تجزیه و تحلیل حالات خرابی وآثار آن با رویکرد میانگین هندسی وزنی فازی

مجید وزیری سرشک
گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران
m.vaziri@pin.iaun.ac.ir

چکیده
تجزیه و تحلیل حالات خرابی و آثار آن (FMEA) [1]در سطح وسیعی به منظور بررسی شکست های بالقوه در محصولات، فرآیندها، طراحی ها و خدمات استفاده شده است. کاربرد اصلی FMEA، تعیین اولویت های ریسک حالات خرابی است که در یک سیستم شناسایی میشوند. FMEA سنتی، رتبه ریسک حالات خرابی را با استفاده از شاخص عدد اولویت ریسک (RPN)[2] تعیین می کند که از ترکیب سه فاکتور وقوع [3](O)، شدت [4](S) و تشخیص (D) [5]حاصل میشود. در کاربردهای عملی ضعفهای متعددی بر آن حاکم است؛ لذا در این مقاله، در جهت رفع ضعفهای موجود سعی بر آن است تا فاکتورهای ریسک O، S و D را به عنوان متغیرهای فازی در نظر گرفته و آن ها را با استفاده از عبارات کلامی فازی و درجات فازی ارزیابی نماید. سپس، اعداد اولویت ریسک فازی (FRPNها)[6] برای اولویت بندی حالات خرابی پیشنهاد می شوند که به عنوان میانگین هندسی وزنی فازی از درجات فازی مربوط به O، S و D و وزنهای متناظرشان تعریف شده و با استفاده از مجموعه های سطح آلفا و مدل برنامه ریزی خطی قابل محاسبه شدن هستند. به منظور اهداف رتبه بندی، FRPNها با استفاده از روش مرکز ثقل[7] غیرفازی[8] می شوند؛ فرمول غیرفازی سازی مرکز ثقل جدید با استفاده از مجموعه های آلفا- سطح تعریف می شود. نهایتاً یک مثال عددی به منظور تشریح کاربردهای FMEA فازی پیشنهادی و جزئیات فرآیند محاسباتی آن ارئه شده است.

واژگان کلیدی: آنالیز حالات و آثار خرابی؛ میانگین هندسی وزنی فازی؛ اعداد اولویت ریسک ؛ غیرفازی سازی مرکز ثقل

1-failure modes and effect analysis -
2-risk priority number
3-occurrence
4- severity
5- detection
6- fuzzy risk priority number
7- center of gravity
8- defuzzification

۱- مقدمه

یک سیستم یا فرآیند، معمولاً ممکن است چندین حالت خرابی یا علل و آثار متفاوتی داشته باشد. حالات یا علل خرابی باید ارزیابی شده و بر مبنای ریسک اولویت بندی شوند؛ به طوریکه حالات خرابی با ریسک بالاتر، رتبه بالاتری جهت اصلاح داشته باشند. FMEA سنتی، اولویت های ریسک حالات خرابی را از طریق عدد اولویت ریسک (RPN) که حاصلضرب سه فاکتور احتمال وقوع (O)، شدت (S) و احتمال عدم تشخیص (D) یک خرابی می باشد، تعیین می نماید. یعنی RPN=O*S*D که O و S فرکانس و جدیت (اثرات) خرابی و Dقابلیت تشخیص خرابی قبل از آن که به مشتری برسد، می باشند.

سه فاکتور ریسک با استفاده از مقیاس ۱۰ نقطه ای شرح داده می شوند. بطوریکه به درجات مختلف سه فاکتور، عددی بین ۱ تا ۱۰ اختصاص می یابد و سپس از ضرب سه فاکتور عدد اولویت ریسک بدست می آید. لذا عدد حاصله در کمترین حالت مقدار ۱ و در بیشترین حالت مقدار ۱۰۰۰ است. حالات خرابی با RPNهای بالاتر، با اهمیت تر در نظر گرفته شده و اولویت های بالاتر برای اصلاح خواهند داشت. FMEA یکی از مهم ترین اقدامات پیشگیرانه در سیستم، طراحی، فرآیند یا خدمت بوده، که از وقوع خرابی ها و خطاها و رسیدن آن ها به مشتری جلوگیری خواهد کرد.

RPN کریسپ به طور قابل ملاحظه ای به دلایل مختلفی مورد انتقاد قرار گرفته شده است.

