فصل چهارم

کار و گرما

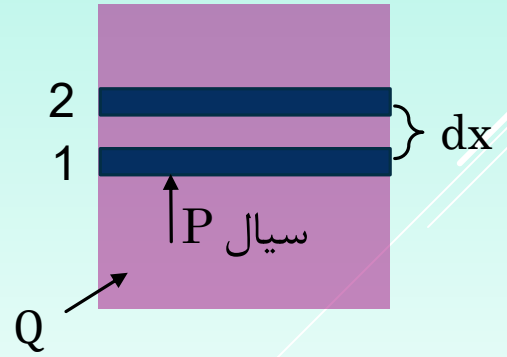
کار: وقتی نیروی F در تغییر مکان x، در **امتداد** نیرو اثر کند گوییم کار انجام شده است و آن را به صورت زیر می نویسیم:

W ≡ کار

$$W=\vec{F}.\vec{x} \longrightarrow w_{12}=\int_1^2 \vec{F}.\vec{dx}$$

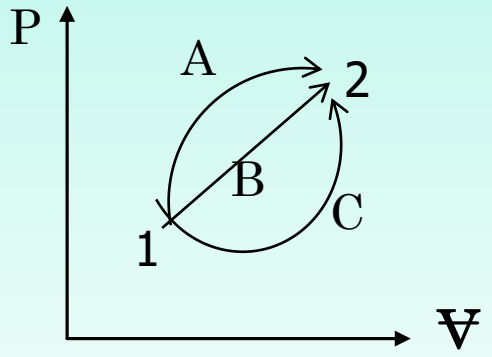
$$\delta w=\vec{F}.\vec{dx} \longrightarrow \delta w=P.\overbrace{A.dx}^{d\forall} \longrightarrow \delta w=P.d\forall$$

$$\longrightarrow w_{12}=\int_1^2 P.dV \longrightarrow$$ برای فرآیند(تعادلی-شبه تعادلی)



تعریف ارایه شده برای کار آن را از لحاظ فیزیکی توصیف می کند. در ترمودینامیک هرگاه تبادل انرژی باعث جابه جایی وزنه شود کار انجام شده است. این جابه جایی وزنه اثر خالص آن کار روی محیط سیستم است. در واقع W کاری است که سیستم روی محیط انجام می دهد.
مثال قبل کار انجام شده در مرز سیستم را در یک فرآیند **شبه تعادلی** بیان می کند. در فرآیندهای شبه تعادلی حالت هایی را می توان روی نمودارهای ترمودینامیکی مشخص کرد که انحراف آن حالت از تعادل بی نهایت کوچک است یعنی فرآیندی است که بسیار به آهستگی صورت می گیرد تا در هر لحظه حالت آن سیستم بسیار به تعادل نزدیک باشد.

از آنجایی که طبق تعریف داریم: $w_{12} = \int_1^2 P.dV$ پس مساحت زیر این نمودار بیانگر مقدار کار انجام شده است.
با بررسی بیشتر نمودار (p-v) به نتیجه مهمی می رسیم. در امتداد مسیرهای مختلف شبه تعادلی که از حالت ۱ به حالت ۲ می رسد مانند مسیر های Aو B و C سطح زیر منحنی (کار انجام شده) متفاوت است. یعنی مقدار کار انجام شده در هر فرآیند به مسیر فرآیند بستگی دارد. **لذا کار را تابع مسیری گویند.**



Wتابع مسیری

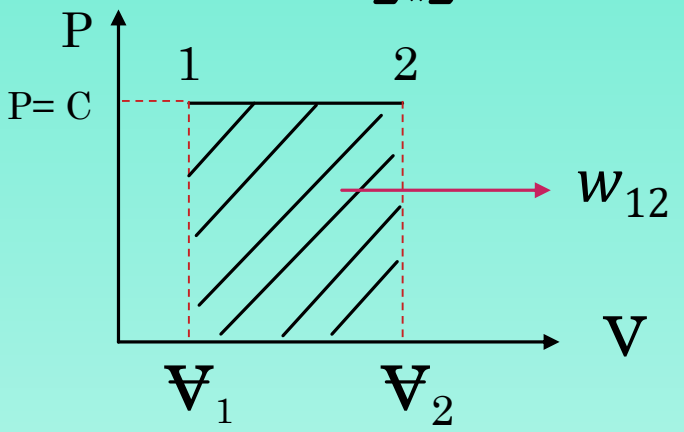
P=P(∀)

