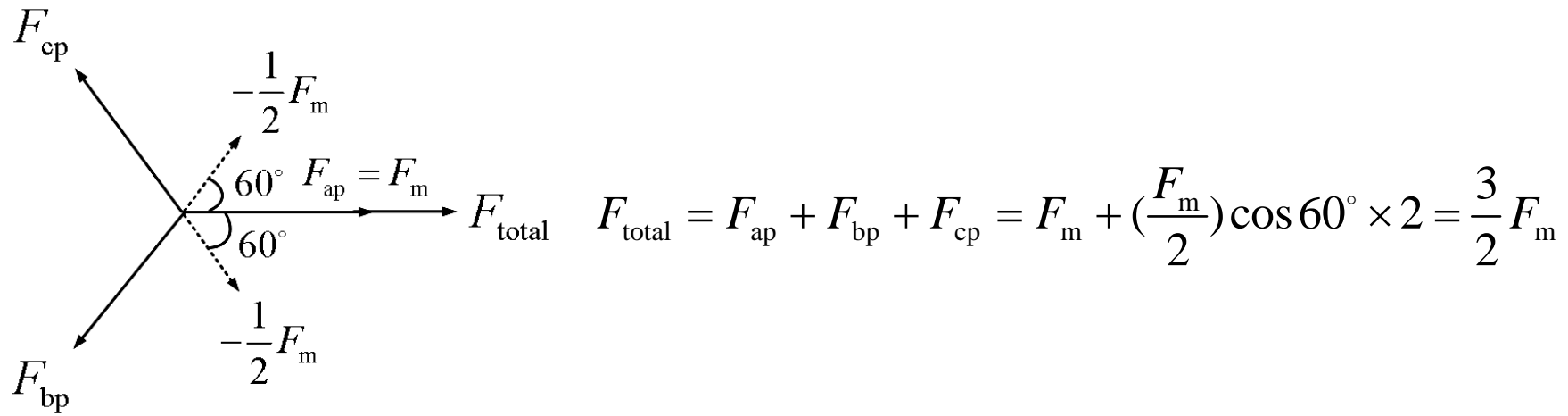
## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز



$$\begin{cases} i_a(t) = I_m \sin(\omega t) \\ i_b(t) = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c(t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_a = I_m \\ i_b = -\frac{1}{2} I_m \\ i_c = -\frac{1}{2} I_m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_{ap} = F_m \\ F_{bp} = -\frac{1}{2} F_m \\ F_{cp} = -\frac{1}{2} F_m \end{cases} \quad \text{در } \omega t = 90^\circ$$



## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز



و به همین ترتیب در بقیه زمان ها به این نتیجه می رسیم که  $F_{\text{total}}$  همواره دارای اندازه ثابت  $\frac{3}{2} F_m$  و دارای زاویه ای برابر زاویه جریان است.

### ماشین القایی در حال سکون

فرض: ماشین القایی روتور سیم پیچی بوده و مدار باز است. اگر سیم پیچ استاتور با منبع تغذیه سه فاز متعادل تغذیه شود، میدان مغناطیسی چرخان تولید می کند. این میدان دوار هادی های ساکن استاتور و روتور را در سرعت سنکرون ( $n_s = \frac{2}{p} f_s$ ) قطع کرده و در نتیجه emf ای با فرکانس تغذیه  $f_s$  در آنها القاء می کند:

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

تعداد دور سری هر فاز روتور      تعداد دور سری هر فاز استاتور

$$E_s = \sqrt{2} \pi f_s \underbrace{K_{W_s} N_s}_{N_{se}} \phi_p, \quad E_r = \sqrt{2} \pi f_s \underbrace{K_{W_r} N_r}_{N_{re}} \phi_p$$

تعداد دور مؤثر هر فاز روتور      تعداد دور مؤثر هر فاز استاتور

$$\frac{E_s}{E_r} = \frac{N_{se}}{N_{re}} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

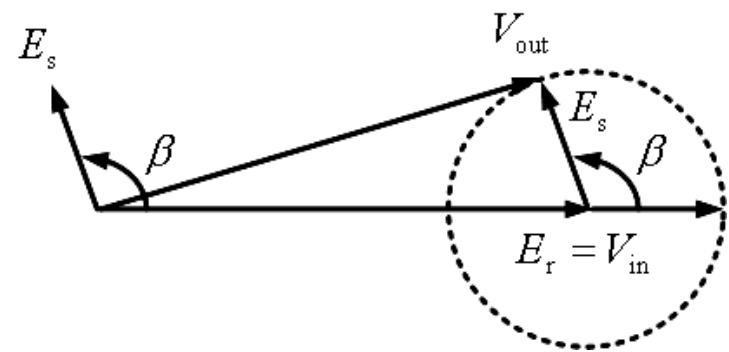
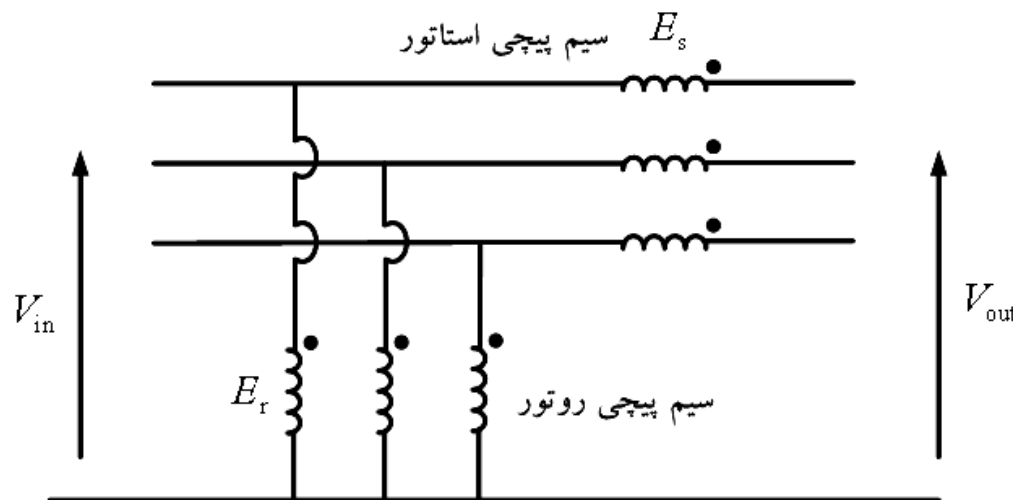
این رابطه مشابه رابطه نسبت تبدیل در ترانس است. بنابراین موتور القایی روتور سیم پیچی شده مدار باز در حال سکون مانند ترانس بی بار است. با این تفاوت که جریان بی باری در موتور به علت وجود فاصله هوایی بسیار بیشتر از جریان بی باری در ترانس است. (30 تا 50 درصد بار کامل در مقابل 2 تا 6 درصد جریان بار کامل)

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

اگر روتور در وضعیتی مستقر شود که محور هر فاز استاتور با محور فاز همنام در روتور زاویه  $\beta$  بسازد، ولتاژهای القاء شده در فازهای همنام در روتور و استاتور اختلاف فاز معادل  $\beta$  پیدا می کنند:

$$\frac{\bar{E}_s}{\bar{E}_r} = \frac{N_{se}}{N_{re}} \angle \beta$$

کاربردها: به عنوان تغییر دهنده فاز - به عنوان تنظیم کننده ولتاژ القایی



$$(|\bar{E}_r| - |\bar{E}_s|) \leq V_{out} \leq (|\bar{E}_r| + |\bar{E}_s|)$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## اصول کار ماشین القایی

سیم پیچی استاتور توسط منبع سه فاز متعادل تغذیه می شود، میدان مغناطیسی چرخان با دامنه ثابت و سرعت ثابت تولید می شود:

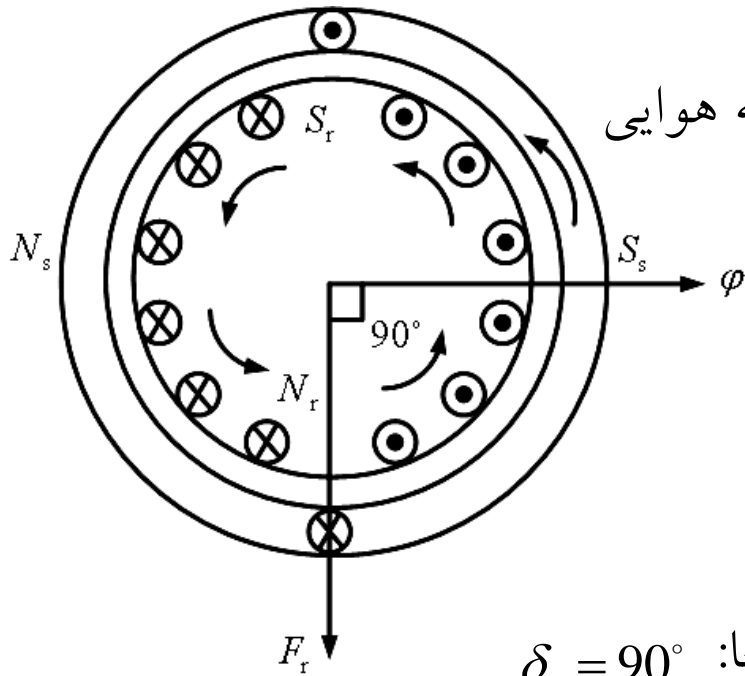
$$(n_s = 2/P f_s \text{ rps or } 120/P f_s \text{ rpm})$$

میدان چرخان ولتاژی را در سیم پیچ روتور القاء می کند، اگر سیم پیچ روتور اتصال کوتاه باشد، جریانی در روتور ایجاد می شود، مطابق قانون  $F = li \times B$  از کنش متقابل جریان روتور و میدان چرخان نیرویی بر سیم پیچ روتور وارد می شود که به علت آزادی روتور برای دوران، روتور را به حرکت در می آورد.

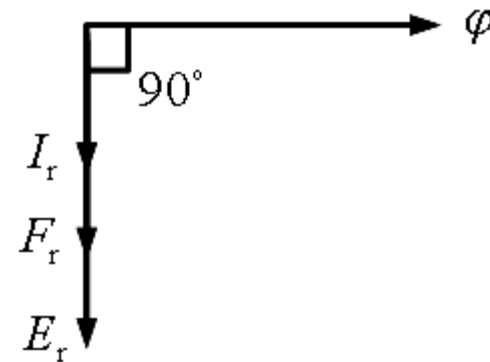
تعبیر دیگر: جریان روتور، میدان مغناطیسی چرخان خود را تولید می کند. از کنش متقابل این دو میدان نیرو و در نتیجه گشتاور تولید می شود و روتور را به حرکت در می آورد.

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

فرض: مدار روتور اهمی خالص

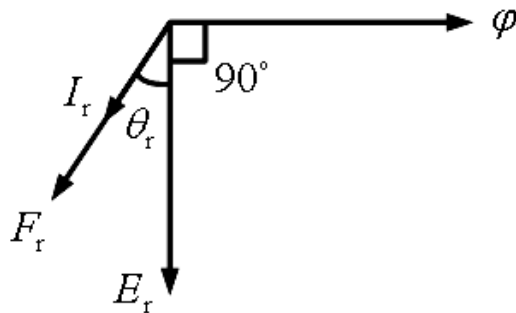


شار دوار فاصله هوایی



ثابت می شود:  $T_e = -\frac{\pi}{8} p^2 \phi_p F_r \sin \delta_r$  در اینجا:  $\delta_r = 90^\circ$

نکته: در حالت کلی مدار روتور مداری اهمی - سلفی:



$$T_e = -\frac{\pi}{8} p^2 \phi_p F_r \sin(90^\circ + \theta_r)$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## لغزش S

میدان مغناطیسی دوار در فاصله هوایی با سرعت سنکرون ( $n_s = \frac{2}{p} f_s$ ) حرکت می کند. فرض کنید روتور با سرعت  $n_r$  در جهت میدان دوار بگردد. قبلاً دیدیم که emf ایجاد شده در سیم پیچ روتور را سرعت نسبی بین موج شار گردان و روتور ( $n_s - n_r$ ) تعیین می کند. بنابراین فرکانس جریان روتور برابر است با:

$$f_r = \frac{P}{2}(n_s - n_r)$$

نکته: اگر روتور با سرعت سنکرون بچرخد، در سیم پیچی های روتور، جریانی جاری نمی گردد. چون سرعت میدان استاتور ( $n_s$ ) با سرعت میدان روتور نسبت به خود روتور ( $n_s - n_r$ ) همیشه متفاوت است، به موتورهای القایی، موتورهای آسنکرون نیز می گویند.

$$S = \frac{n_s - n_r}{n_s} \triangleq \text{لغزش} \quad , \quad \text{سرعت لغزش} = n_s - n_r = S n_s$$

تعریف:  $S$

بنابراین لغزش عبارت است از تفاضل سرعت سنکرون (سرعت میدان چرخان) و سرعت روتور نرمالیزه شده بر حسب سرعت سنکرون.