(Ben-Daya & Raouf, 1996; Bowles, 2004; Braglia, Frosolini, & Montanari, 2003a; Chang, Liu, & Wei, 2001; Gilcharist, 1993; Pillay & Wang, 2003; Sankar & Prabhu, 2001).

مهمترین انتقادها شامل موارد زیر است :

* ترکیبات متفاوت O، S و D ممکن است دقیقاً ارزش RPN یکسان (برابر) تولید کنند، در حالی که (ریسک واقعی شان) به طور کلی ممکن است متفاوت باشد. برای مثال: دو پیشامد متفاوت با ارزش های ۲،۳،۲ و ۳،۱،۴ برای O، S و D (به ترتیب) ارزش RPN یکسان و برابر با ۱۲ دارند، در حالی که اندازه ریسک ضمنی (واقعی) دو پیشامد، ممکن است ضرورتاً یکسان نباشد. این ممکن است باعث هدر رفتن منابع و زمان شده و یا در بعضی موارد، یک پیشامد با ریسک بالا قادر به شناسایی نباشد.
* اهمیت نسبی بین O، S و D لحاظ نمی شود. سه فاکتور ریسک با اهمیت برابر فرض می شوند. این مورد ممکن است در یک کاربرد عملی FMEA صحیح نباشد.
* تخمین دقیق سه فاکتور مشکل است. بیشتر اطلاعات در FMEA به صورت کلامی مانند احتمالاً، مهم یا خیلی بالا و... بیان می شود.

تلاش های مفصلی در ادبیات تحقیق FMEA به منظور غلبه بر ضعف های RPN سنتی انجام شده است. به عنوان نمونه، منطق فازی در سطح گسترده ای برای FMEA استفاده شده است. برای مثال، براگلیا، فروسولینی و مونتاناری (2003b) یک نگرش تصمیم گیری چند شاخصه به نام نگرش Topsis فازی که یک نوع فازی از تکنیک Topsis (تکنیک برای مرتب کردن ارجحیت ها به وسیله نزدیکی به راه حل ایده آل) است را برای FMECA پیشنهاد کردند.

نگرش Topsis فازی پیشنهاد شده، فاکتورهای ریسک O، S و D و اوزان اهمیت نسبی آنها را با استفاده از اعداد فازی مثلثی ارزیابی می کند. چانگ، وی و لیی (۱۹۹۹) از عبارات کلامی فازی مثل خیلی پایین، پایین، متوسط، بالا و خیلی بالا به منظور ارزیابی O، S و D استفاده کردند و از تجزیه و تحلیل روابط خاکستری، به منظور تعیین اولویت های ریسک علل بالقوه بهره بردند. گارسیا، چیرو، فرتوسو و ملو (۲۰۰۵) یک نگرش با عنوان تحلیل پوششی داده های فازی برای FMEA ارائه کردند که در آن، فاکتورهای ریسک معمول O، S و D به صورت مجموعه های فازی مدل سازی شدند.

مدل DEA امکان فازی توسط لرتوراسیریکول، فانگ، جونیز و ناتل (۲۰۰۳) توسعه یافت که برای تعیین رتبه بندی شاخص بین حالات خرابی استفاده شد. نگرش پیشنهادی برای یک سیستم تغذیه، کمکی رآکتور آب تحت فشار به کار گرفته شد.

بیشتر نگرش های FMEA فازی، از قوانین اگر-آنگاه فازی به منظور اولویت بندی حالات خرابی استفاده می کنند، که نیازمند مقدار زیادی دانش و تخصص افراد خبره می باشد. به ویژه، یک پایگاه قانون اگر-آنگاه کامل ممکن است شامل صدها قانون گردد.

تقاضای ساخت صدها قضاوت از یک خبره مطلقاً واقعی نیست. به منظور پرهیز از ساخت یک پایگاه قانون اگر-آنگاه بزرگ، بعضی نگرش های FMEA فازی از یک پایگاه قانون اگر-آنگاه کاهش یافته بهره خواهند برد، که این خود مسأله های جدیدی بدنبال دارد:

اولاً: اگر دو قانون اگر-آنگاه با مقدم های متفاوت، بتوانند ترکیب شده یا کاهش داده شوند، آنگاه تالی های دو قانون باید یکسان باشد.این اولین حقیقت را نشان می دهد که خبره نتوانسته دو حالت خرابی متفاوت را از یکدیگر تشخیص دهد.