بررسی چند حالت ویژه:

① P= cte/C

$$w_{12} = \int_1^2 P.d\forall = \int_1^2 C.d\forall = C\int_1^2 d\forall = C(\forall_2 - \forall_1)$$

$$w_{12} = P_1(\forall_2 - \forall_1) = P_2(\forall_2 - \forall_1)$$



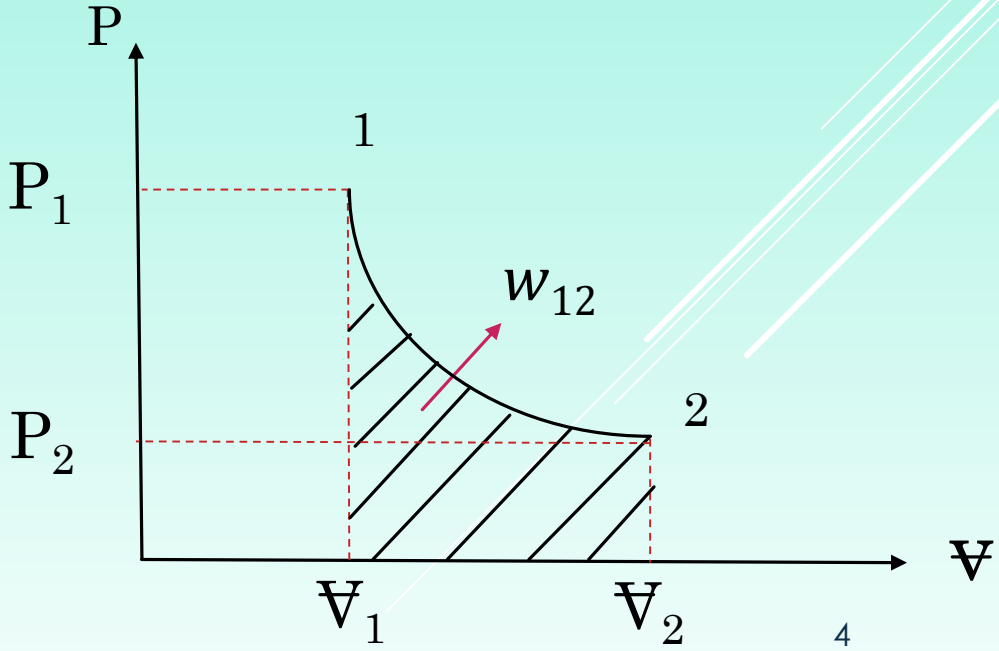
② $P\forall$ =cte/C $P_1\forall_1$=cte/C $P_2\forall_2$=cte/C $P = \frac{C}{\forall}$

$$w_{12} = \int_1^2 P.d\forall = \int_1^2 \frac{C}{\forall}.d\forall = C\int_1^2 \frac{d\forall}{\forall} \longrightarrow$$

$$w_{12} = C\ln\frac{\forall_2}{\forall_1} = P_1\forall_1\ln\frac{\forall_2}{\forall_1} = P_2\forall_2\ln\frac{\forall_2}{\forall_1}$$

$P\forall$=cte/C ⟶ $P\forall$=mRT=cte ⟶ سیال ایده آل

T=cte ⟶ ایزوترم



③ $P\forall^{n}=cte/C \qquad n\neq1 \qquad P=\frac{C}{\forall^{n}} \qquad P_1\forall_1{}^{n}=P_2\forall_2{}^{n}=cte/C$

