فصل اول : مفاهیم کلی

Subject: 2/

تعریف سیال : سیال ماده‌ای است که بر اثر اعمال کوچکترین تنش برشی ، تغییر شکل پیوسته دهد.

خواص یک سیال :

این خواص عمدتا چهار دسته می باشند :

۱- خواص سینماتیکی : سرعت خطی ، سرعت زاویه‌ای ، چرخش ، شتاب و نرخ کرنش

این خواص در واقع خواص عنوز میدان جریان می باشند نه سیال .

۲- خواص انتقالی : لزجت ، هدایت حرارتی ، انتشار جرم

۳- خواص ترمودینامیکی : فشار ، چگالی ، دما ، انتالپی ، انتروپی ، گرمای ویژه ، عدد پرانتل ، مدول حجمی ، ضریب انبساط حرارتی

۴- خواص کوانتوم رفیز : کشش سطحی ، فشار بخار ، ضرایب انتشار گرداب ، ضرایب هوا‌های سطحی

سیستم اویلری در مکانیک سیالات انتخاب مناسبی می باشد.

فرض کنید Q یک خاصیت از سیال است.

$$Q = Q(x, y, z, t)$$

تغییر دیفرانسیلی کل Q برابر خواهد بود با:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial x}dx + \frac{\partial Q}{\partial y}dy + \frac{\partial Q}{\partial z}dz + \frac{\partial Q}{\partial t}dt \quad (1)$$

از طرفی: $dx = u\,dt \qquad dy = v\,dt \qquad dz = w\,dt \quad (2)$

مشتق جابه‌جایی

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + u\frac{\partial Q}{\partial x} + v\frac{\partial Q}{\partial y} + w\frac{\partial Q}{\partial z}$$

مشتق موضعی

که $\frac{dQ}{dt}$: مشتق ذاتی، مشتق ذره‌ای، مشتق ماده

که معلوم می‌کند در روش اویلری در حال تعقیب کردن یک ذره هستیم.

صورت خلاصه شده بالا: $\frac{DQ}{Dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\vec{\nabla})Q$

ابراتور لاپلاس: $\nabla = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$

IDEA

Subject: 3/

سرعت :

$$\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$$

$$u = u(x, y, z, t) \quad , \quad v = v(x, y, z, t) \quad , \quad w = w(x, y, z, t$$

محاسبه شتاب :

$$\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{u} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}\cdot\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\underbrace{\frac{dz}{dt}}_{w}$$

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}$$

یا می توان نوشت :

$$\vec{a} = \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\,\vec{v}$$

Local acceleration · Convective acceleration

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\vec{\nabla})u = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\vec{\nabla})v = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\vec{\nabla})w = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}$$

Ü.ij : $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

@ Steady State : $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = 0$

$\Rightarrow$ There is only Convective acceleration Compon

@ Uniform Flow : $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = \dots = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

$\Rightarrow$ There is only local acceleration Component

Subject: 41

دیگر خواص مکانیکی سیال :

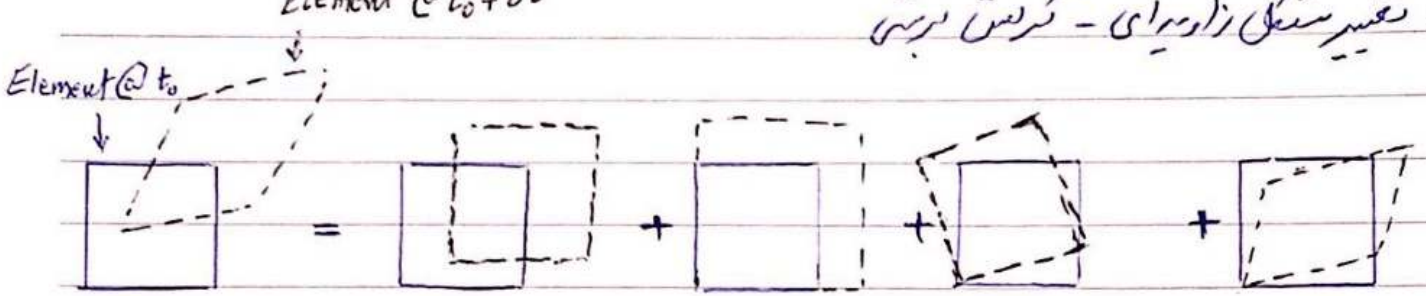
همانند جامدات ، یک عنصر سیال می تواند چهار نوع مختلف حرکت یا تغییر شکل را تحمل کند.