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

نکته: در لحظه اول که محور روتور حرکت نکرده  $n_r = 0$  و  $f_s = f_r$  و  $S = 1$  در ماشین های القایی لغزش معمولاً مقدار کمی است. در اصل یعنی  $f_r$  کم است:

$$f_r = \frac{P}{2} S n_s = S f_s \quad (\text{فرکانس لغزش})$$

= سرعت میدان چرخان روتور نسبت به استاتور

سرعت میدان روتور نسبت به خود روتور + سرعت روتور

$$= n_r + \frac{2}{P} f_r = n_r + \frac{2}{P} S f_s = n_r + S n_s = n_r + n_s - n_r = n_s$$

در نتیجه سرعت میدان استاتور برابر سرعت میدان روتور نسبت به استاتور (ساکن) است.

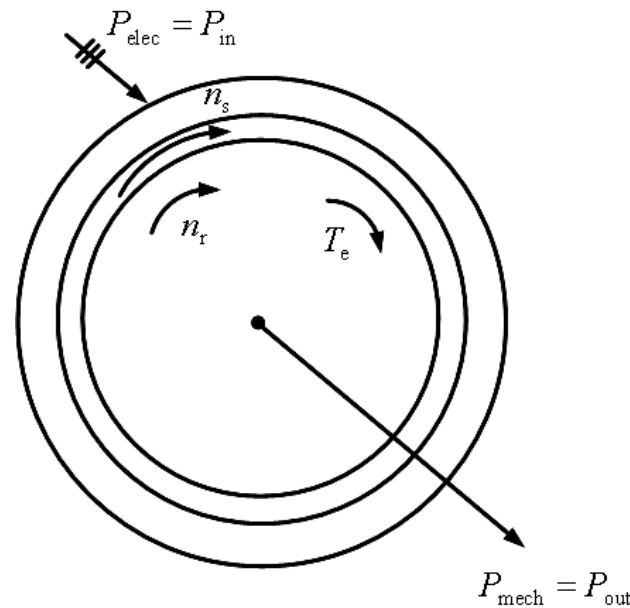
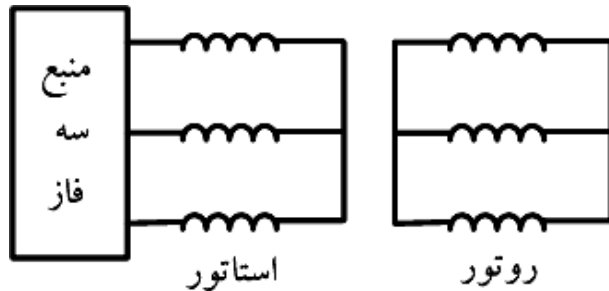
کاربرد: به عنوان مبدل فرکانس:  $f_r = S f_s$  ( $0 < S \leq 1$ )

در ماشین القایی روتور سیم پیچی شده

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## حالت های کاری ماشین

### ۱- حالت موتوری



توان الکتریکی = توان ورودی  
توان مکانیکی = توان خروجی

$$0 \leq n_r < n_s$$

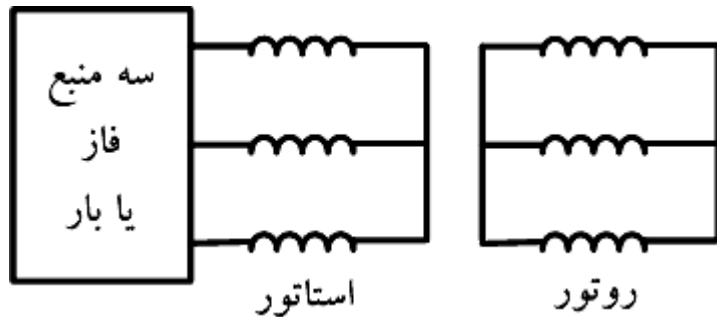
$$0 < S \leq 1$$

ماشین به محور گشتاور می دهد.  $T_e > 0 \longrightarrow$  مینا: جهت  $n_s$

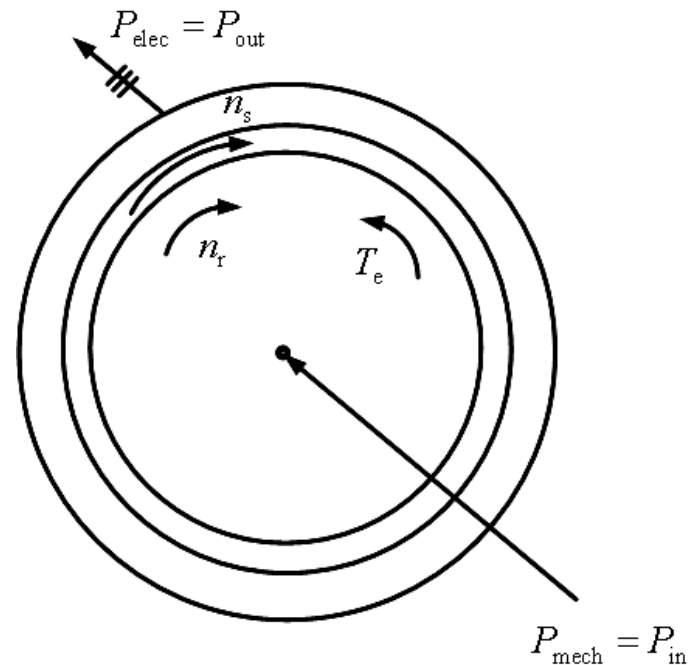


# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

۲- حالت ژنراتوری



توان مکانیکی = توان ورودی  
توان الکتریکی = توان خروجی



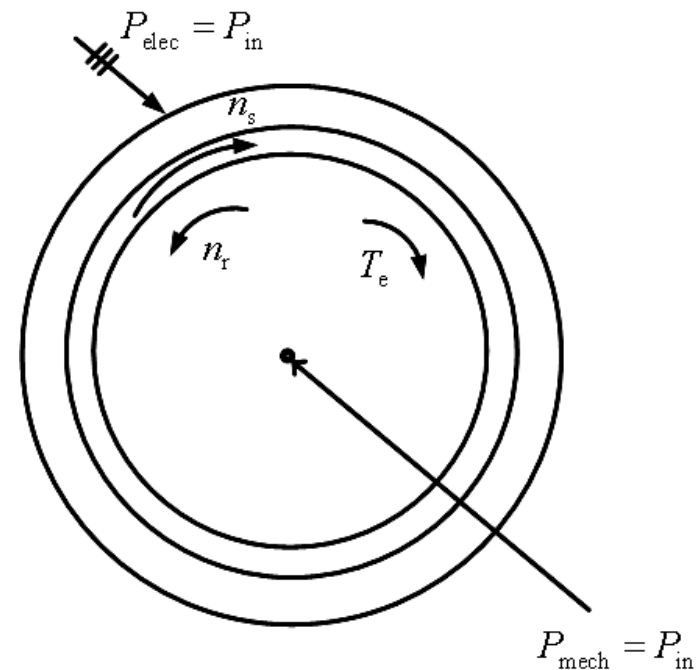
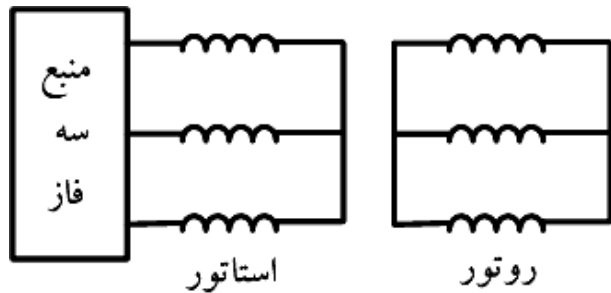
$$n_r > n_s$$

$$S < 0$$

مبنا: جهت  $n_s$   $\longrightarrow$   $T_e < 0$  محور به ماشین گشتاور می دهد.

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

۲- حالت ترمزی plogging



توان مکانیکی و توان الکتریکی = توان ورودی  
 توان خروجی = 0

توانی از ماشین خارج نمی گردد  
 و توان های ورودی صرف  
 تلفات حرارتی می شوند. در  
 نتیجه ماشین داغ می شود.

$$n_r < 0$$

$$S > 1$$

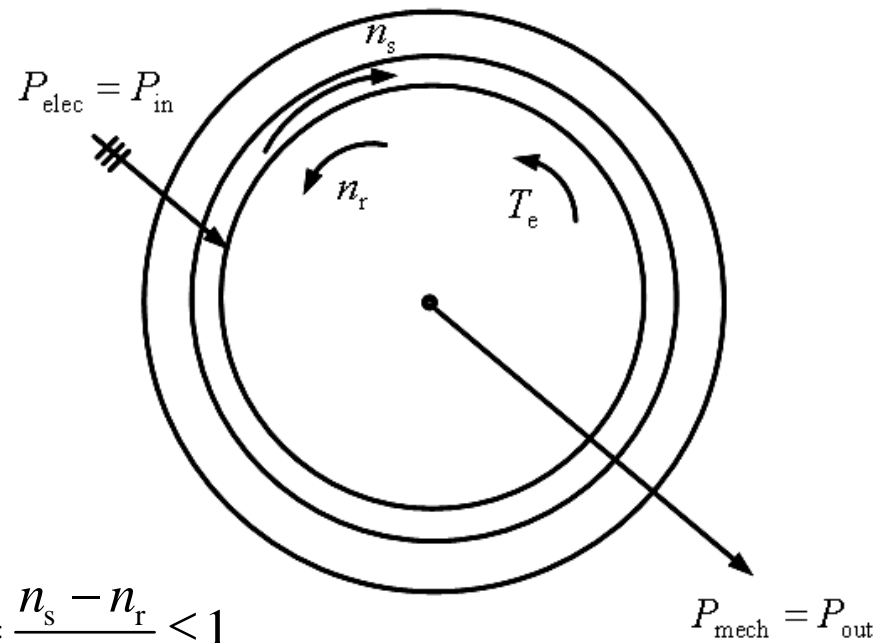
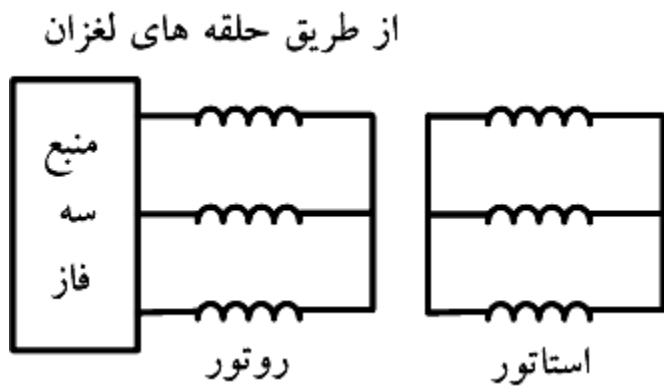
$$T_e > 0$$

کاربرد: ترمز الکتریکی: تعویض جای دو فاز: توالی abc ← توالی acb در  
 نتیجه جهت میدان دوار معکوس می شود.

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## ماشین معکوس

در ماشین القایی روتور سیم پیچی شده مطرح است. استاتور در این حالت انرژی به بیرون نمی دهد و نیز از بیرون دریافت نمی کند.



توان الکتریکی = توان ورودی

توان مکانیکی = توان خروجی

$$0 < S = \frac{n_s - n_r}{n_s} \leq 1$$

در این حالت طبق قانون لنز روتور در جهت خلاف میدان دوار خواهد چرخید تا ولتاژ القایی در استاتور کاهش یابد.