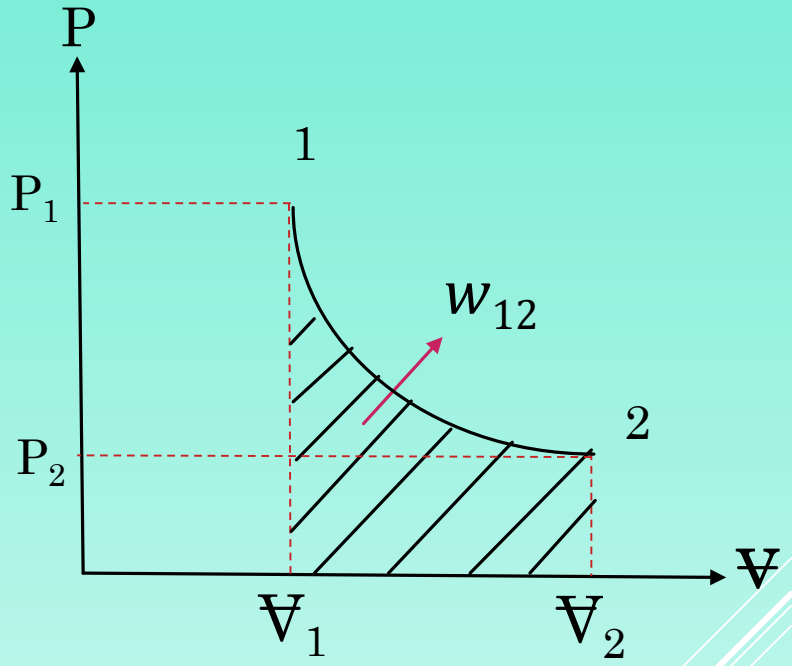
$$w_{12}=\int_{\forall_1}^{\forall_2}P.d\forall=\int_1^2\frac{C}{\forall^{n}}.d\forall=C\int_1^2\frac{d\forall}{\forall^{n}}$$

$$w_{12}=C\frac{\forall^{-n+1}}{-n+1}\Big|_{\forall_1}^{\forall_2}$$

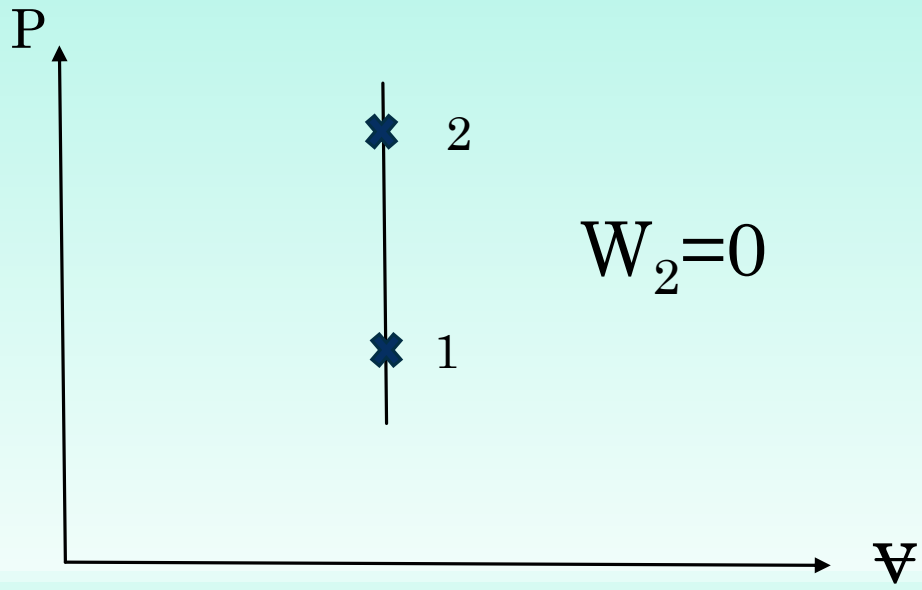
$$w_{12}=\frac{P_2\forall_2-P_1\forall_1}{1-n} \qquad n\neq1$$