۱. جابه جایی

۲. تغییر شکل خطی - کرنش کششی - انبساط

۳. چرخش

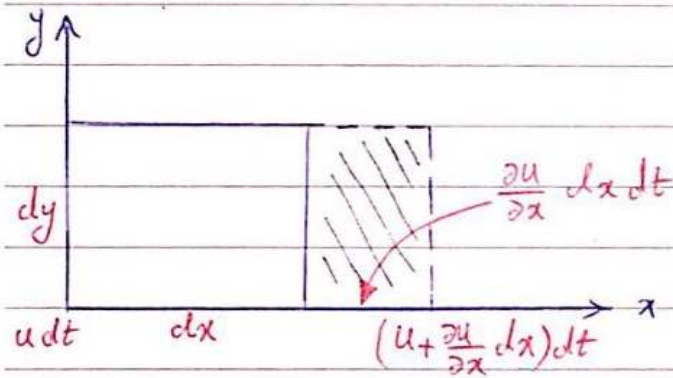
۴. تغییر شکل زاویه ای - کرنش برشی



General motion | Translation | Linear deformation | Rotation | Angular deformation

آنالیز دیفرانسیلی از سیال :

تغییر شکل خطی - گردش - کشش



$$\delta \forall_x = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x} dx\,dt}_{\text{از تغییر طول}}\, dy\, dz$$

$$\frac{1}{\forall}\,\delta \forall_x = \frac{1}{dx\,dy\,dz}\,\frac{\partial u}{\partial x}\,dx\,dt\,dy\,dz = \frac{\partial u}{\partial x}\,dt$$

$$\frac{1}{\forall}\,\frac{d(\delta \forall_x)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \equiv \varepsilon_{xx}$$ نرخ تغییر حجم در راستای x

نرخ

این عبارت همان کرنش کشش در جهت x است که بصورت نسبی افزایش طول ضلع افقی المان را توصیف می‌کند.

Subject: 5/

به همین ترتیب می توان نوشت :

نرخ کرنش کشش در جهت y – نرخ تغییر حجم در راستای y

$$\frac{1}{\forall}\frac{d(\delta \forall_y)}{dt} = \frac{\partial v}{\partial y} \equiv \varepsilon_{yy}$$

نرخ کرنش کشش در جهت z – نرخ تغییر حجم در راستای z

$$\frac{1}{\forall}\frac{d(\delta \forall_z)}{dt} = \frac{\partial w}{\partial z} \equiv \varepsilon_{zz}$$

$$\frac{1}{\forall}\frac{d}{dt}(\delta \forall_x + \delta \forall_y + \delta \forall_z) = \frac{1}{\forall}\frac{d}{dt}\delta \forall =$$

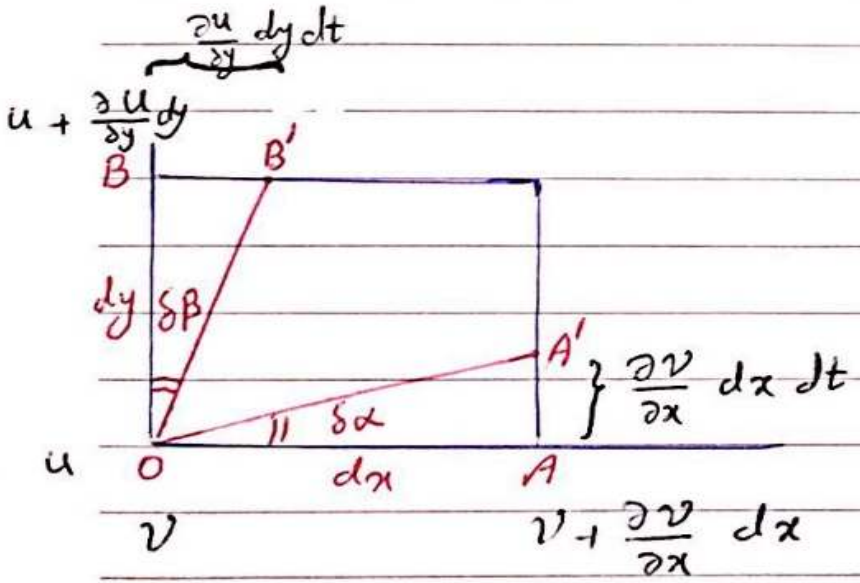
$$= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \vec{\nabla}.\vec{V}$$

چنانچه سیال تراکم ناپذیر باشد ، پس حجم آن ثابت است یعنی $\frac{d}{dt}\delta \forall = 0$ است ،

لذا حجم $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ خواهد بود.