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

مثال: مشخصات یک موتور القایی سه فاز به شرح زیر است:

$$N_{se}/N_{re} = 2, \quad S=0.05, \quad P=4, \quad 460 \text{ V}, \quad 100 \text{ hp}, \quad 60 \text{ Hz}$$

(الف) سرعت سنکرون و سرعت موتور

(ب) سرعت میدان چرخان در فاصله هوایی

(ج) فرکانس جریان روتور

(د) سرعت لغزش

(ه) سرعت میدان چرخان روتور نسبت به ۱- روتور ۲- استاتور ۳- میدان چرخان استاتور

(و) ولتاژ القاء شده در روتور در سرعت نامی

$$n_s = \frac{2}{P} f_s = \frac{2}{4} \times 60 = 30 \text{ rps} \equiv 1800 \text{ rpm} \quad \text{سرعت سنکرون} \quad (\text{حل: الف})$$

$$n_r = n_s (1 - S) = 1800(1 - 0.05) = 1710 \text{ rpm} \quad \text{سرعت موتور یا روتور}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

(ب)  $n_s = 1800 \text{ rpm}$  = سرعت سنکرون = سرعت میدان دوار فاصله هوایی

(ج) فرکانس جریان روتور  $f_r = S f_s = 0.05 \times 60 = 3 \text{ Hz}$

(د) سرعت لغزش  $S n_s = n_s - n_r = 0.05 \times 1800 = 1800 - 1710 = 90 \text{ rpm}$

(ه) 1.  $n_s^{rr} = \frac{2}{P} f_s^r = \frac{2}{4} \times 3 = 1.5 \text{ rps} \equiv 90 \text{ rpm} = n_s - n_r = 1800 - 1710$

2.  $n_s^{rs} = n_s^{rr} + n_r = 90 + 1710 = 1800 \text{ rpm} = n_s$

3.  $n_s^{rn_s} = 1800 - 1800 = 0$  هر دو با یک سرعت می چرخند.

(و)

در حال سکون :  $E_r = 4.44 f_r N_r \phi_p K_{w_r}$  ,  $S = 1$  ,  $f_r = f_s$

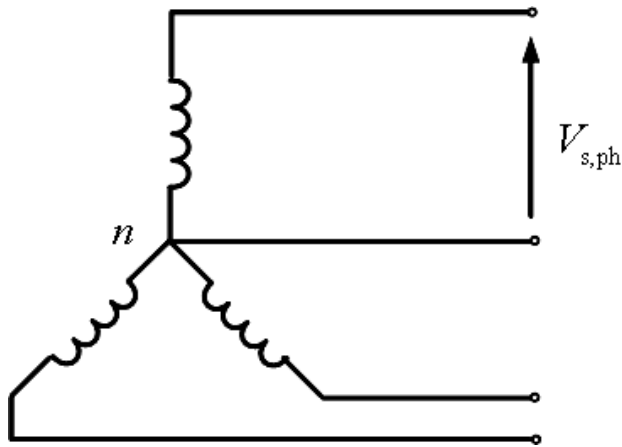
در حال چرخش :  $f_r = S f_s$  ,  $E_r^s = 4.44 S f_s N_r \phi_p K_{w_r}$

در حالی که لغزش دارد.

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

در هر حال  $E_s = 4.44 f_s N_s \phi_p K_{w_s}$

استاتور موتور القایی:



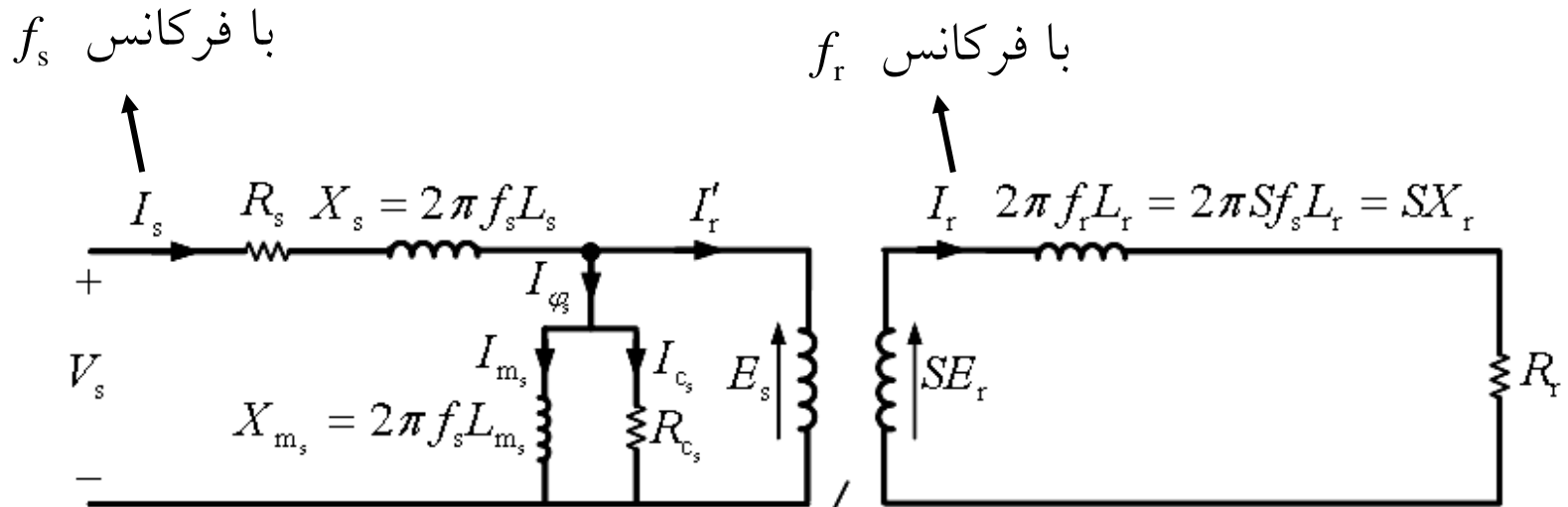
$$\begin{cases} N_{re} = K_{w_r} N_r \\ N_{se} = K_{w_s} N_s \end{cases} \Rightarrow \frac{E_r^s}{E_s} = \frac{SN_{re}}{N_{se}} \Rightarrow E_r^s = \frac{N_{re}}{N_{se}} SE_s$$

$$E_{s,ph} \approx V_{s,ph} = \frac{460}{\sqrt{3}} \Rightarrow E_{r,ph} = \frac{1}{2} \times 0.05 \times \frac{460}{\sqrt{3}} = 6.64 \text{ V}$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

مدار معادل ماشین القایی در حالت ماندگار

مدار معادل ماشین القایی در حالت کار متعادل و برای یک فاز نمایش داده می شود. این مدار معادل مشابه مدار معادل ترانس است:

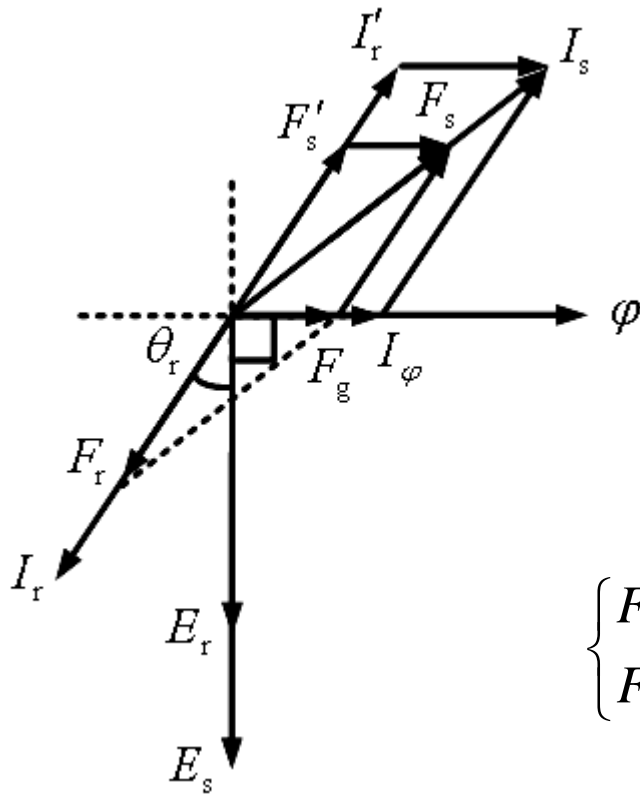


$$\frac{E_s}{E_r} = \frac{N_{se}}{N_{re}} \angle \beta, \quad \frac{I_r}{I'_r} = \frac{N_{se}}{N_{re}} \angle -\beta$$

استاتور      مکانیکی      روتور

تفاوت مدار معادل ماشین القایی با ترانس: تفاوت فرکانس در ثانویه (روتور) و اولیه (استاتور)

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز



mmf متوجه یا فاصله هوایی :  $F_s = F_g + F_r$

$$\begin{cases} F_s = N_{se} I_r \\ F_r = N_{re} I_r \end{cases} \xrightarrow{\text{قانون لنز}} F_s = F_r \Rightarrow \frac{I_r}{I_r'} = \frac{N_{se}}{N_{re}}$$

تا  $F_g$  در دو حالت با و بدون بار ثابت بماند.

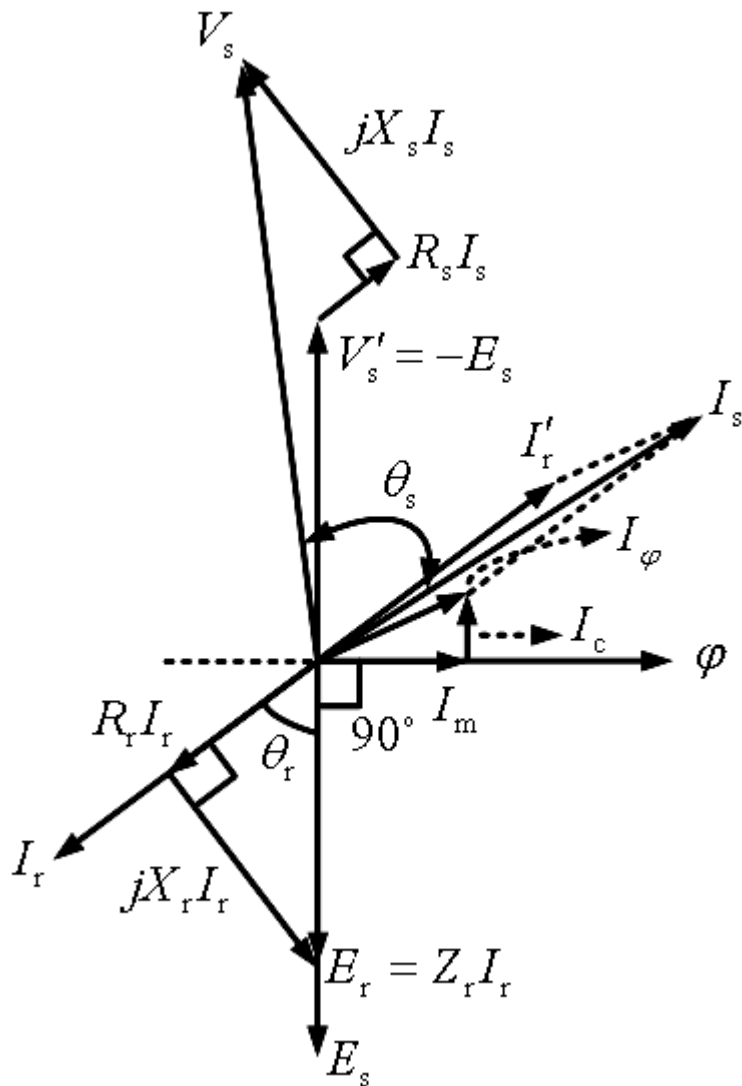


# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## دیاگرام فازوری ماشین القایی در حالت سکون

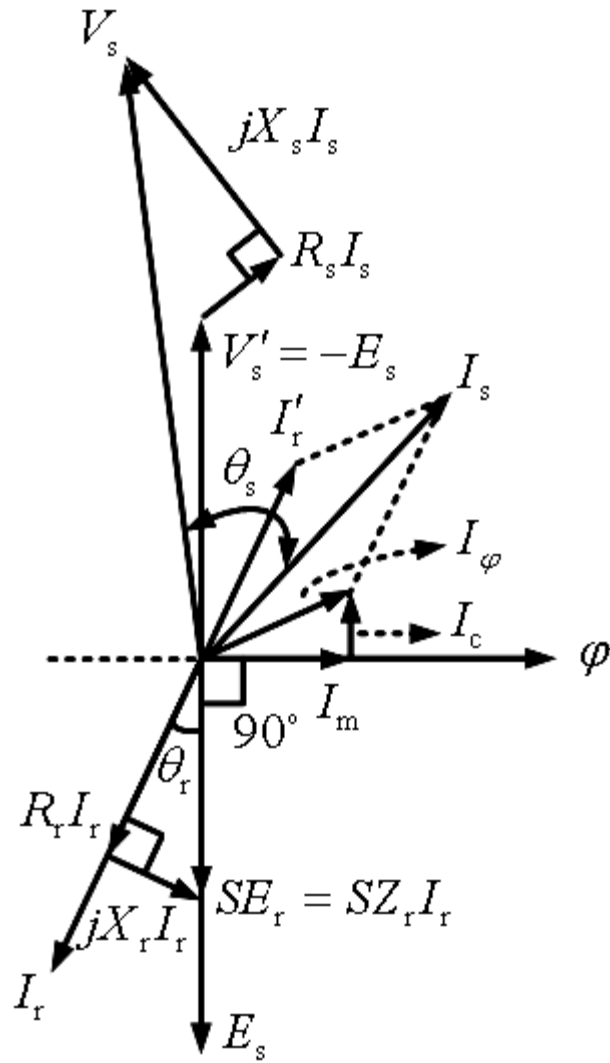
نکته: در لحظه راه اندازی  $\theta_s \gg 0$

در نتیجه ضریب توان ماشین  $(\cos \theta_s)$  در شروع کار ماشین پایین است.



# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

دیاگرام فازوری ماشین القایی در  
حالت کار دائمی با لغزش  $S$



# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

محاسبه  $P_m$  ،  $P_r$  ،  $P_{ag}$

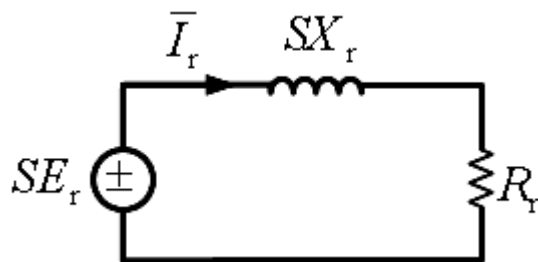
توان انتقالی از استاتور به روتور :  $P_{ag} = \text{Real} \{ \bar{E}_s \cdot \bar{I}_r^* \}$

توان مصرفی در مقاومت روتور :  $P_r = \text{Real} \{ S \bar{E}_r \cdot \bar{I}_r^* \}$

$$P_r = \text{Real} \left\{ S \left( \frac{N_{re}}{N_{se}} \angle -\beta \right) (\bar{E}_s) \cdot \left( \frac{N_{se}}{N_{re}} \angle \beta \right) \bar{I}_r^* \right\} = \text{Real} \{ S \bar{E}_s \cdot \bar{I}_r^* \} = S P_{ag} \Rightarrow P_r = S P_{ag} = R_r I_r^2$$

$$P_m = P_{ag} - P_r = P_{ag} - S P_{ag} = (1 - S) P_{ag} \Rightarrow P_m = (1 - S) P_{ag} = \left( \frac{1 - S}{S} \right) P_r$$

مدار روتور



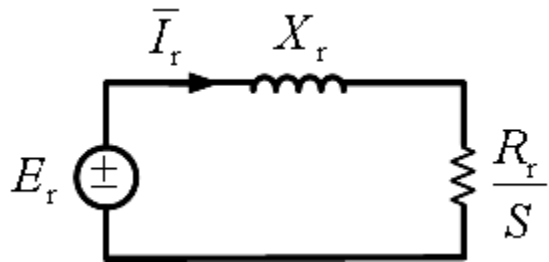
$$\bar{I}_r = \frac{S E_r}{R_r + j S X_r}$$

فازور جریان روتور در فرکانس  $f_r$ :

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

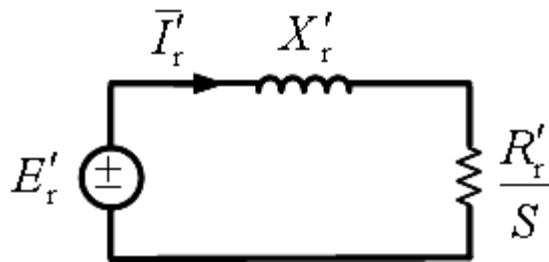
فازور جریان روتور در فرکانس  $f_s$ :  $\bar{I}_r = \frac{E_r}{\frac{R_r}{S} + jX_r}$  ,  $X_r = 2\pi f_s L_r$

حال مدار معادل رابطه  $\bar{I}_r$  جدید را تشکیل می دهیم:



مدار معادل روتور در فرکانس  $f_s$ :

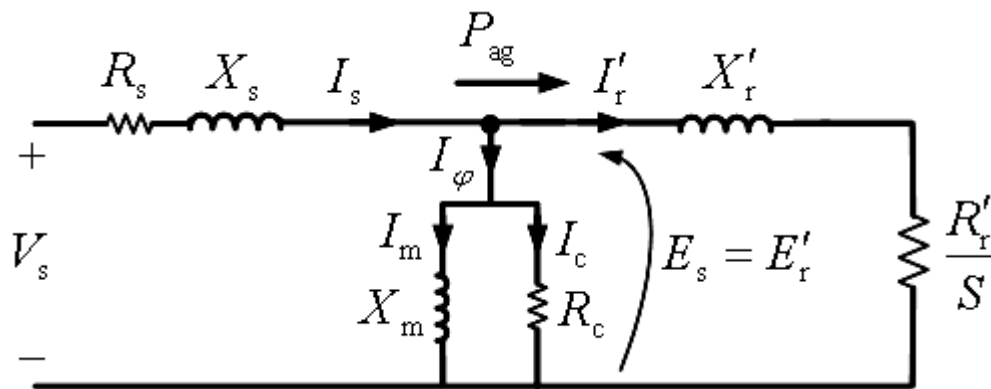
با ارجاع این مدار معادل به طرف استاتور (اولیه) داریم:



$$\begin{cases} X_r' = a^2 X_r \\ R_r' = a^2 R_r \end{cases}, \begin{cases} E_r' = a E_r = E_s \\ I_r' = \frac{1}{a} I_r \end{cases}, a = \frac{N_{se}}{N_{re}}$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

حال دو مدار را ترکیب می کنیم:



## مدار معادل IEEE

در ترانس، تحلیل مدار معادل با صرفه نظر کردن از شاخه موازی یا با انتقال این شاخه موازی به پایانه اولیه یا ثانویه انجام می گیرد. این ساده سازی در مورد موتور القایی مجاز نیست، زیرا جریان تحریک در ترانس از 2 تا 6 درصد جریان بار کامل تغییر می کند و مقاومت های القایی پراکندگی نسبی (pu) اولیه نیز کوچکتر است، اما در موتورهای القایی جریان تحریک از 30 تا 50 درصد جریان بار کامل تغییر می کند و مقاومت های القایی پراکندگی نسبی استاتور نسبتاً بزرگند.

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

در نتیجه با صرفه نظر کردن از شاخه موازی یا اتصال آن به پایانه استاتور خطای بزرگی در محاسبه قدرت و گشتاور وارد می شود.

تلفات هسته استاتور به دلیل ثابت بودن فرکانس  $f_s$  مقدار ثابتی است. تلفات هسته روتور با افزایش سرعت روتور کاهش می یابد:

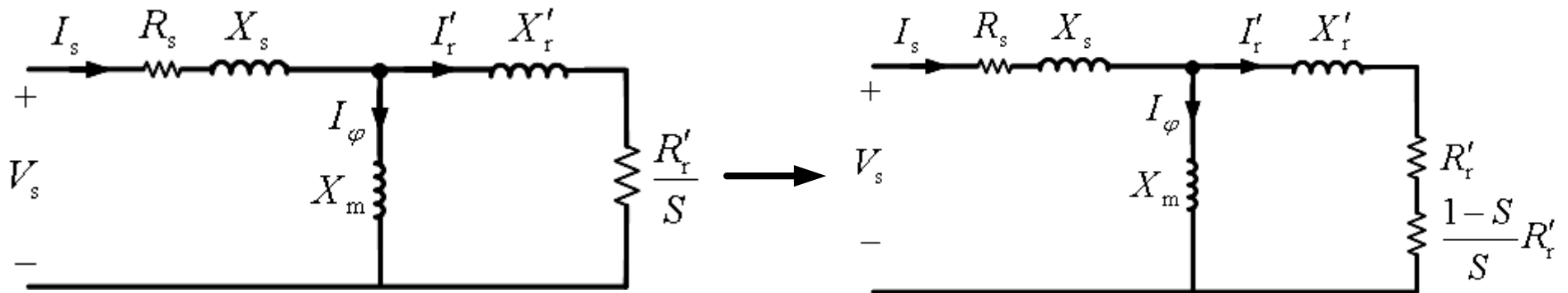
$$n_r \uparrow \Rightarrow S = \frac{n_s - n_r}{n_s} \downarrow \Rightarrow f_r = S f_s \downarrow \Rightarrow \text{کاهش تلفات هسته روتور}$$

تلفات مکانیکی (تلفات یاتاقانها + تلفات مقاومت هوا) با افزایش سرعت روتور افزایش می یابد. تقریباً می توان فرض کرد که با زیاد شدن سرعت موتور، کاهش تلفات هسته روتور و افزایش تلفات مکانیکی یکدیگر را خنثی کرده و در نتیجه مجموع این دو تلفات ثابت می ماند. لذا به طور کلی مجموع تلفات آهن و تلفات مکانیکی مستقل از سرعت و مقدار ثابتی فرض می شود. این مقدار ثابت تحت عنوان تلفات گردشی تعریف می شود:

$$P_{\text{rot}} = P_c + P_{\text{mech}} = \text{ثابت}$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

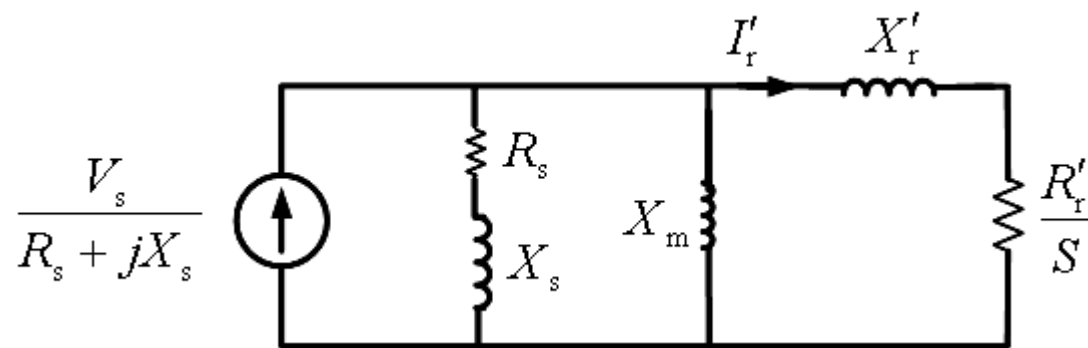
تلفات گردشی در مدار معادل IEEE به عنوان بخشی از توان تولید شده  $(\frac{R'_r}{S} I_r'^2)$  در نظر گرفته شده و در عوض مقاومت  $R_c$  حذف می گردد:



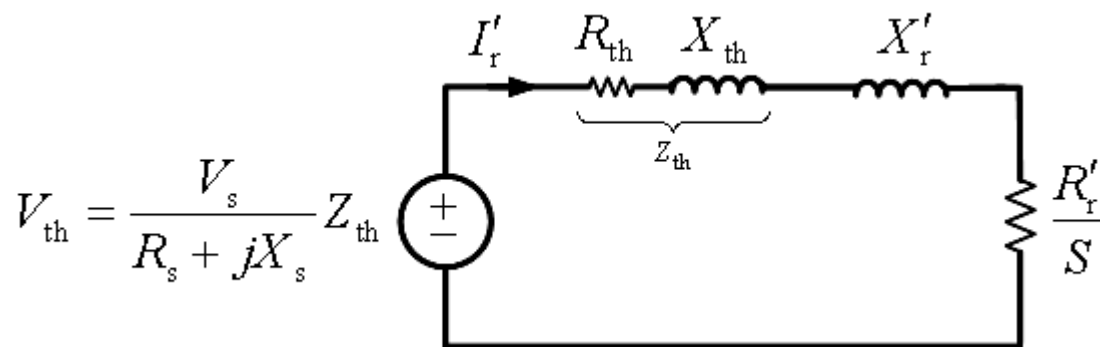
$$P_{ag} = \frac{R'_r}{S} I_r'^2 = R'_r I_r'^2 + \frac{1-S}{S} R'_r I_r'^2 = P_r + P_m, \quad P_m = P_{rot} + P_{out} \longrightarrow P_{sh} (P_{shaft})$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## مدار معادل نورتن و تونن مدار معادل IEEE