ثانیاً: خبرگان مختلف ممکن است دارای دانش و قضاوت های متفاوت باشند. وقتی قضاوت هایشان، ناسازگار هستند، ترکیب کردن یا کاهش دادن قوانین، تقریباً غیر ممکن است.

ثالثاً: قوانین کاهش داده شده، ناکامل خواهند بود اگر آن ها از یک پایگاه قانون اگر-آنگاه کامل کاهش داده نشوند. هر استنتاجی از یک پایگاه قانون ناکامل، اریب یا حتی اشتباه خواهد بود، زیرا بعضی دانش ها از یک چنین پایگاه قانون ناکاملی نمی تواند یاد گرفته شود. به عبارت دیگر، اگر یک پایگاه قانون، بعضی دانش ها را پوشش ندهد، آنگاه آن نمی تواند برای استنتاج چنین دانشی استفاده شود؛ در غیر این صورت، نتیجه گیری ها اشتباه خواهد بود.و نهایتاً اینکه: اگر یک پایگاه قانون اگر-آنگاه کامل با استفاده از دانش خبره بتواند ساخته شود، آنگاه حالات خرابی باید در طبقات اولویت متفاوت به جای داشتن یک رتبه بندی اولویت کامل، اولویت بندی شوند.

بر مبنای تجزیه و تحلیل های ارائه شده در بالا، ما استفاده کردن از قانون اگر-آنگاه کاهش یافته را برای اولویت بندی حالات خرابی نا مناسب می دانیم. توسعه یک پایگاه قانون اگر-آنگاه فازی، یک کار آسانی نیست، چرا که نیاز به خبرگان جهت ایجاد شمار زیادی قضاوت ها دارد و دارای هزینه ای بالا بوده و وقت گیر است حتی اگر نا ممکن نباشد. تعداد بیشتر قوانین، تعداد قضاوت های بیشتر خبرگان را به دنبال خواهد داشت. ضعف اساسی دیگر بکارگیری قانون اگر-آنگاه فازی برای FMEA آن است که قانونهای اگر-آنگاه فازی با خروجی مشابه ولی مقدم های (فرض های) متفاوت، قادر به تمایز از یکدیگر نیستند.

در نتیجه، حالات خرابی مشخص شده توسط این قوانین اگر-آنگاه فازی قادر به اولویت بندی یا رتبه بندی نیستند. گذشته از این، استفاده از قانون اگر-آنگاه فازی، راهی برای نشان دادن اهمیت نسبی فاکتورهای ریسک در سیستم استنتاج فازی ندارد.

این ضعف ها بکارگیری قانون اگر-آنگاه فازی برای FMEA را ناقص (نا کامل) می کند؛لذایک نیاز آشکار برای توسعه یک نگرش منطق فازی جدید در FMEA (میانگین هندسی وزنی فازی (FWGM)[9])وجود دارد که بتواند هم نقاط قوت و مزایای منطق فازی را بدون نیاز به قضاوت خیلی زیاد از خبرگان دریافت نماید و هم بر ضعف های RPN کریسپ و قانون اگر-آنگاه فازی غلبه کند. این مهم، چالش اصلی مقاله حاضر است.

۲- متدولوژی

در این بخش به روش شناسی تحقیق پرداخته شده است.

۲-۱ - روش و ابزار گردآوری داده ها

در این پژوهش برای گردآوری داده های مورد نیاز از روش میدانی و ابزار پرسشنامه استفاده شده است.

۲-۲ - منطق فازی و میانگین هندسی وزنی فازی :

یک مجموعه فازی، یک مجموعه ای از عناصر در یک مجموعه جهانی است که مرز مجموعه مشتمل در مجموعه جهانی، مبهم، سر بسته و فازی می باشد. آن به وسیله یک تابع عضویت مشخص می شود که یک ارزش در فاصله واحد [۱و۰] به هر عنصر در مجموعه جهانی اختصاص می دهد. مقدار تخصیص داده شده، درجه عضویت نامیده می شود که میزان تعلّق یک عنصر مفروض را به مجموعه فازی نشان می دهد. اگر مقدار تخصیص داده شده صفر باشد، یعنی عنصر داده شده به مجموعه تعلق ندارد و اگر مقدار تخصیص داده شده یک باشد یعنی عنصر، کاملاً به مجموعه تعلق دارد. اگر مقدار در فاصله (۱و۰) باشد، آن گاه عنصر مورد نظر فقط به صورت جزئی به مجموعه تعلق دارد.