$$w_{12}=\frac{mR(T_2-T_1)}{1-n} \qquad n\neq1$$

گازایده آل



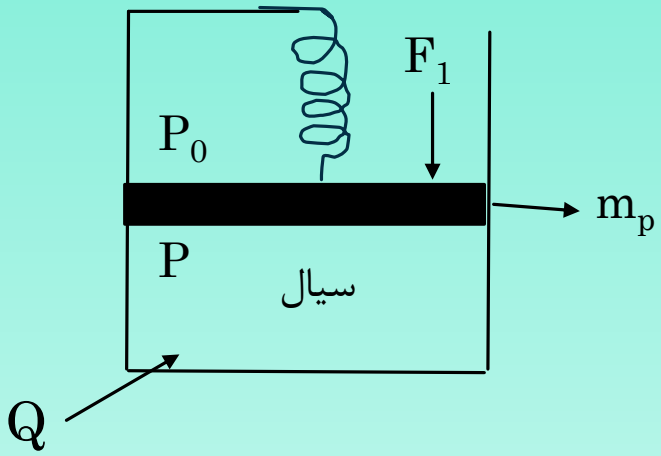
④ V=cte



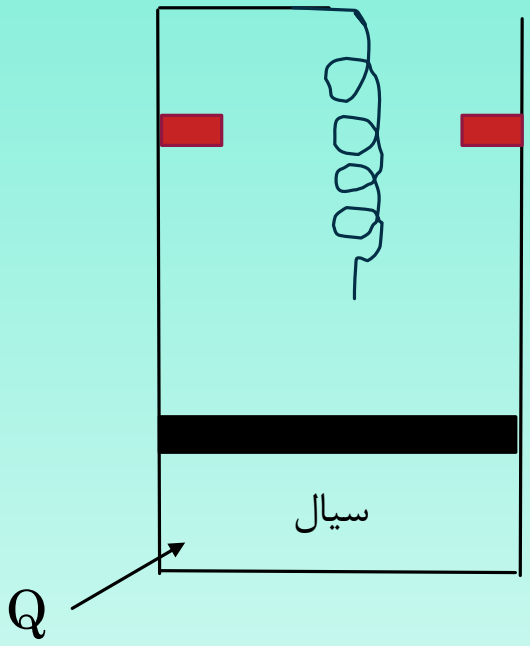
$W_2=0$

اگر تغییر حجم نداشته باشیم کار مکانیکی صفر است.
مثل مخزن صلب

سیستم سیلندر و پیستون شکل زیر را در نظر بگیرید. پیستون به جرم m_p تحت فشار اتمسفر P_0 ، فنر خطی و نیروی نقطه ای F_1 قرار دارد. گاز داخل سیلندر تحت فشار P است. کار انجام شده را در فرآیند حرکت پیستون بیابید.(حرکت پیستون شبه تعادلی است)



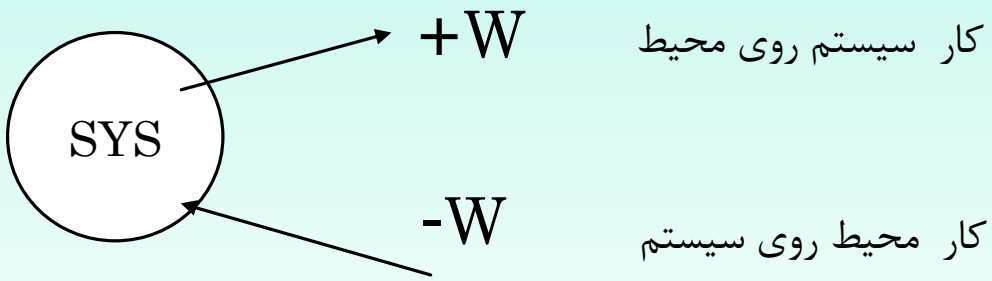
نمودار (P-V) را برای فرآیند زیر رسم کنید. در هر مورد معادله ی کار را نیز بنویسید.



انبساط آزاد

هیچ نیروی مقاومی در مقابل گاز در حالت ۱ وجود ندارد. بنابراین کار انجام شده نیز صفر است.

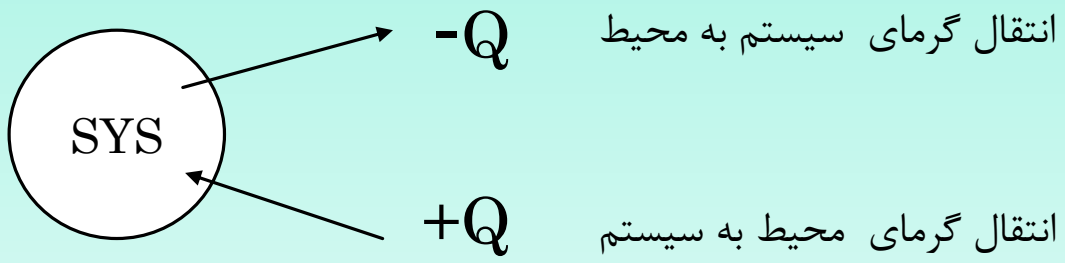
قرارداد کار:



گرما:

گرما گونه ای از انرژی است که از مرز یک سیستم و در دمای مشخص عبور کرده و به سیستم یا محیط در دمای پایین تر به دلیل اختلاف دما منتقل می شود، یعنی گرما تنها از طریق اختلاف دما بین دو سیستم منتقل می شود. هیچ جسمی حاوی گرما نیست و گرما را تنها در حین عبور ازمرز سیستم می توان تشخیص داد. بنابراین گرما یک پدیده ی گذراست.

