

# فصل هشتم

## انٹرویپی

# نابرابری کلازیوس:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

\*  $\oint \delta Q \geq 0$

$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$   $\begin{cases} \nearrow \text{Irr.} \\ \searrow \text{Rev.} \end{cases}$

$\left. \begin{array}{l} \text{① و ②} \\ \text{موتور حرارتی} \end{array} \right\}$

①  $\left. \begin{array}{l} \oint \delta Q \geq 0 \\ \oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \end{array} \right\}$  (۱) بازگشت پذیر (Rev.)

②  $\left. \begin{array}{l} \oint \delta Q \geq 0 \\ \oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \end{array} \right\}$  (۲) بازگشت ناپذیر (Irr.)

(a) موتور حرارتی

(b) پمپ حرارتی

$$\textcircled{1} \left. \begin{array}{l} \oint \delta Q \leq 0 \\ \oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \end{array} \right\} \text{ (Rev.) بازگشت پذیر}$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{array}{l} \oint \delta Q \leq 0 \\ \oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \end{array} \right\} \text{ (Irr.) بازگشت ناپذیر}$$

$\textcircled{2}$  و  $\textcircled{1}$   
پمپ حرارتی

$$\left. \begin{array}{l} \oint \delta Q \leq 0 \\ \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Irr.} \\ \text{Rev.} \end{array}$$

\*\*

کلیه سیکل ها

→

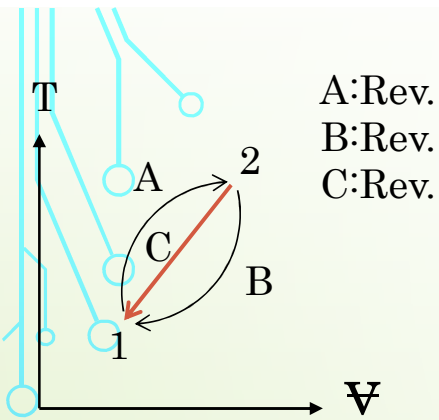
\*\* و \*

3

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \delta Q \geq 0 \\ \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Irr.} \\ \text{Rev.} \end{array}$$

نابرابری کلازیوس برای کلیه سیکل های ممکن موتور های حرارتی و پمپ های حرارتی (برگشاملت پذیر یا ناپذیر) معتبر است.

# انترپی:



A:Rev.  
B:Rev.  
C:Rev.

$$\oint_{AB} \frac{\delta Q}{T} = 0 \longrightarrow \int_A \frac{\delta Q}{T} + \int_B \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\oint_{AC} \frac{\delta Q}{T} = 0 \longrightarrow \int_A \frac{\delta Q}{T} + \int_C \frac{\delta Q}{T} = 0$$

کم کردن دورابطه

داریم

$$\longrightarrow \int_B \frac{\delta Q}{T} - \int_C \frac{\delta Q}{T} = 0 \longrightarrow$$

$$\boxed{\int_B \frac{\delta Q}{T} = \int_C \frac{\delta Q}{T}}$$

می توان نتیجه گرفت که  $\frac{\delta Q}{T}$  روی مسیرهای برگشت پذیر تابعی از مسیر نیست بلکه به حالت های اولیه و نهایی بستگی دارد. (به مسیر بستگی ندارد)

$$\left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Rev.}}$$

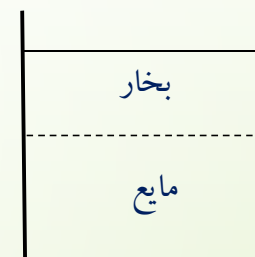
این عبارت که مستقل از مسیر است خاصیت جدیدی است که آن را با S نشان می دهیم و به آن انترپی گوئیم که یک خاصیت فراگیر است.

$$\left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Rev.}} = dS$$

$$S = ms$$

انترپی مخصوص

## حالت دو فازی:



$$S = S_f + S_g$$

$$ms = m_f s_f + m_g s_g$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } m} s = \frac{m_f}{m} s_f + \frac{m_g}{m} s_g$$