9- fuzzy weighted geometric mean

بنابراین هر مجموعه فازی می تواند به صورت یونیک (منحصر بفرد) به وسیله تابع عضویتش تعیین گردد. مجموعه های فازی همچنین می توانند به وسیله بازه هایی که مجموعه های سطح(برش)آلفا $\propto$ نامیده می شوند نمایش داده شوند. $\widetilde{A}$ را به عنوان یک مجموعه فازی در مجموعه جهانی X در نظر بگیرید. سپس مجموعه های برش آلفا(آلفاسطح)$(\propto -\text{level})$ از $\widetilde{A}$ به صورت زیر تعریف می شود :

$$A_{\propto} = \{x \in X | \mu_{\widetilde{A}}(x) \geq \propto\} = [\min\{x \in X | \mu_{\widetilde{A}}(x) \geq \propto\}, \max\{x \in X | \mu_{\widetilde{A}}(x) \geq \propto\}] \qquad (1)$$

بر طبق اصل گسترش زاده (Dubois & Prade, 1980; Zadeh, 1965)، مجموعه فازی $\widetilde{A}$ می تواند به صورت معادل، چنین بیان گردد:

$$\widetilde{A} = \bigcup_{\propto} \propto A_{\propto} \quad 0 < \propto \leq 1 \qquad (2)$$

اعداد فازی، حالات خاص مجموعه های فازی هستند. یک عدد فازی یک مجموعه فازی محسوب شده که به وسیله یک فاصله مفروض (بازه مشخص) از اعداد حقیقی نشان داده می شود که هر کدام یک درجه عضویت نسبی را دارند. توابع عضویت اعداد فازی، قطعه خطی پیوسته بوده و شرایط زیر را برقرار می نمایند:

$x \notin [a,b]$ برای هر $(a)\mu_{\widetilde{A}}(x) = 0$

$[c,d]$ روی $[a,b]$ غیر کاهشی (یکنوا افزایشی) و غیر افزایشی (یکنوا کاهشی) $(b)\mu_{\widetilde{A}}(x)$

$x \in [a,b]$ برای هر $(c)\mu_{\widetilde{A}} = 1$

$a \leq b \leq c \leq d$ اعداد حقیقی R هستند $R = (-\infty, +\infty)$

متداول ترین اعداد فازی استفاده شده عبارتند از اعداد فازی ذوزنقه ای و مثلثی که توابع عضویت متناظرشان به ترتیب بصورت زیر تعریف می شوند:

$$\mu_{\tilde{A}_1} = \begin{cases} (x-a)/(b-a), & a \leq x \leq b, \\ (d-x)/(d-b), & b \leq x \leq d, \\ 0, & otherwise, \end{cases} \qquad (3)$$

$$\mu_{\tilde{A}_2} = \begin{cases} (x-a)/(b-a), & a \leq x \leq b, \\ 1, & b \leq x \leq c, \\ (d-x)/(d-c), & c \leq x \leq d, \\ 0, & otherwise, \end{cases} \qquad (4)$$

به اختصار، اعداد فازی ذوزنقه ای و مثلثی اغلب به صورت (a,b,d) و (a,b,c,d) بیان می شوند. مشخصاً اعداد فازی مثلثی حالات خاص اعداد فازی ذوزنقه ای هستند با b=c

در نظر بگیرید $\widetilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\widetilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ را که دو عدد فازی مثلثی مثبت باشند. آن گاه عملیات منطقی فازی پایه، روی این اعداد فازی به صورت زیر تعریف می شوند: (Dubois & Prade; 1980)

جمع: $\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$

تفریق: $\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1)$

ضرب: $\tilde{A} \times \tilde{B} = (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3)$

تقسیم: $\widetilde{A} \div \widetilde{B} \approx \left(\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}\right)$

اعداد فازی، اغلب باید به اعداد کریسپ (غیرفازی) به خاطر اهداف رتبه بندی یا مقایسه، تبدیل شوند.