مدار معادل نورتن



مدار معادل تونن



## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$Z_{th} = (jX_m) \parallel (R_s + jX_s) = \frac{(jX_m)(R_s + jX_s)}{R_s + j(X_s + X_m)}$$

$$|V_{th}| = \frac{X_m}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X_m)^2}} |V_s| \xrightarrow{\text{if } R_s \ll (X_s + X_m)} |V_{th}| \approx K_{th} |V_s|, \quad K_{th} \triangleq \frac{X_m}{X_s + X_m}$$

$$Z_{th} = \frac{(-X_m X_s + jX_m R_s)[R_s - j(X_s + X_m)]}{[R_s + j(X_s + X_m)][R_s - j(X_s + X_m)]}$$

$$\Rightarrow Z_{th} = \frac{-R_s X_m X_s + jX_m R_s^2 + jX_m X_s (X_s + X_m) + X_m R_s (X_s + X_m)}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2}$$

$$\Rightarrow Z_{th} = \frac{R_s X_m^2 + j(X_m R_s^2 + X_m X_s (X_s + X_m))}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2}$$

$$\Rightarrow Z_{th} = \frac{R_s X_m^2}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2} + j \frac{X_m R_s^2 + X_m X_s (X_s + X_m)}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2} \approx \frac{R_s X_m^2}{(X_s + X_m)^2} + j \frac{X_m X_s}{X_s + X_m}$$

$$\Rightarrow Z_{th} \approx K_{th}^2 R_s + jX_s \Rightarrow Z_{th} = R_{th} + jX_{th} \approx K_{th}^2 R_s + jX_s \Rightarrow \begin{cases} R_{th} \approx K_{th}^2 R_s \\ X_{th} \approx X_s \end{cases}$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

تعیین پارامترهای مدار معادل ماشین القایی

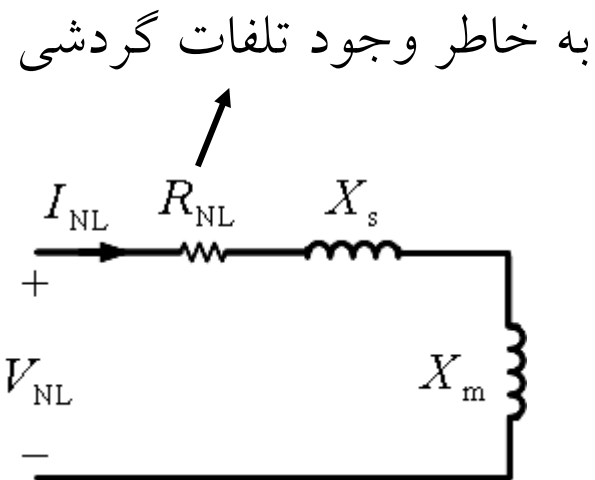
## ۱- آزمایش بی باری

در این آزمایش در حالی که ماشین فاقد بار (مکانیکی) است، ولتاژ سه فاز متعادلی به سیم پیچی های استاتور اعمال می شود. سپس مقادیر ولتاژ، جریان و توان ورودی را اندازه گیری می کنیم:

$$V_{NL}, I_{NL}, P_{NL}$$

$$n_r \approx n_s \Rightarrow S \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{R'_r}{S} \rightarrow \infty$$

$$R_{NL} = R_s + R_{rot}$$



## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

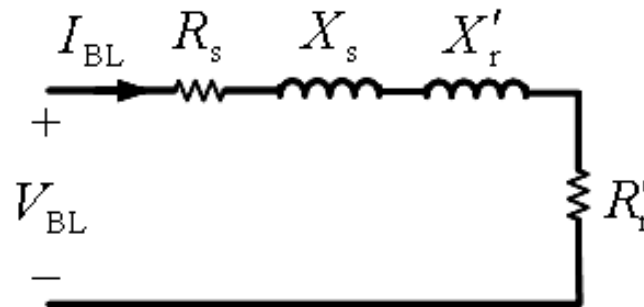
$$R_{NL} = \frac{P_{NL}}{I_{NL}^2}, \quad Z_{NL} = \frac{V_{NL}}{I_{NL}}, \quad X_{NL} = X_s + X_m = \sqrt{Z_{NL}^2 - R_{NL}^2}$$

### ۲- آزمایش روتور قفل یا روتور ساکن: BRT یا LRT

در این آزمایش در حالی که روتور را از حرکت باز داشته ایم، ولتاژ سه فاز متعادلی را به سیم پیچی های استاتور اعمال می کنیم تا جریان استاتور نامی شود. سپس ولتاژ، جریان و توان ورودی را اندازه گیری می کنیم:

$$V_{BL}, I_{BL}, P_{BL}$$

$$n_r = 0 \Rightarrow S = 1 \Rightarrow \frac{R'_r}{S} \rightarrow R'_r$$



$$R_{BL} = R_s + R'_r = \frac{P_{BL}}{I_{BL}^2}, \quad Z_{BL} = \frac{V_{BL}}{I_{BL}}, \quad X_{BL} = X_s + X'_r = \sqrt{Z_{BL}^2 - R_{BL}^2}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

نکته: آزمایش روتور قفل معمولاً در فرکانس کاهش یافته انجام می گیرد:

$$V_{BL}, I_{BL}, P_{BL}, f_{BL}$$

$$R_{BL|f_{BL}} = \frac{P_{BL}}{I_{BL}^2}, Z_{BL|f_{BL}} = \frac{V_{BL}}{I_{BL}}, X_{BL|f_{BL}} = \sqrt{Z_{BL|f_{BL}}^2 - R_{BL|f_{BL}}^2}$$

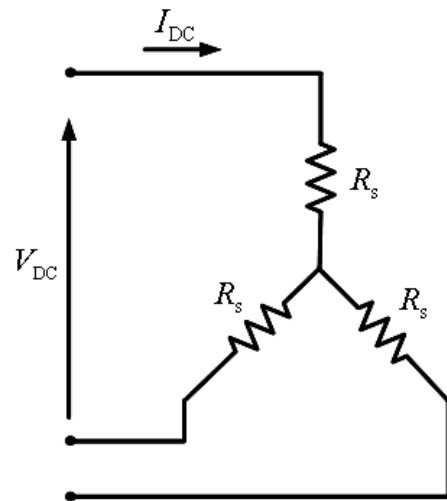
$$X_{BL} = X_{BL|f_{BL}} \times \frac{f_n}{f_{BL}}$$

با توجه به اینکه مسیر شار مغناطیسی ناشی سیم پیچ استاتور و روتور یکسان باشد.

$$X_s \approx X_r' = \frac{X_{BL}}{2} \longrightarrow X_m = X_{NL} - X_s$$

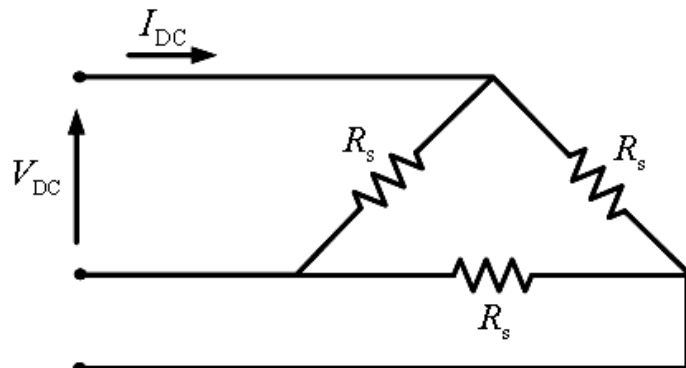
# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## ۳- آزمایش ولت - آمپر یا آزمایش DC



برای ستاره:

$$\frac{V_{DC}}{I_{DC}} = 2R_s \Rightarrow R_s = \frac{V_{DC}}{2I_{DC}}$$



برای مثلث:

$$\frac{V_{DC}}{I_{DC}} = R_s \parallel (2R_s) = \frac{2R_s^2}{R_s + 2R_s} = \frac{2}{3}R_s \Rightarrow R_s = \frac{3V_{DC}}{2I_{DC}}$$

از آزمایش روتور قفل و ولت - آمپر:  $R'_r = R_{BL} - R_s$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

مثال: نتایج زیر در مورد یک ماشین القایی سه فاز 60 Hz ، 60 hp ، 2200 V و P=6 به دست آمده است:

آزمایش بی باری: 1600 W ، 4.5 A ، 2200 V ، 60 Hz

آزمایش روتور قفل: 9000 W ، 25 A ، 270 V ، 15 Hz

مقاومت DC هر فاز استاتور به طور میانگین  $R_s = 2.8 \Omega$  است.  
الف) تلفات بی باری گردشی را به دست آورید.

ب) پارامترهای مدار معادل IEEE

ج) مقادیر  $R_{th}$  ،  $X_{th}$  و  $V_{th}$  را محاسبه کنید. (اتصال ستاره)

حل: الف)

$$P_{rot} = P_{NL} - 3R_s I_{NL}^2 = 1600 - 3 \times 2.8 \times (4.5)^2 = 1429.9 \text{ W}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

(ب)

$$V_{NL} = \frac{2200}{\sqrt{3}} = 1270.17 \text{ V} , Z_{NL} = \frac{V_{NL}}{I_{NL}} = \frac{1270.17}{4.5} = 282.26 \ \Omega$$

$$R_{NL} = \frac{P_{NL}}{I_{NL}^2} = \frac{1600/3}{4.5^2} = 26.34 \ \Omega , X_{NL} = X_s + X_m = \sqrt{282.26^2 - 26.34^2} = 281.03 \ \Omega$$

$$R_{BL} = R_s + R'_r = \frac{P_{BL}}{I_{BL}^2} = \frac{9000/3}{25^2} = 4.8 \ \Omega , R'_r = 4.8 - 2.8 = 2 \ \Omega$$

$$Z_{BL|f_{BL}} = \frac{270/\sqrt{3}}{25} = 6.24 \ \Omega , X_{BL|f_{BL}} = \sqrt{6.24^2 - 4.8^2} = 3.987 \ \Omega$$

$$X_{BL} = X_{BL|f_{BL}} \times \frac{f_n}{f_{BL}} = 3.987 \times \frac{60}{15} = 15.948 \ \Omega , X_s \approx X'_r = \frac{X_{BL}}{2} = 7.974 \ \Omega$$

$$X_m = 281.03 - 7.974 = 273.05 \ \Omega$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

(ج)

$$Z_{th} = \frac{(jX_m)(R_s + jX_s)}{R_s + j(X_s + X_m)} = (2.64 + j10.39) \Omega, \quad V_{th} = \frac{Z_{th} V_s}{R_s + jX_s} = (1.27 \angle 5.1^\circ) V_s$$

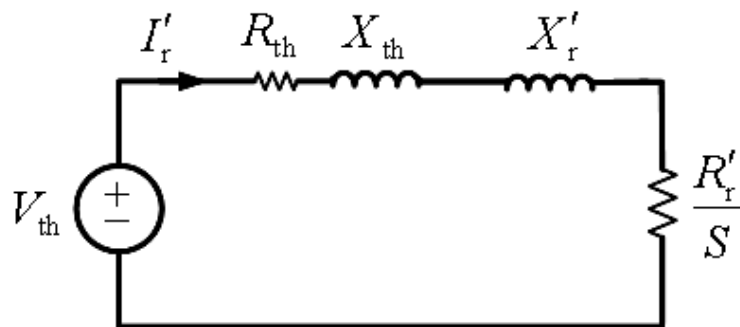
از راه تقریبی:

$$K_{th} = \frac{X_m}{X_s + X_m} = 0.972, \quad X_{th} \approx X_s = 7.974 \Omega, \quad R_{th} \approx K_{th}^2 R_s = 2.64 \Omega$$

$$R_s \ll (X_m + X_s): 2.8 \Omega \ll 281 \Omega, \quad X_s \ll X_m: 7.974 \Omega \ll 273.05 \Omega$$

**مشخصه های رفتاری (کاری): performance characteristics**

برای این منظور از مدار معادل تونن یا IEEE استفاده می شود:





## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$P_m = T_m \omega_m \Rightarrow T_m = \frac{P_m}{\omega_m}, \quad P_m = (1-S)P_{ag}, \quad n_r = n_s(1-S), \quad \omega_m = 2\pi n_r, \quad \omega_s = 2\pi n_s$$

$$\omega_m = \omega_s(1-S) \Rightarrow T_m = \frac{(1-S)P_{ag}}{\omega_s(1-S)} = \frac{P_{ag}}{\omega_s}, \quad P_{ag} = T_m \omega_s, \quad P_{ag} = \frac{R'_r}{S} I_r'^2$$

$$T_m = \frac{1}{\omega_s} \frac{R'_r}{S} I_r'^2 \xrightarrow{3\phi} T_m = \frac{3}{\omega_s} \frac{R'_r}{S} I_r'^2, \quad I_r' = \frac{V_{th}}{\sqrt{(R_{th} + \frac{R'_r}{S})^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}$$

$$\Rightarrow T_m = \frac{3}{\omega_s} \frac{R'_r}{S} \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R'_r}{S})^2 + (X_{th} + X'_r)^2} \quad \text{مشخصه گشتاور ماشین:}$$