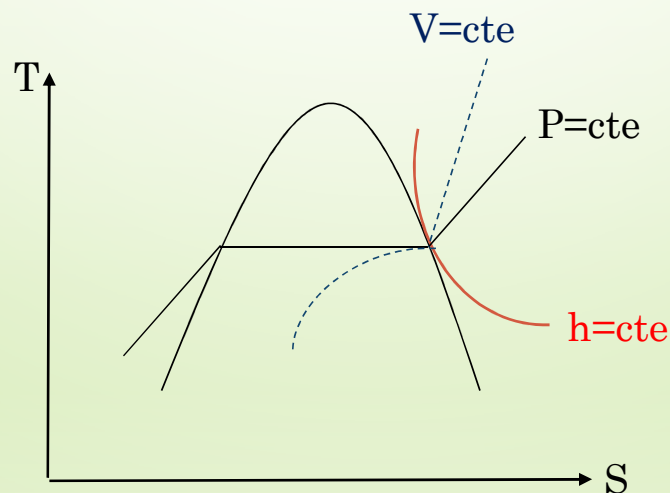
$$m = m_f + m_g$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } m} 1 = \frac{m_f}{m} + \frac{m_g}{m} \longrightarrow \frac{m_f}{m} = 1 - x$$

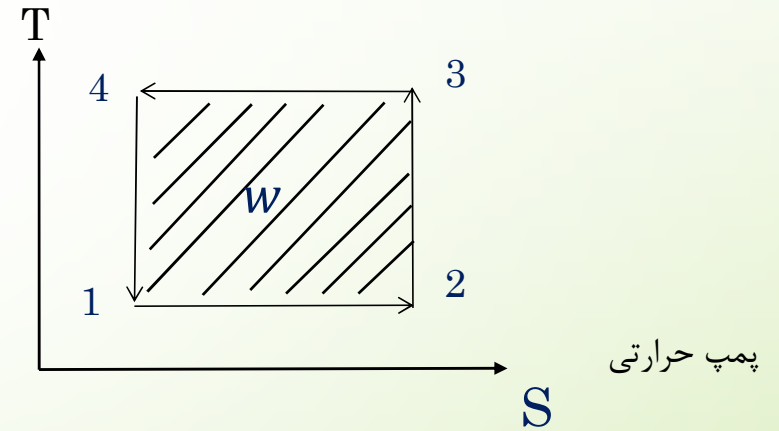
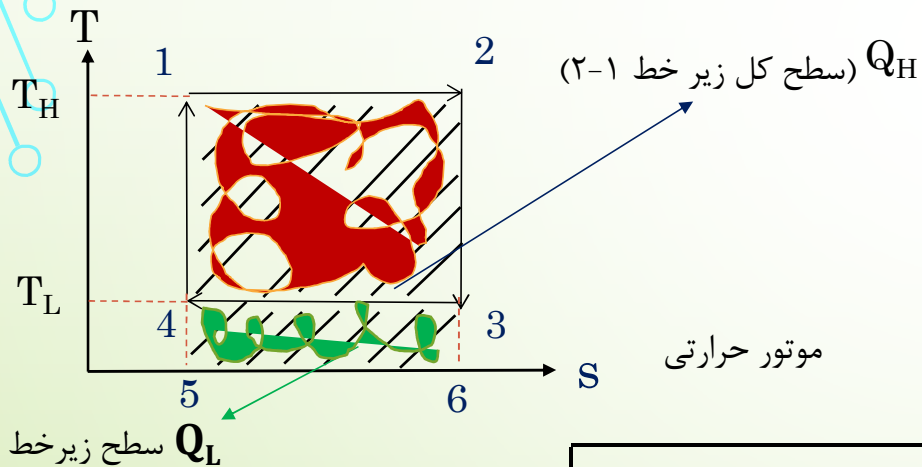
$$\text{تعریف } s_{fg} = s_g - s_f$$

$$s = s_f + x s_{fg}$$

$$s = s_g - (1-x) s_{fg}$$



# تغییر انتروپی در پروسه های برگشت پذیر:



$$\left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Rev.}} = dS$$

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Rev.}} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1$$

$$\delta Q_{\text{Rev.}} = T dS \longrightarrow$$

$$\int_1^2 T dS = Q_{12, \text{Rev.}}$$

گرمای برگشت پذیر همان  
مساحت زیر نمودار T-S

$$1 \longrightarrow 2 \quad Q_H = Q_{12} = T_H * (S_2 - S_1) > 0$$

$$2 \longrightarrow 3 \quad Q_{23} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rev.} \\ \underline{Q=0} \text{ آدیباتیک} \end{array} \right\} \rightleftharpoons \underline{dS=0} \longrightarrow \underline{S = cte} \longrightarrow \underline{\text{انتروپی ثابت (آیزنتروپیک)}}$$