چنین فرآیند تبدیلی، دیفازی سازی نامیده می شود که به روش های متفاوت می تواند انجام شود. پر کاربردترین روش دیفازی کردن، دیفازی سازی مرکزیت بوده که به عنوان دیفازی سازی مرکز ثقل یا مرکز ناحیه نیز شناخته می شود. روش دیفازی سازی مرکز ثقل، مرکزیت یک عدد فازی $\widetilde{A}$ را به عنوان مقدار دیفازی شده اش تعریف می کند، به صورتی که در زیر نشان داده می شود : (Yager, 1981)

$$\bar{x}_0(\tilde{A}) = \frac{\int_a^d x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}{\int_a^d \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx}, \qquad (5)$$

که $\aleph_O(A)$ مقدار دیفازی شده است. برای یک عدد فازی مثلثی $\widetilde{A} = (a, b, d)$ مرکزیت دیفازی شده اش به صورت زیر است:

$$\bar{x}_0(\tilde{A}) = \frac{a+b+d}{3}. \qquad (6)$$

وقتی یک عدد فازی $\widetilde{A}$ توسط مجموعه های سطح آلفایش بیان می شود یعنی

$\tilde{A} = U_\propto \propto.(A)_\propto = U_\propto \propto.[(x)^L_\propto, (x)^U_\propto](0 < \propto \leq 1)$ مرکزیت دیفازی شده اش به وسیله روابط زیر می تواند تعیین میگردد :

$$\int_a^d \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx = \frac{1}{2}\left[(x)^U_{\propto_n} - (x)^L_{\propto_n} - \sum_{i=1}^{n-1} \propto_i \left((x)^U_{\propto_i+1} - (x)^L_{\propto_i+1}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} \propto_{i+1} \left((x)^U_{\propto_i} - (x)^L_{\propto_i}\right)\right] \qquad (7)$$

$$\int_a^d x\mu_{\tilde{A}}(x)\,dx = \frac{1}{6}\left[(x)^{2U}_{\propto_n} - (x)^{2L}_{\propto_n} - \sum_{i=1}^{n-1} \propto_i \left((x)^{2U}_{\propto_i+1} - (x)^{2L}_{\propto_i+1}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} \propto_{i+1} \left((x)^{2U}_{\propto_i} - (x)^{2L}_{\propto_i}\right)\right] + \frac{1}{6}\sum_{i=0}^{n-1} \Delta\propto_i \left((x)^U_{\propto_i}.(x)^U_{\propto_i+1} - (x)^L_{\propto_i}.(x)^L_{\propto_i+1}\right) \qquad (8)$$

بطور اخص وقتی $\Delta\propto_i = \frac{1}{n}$ و $\propto_i = \frac{i}{n}$ و $i = 0,1,2,3,\ldots\ldots,n$، روابط بالا به این صورت ساده سازی می شوند :

$$\int_a^d \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx = \frac{1}{2n}\left[\left((x)^U_{\propto_0} - (x)^L_{\propto_0}\right) + \left((x)^U_{\propto_n} - (x)^L_{\propto_n}\right) + 2\sum_{i=1}^{n-1} \propto_{i+1} \left((x)^U_{\propto_i} - (x)^L_{\propto_i}\right)\right] \qquad (9)$$

$$\int_a^d \mu_{\tilde{A}}(x)\,dx = \frac{1}{6n}\left[\left((x)^{2U}_{\propto_0} - (x)^{2L}_{\propto_0}\right) + \left((x)^{2U}_{\propto_n} - (x)^{2L}_{\propto_n}\right) + 2\sum_{i=1}^{n-1} \propto_{i+1} \left((x)^{2U}_{\propto_i} - (x)^{2L}_{\propto_i}\right)\right] + \frac{1}{6}\sum_{i=0}^{n-1} \Delta\propto_i \left((x)^U_{\propto_i}.(x)^U_{\propto_i+1} - (x)^L_{\propto_i}.(x)^L_{\propto_i+1}\right) \qquad (10)$$

میانگین موزون فازی n عدد فازی، اغلب به صورت متوسط وزنی فازی (FWA) نشان داده می شود.
(Dong & Wong, 1987; Guh, Hon, & Lee, 2001; Kao & Liu, 2001).