بنابراین برای سیال تراکم ناپذیر دیورژانس سرعت برابر صفر خواهد بود. $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$

چرخش :



$$\delta\alpha \cong tg(\delta\alpha) = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx\, dt}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} dt$$

$$\omega_{OA} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\alpha}{\delta t} = \lim \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dt}{\delta t} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (*)$$

سمت C.C.W

چرخش حالت عقربه‌های ساعت.

IDEA

Subject: 6/

$$\delta\beta \simeq tg(\delta\beta) = \frac{\frac{\partial u}{\partial y}\, dy\, dt}{dy} = + \frac{\partial u}{\partial y}\, dt$$

$$\omega_{OB} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\beta}{\delta t} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\frac{\partial u}{\partial y}\, dt}{dt} = - \frac{\partial u}{\partial y} \quad C.W \quad (**)$$

قرارداد: چرخش حول یک محور (z) پیمانگین چرخش دو پاره خط عمود برهم در صفحه عمود

بر آن حول محور ($\vec{z}$) است. یعنی:

$$\omega_z = \frac{1}{2}(\omega_{OA} + \omega_{OB})$$

پس: $$\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

یا به عبارتی چرخش هر المان حول محور z برابر میانگین چرخش اضلاع آن المان می باشد.

به همین ترتیب خواهیم داشت :

$$\omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

شامل چرخش شدن جریان ، تغییرات سرعت به دلیل ویسکوزیته است و چون در لایه مرزی، ویسکوزیته حکمفرمان سرعت حاکم است ، با چرخش سیال مواجه خواهیم بود.

می توان نوشت :

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} \times \vec{V} = \frac{1}{2}\,\text{curl}\,\vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix}$$

همچنین در تئوری تعریف می شود :

Vorticity $\vec{\xi} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$ یا $\vec{\xi} = 2\vec{\omega}$

IDEA

Subject: 7/

جریان چرخشی و غیر چرخشی :

بنابراین ξ_i ($i=1,2,3$) ، مؤلفه‌های بردار دوران سیال را معرفی می‌کنند . لذا در حقیقت اندازه خاصیت چرخشی سیال حول محور i را مشخص می‌کند .

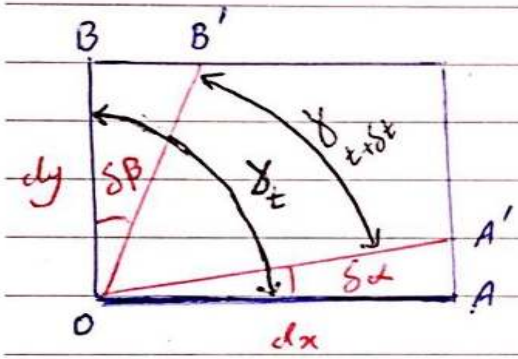
می‌توان نوشت :

$\xi_i \neq 0$ paddle wheel at P will rotate

i.e. rotation flow

$\xi_i = 0$ all i , irrotational flow

نرخ کرنش زاویه‌ای - برشی



تغییرات $\delta\gamma = \gamma_{t+\delta t} - \gamma_t = \delta\alpha + \delta\beta$

نرخ: $\frac{\delta\gamma}{\delta t} = \dot{\gamma} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\gamma}{\delta t} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\alpha}{\delta t} + \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\beta}{\delta t}$

این اندازه برای ما مهم است و نه سرعت برش.

$\xrightarrow{(**) \text{ و } (*)}$ $\boxed{\dot{\gamma}_z = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \equiv \dot{\varepsilon}_{xy}}$

برخی کتابها کرنش برشی را به صورت میانگین کاهش زاویه بین دو خط که در حالت بدون کرنش برهم عمود بوده اند، تعریف کرده اند. (مثل کتاب white) یعنی:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

بطور مشابه، دوئولندر کرنش برشی عبارتند از:

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ شبیه مکانیک جامدات، نرخ کرنش برشی متقارن است، یعنی

اگر بخواهیم به طور کلی بررسی کنیم، نرخ کرنش، هم کششی و هم برشی، یک تانسور درجه دوم متقارن، تشکیل خواهد داد که نمایش آرایه‌ای آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Subject: 9/

خاصیت لزجت

* لزجت خاصیتی از یک سیال است که تنش اعمال شده را به نرخ کرنش نتیجه شده مربوط می کند.