$$3 \longrightarrow 4 \quad Q_L = Q_{34} = T_L * (S_4 - S_3) < 0$$

$$4 \longrightarrow 1 \quad \underline{S=cte} \longrightarrow Q_{41} = 0 \text{ Rev.}$$

$$Q_H = Q_L + W \quad \text{و} \quad \eta_{th} = \frac{A_{12341}}{A_{12651}} = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

$$T_H = cte$$

$$T_L \downarrow$$

$$T_L \longrightarrow 0 \text{ K}$$

$$\left. \right\} \eta_{th} \uparrow$$

$$\eta_{th} \longrightarrow \underline{100\%}$$

## رابطه خواص ترمودینامیکی:

$$\begin{array}{l} \Delta KE \sim 0 \\ \Delta PE \sim 0 \end{array} \longrightarrow \delta Q = dU + \delta w$$

$$\begin{array}{l} \delta w = PdV \\ \delta Q = TdS \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{تعادلی یا} \\ \text{Rev.} \end{array} \right\} \longrightarrow TdS = dU + PdV \longrightarrow \boxed{Tds = du + Pdv}$$

تابع اول گیپس

$$h = u + Pv \longrightarrow dh = du + Pdv + vdP \longrightarrow du = dh - Pdv - vdP$$

$$\longrightarrow Tds = dh - Pdv - vdP + Pdv \longrightarrow \boxed{Tds = dh - vdP}$$

تابع دوم گیپس

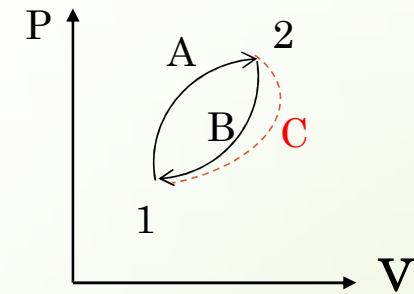
این دو رابطه برای کلیه فرایندهای برگشت پذیر و برگشت ناپذیر برقرار است.



تغییرات انتروپی برای یک تحول بازگشت ناپذیر در یک سیستم:

$$\oint_{AB} \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \longrightarrow \quad \int_A \frac{\delta Q}{T} + \int_B \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\oint_{AC} \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad \longrightarrow \quad \int_A \frac{\delta Q}{T} + \int_C \frac{\delta Q}{T} < 0$$



Rev.: A,B  
Irr.: C

کم کردن دورابطه داریم:

$$\int_C \frac{\delta Q}{T} - \int_B \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad \longrightarrow \quad \int_C \frac{\delta Q}{T} < \int_B \frac{\delta Q}{T}$$

$$\left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Irr.}} < \left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Rev.}} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1 \quad \longrightarrow \quad \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \leq S_2 - S_1$$

می توان نتیجه گرفت که تغییر انتروپی یک فرایند بازگشت ناپذیر بیشتر از تغییر انتروپی یک فرایند بازگشت پذیر با همان  $\delta Q$  و  $T$  است.

# تولید انتروپی:

انتروپی تولیدی :  $S_{gen}$

کار ایده آل :  $\delta W_{Rev.} = PdV$

انرژی از دست رفته به دلیل بازگشت ناپذیری :  $T\delta S_{gen}$

$$\delta W_{max} = \delta W_{Rev.}$$

$$\delta W_{Rev.} = \delta W_{Irr.} + T \delta S_{gen}$$

$$\delta Q_{Rev.} = T dS = \delta Q_{Irr.} + T \delta S_{gen} \quad \longrightarrow \quad T dS = \delta Q_{Irr.} + T \delta S_{gen} \quad \xrightarrow{/T}$$

$$dS = \frac{\delta Q_{Irr.}}{T} + \delta S_{gen} \quad \int \longrightarrow \quad S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen 12}$$