به طور مشابه، ما میانگین هندسی وزنی فازی n عدد فازی را با میانگین هندسی وزنی فازی (FWGM) نشان می دهیم که می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\tilde{y}_G = f_G(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\ ;\ \tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_n) = (\tilde{x}_1)^{\frac{\tilde{w}_1}{\tilde{w}_1+\tilde{w}_2+\cdots+\tilde{w}_n}} (\tilde{x}_2)^{\frac{\tilde{w}_2}{\tilde{w}_1+\tilde{w}_2+\dots+\tilde{w}_n}} \dots (\tilde{x}_n)^{\frac{\tilde{w}_n}{\tilde{w}_1+\tilde{w}_2+\cdots+\tilde{w}_n}}$$
$$= \prod_{i=1}^{n} (\tilde{x}_i)^{\frac{\tilde{w}_i}{\sum_{j=1}^{n}\tilde{w}_j}} \qquad (11)$$

که $\tilde{x}_1, \dots\dots, \tilde{x}_n$ ، n عدد فازی مثبت و $\tilde{w}_1, \dots\dots, \tilde{w}_n$ وزن های فازیشان هستند. آشکارا، $\tilde{y}_G$ نیز یک عدد فازی است و با استفاده از مجموعه های سطح آلفا و اصل گسترش، قابل محاسبه شدن است.

$(y_G)_\propto = [(y_G)_\propto^L , (y_G)_\propto^U]$را یک مجموعه سطح آلفا از $\tilde{y}_G$ در نظر بگیرید که توسط مدل های ریاضی زیر تعیین میشود:

$$(y_G)_\propto^L = Min \prod_{i=1}^{n} (x_i)^{\frac{w_i}{\sum_{j=1}^{n} w_j}} \qquad (12)$$
$$s.t \quad (w_i)_\propto^L \le w_i \le (w_i)_\propto^U, \quad i = 1, \dots, n$$
$$(x_i)_\propto^L \le x_i \le (x_i)_\propto^U, \quad i = 1, \dots, n$$

$$(y_G)_\propto^U = Max \prod_{i=1}^{n} (x_i)^{\frac{w_i}{\sum_{j=1}^{n} w_j}} \qquad (13)$$
$$s.t \quad (w_i)_\propto^L \le w_i \le (w_i)_\propto^U, \quad i = 1, \dots, n$$
$$(x_i)_\propto^L \le x_i \le (x_i)_\propto^U, \quad i = 1, \dots, n$$

به علت این که:

$$f_G(x_1, \dots, x_n; w_1, \dots, w_n) = \prod_{i=1}^{n} (x_i)^{\frac{w_i}{\sum_{j=1}^{n} w_j}} \qquad (14)$$

یک تابع افزایشی از متغیرهای $x_i\ (i = 1,2, \dots., n)$ می باشد، مدل های ریاضی بالا می توانند به صورت معادلات ۱۵ و ۱۶ بازنویسی شوند :

$$(y_G)_\propto^L = Min\ exp\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \ln(x_i)_\propto^L}{\sum_{i=1}^{n} w_i}\right) \qquad (15)$$
$$s.t \quad (w_i)_\propto^L \le w_i \le (w_i)_\propto^U, \quad i = 1, \dots, n$$

$$(y_G)_\propto^U = Max\ exp\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \ln(x_i)_\propto^U}{\sum_{i=1}^{n} w_i}\right) \qquad (16)$$
$$s.t \quad (w_i)_\propto^L \le w_i \le (w_i)_\propto^U, \quad i = 1, \dots, n$$

که $\exp(\ )$ تابع نمایی است. بر مبنای $z = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$ و $u_i = Z\, w_i$ برای $i = 1,2, \dots, n$ ، مدل های ۱۵ و ۱۶ می توانند به صورت معادلات ۱۷ و ۱۸ تبدیل گردند:

$$Min \quad z_1 = \sum_{i=1}^{n} u_i \ln(x_i)_{\propto}^{L} \qquad (17)$$
$$s.t \quad u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 1$$
$$(w_i)_{\propto}^{L} . z \le u_i \le (w_i)_{\propto}^{U} . z, \qquad i = 1, \dots, n$$
$$z \ge 0$$

$$Max \quad z_2 = \sum_{i=1}^{n} u_i \ln(x_i)_{\propto}^{U} \qquad (18)$$
$$s.t \quad u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 1$$
$$(w_i)_{\propto}^{L} . z \le u_i \le (w_i)_{\propto}^{U} . z, \qquad i = 1, \dots, n$$
$$z \ge 0$$