به عنوان یک مثال ساده دیگر داریم :

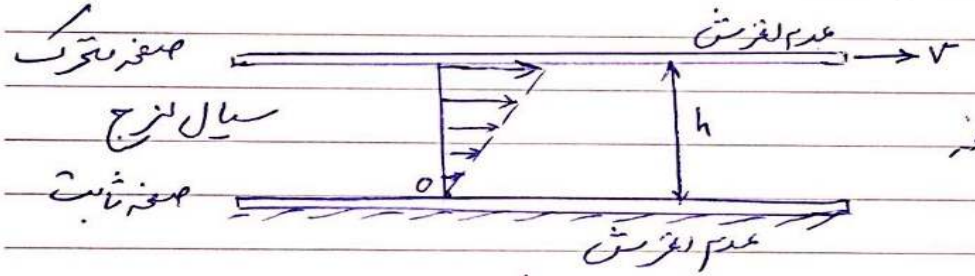
یک سیال با برش در بین دو صفحه ، را در نظر بگیرید که در شکل نشان داده شده است .

این هندسه به گونه‌ای است که تنش برشی τ_{xy} می بایست در تمام سیال ثابت باشد.

حرکت فقط در جهت x است و با y تغییر می کند ، یعنی $u = u(y)$.

از این رو در این جریان فقط یک نرخ کرنش محدود و غیر صفر وجود دارد :

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\frac{du}{dy}$$



■ یک سیال با برش بین دو صفحه

برای تمامی سیالات معمولی، برش به کار رفته تابع واحدی از نرخ کرنش خواهد بود :

$$\tau_{xy} = f(\varepsilon_{xy}) \quad (*)$$

لذا این رو برای یک سرعت V داده شده، τ_{xy} ثابت خواهد بود، در نتیجه در این گونه سیالات ε_{xy} و در نتیجه du/dy ثابت خواهد بود و از پروفیل سرعت حاصل بین صفحات، خطی خواهد بود. برای سیالات ساده مثل آب، روغن‌ها یا گازها این رابطه خطی یا نیوتنی است :

$$\tau_{xy} \sim \varepsilon_{xy} \qquad \tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{V}{h} = 2\mu \varepsilon_{xy}$$

کمیت μ، ضریب لزجت یک سیال نیوتونی نامیده می‌شود. بعد آن : $1\ N\text{-}s/m^2$

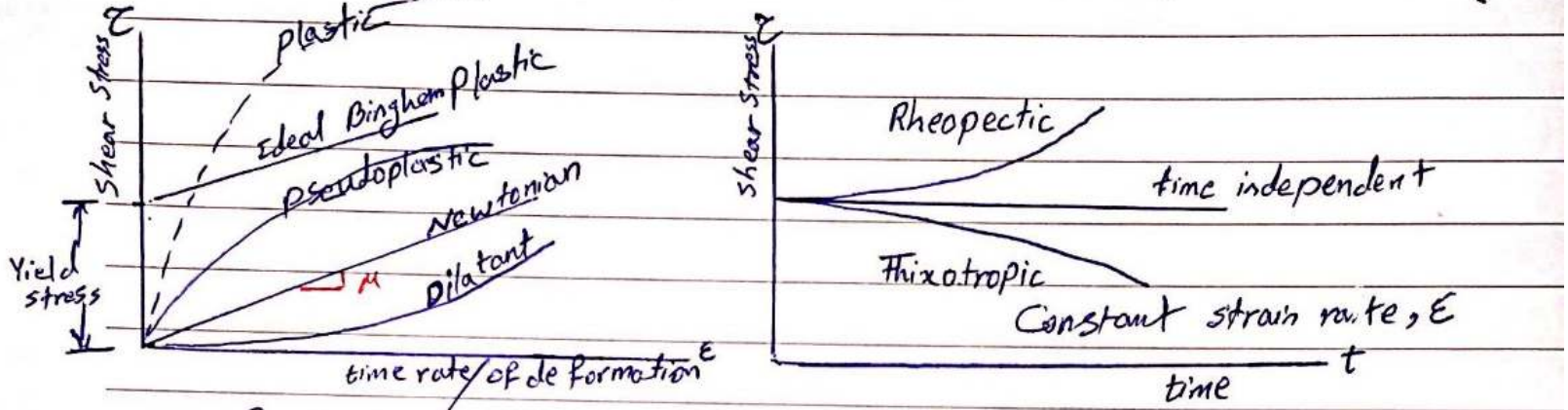
در واقع یک ضریب دوم به نام λ نیز وجود دارد که به انبساط حجمی سیال مربوط است، اما در عمل به ندرت استفاده می‌شود. بخش 4-2 را (در صفحه بعد) ببینید.) $\mu = \mu(T, P)$

IDEA

Subject: 10/

اگر تابع رابطه (*) غیرخطی باشد، سیال غیرنیوتونی نامیده می‌شود.

