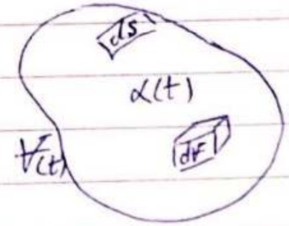
فصل دوم : معادلات اساسی

در این فصل معادلات اساسی حاکم بر جریان سیالات بررسی می‌شود. این معادلات عبارتند از :
معادله‌ی بقای جرم ، معادله‌ی بقای ممنتوم و معادله بقای انرژی

تئوری انتقال رینولدز : "Reynolds Transport Theorem"

این تئوری تمام معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال را در بر می‌گیرد .



$$\frac{d}{dt}\int_{\forall(t)} \alpha(t)\, d\forall = \int_{\forall(t)} \frac{d\alpha}{dt}\, d\forall + \int_{S(t)} \alpha(t)\, \vec{V}\cdot\hat{n}\, ds$$

$\vec{V}$: سرعت سیال در مرز

$\hat{n}$: بردار نرمال بر سطح کنترل .

تبدیل انتگرال سطح به حجم $\Rightarrow$

$$\frac{d}{dt}\int_{\forall(t)} \alpha(t)\, d\forall = \int_{\forall(t)} \left[\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\alpha V_k)\right] d\forall$$

$\forall(t)$

"Continuty"

معادله بقای جرم (پیوستگی):

بقای جرم: $\dfrac{dm}{dt} = 0$

$$M = \int_M dm = \int_{\forall} \rho \, d\forall \Rightarrow \frac{d}{dt} \int_{\forall(t)} \rho(t) \, d\forall = 0$$

تئوری انتقال رینولدز: $\displaystyle\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k) \right] d\forall = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$\Rightarrow$ معادله بقای جرم (پیوستگی) با فرض محیط پیوسته

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0}$$

Subject: 50/13

جریان تراکم ناپذیر و تراکم پذیر :

$$Ma = \frac{v}{C}$$

v : سرعت سیال

C : سرعت صوت در آن سیال

Ma : عدد بی بعد ماخ

تراکم پذیر : $Ma > 0.3$

تراکم ناپذیر : $Ma < 0.3$

معادله پیوستگی برای جریان تراکم ناپذیر :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_i)}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0 \xrightarrow[\text{تراکم ناپذیر}]{\frac{D\rho}{Dt} = 0} \boxed{\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0}$$

توضیحات

1- معادله پیوستگی

2- تراکم ناپذیر

$\partial t \qquad \partial x_i$

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}}_{\frac{D\rho}{Dt} = 0 \text{ تراکم ناپذیر}} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \xrightarrow[\text{تراکم ناپذیر}]{\frac{D\rho}{Dt}=0} \boxed{\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0}$$

فرضیات
۱- معادله پیوستگی
۲- تراکم ناپذیر

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

مثال: برای میدان جریان با سرعت $\vec{V} = \overbrace{\frac{-x}{x^2+y^2}}^{u} \hat{i} - \overbrace{\frac{y}{x^2+y^2}}^{v} \hat{j}$ بررسی کنید آیا جریان تراکم ناپذیر است؟

حل: معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \cancel{\frac{\partial w}{\partial z}}^{0} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{x^2+y^2-2x^2}{(x^2+y^2)^2} = -\frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2} = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

Subject: 51/14/

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{x^2+y^2-2y^2}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-x^2+y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{-x^2+y^2}{(x^2+y^2)^2} = 0 \Rightarrow$$ تراکم ناپذیر است.

معادله اندازه حرکت (تکانه - مومنتوم : (Momentom

- قانون دوم نیوتون برای ذره :

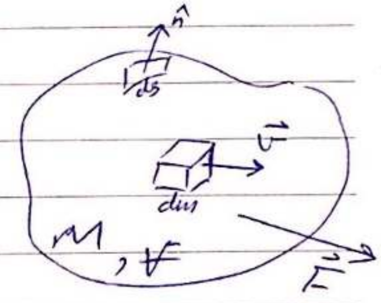
$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

نیرو : نرخ تغییر اندازه حرکت است .