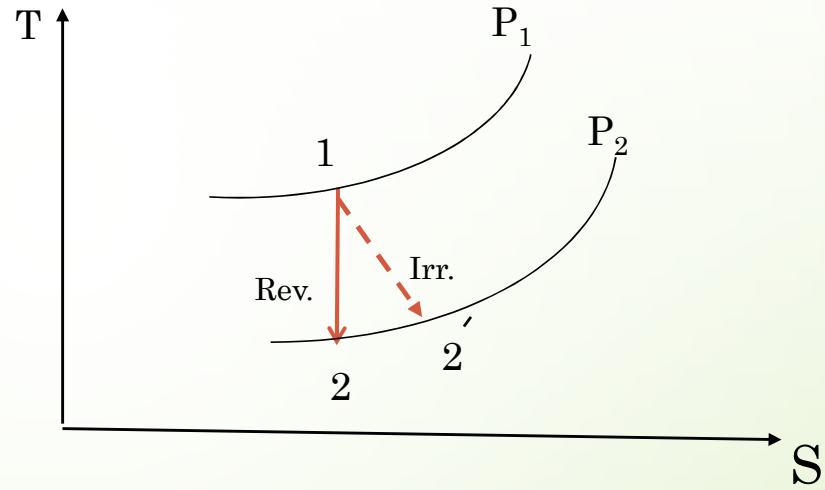
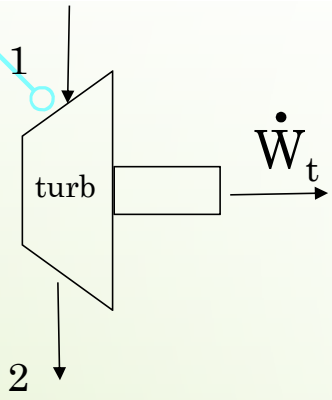
$$\delta S_{gen} \geq 0$$

Irr.  
همواره داریم:  
Rev.

قانون دوم ترمودینامیک به شکل معادله

قانون دوم ترمودینامیک به شکل نامعادله

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$



Rev. }  
Q=0 }  $\rightarrow$   $S=cte$

Irr. }  
Q=0 }  $\rightarrow$   $S \neq cte$        $S_2 > S_1$

## نتیجه گیری:

(۱) ما انتروپی را می توانیم تولید کنیم ولی قادر به انهدام آن نیستیم. در مقابل انرژی که نه می توان آن را تولید کرد و نه انهدام.

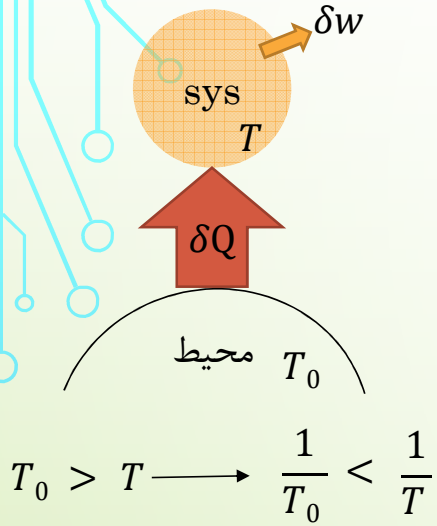
(۲) از دو طریق می توان انتروپی یک سیستم را افزایش داد. از طریق انتقال حرارت به آن و یا از طریق داشتن یک فرآیند برگشت ناپذیر.

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{12 \text{ gen}}$$

(۳) چون تولید انتروپی هرگز کمتر از صفر نیست (  $\delta S_{\text{gen}} \geq 0$  ) ، تنها از طریق دفع حرارت از سیستم می توان انتروپی آن را کاهش داد.

(۴) وجود بازگشت ناپذیری ها سبب می شود که کار حاصل کمتر از کار برگشت پذیر باشد. بدین معنی که در یک فرآیند انبساط کار کمتری ایجاد می شود و در یک فرآیند تراکم (  $\delta w < 0$  ) کار بیشتری نیاز است.

## اصل افزایش انتروپی برای سیستم ها:



$$dS_{\text{sys}} \geq \frac{\delta Q}{T} \longrightarrow dS_{\text{محیط}} = -\frac{\delta Q}{T_0}$$

$$dS_{\text{net}} = dS_{\text{محیط}} + dS_{\text{sys}} \longrightarrow dS_{\text{net}} \geq \frac{\delta Q}{T} - \frac{\delta Q}{T_0}$$

$$dS_{\text{net}} \geq \delta Q \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

$$dS_{\text{net}} \geq 0$$

## تغییر انتروپی مایع و جامد:

مایعات و جامدات تراکم ناپذیرند می توان فرض کرد:

$$dV \approx 0 \quad / \quad C_P \approx C_V \approx C \quad / \quad du \approx dh \approx CdT$$

$$Tds = du + PdV \xrightarrow{/T} ds = \frac{du}{T} = \frac{CdT}{T} \xrightarrow{\int} S_2 - S_1 = C \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