قرارداد گرما:



چند نکته:

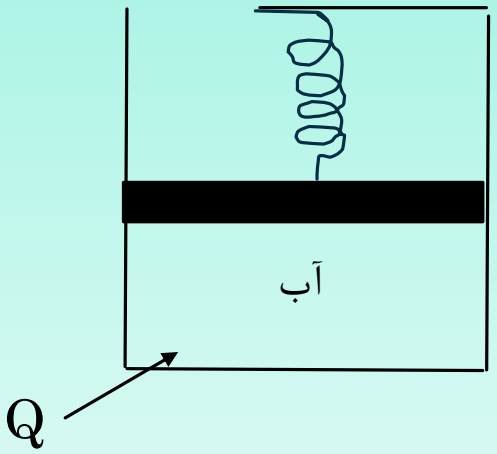
۱- حرارت و کار هر دو پدیده های گذرا هستند. سیستم ها هرگز حاوی حرارت یا کار نمی باشند در حالی که از مرز سیستمی که تغییر حالت در آن روی می دهد عبور می کنند.

۲- حرارت و کار هر دو پدیده های مرزی هستند(تابع مسیرند) و تنها در مرزهای سیستم قابل ملاحظه می باشند لذا دیفرانسیل آن ها غیر دقیق است.

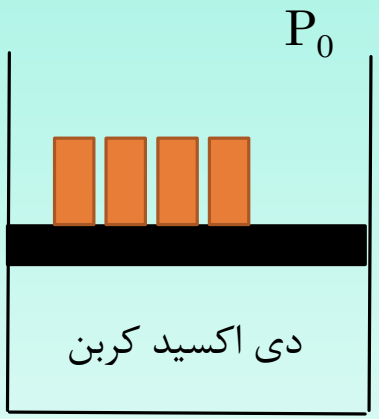
۳- واحد کار و گرما در دستگاه SI , J ژول می باشد. در صورتی که کار بر واحد زمان مطرح باشد اصطلاحا آن را توان یا قدرت گویند و واحد آن $\frac{\mathrm{J}}{s}$ یا W نامیده می شود.

سیلندر و پیستونی حاوی یک کیلوگرم آب مایع در دمای ۲۰درجه سانتی گراد و فشار ۳۰۰کیلوپاسکال است. یک فنر خطی بر روی پیستون نصب شده به گونه ای که وقتی به آب حرارت می دهیم فشار آن به ۳ مگاپاسکال می رسد و حجم ۰/۱ مترمکعب می شود.

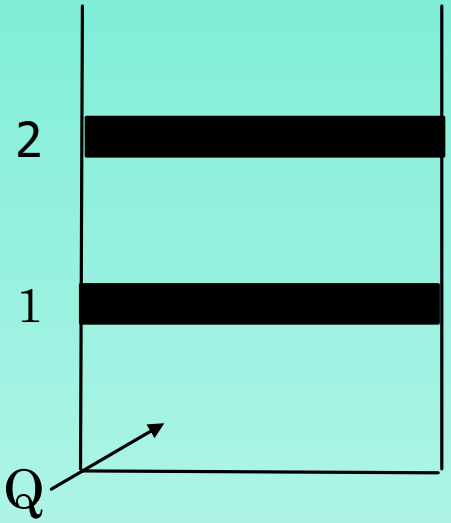
الف) مطلوبست دمای نهایی آب ب) فرآیند را در نمودار P-V رسم کنید. ج) کار را حساب کنید.



سیلندر و پیستون زیر حاوی دی اکسید کربن در فشار ۳۰۰کیلوپاسکال و دمای ۱۰۰درجه سانتی گراد و حجم ۰/۲ مترمکعب است. با گذاشتن وزنه هایی روی پیستون گاز را طبق رابطه ی $PV^{0.5}= CTE$ تا دمای نهایی ۲۰۰درجه سانتی گراد متراکم می کنیم. کار انجام شده طی این فرآیند را حساب کنید.(با فرض ایده آل بودن گاز)