$\vec{p} = m\vec{v}$ اندازه حرکت (مومنتوم)

- قانون دوم نیوتن برای سیال :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_M \vec{v}\, dm = \frac{d}{dt}\int_{\forall} \vec{v}\rho\, d\forall \quad *$$



تئوری انتقال رینولدز : $\frac{d}{dt}\int_{\forall} \alpha\, d\forall = \int_{\forall}\left[\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha v_k)}{\partial x_k}\right] d\forall$

$$\xrightarrow{\alpha=\rho v_i} \underbrace{\frac{d}{dt}\int_{\forall} \rho v_i\, d\forall}_{(*)\ \vec{F}} = \int_{\forall}\left[\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_k)}{\partial x_k}\right] d\forall$$

$$\vec{F} = \underbrace{\sum \text{نیروی سطحی}}_{1} + \underbrace{\sum \text{نیروی حجمی}}_{2}$$

$$\vec{F} = \int_S \vec{f}_s\, ds + \int_{\forall} \rho\vec{g}\, d\forall$$

Subject: 52/15

$$f_{s_i} = \sigma_{ij} n_j$$

σ_{ij} : تانسور تنش

n_j : بردار نرمال یکه عمود بر ds

$$F_i = \int_S \sigma_{ij} n_j \, ds + \int_V \rho g_i \, dV$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه گوس}} F_i = \int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \, dV + \int_V \rho g_i \, dV$$

قانون دوم نیوتون برای حجم کنترل سیال :

$$\int_V \left[\frac{\partial (\rho V_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_i V_k)}{\partial x_k} \right] dV = \int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \, dV + \int_V \rho g_i \, dV$$

$$\Rightarrow \frac{\partial (\rho V_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_i V_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i$$

قانون دوم نیوتون برای حجم انتگرال سیال :

$$\int_{\forall}\left[\frac{\partial(\rho V_i)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V_i V_k)}{\partial x_k}\right]d\forall=\int_{\forall}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}d\forall+\int_{\forall}\rho g_i\, d\forall$$

$$\Rightarrow \frac{\partial(\rho V_i)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V_i V_k)}{\partial x_k}=\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}+\rho g_i$$

$$\Rightarrow \rho\frac{\partial V_i}{\partial t}+\underbrace{V_i\frac{\partial \rho}{\partial t}+V_i\frac{\partial(\rho V_k)}{\partial x_k}}_{V_i\underbrace{\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V_k)}{\partial x_k}\right)}_{=0}}+\rho V_k\frac{\partial V_i}{\partial x_k}=\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}+\rho g_i$$

معادله پیوستگی

$$(*)\quad \Rightarrow \boxed{\rho\left(\frac{\partial V_i}{\partial t}+V_j\frac{\partial V_i}{\partial x_j}\right)=\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}+\rho g_i}$$

معادله مختصر
فرض : محیط پیوسته

$$\text{یا}\quad \rho\frac{D\vec{V}}{Dt}=\vec{\nabla}\cdot\tau_{ij}+\rho\vec{g}$$

Subject: 53/16

روابط ساختاری برای سیالات نیوتونی :

Constitutive Equations

$$\sigma_{ij} = -P\,\delta_{ij} + \tau_{ij}$$

(-) به دلیل فشاری بودن

P : فشار و τ_{ij} : تنش لزج

σ_{ij} : تنش کلی

تنش در سیال ناشی از دو عامل است : 1- فشار ، 2- لزجت

سوالی که به وجود می‌آید این است : رابطه‌ی این تانسور تنش و نرخ کرنش یا گرادیان سرعت چیست ؟؟

روابط استوکس این سؤال را پاسخ می‌دهد . برای سیال نیوتونی داریم :

$$\tau_{ij} = \lambda\,\delta_{ij}\,\frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

روابط استوکس این سؤال را پاسخ می دهد . برای سیال نیوتونی داریم :

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

تنش برشی

ضریب دوم لزجت

لزجت مطلق (دینامیکی)

بنابراین رابطه تنش کلی با فشار و گرادیان سرعت در سیال نیوتونی ایزوتروپیک :

$$\sigma_{ij} = -P \delta_{ij} + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

تنش کلی

فشار

این عبارت معمولاً قابل اغماض است

نیروی ناشی از اصطکاک

با جایگذاری رابطه تنش کلی در معادله مومنتوم (*) خواهیم داشت :

Subject: 54/17

$$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[-P\delta_{ij} + \lambda \delta_{ij}\frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right] + \rho g_i$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k}\right)}_{1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right]}_{2} + \rho g_i}$$

معادله مومنتوم ، فرض : محیط پیوسته و سیال نیوتونی و ایزوتروپیک .