در مقادیر کوچک لغزش ( $S \rightarrow 0$ ):

$$T_m \approx \frac{3V_{th}^2}{\omega_s} \frac{R'_r}{S(\frac{R'_r}{S})^2} = \frac{3V_{th}^2}{\omega_s R'_r} S \Rightarrow T_m \approx KS, \quad K = \frac{3V_{th}^2}{\omega_s R'_r} \quad \text{رابطه خطی:}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

در مقادیر بزرگ لغزش (  $S \rightarrow 1$  ):

$$T_m \approx \frac{3}{\omega_s} \frac{R'_r}{S} \frac{V_{th}^2}{(X_{th} + X'_r)^2} \Rightarrow T_m \approx \frac{K'}{S}, \quad K' = \frac{3R'_r V_{th}^2}{\omega_s (X_{th} + X'_r)^2}$$

گشتاور راه اندازی:

$$S = 1 \rightarrow T_m = T_s, \quad T_s = \frac{3}{\omega_s} \frac{R'_r V_{th}^2}{(R_{th} + R'_r)^2 + (X_{th} + X'_r)^2}$$

گشتاور حداکثر:

$$\frac{dT_m}{dS} = 0 \Rightarrow 0 - (3R'_r V_{th}^2)(\omega_s) \left[ \left( (R_{th} + \frac{R'_r}{S})^2 + (X_{th} + X'_r)^2 \right) + 2S(R_{th} + \frac{R'_r}{S})(-\frac{R'_r}{S^2}) \right] = 0$$

$$\Rightarrow (R_{th} + \frac{R'_r}{S})^2 + (X_{th} + X'_r)^2 = 2(R_{th} + \frac{R'_r}{S})(\frac{R'_r}{S})$$

$$\Rightarrow R_{th}^2 + (\frac{R'_r}{S})^2 + 2R_{th}(\frac{R'_r}{S}) + (X_{th} + X'_r)^2 = 2R_{th}(\frac{R'_r}{S}) + 2(\frac{R'_r}{S})^2$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\Rightarrow R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2 = \left(\frac{R_r'}{S}\right)^2 \Rightarrow S^2 = \frac{R_r'^2}{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2} \Rightarrow S = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2}}$$

$$\Rightarrow S_{T_{max}} = + \frac{R_r'}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2}}, \quad S_{T_{min}} = - \frac{R_r'}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2}} \quad (S_{T_{max}} = -S_{T_{min}})$$

با قرار دادن  $S_{T_{max}}$  و  $S_{T_{min}}$  در رابطه  $T_m$  رابطه  $T_{max}$  و  $T_{min}$  به دست می آید:

$$T_{max|S=S_{T_{max}}} = \frac{3}{\omega_s} \frac{R_r'}{\frac{R_r'}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2}}} \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R_r'}{\frac{R_r'}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2}}}\right)^2 + (X_{th} + X_r')^2}$$

$$\Rightarrow T_{max} = \frac{3V_{th}^2}{\omega_s} \frac{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2}}{(R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_r')^2})^2 + (X_{th} + X_r')^2}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{3V_{\text{th}}^2}{\omega_s} \frac{\sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}}{R_{\text{th}}^2 + R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2 + 2R_{\text{th}}\sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2} + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{3V_{\text{th}}^2}{2\omega_s} \frac{\sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}}{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2 + R_{\text{th}}\sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}}$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{3V_{\text{th}}^2}{2\omega_s} \frac{1}{R_{\text{th}} + \sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}}$$

$$T_{\min|S=S_{r\min}} = \frac{3}{\omega_s} \frac{R'_r}{\sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}} \frac{V_{\text{th}}^2}{\left(R_{\text{th}} + \frac{R'_r}{\sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}}\right)^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}$$

$$\Rightarrow T_{\min} = \frac{3}{\omega_s} \frac{-V_{\text{th}}^2 \sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}}{(R_{\text{th}} - \sqrt{R_{\text{th}}^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2})^2 + (X_{\text{th}} + X'_r)^2}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\Rightarrow T_{\min} = \frac{3}{\omega_s} \frac{-V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}{R_{th}^2 + R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2 - 2R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2} + (X_{th} + X'_r)^2}$$

$$\Rightarrow T_{\min} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_s} \frac{-\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2 - R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}$$

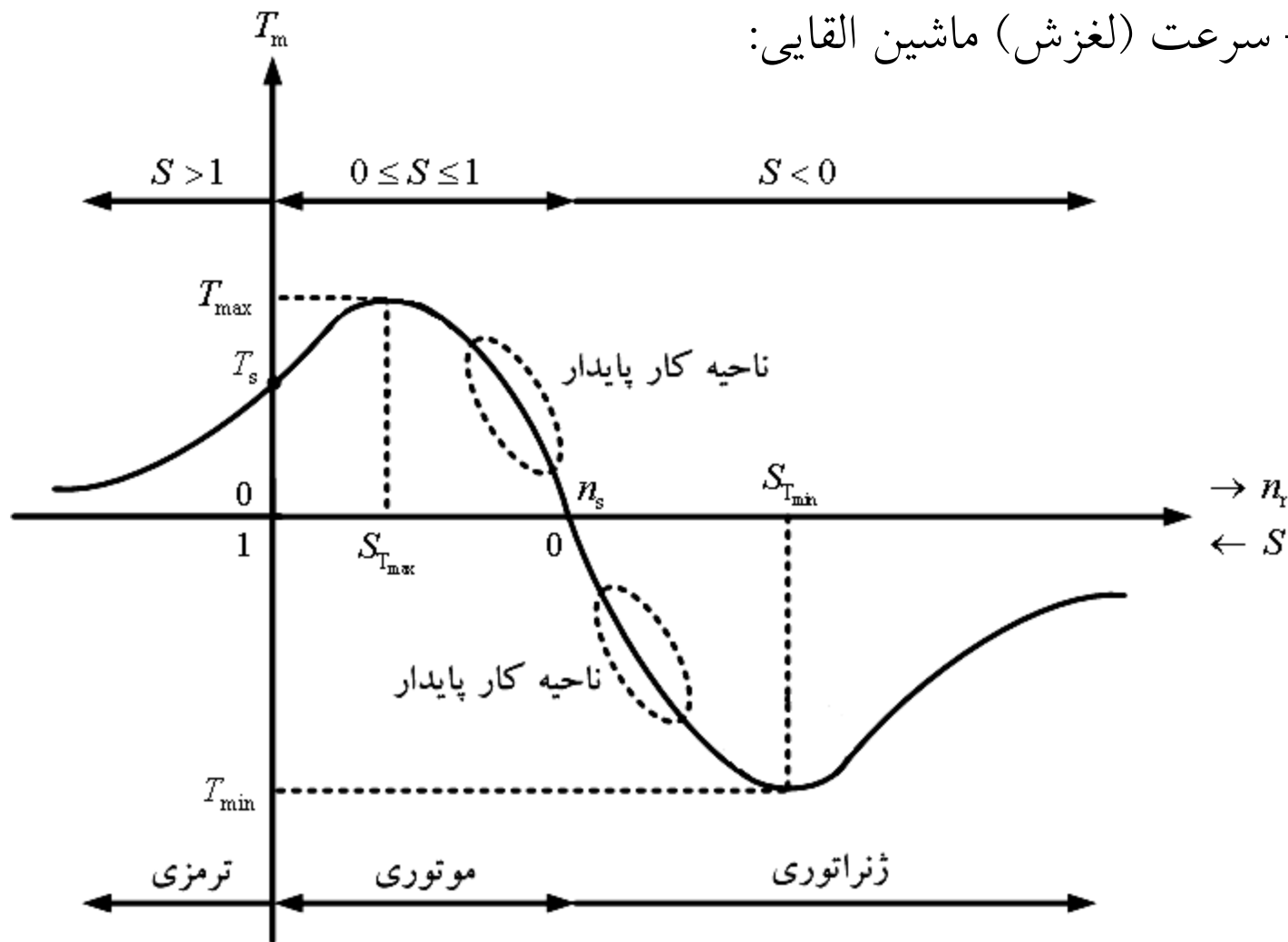
$$\Rightarrow T_{\min} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_s} \frac{1}{R_{th} - \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_s} \frac{1}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}, \quad T_{\min} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_s} \frac{1}{R_{th} - \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}}$$

نکته:  $|T_{\max}| < |T_{\min}|$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

مشخصه گشتاور - سرعت (لغزش) ماشین القایی:



## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

نکته: در نواحی ای که سرعت و گشتاور تغییرات عکس نسبت به هم دارند، ماشین پایدار است. (چون فیدبک منفی داریم). ولی در نواحی ای تغییرات سرعت و گشتاور هم جهت با هم هستند، ماشین ناپایدار است. (چون فیدبک مثبت داریم).

نکته: اگر  $R_{th}^2 \ll (X_{th} + X_r')^2$  آنگاه  $S_{T_{max}} \approx \frac{R_r'}{(X_{th} + X_r')}$   $\Rightarrow (X_{th} + X_r') \approx \frac{R_r'}{S_{T_{max}}}$

$$\frac{T_{max}}{T_m} = \frac{\frac{3 R_r'}{\omega_s S_{T_{max}}} \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R_r'}{S_{T_{max}}})^2 + (X_{th} + X_r')^2}}{\frac{3 R_r'}{\omega_s S} \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + \frac{R_r'}{S})^2 + (X_{th} + X_r')^2}} = \frac{S}{S_{T_{max}}} \frac{(R_{th} + \frac{R_r'}{S})^2 + (X_{th} + X_r')^2}{(R_{th} + \frac{R_r'}{S_{T_{max}}})^2 + (X_{th} + X_r')^2}$$

با فرض کوچک بودن  $R_{th}$  و رابطه تقریبی  $S_{T_{max}}$  داریم:

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_m} = \frac{S}{S_{T_{\max}}} \frac{\left(\frac{R'_r}{S}\right)^2 + (X_{th} + X'_r)^2}{\left(\frac{R'_r}{S_{T_{\max}}}\right)^2 + (X_{th} + X'_r)^2} = \frac{S}{S_{T_{\max}}} \frac{\left(\frac{R'_r}{S}\right)^2 + \left(\frac{R'_r}{S_{T_{\max}}}\right)^2}{\left(\frac{R'_r}{S_{T_{\max}}}\right)^2 + \left(\frac{R'_r}{S_{T_{\max}}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_m} = \frac{S}{S_{T_{\max}}} \frac{\left(\frac{1}{S}\right)^2 + \left(\frac{1}{S_{T_{\max}}}\right)^2}{\left(\frac{1}{S_{T_{\max}}}\right)^2 + \left(\frac{1}{S_{T_{\max}}}\right)^2} = \frac{S}{S_{T_{\max}}} \frac{\frac{S_{T_{\max}}^2 + S^2}{S^2 S_{T_{\max}}^2}}{\frac{2}{S_{T_{\max}}^2}} = \frac{S}{S_{T_{\max}}} \frac{S_{T_{\max}}^2 + S^2}{2S^2}$$

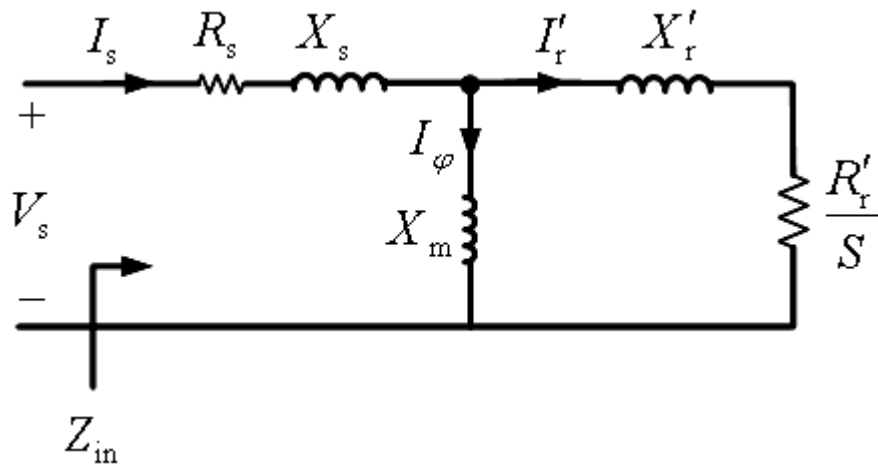
$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_m} = \frac{S^2 + S_{T_{\max}}^2}{2SS_{T_{\max}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{S}{S_{T_{\max}}} + \frac{S_{T_{\max}}}{S} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_m} = \frac{1}{2} \left( \frac{S}{S_{T_{\max}}} + \frac{S_{T_{\max}}}{S} \right)$$



# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

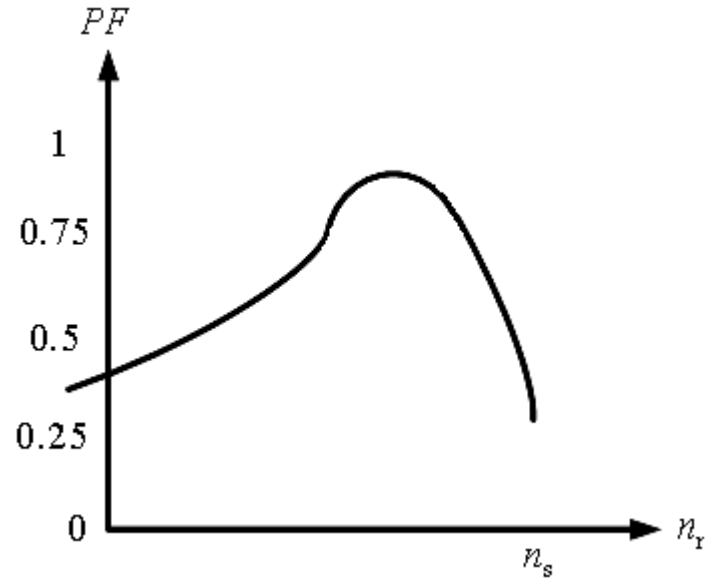
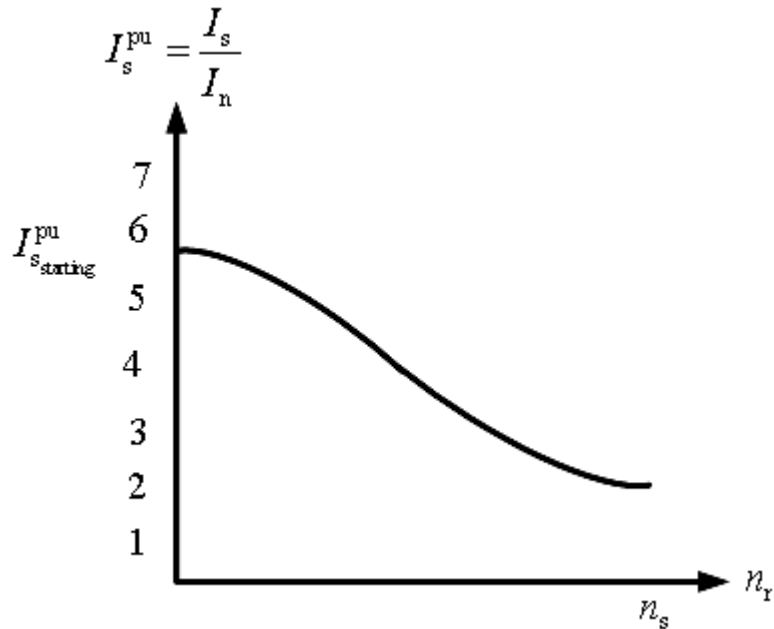
امپدانس ورودی و جریان استاتور و ضریب توان ورودی



$$Z_{in} = R_s + jX_s + (jX_m) \parallel \left( \frac{R'_r}{S} + jX'_r \right) = |Z_{in}| \angle \theta$$

$$\bar{I}_s = \bar{I}'_r + \bar{I}_\phi = \frac{\bar{V}_s}{Z_{in}} = \frac{|\bar{V}_s| \angle 0^\circ}{|Z_{in}| \angle \theta} = \frac{|\bar{V}_s|}{|Z_{in}|} \angle -\theta = |\bar{I}_s| \angle -\theta, \theta > 0 \Rightarrow PF = \cos \theta \text{ lag}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز



### توان و بازده

توان نامی ماشین توان خروجی است که ماشین برای دادن توان به بار ساخته شده است. حد تحمل درجه حرارت در سیم پیچی ها عاملی است که حد توان را مشخص می کند.

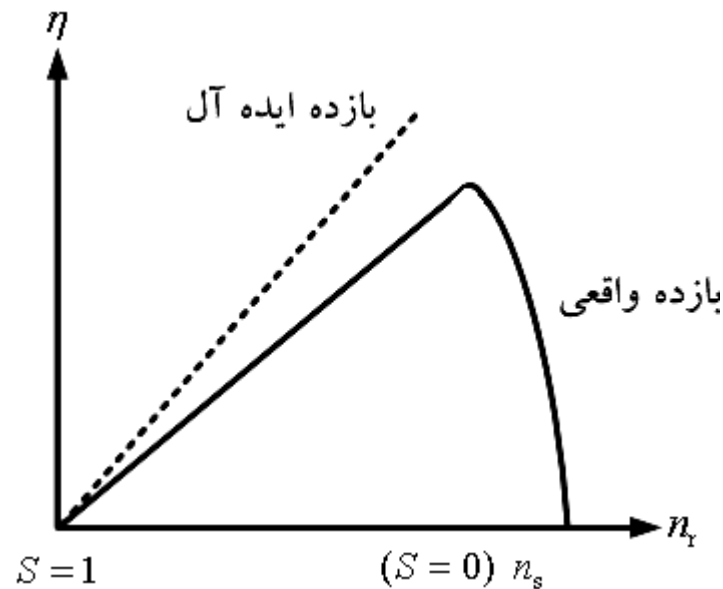
## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\eta \triangleq \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{in}} - P_{\text{Loss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_{\text{Loss}}}, \quad P_{\text{in}} = 3V_{\text{s,ph}} I_{\text{s,ph}} \cos \theta = \sqrt{3} V_{\text{s,L}} I_{\text{s,L}} \cos \theta$$

$P_{\text{out}} = P_{\text{m}} - P_{\text{rot}}$  ,  $P_{\text{Loss}} =$  کلیه تلفات اعم از تلفات مسی و آهنی و چرخشی

$$\eta \triangleq \frac{P_{\text{m}}}{P_{\text{ag}}} = \frac{(1-S)P_{\text{ag}}}{P_{\text{ag}}} = 1-S$$

بازده داخلی یا ایده آل



# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

## پخش توان در ماشین القایی سه فاز

۱- توان تلف شده در روتور ( $P_r$ ) همواره مثبت فرض می شود.

۲- علامت  $S$  جهت جاری شدن توان را مشخص می کند.

۳- جهت مثبت و منفی عبارت است از: روتور  $\overset{+}{\rightleftarrows}$  استاتور

برای مثال در حالت ژنراتوری:

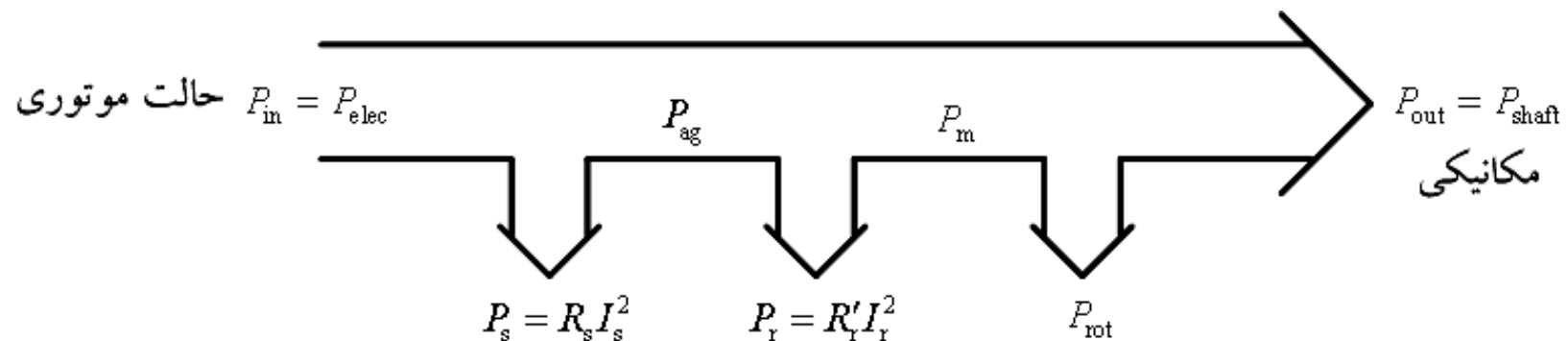
$$P_{ag} \leftarrow P_{ag} = \frac{P_r}{S}, S < 0, P_r > 0$$

$$\text{جهت } P_m \leftarrow P_m = (1-S)P_{ag} < 0$$

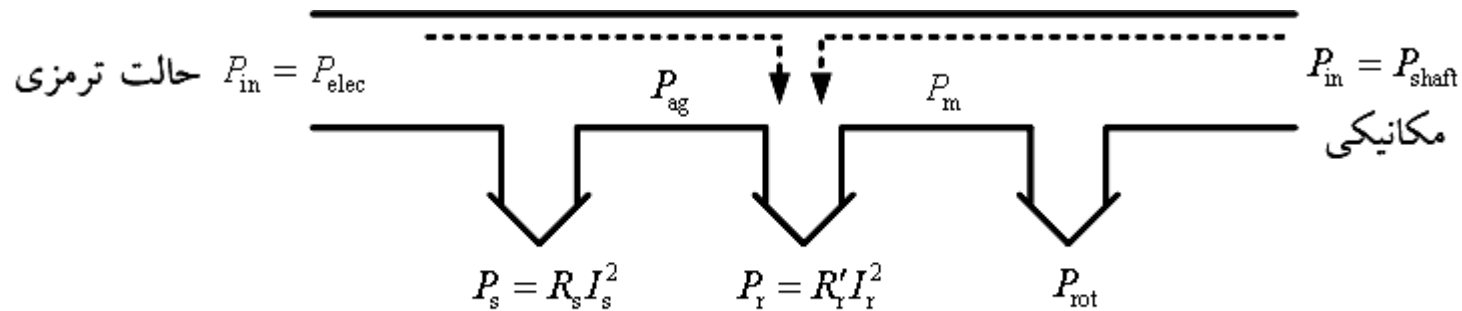
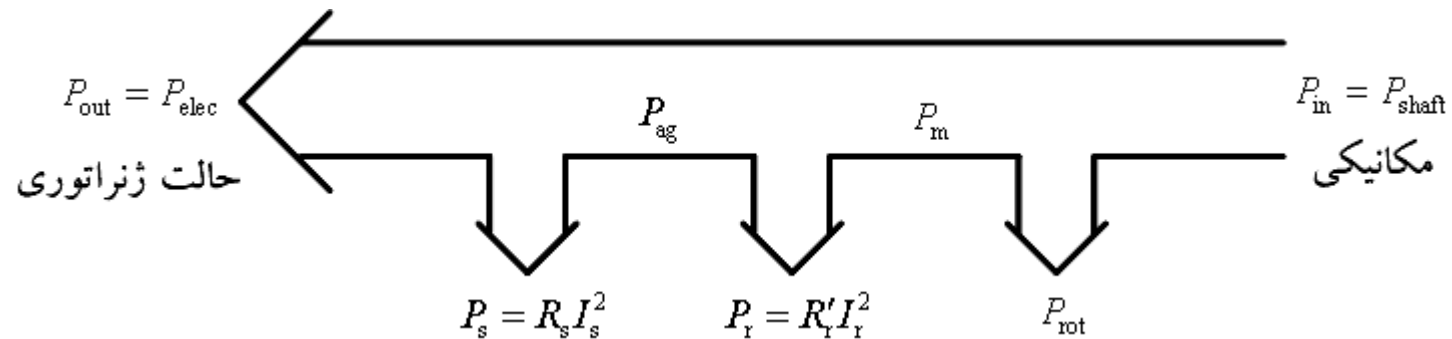
$$\text{جهت } P_{shaft} \leftarrow P_{shaft} \triangleq P_m - P_{rot} < 0$$

# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

حالت کاری ماشین	$P_r$	$S$	$P_{ag}$	$P_m$	$P_{shaft}$
موتوری	+	$0 \leq S \leq 1$	+	+	+
ژنراتوری	+	$S < 0$	-	-	-
ترمزی	+	$S > 1$	+	-	-



# فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز



سیم پیچی روتور داغ می شود.