نکته مهم: انبساط ناگهانی:



$$w_{12} = ? \longrightarrow w_{12} = \int_{\forall_1}^{\forall_2} P.d\forall$$

$$W_{12} = W_{\text{پیستون}} + W_{\text{اتمسفر}}$$

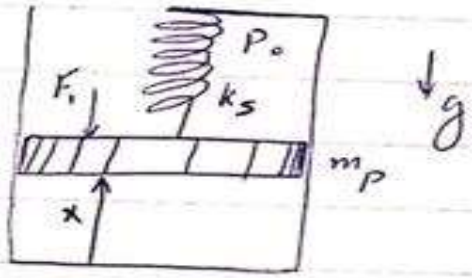
$$\left.\begin{array}{l} {}_{\text{پیستون}}W = mgL = mg\dfrac{\Delta\forall}{A} \\ {}_{\text{اتمسفر}}W = P_0 * \Delta\forall \end{array}\right\} \longrightarrow W_{12} = mg\frac{\Delta\forall}{A} + P_0 * \Delta\forall \longrightarrow W_{12} = (\overbrace{\frac{mg}{A} + P_0}^{P_2})\Delta\forall$$

$$\longrightarrow W_{12} = P_2 * \Delta\forall$$

انبساط ناگهانی

یک سیلندر عمودی پیستونی به جرم ۶۱/۱۸ کیلوگرم دارد که با میخی قفل شده است. سیلندر حاوی ۱۰لیتر ماده مبرد R-410 در دمای ۱۰ درجه سانتی گراد و کیفیت ۹۰٪ است. فشار محیط ۱۰۰کلیوپاسکال و سطح مقطع سیلندر ۰/۰۰۶ متر مربع است. میخ را برمی داریم تا پیستون حرکت کرده و سپس متوقف شود. در حالت نهایی نیز دما ۱۰ درجه سانتی گراد است. فشار و حجم نهایی را تعیین کرده و کار انجام شده را توسط سیال بیابید.

مثال : سیستم سیلندر و پیستون شکل زیر را در نظر بگیرید. پیستون به جرم m_p تحت فشار اتمسفر P_0، نیروی فنری با ثابت فنر k_s و نیروی خارجی F_1 قرار دارد. گاز داخل سیلندر تحت فشار P است. کار انجام شده را در اثر آمدن حرکت پیستون بیابید. (حرکت پیستون شبه تعادلی است.)



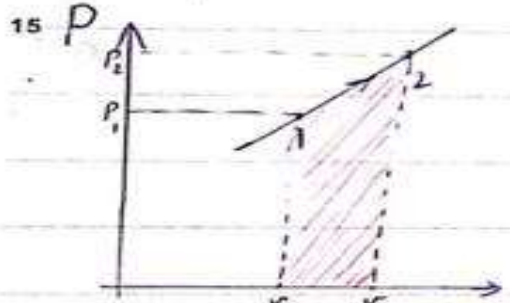
حل: از آنجایی که حرکت شبه تعادلی است، بنابراین می‌توان معادله زیر را نوشت : (همانند بالن)

$$P = P_0 + \frac{m_p g}{A} + \frac{F_1}{A} + \frac{k_s}{A^2}(V - V_0)$$

که $V_0 = A x_0$ و x_0 وضعیت پیستون در حالت آزاد فنر است.

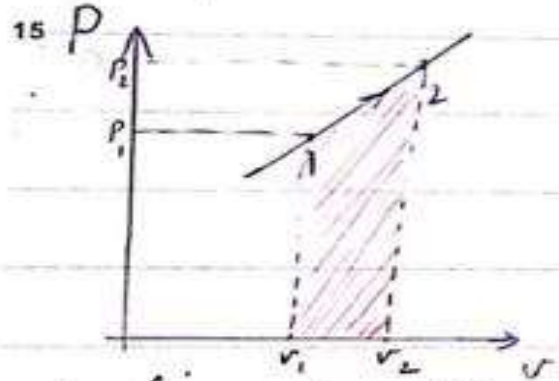
معادله : $P = C_1 + C_2 V$ ، $C_2 = k_s / A^2$

یعنی رابطه P برحسب V در داخل سیلندر یک رابطه خطی است که شیب این خط $C_2 = k_s/A^2$ می‌باشد.



$$W_{12} = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 (C_1 + C_2 V)\,dV$$

$$= C_1 (V_2 - V_1) + \frac{C_2}{2}(V_2^2 - V_1^2) \quad (*)$$



می باشد.

$$W_{12} = \int_1^2 p\,dV = \int_1^2 (C_1 + C_2 V)\,dV$$

$$= C_1 (V_2 - V_1) + \frac{C_2}{2} (V_2^2 - V_1^2) \quad (*)$$

یعنی در عبارت بدست آمده برای W_{12} دو مجهول C_1 و C_2 داریم که می‌توان آنها را از حل دستگاه دو معادله و دو مجهول مربوط به نقاط (1) و (2) بدست آورد.