فرض استوکس $\lambda = \frac{-2}{3}\mu$

معادله مومنتوم برای جریان تراکم ناپذیر و سیال نیوتونی و ایزوتروپ :

از قبل می‌دانیم معادله پیوستگی برای جریان تراکم ناپذیر بیان می‌کند : $\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$

براین اساس می‌توان تانسور تنش لزج و همچنین معادله پیوستگی را برای جریان تراکم ناپذیر با شرط سیال نیوتونی ساده کرد :

$$① : \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k}\right) = 0$$

همچنین: $$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

Subject: 55/18

در ماده ایزوتروپ خواص به جهت بستگی ندارد.

همچنین فرض می‌کنیم سیال ایزوتروپ است. پس دستگاه مختصات روی تابعها تاثیر ندارد.

$$② : \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right] = \mu\left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i}\underbrace{\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j}\right)}_{0}\right]$$

0 غیرقابل تراکم

$$= \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \rho g_i}$$

معادله ممنتوم

فرضیات: 1- محیط پیوسته 2- سیال نیوتونی

3- تراکم ناپذیر 4- سیال ایزوتروپ (μ ثابت)

$$\Rightarrow \boxed{\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \rho g_i}$$

معادله مومنتوم

فرضیات: 1- محیط پیوسته 2- سیال نیوتونی

3- تراکم ناپذیر 4- سیال ایزوترمال (μ ثابت)

یا $\rho\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\vec{\nabla})\vec{V}\right) = -\vec{\nabla} P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \rho \vec{g}$

Navier-Stokes

پیوستگی: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

x جهت، $\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \rho g_x$

y ،: $\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \rho g_y$

z ،: $\rho\left(\underbrace{\frac{\partial w}{\partial t}}_{\text{ترم زمان}} + \underbrace{u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}}_{\text{ترم های جابجایی Convection}}\right) = \underbrace{-\frac{\partial P}{\partial z}}_{\text{گرادیان فشار}} + \underbrace{\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)}_{\text{ترم های لزجت}} + \underbrace{\rho g_z}_{\text{ترم نیروی حجمی}}$

در حالت غیرنیوتونی به جای $\mu \nabla^2 \vec{V}$ باید از عبارت $\vec{\nabla}\cdot\tau_{ij}$ استفاده کرد.

معادله بقای انرژی (Conservation of Energy):

معادله اصلی بقای انرژی اثبات می گردد به صورت معادله زیر خواهد بود :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \beta T \frac{DP}{Dt} + div\,(k \vec{\nabla} T) + \Phi$$

که C_p : ظرفیت گرمایی ویژه ، ρ : چگالی سیال ، β : ضریب انبساط حرارتی و k : ضریب هدایت .

Φ تابع اتلاف (dissipation function) نامیده می شود که شامل تنش های لزج است .

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$\Phi = \mu \left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \right.$$

$$\left. \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right] + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)^2$$

اگر مقیاس سرعت جریان $\vec{V}$، کوچک باشد و انتقال حرارت نیز مطرح باشد، انرژی جنبشی سیال V^2

در مقابل تغییرات انتالپی $C_p \Delta T$ قابل صرف نظر کردن خواهد شد.