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

مثال: یک موتور القایی سه فاز چهار قطبی، 60 هرتز و 110 ولتی دارای پارامترهای زیر است:

$$a = \frac{N_1}{N_2} = 1.2, L_m = 40 \text{ mH}, L_r = 2.1 \text{ mH}, L_s = 3.2 \text{ mH}, R_r = 0.4 \Omega, R_s = 0.3 \Omega$$

فرکانس جریان روتور و گشتاور تولیدی را در سرعت 1000 rpm تعیین کنید، در حالی که سیم پیچی های ماشین به صورت ستاره متصل شده و مقاومت خارجی 2 اهم در هر فاز روتور قرار داده شده است. ( $R_{r_{\text{ext}}} = 2 \Omega$ )

حل:

$$n_s = \frac{2}{P} f_s = \frac{2}{4} \times 60 = 30 \text{ rps} \equiv 1800 \text{ rpm}, S = \frac{1800 - 1000}{1800} = 0.444$$

$$f_r = S f_s = 0.444 \times 60 = 26.64 \text{ Hz}, X_s = 2\pi f_s L_s = 1.21 \Omega$$

$$X_m = 2\pi f_s L_m = 15.08 \Omega, X'_r = 2\pi f_s \times a^2 L_r = 1.14 \Omega$$

$$R'_r = (0.4 + 2) \times a^2 = 3.456 \Omega, \omega_s = 2\pi n_s = 188.49 \text{ rad/sec}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$R_s^2 \ll (X_m + X_s)^2 ? \rightarrow 0.09 \ll 265.36 \quad \checkmark$$

$$K_{th} = \frac{15.08}{15.08 + 1.21} = 0.926, \quad X_{th} \approx X_s = 1.21 \Omega, \quad R_{th} \approx K_{th}^2 R_s = 0.257 \Omega$$

$$T_m = \left(\frac{3}{188.49}\right) \left(\frac{3.456}{0.444}\right) \left(\frac{(0.926 \times 110 / \sqrt{3})^2}{(0.257 + 3.456 / 0.444)^2 + (1.21 + 1.14)^2}\right) = 6.1 \text{ N.m}$$

مثال: یک موتور القایی سه فاز چهار قطبی، 60 هرتز و 460 ولت و 1740 rpm با روتور سیم پیچی شده دارای پارامترهای زیر است:

$$P_{rot} = 1700 \text{ W}, \quad X_m = 30 \Omega, \quad X_s = X_r' = 0.5 \Omega, \quad R_r' = 0.2 \Omega, \quad R_s = 0.25 \Omega$$

اگر روتور اتصال کوتاه شود، پیدا کنید:

الف) جریان راه اندازی را وقتی موتور با ولتاژ کامل راه اندازی شود. ( $I_{st}$  در ولتاژ کامل) و نیز گشتاور راه اندازی.



## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

ب) لغزش بار کامل، جریان بار کامل، نسبت جریان راه اندازی به جریان بار کامل، ضریب توان بار کامل، گشتاور بار کامل، بازده داخلی و بازده موتور در بار کامل.

ج) لغزش گشتاور حداکثر و نیز گشتاور حداکثر.

د) مقدار مقاومت خارجی روتور بر فاز برای آن که حداکثر گشتاور در زمان راه اندازی به وقوع بپیوندد. (فرض: نوع اتصال ستاره)

(حل: الف)

$n_r = 0 \rightarrow S = 1$  در لحظه راه اندازی

$$V_{s,ph} = \frac{460}{\sqrt{3}} \approx 265.6 \text{ V}, Z_{in} = R_s + jX_s + (jX_m) \parallel \left( \frac{R'_r}{S} + jX'_r \right)$$

$$\Rightarrow Z_{in} = 0.25 + j0.5 + \frac{(j30)(0.2 + j0.5)}{0.2 + j(30 + 0.5)} = 1.088 \Omega \angle +65.93^\circ$$

$$\bar{I}_{st} = \frac{265.6 \angle 0^\circ}{1.088 \angle +65.93^\circ} = 244.1 \text{ A} \angle -65.93^\circ \quad \text{جریان راه اندازی}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\omega_s = 2\pi n_s = 2\pi \times \frac{2}{P} f_s = 188.49 \text{ rad/sec}$$

$$R_s^2 \ll (X_m + X_s)^2 ? \rightarrow 0.0625 \ll 930.25 \quad \checkmark$$

$$K_{th} = \frac{30}{30 + 0.5} = 0.984, \quad X_{th} \approx X_s = 0.5 \Omega, \quad R_{th} \approx K_{th}^2 R_s = 0.242 \Omega$$

$$T_{st} = \left(\frac{3}{188.49}\right) \left(\frac{0.2}{1}\right) \left(\frac{(0.984 \times 265.6)^2}{(0.242 + 0.2/1)^2 + (0.5 + 0.5)^2}\right) = 181.89 \text{ N.m} \quad \text{گشتاور راه اندازی}$$

(ب)

$$n_s = \frac{2}{P} f_s = 30 \text{ rps} \equiv 1800 \text{ rpm}, \quad S_{fl} = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.033 \quad \text{لغزش بار کامل}$$

$$Z_{in} = 0.25 + j0.5 + \frac{(j30)(0.2/0.033 + j0.5)}{0.2/0.033 + j(30 + 0.5)} = 6.258 \Omega \angle +19.73^\circ$$

$$\bar{I}_{fl} = \frac{265.6 \angle 0^\circ}{6.258 \angle +19.73^\circ} = 42.44 \text{ A} \angle -19.73^\circ \quad \text{جریان بار کامل}$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$\frac{I_{st}}{I_{fl}} = \frac{244.1}{42.44} = 5.75 \quad \text{نسبت جریان راه اندازی به جریان بار کامل}$$

$$PF = \cos \theta_s = \cos(19.73) = 0.94 \text{ lag} \quad \text{ضریب توان بار کامل}$$

$$T_{fl} = T_m = \left(\frac{3}{188.49}\right) \left(\frac{0.2}{0.033}\right) \left(\frac{(0.984 \times 265.6)^2}{(0.242 + \frac{0.2}{0.033})^2 + (0.5 + 0.5)^2}\right) = 161.79 \text{ N.m}$$

گشتاور بار کامل

$$\text{بازده داخلی: } \eta = 1 - S = 0.967 \rightarrow \% \eta = 96.7\%$$

$$P_{ag} = \omega_s T_m = 188.49 \times 161.79 = 30496 \text{ W}$$

$$\text{بازده واقعی: } \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_m - P_{rot}}{3V_{s,ph} I_{s,ph} \cos \theta_s} = \frac{(1 - S)P_{ag} - P_{rot}}{3V_{s,ph} I_{s,ph} \cos \theta_s}$$

$$\Rightarrow \% \eta = \frac{(1 - 0.033) \times 30496 - 1700}{3 \times 265.6 \times 42.44 \times 0.94} \times 100 = 87.5\%$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$S_{T_{\max}} = \frac{0.2}{\sqrt{(0.242)^2 + (0.5+0.5)^2}} = 0.1944 \quad (\text{ج})$$

$$T_{\max} = \frac{3}{2 \times 188.49} \frac{261.35^2}{0.242 + \sqrt{0.242^2 + (0.5+0.5)^2}} = 427.7 \text{ N.m} \quad (\text{د})$$

$$S_{st} = 1 = S_{T_{\max}} = \frac{R'_r + R'_{r_{\text{ext}}}}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}} \Rightarrow 1 = \frac{0.2 + R'_{r_{\text{ext}}}}{\sqrt{(0.242)^2 + (0.5+0.5)^2}} \Rightarrow R'_{r_{\text{ext}}} = 0.829 \frac{\Omega}{\phi}$$

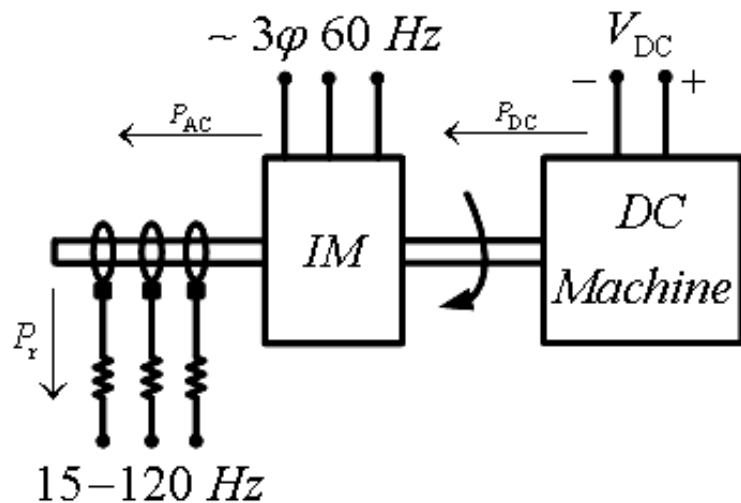
مثال: شکل زیر سیستمی را نشان می دهد که به عنوان منبع تغذیه با فرکانس متغیر استفاده می شود. ماشین القایی از نوع روتور سیم پیچی شده، سه فاز و شش قطبی است که به منبع سه فاز 460 ولت با فرکانس 60 هرتز متصل است. فرکانس متغیر در محدوده 15-120 هرتز از پایانه های روتور گرفته می شود.

الف) سرعت چرخش سیستم را بر حسب rpm برای تحویل فرکانس های 15 هرتز و 120 هرتز تعیین کنید.

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

ب) اگر ولتاژ مدار باز روتور در حالت سکون 240 ولت باشد، ولتاژ مدار باز روتور در فرکانس 15 هرتز و 120 هرتز را تعیین کنید.

ج) در فرکانس های 15 هرتز و 120 هرتز چه نسبتی از توان خروجی توسط منبع و چه نسبتی توسط ماشین DC تأمین می شود. (از کلیه تلفات در ماشین القایی صرفه نظر می شود.)



## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

(حل: الف)

$$n_s = \frac{2}{P} f_s = 20 \text{ rps} \equiv 1200 \text{ rpm}, \quad f_r = S f_s \Rightarrow S = \pm \frac{f_r}{f_s} = \pm \frac{f_r}{60}$$

$$f_r = 15 \text{ Hz} \rightarrow S = \pm 0.25, \quad n_r = (1 - S)n_s = (1 - (\pm 0.25)) \times 1200 = \begin{cases} 900 \text{ rpm} & \text{موتوری} \\ 1500 \text{ rpm} & \text{ژنراتوری} \end{cases}$$

$$f_r = 120 \text{ Hz} \rightarrow S = \pm 2, \quad n_r = (1 - S)n_s = (1 - (\pm 2)) \times 1200 = \begin{cases} -1200 \text{ rpm} & \text{ترمزی} \\ 3600 \text{ rpm} & \text{ژنراتوری} \end{cases}$$

(ب)

$$f_r = 15 \text{ Hz} \rightarrow E_r^s = S E_r = 240 \times 0.25 = 60 \text{ V}$$

$$f_r = 120 \text{ Hz} \rightarrow E_r^s = S E_r = 240 \times 2 = 480 \text{ V}$$

(ج)

$$P_{AC} = P_{ag} \text{ (چون تلفات نداریم)} = \frac{P_r}{S}$$

$$P_{DC} = -P_m \text{ (چون } P_{rot} = 0 \text{)} = -(1 - S)P_{ag} = -(1 - S)\frac{P_r}{S}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{AC} = \frac{P_r}{S} \\ P_{DC} = -(1 - S)\frac{P_r}{S} \end{array} \right\} P_{AC} + P_{DC} = P_r$$

## فصل دوم: موتورهای القایی سه فاز

$$S = +0.25 \text{ (موتوری)} \Rightarrow P_{AC} = 4P_r, P_{DC} = -3P_r$$

$$S = -0.25 \text{ (ژنراتوری)} \Rightarrow P_{AC} = -4P_r, P_{DC} = 5P_r$$

$$S = +2 \text{ (ترمزی)} \Rightarrow P_{AC} = 0.5P_r, P_{DC} = 0.5P_r$$

$$S = -2 \text{ (ژنراتوری)} \Rightarrow P_{AC} = -0.5P_r, P_{DC} = 1.5P_r$$

### روش های کنترل سرعت موتور القایی سه فاز

۱- تغییر قطب  $n_s = \frac{2}{p} f_s \approx n_r$  ۲- روش کنترل ولتاژ ۳- کنترل کننده نیمه هادی: تغییر مقدار مؤثر ولتاژ ۴- تغییر مقاومت روتور ۵- روش کنترل فرکانس تغذیه ۶- روش کنترل ثابت  $V/f =$

$$n_s = \frac{2}{p} f_s \approx n_r, V_s \approx E_{s_{rms}} = 4.44 f_s N_s K_{W_s} \varphi_p \Rightarrow \varphi_p = K \frac{V_s}{f_s}$$