چند مثال از رفتار غیرنیوتونی سیالات در شکل زیر داده شده است:



در حقیقت تفاوت این دو نوع سیال (نیوتونی و غیرنیوتونی) در ویسکوزیته این‌هاست.

در یک سیال نیوتونی ویسکوزیته همواره ثابت است و با تغییر تنش برشی تغییر نمی‌کند.

زیرا که رابطه بین تنش برشی و نرخ تغییر شکل خطی است. شیب این خط همان ویسکوزیته است.

در سیالات غیرنیوتونی، ویسکوزیته ثابت نیست و با تغییر تنش برشی، ویسکوزیته تغییر می‌کند.

زیرا که رابطه بین تنش برشی و نرخ تغییر شکل خطی است. شیب این خط ها ویسکوزیته است.

در سیالات غیر نیوتونی، ویسکوزیته ثابت نیست و با تغییر تنش برشی، ویسکوزیته تغییر می کند.

• اگر با افزایش تنش برشی، سیال مقاومت بیشتری از خود نشان دهد یعنی شیب تغییرات تا

برابر ع افزایش یافته است. سیال در این حالت سیال اتساعی (dilatant) نیوتونی شود.

• هرگاه با افزایش تنش برشی، مقاومت سیال در برابر جاری شدن کاهش یابد یعنی ویسکوزیته سیال

کم شود، سیال را شبه پلاستیک (pseudoplastic) گویند.

• اگر این اثر خیلی قوی باشد، طوری که نشان داده شده است، سیال را پلاستیک می گویند.

• نوع دیگری سیال شناخته شده که برای جاری شدن لازم است، در ابتدا تنش به مقدار تنش

تسلیم برسد. بعد از تنش تسلیم، اضافه شدن تنش باعث نرخ کرنش محدود خطی در آنها

می شود. این مواد ایده آل، قسمتی جامد و قسمتی مایع بوده و پلاستیک بینگهام (Bingham Plastic)

IDEA

Subject: 11/

نامیده می‌شوند. اینها معمولاً در تحقیقات تحلیلی به عنوان "مواد تسلیم شده تحت جریان" بکار برده می‌شوند. مانند ژله، خمیر دندان، ماست.

$$\tau = \tau_{yield} + \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

البته لزوم ندارد مواد تسلیم شده خطی عمل کند. می‌توانند رفتار شبه پلاستیک یا اتساعی داشته باشند.

• نوع دیگر رفتار سیالات غیرنیوتونی این است که ممکن است رفتار آنها وابسته به زمان باشد. اگر نرخ کرنش ثابت نگه داشته شود، تنش برشی ممکن است با گذشت زمان افزایش یابد یا کاهش یابد.

اگر تنش برشی کاهش یابد، ماده تیکسوتروپیک (thixotropic) نامیده می‌شود و حالت متقابل آن رئوپکتیک (Rheopectic) نام دارد.

سیال نیکسوتروپیک مانند عسل یا رب گوجه فرنگی

سیال رئوپلاستیک مانند روان سازها

∴ یک تحلیل ساده اما کارآمد، در شناسایی رفتار سیالات غیرنیوتونی مدل لزجت توانی یا مدل اسوالد (Ostwal) می باشد:

$$\tau_{xy} \approx 2K\dot{\varepsilon}_{xy}^{n}$$

که K و n از خواص ماده بود و در حالت کلی با شاره و دما (و نسبت به نوع ترکیب در مواد مخلوط) تغییر می کند. توان n سه حالت وجود را به صورت زیر مشخص می کند:

$n<1$ شبه پلاستیک

$n=1$ نیوتونی $(K=\mu)$

$n>1$ سیال اتساعی

فرمول های بسیار دقیقی نیز برای تخمین رفتار سیالات غیرنیوتونی ارائه شده است. (Bird 1960, Skelland, 1997).

IDEA