$$\begin{cases} P_2 = C_1 + C_2 V_2 \\ P_1 = C_1 + C_2 V_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = P_2 - \dfrac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1} V_2 \\ C_2 = \dfrac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1} \end{cases}$$

کافیست C_2 و C_1 بدست آمده را در عبارت (*) جایگزین کنیم. داریم:

$$W_{12} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2)(V_2 - V_1)$$

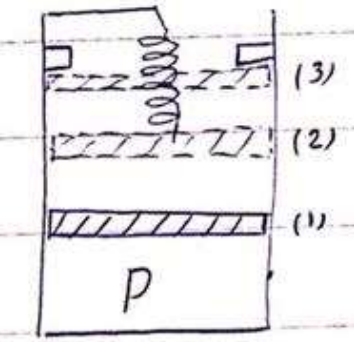
مشاهده می‌شود که این مقدار همان مساحت ذوزنقه بدست آمده زیر منحنی $P-V$ است.

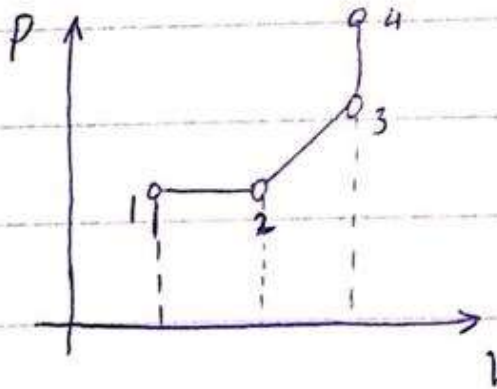
Scanned with CamScanner

Subject:
Year : Month : Day : ( )

page : (31)

مثال : نمودار $P-V$ را برای فرآیند شبه تعادلی زیر رسم کنید .





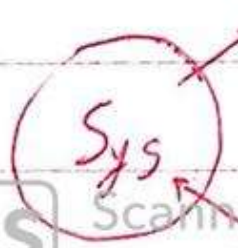
طبق حل مثال قبل روشن است که از (2) به (3) فشار برحسب حجم به سرعت خطی تغییر می کند .

کار در سیستم های دیگر :

قرارداد می کنیم :

کار سیستم روی محیط $+W$

کار محیط روی سیستم $-W$



Scanned with CamScanner

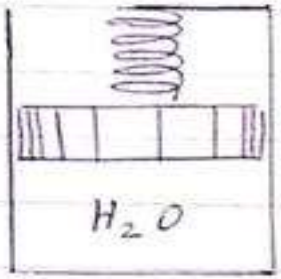
حل چند مسئله از فصل 4 : (کتاب ون وایلن ویرایش 6)

مسئله 4-42 : سیلندر پیستونی حاوی 1 kg آب مایع در دمای 20°C و فشار 300 kpa است. یک فنر خطی برروی پیستون نصب شده بگونه‌ای که وقتی به آب حرارت می‌دهیم فشار آن به 3 Mpa رسیده و حجم 0.1 m^3 می‌شود.

الف - دمای نهایی را بیابید.

ب - فرآیند را در نمودار P-v رسم کنید.

ج - کار فرآیند را حساب کنید.



$m_{H_2O} = 1$ kg
$T_1 = 20°C$
$P_1 = 300$ kpa

$P_2 = 3$ Mpa
$V_2 = 0.1\ m^3$
$T_2 = ?$

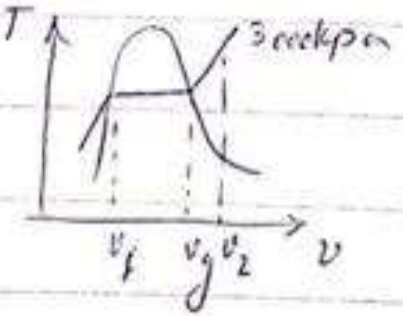
$$P = P_0 + P_p + P_s = P_0 + \frac{mg}{A} + \frac{k}{A^2}(V - V_0)$$

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0.1\ m^3}{1\ kg} = 0.1\ m^3/kg$$