$\frac{Dp}{Dt}$ و Φ از مرتبه V^2 می باشند، بنابراین در شرایط جریان با سرعت کم یا جریان تراکم ناپذیر

خواهیم داشت:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} \simeq div\,(k\, \nabla T)$$

و اگر فرض کنیم جریان تراکم ناپذیر و ضریب هدایت حرارتی ثابت است، خواهیم داشت:

$$\boxed{\rho c_p \frac{DT}{Dt} \simeq k\, \nabla^2 T}$$

یا

$$\underbrace{\frac{DT}{Dt}}_{\text{جابجایی}} \simeq \underbrace{\alpha\, \nabla^2 T}_{\text{هدایت}} \quad , \quad \alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

α : ضریب پخش حرارتی

Subject: 201

رفتار ریاضی معادلات اساسی :

رفتار ریاضی معادلات اساسی کاملاً پیچیده است . زیرا که : ۱- معادلات برداری سه متغیر $\vec{V}$ ، P و T با هم پیوسته شده اند . ۲- هر معادله شامل یک یا چند جمله غیرخطی است .

برای معادلات به صورت کلی زیر می توان نوشت :

$$A\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} + C\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = D$$

$$A, B, C, D = f\left(x, y, \frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}\right)$$

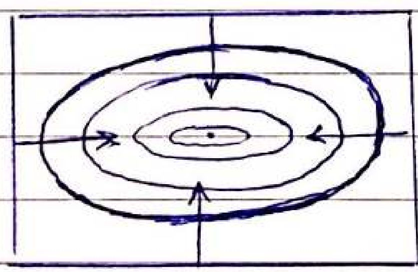
رفتار این معادلات بسته به علامت شاخص B^2-4AC ، کاملاً تغییر می کند .

$$\text{if } B^2-4AC \begin{cases} < 0 & \dashrightarrow \text{معادله بیضوی است.} \\ = 0 & \dashrightarrow \text{معادله سهموی است.} \\ > 0 & \dashrightarrow \text{معادله هذلولوی است.} \end{cases}$$

منابع بسته مخروطی مشخص شده، رفتارهای کاملاً متفاوتی از معادله بالا را پوشش می دهند:

۱- اگر معادله مورد نظر یک معادله بیضوی باشد، می توان آن را تنها با معین کردن شرایط مرزی بر روی تمام مرزها در بر گیرنده ناحیه حل کرد و یک مسئله شرط مرزی خواهد بود. مثال:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$ معادله لاپلاس ---> معادله بیضوی



حقوقاً ϕ ثابت معین است.

اطلاعات از هر چهار طرف به سمت نقطه مورد نظر منتقل می شوند، یعنی همه شرط‌ها چهار طرف در حل معادله تأثیر دارد.

در انتشار گرمایی ϕ ثابت به وجود می آید. پدیده های عابه جایی با سرعت سیال منتقل می شوند.

Subject: 21/

۲. اگر معادله مورد نظر یک معادله سهموی باشد، شرایط مرزی می‌بایست یک جهت را پوشش دهد، اما جهت مقابل باز است. درحقیقت این مسئله ترکیبی از مسئله مقدار اولیه و شرط مرزی خواهد بود. مثال:

معادله سهموی <--- معادله انتقال حرارت هدایتی

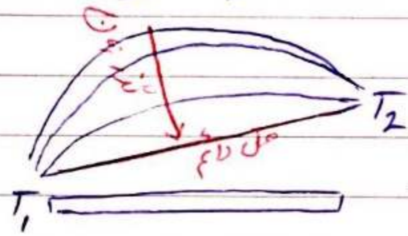
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

$$A = 1 \quad D = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad B = C = 0 \Rightarrow B^2 - 4AC = 0$$

تغییرات دما در یک میله: (انتقال حرارت یک بعد ناپایدار): اگر:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

در این حالت تنها تغییرات در ابتدا و انتهای میله (راستای x) و همچنین تغییر در دمای اولیه میله، بر روی جوابها تأثیر می‌گذارد.



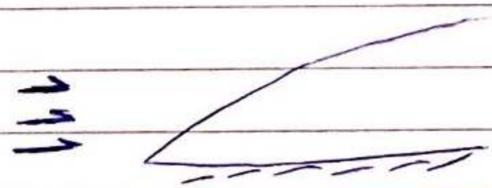
اطلاعات آینده (زمان نهایی) روی جواب تأثیری ندارد.