مخصوص جامدات و مایعات

## تغییر انترپی گاز ایده آل:

$$Pv=RT \quad , \quad du= C_V \cdot dT \quad , \quad dh= C_P \cdot dT$$

$$Tds = du + PdV \xrightarrow{/T} ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T}dV \xrightarrow{\left(\frac{P}{T}=\frac{R}{v}\right)} ds = C_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{v} \xrightarrow{\int}$$

معادله اول گیپس:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 C_V \frac{dT}{T} + \int_1^2 R \frac{dV}{v} \longrightarrow s_2 - s_1 = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

ایده آل  
ثابت  $C_V$

$$Tds = dh - v dP \xrightarrow{/T} ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dP \xrightarrow{\left(\frac{v}{T}=\frac{R}{P}\right)} ds = C_P \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \xrightarrow{\int}$$

معادله دوم گیپس:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 C_P \frac{dT}{T} - \int_1^2 R \frac{dP}{P} \longrightarrow s_2 - s_1 = C_P \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

ایده آل  
ثابت  $C_P$

تعریف می کنیم: انتروپی مطلق

$$\dot{s}_T = \int_{T_0}^T C_P \frac{dT}{T}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} C_P \frac{dT}{T} = \underbrace{\int_{T_1}^{T_0} C_P \frac{dT}{T}}_{-\dot{s}_{T_1}} + \underbrace{\int_{T_0}^{T_2} C_P \frac{dT}{T}}_{\dot{s}_{T_2}} \longrightarrow \int_{T_1}^{T_2} C_P \frac{dT}{T} = \dot{s}_{T_2} - \dot{s}_{T_1}$$

انتروپی های مطلق در جدول A.7 و A.8 موجود است.

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 C_P \frac{dT}{T} - \int_1^2 R \frac{dP}{P} \longrightarrow \boxed{s_2 - s_1 = \dot{s}_{T_2} - \dot{s}_{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}}$$

ایده آل

**فرآیند پلی تروپیک برگشت پذیر برای گاز ایده آل:**

مقدار K در جدول A.5 موجود است.

$$\begin{cases} K = \frac{C_P}{C_V} \\ R = C_P - C_V \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} C_V = \frac{R}{K-1} \\ C_P = \frac{KR}{K-1} \end{cases}$$

پلی تروپیک  $PV^K = cte$

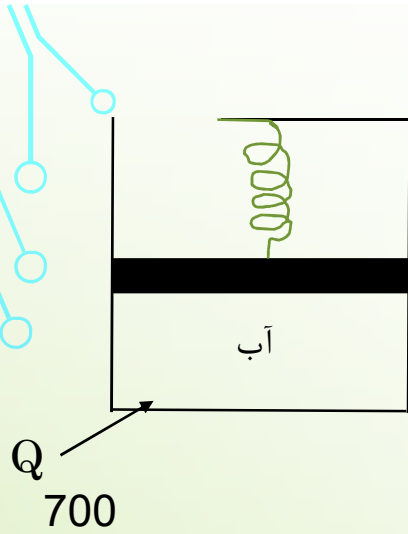
ایده آل،  $C_P = cte$ ،  $s = cte$   
آیزنتروپیک

$$\longrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{K-1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

یک کیلو گرم آب در دمای ۳۰۰ درجه سانتی گراد در داخل سیلندر و پیستونی منبسط می شود تا فشار آن به ۱۰۰ کیلو پاسکال برسد. در این نقطه کیفیت آب ۹۰٪ است. فرآیند را ادیاباتیک برگشت پذیر فرض کنید. فشار اولیه درون سیلندر و کار انجام شده توسط آب چقدر است؟



سیلندر و پیستونی حاوی ۲ کیلوگرم آب در دمای ۲۰۰ درجه سانتی گراد و فشار ۱۰ مگاپاسکال است. پیستون به آرامی حرکت کرده و باعث انبساط آب طی فرآیند دما ثابت تا فشار ۲۰۰ کیلو پاسکال می شود. انتقال حرارت با محیط در دمای ۲۰۰ درجه صورت می گیرد و کل فرآیند را برگشت پذیر فرض می کنیم. فرآیند را روی نمودار  $P-V$  رسم کرده و انتقال حرارت و کار را محاسبه کنید.



$$P \sim \nabla$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$T_1 = 100$$

$$x = 0.1$$

$$T_{\text{source}} = 700$$

$$T_2 = 500$$

$$P_2 = 1 \text{ Mpa}$$

$$Q_{12} = ?$$

$$W_{12} = ?$$

$$S_{12 \text{ gen}} = ?$$