$P_2 = 3$ Mpa $\longrightarrow$ $v_f = 0.001216$, $v_g = 0.06668$

$P_2 = 3\ MPa \longrightarrow v_f = 0.001216 \;,\; v_g = 0.06668$

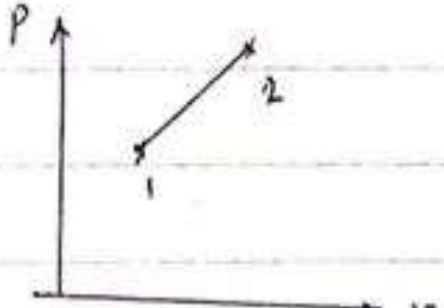
$v_2 > v_g \longrightarrow$ S.H



B.1.3 → 3000 kpa

T	v
400	0.09936
T_2 = ?	0.1
450	0.10787

$\Rightarrow T_2 \simeq 404\ ^\circ C$



$$W_{12} = \frac{P_1 + P_2}{2} * (V_2 - V_1)$$

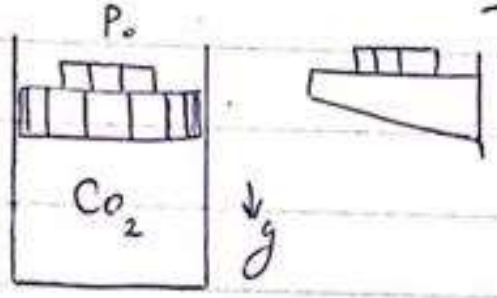
$V_1 = m v_1 \;,\; v_1 = v_f = 0.001002 \quad (T_{sat} = 20^\circ C)$

$V_1 = 0.001002 \times 1 = 0.001002\ m^3$

$\Rightarrow W_{12} = 163.35\ kj$

Scanned with CamScanner

مسئله 4-48 : سیلندر و پیستون زیر حاوی CO_2 در فشار 300 kpa ، دمای 100°C و حجم $0.2\ m^3$ است . با گذاشتن وزنه‌هایی روی پیستون گاز را طبق رابطه ($PV^{1/2}$ = ثابت) تا دمای 200°C متراکم می‌کنیم . کار انجام شده طی این فرآیند را پیدا کنید .



$P_1 = 300\ kpa$, $PV^{1/2} = ثابت$

$T_1 = 100°C$, $T_2 = 200°C$

$V_1 = 0.2\ m^3$, $W_{12} = ?$

$$W_{12} = \int_1^2 P\,dV = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n} \quad , n = 1/2 \quad , \quad R_{CO_2} = 0.1889\ kJ/kg.K$$

$$P_1V_1 = m_1RT_1 \longrightarrow m_1 = m_2 = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{300 \times 0.2}{0.1889 \times 373.15\ K} = 0.1608\ kg$$

$$W_{12} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} = \frac{0.1608 \times 0.1889 \times (200 - 100)}{1/2} = 60.24\ kj$$

$m_p = 61.18\ kg$ $\quad P_0 = 100\ kpa$

$V_1 = 10\ lit = 0.01\ m^3$ $\quad A = 0.006\ m^2$

$x = 90\%$, $T_1 = 10^\circ C$ $\quad T_2 = 10^\circ C$

$$m_1 = m_2 = \frac{V_1}{v_1} = \frac{V_1}{v_{f_1} + x v_{fg_1}} = \frac{0.01}{0.0008 + 0.9 * 0.0339} \simeq 0.319\ kg$$

$0.00886 + 0.9 * 0.0229$ $\quad 0.485$

$10^\circ C$ ، نسبت اشباع : $P_1 = 680.7\ kpa$

$$P_2 = P_0 + \frac{mg}{A} = 100 + \frac{61.18 * 9.81}{0.006} \times \frac{1}{1000} = 200\ kpa$$

$T_2 = 10^\circ C \longrightarrow P_{sat} = 680.7\ kpa$ $\quad 1085.7\ kpa$ $\Rightarrow$ @ $P_2 = 200\ kpa$, $T_2 = 10^\circ C$ $\Rightarrow$ S.H

B.4.2 $\Rightarrow v_2 = 0.13129\ m^3/kg$ $\quad 0.156$ "

$V_2 = m v_2 = 41.88\ lit = 0.04188\ m^3$ $\quad 0.075\ m^3$

از آنجا که حرکت با فشار ثابت

$\Rightarrow \quad W_{12} = P_2 \Delta V$

$\Rightarrow \quad W_{12} = 200 (0.04188 - 0.01)$

$\Rightarrow \quad W_{12} = 6.38\ kj$

Scanned with