۳. اگر معادله مورد نظر یک معادله هذلولوی باشد، می‌توان آن را با داشتن شرایط ورودی یک بخش از مرز در ناحیه داده شده حل کرد، مرزهای دیگر باز باقی خواهند ماند و این مسئله، یک مسئله مقدار اولیه خواهد بود. مثال :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$ معادله موج ⟵ معادله هذلولوی

مثل معادله لایه مرزی

$$u\frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$



اعداد بدون بعد در انتشار :

سه پارامتر ν ، D و α به ترتیب نرخ انتشار لزجت ، جرم و حرارت را بیان می کنند . هر سه این کمیت و احد یکسان دارند : (m^2/sec) . همچنین هر سه اینها ترکیبی از خواص سیال می باشند ، نه پارامترهای هندسه سیستم و یا جریان .

نسبتهای بین آنها خواص بدون بعد سیال است که نرخهای مختلف انتشار را نسبت به هم بیان می کند .

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{نرخ انتشار لزجت}}{\text{نرخ انتشار حرارت}}$$ عدد پرانتل

$$Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\text{نرخ انتشار لزجت}}{\text{نرخ انتشار جرم}}$$ عدد اشمیت

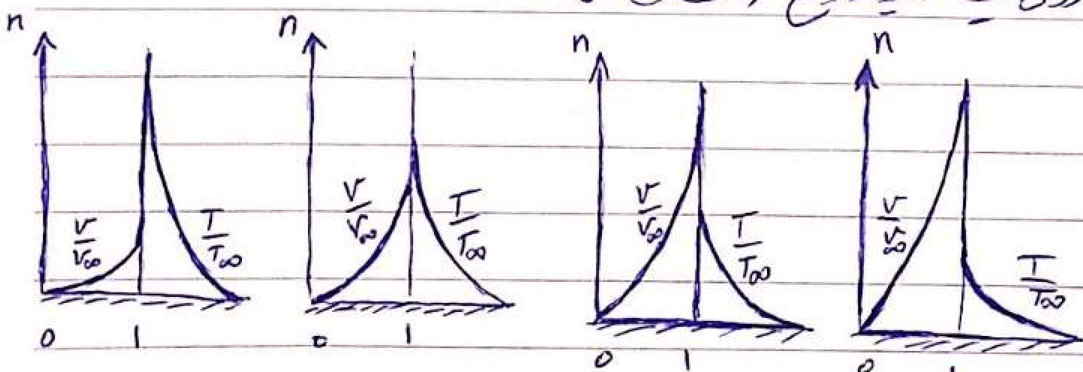
$$Le = \frac{D}{\alpha} = \frac{\text{نرخ انتشار جرم}}{\text{نرخ انتشار حرارت}}$$ عدد لوییس

$$\Rightarrow Pr = Sc \cdot Le$$

فلزات مایع عدد پرانتل کوچکی دارند ، این عدد برای گازها کمی کوچکتر از یک است و برای روغن‌ها

اعداد بسیار بزرگی است . از این رو تأثیر لزجت و حرارت در مقابل هم ، در سیالات بسیار متغیر است .

شکل زیر جریان لزج با سرعت کم روی یک دیواره داغ را نشان می دهد :



Liquid metals	Gasses	water	oils
$Pr \ll 1$	$Pr = 0.7$	$2 < Pr \leq 7$	$Pr \gg 1$

تأثیر عدد پرانتل در انتشار لزجت و حرارت در شکل‌های بالا مشهود است .

پارامترهای بی بعد در جریان لزج:

۱) پارامترهای بی بعد جریان های لزج همراه با انتقال حرارت را پوشش می دهد.

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{\text{نیروهای اینرسی}}{\text{نیروهای لزجت}}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{دیفیوژن مومنتوم}}{\text{دیفیوژن حرارت}}$$

$$Fr = \frac{V^2}{g L}$$: عدد فرود

$$Ec = \frac{V^2}{c_p (T_w - T_o)}$$: عدد اکرت $= \frac{\text{انرژی جنبشی}}{\text{انرژی حرارتی}}$ در سرعت های بالا اهمیت دارد.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$ نسبت گرمای ویژه

$$Nu = \frac{q_w L}{k (T_w - T_o)}$$: عدد نوسلت

$$Kn = \frac{\lambda}{L}$$: عدد نادسون $= \frac{\text{طول پویش آزاد مولکولی}}{\text{طول معیار}}$

o :