این ها مدل های برنامه ریزی خطی (LP) هستند و به آسانی با استفاده از نرم افزار اکسل (MS Excel Solver) حل می شوند. Z^*_1 و Z^*_2 را به ترتیب، مقادیر بهینه توابع هدف مدل های ۱۷ و ۱۸ در نظر بگیرید، آنگاه $(y_G)_{\propto}^{L} = \exp(Z^*_1)$ و $(y_G)_{\propto}^{U} = \exp(Z^*_2)$ می باشند. با انجام عملیات بالا در سطوح مختلف $\propto$ ، مجموعه های سطح آلفای متفاوت $\tilde{y}_G$ به دست آمده که برمبنای آن ها y_G به صورت زیر بیان می گردد:

$$\tilde{y}_G = y_{\propto} \propto . (y_G)_{\propto} = U_{\propto} \propto [(y_G)_{\propto}^{L}, (y_G)_{\propto}^{U}], \qquad 0 < \propto \le 1 \qquad (19)$$

۳-۲ اعداد اولویت ریسک فازی برای FMEA

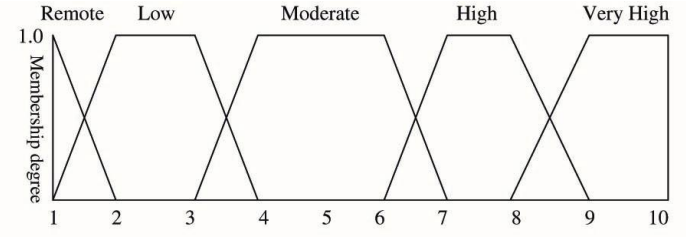
در سطح وسیعی این که فاکتورهای ریسک O، S و D ارزیابی دقیقشان آسان نیست، بحث شده است. بر مبنای آن، تلاش های عمده ای جهت ارزیابی آن ها به صورتی کلامی صورت گرفته است.

جداول ۱ تا ۳ عبارات کلامی و اعداد فازی متناظرشان را که برای ارزیابی فاکتورهای ریسک در این مقاله استفاده شده است، نشان می دهد.

جدول ۱. درجات فازی برای احتمال وقوع یک خرابی

درجه تاثیر	اثر	اثر	ملاحظات
(۸، ۹، ۱۰، ۱۰)	خیلی زیاد، وقوع خطا حتمی است.	VH	بیش از یک وقوع در یک روزو یا بیش از ۳ واقعه در ۱۰ بار
			هر ۳ یا ۴ روز یک واقعه یا احتمال ۳ واقعه در ۱۰ بار
(۶،۷،۸،۹)	زیاد:تعداد زیادی خطا به وقوع می پیوندد.	H	یک واقعه در یک هفته و یا احتمال ۵ واقعه در ۱۰۰ بار
			یک واقعه در ۱ ماه و یا احتمال ۵ واقعه در ۱۰۰ بار
(۳، ۴، ۶، ۷)	متوسط:هرازچند گاهی احتمال شکست وجوددارد.	M	هر ۳ ماه یکبار یک واقعه یا ۳ واقعه در ۱۰۰۰ بار
			هر ۶ ماه تا یکسال یک واقعه یا یک واقعه در ۱۰۰۰۰ بار
			در هر سال یک واقعه یا ۶ واقعه در ۱۰۰۰۰۰ بار
(۱،۲،۳،۴)	کم : تعداد خطاها بسیار کم است.	L	هر ۳ تا ۵ سال یک واقعه یا ۶ واقعه در ۱۰ میلیون بار
			هر ۳ تا ۵ سال یک واقعه یا ۲ واقعه در ۱ بیلیون بار
(۱،۱،۲)	تقریباً هرگز:وقوع شکست بعیداست.	R	یک واقعه در بیش از۵ سال و یا کمتراز ۲ واقعه دربیلیون بار

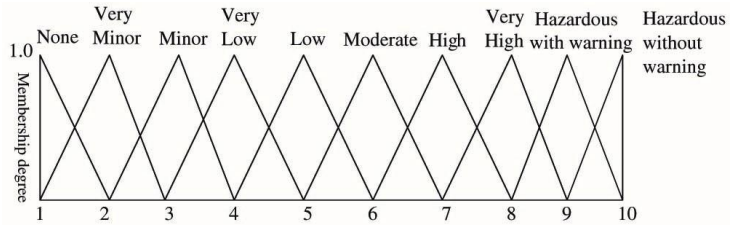
همچنین شکل های ۱ تا ۳ توابع عضویت متناظرشان را نشان می دهد.



شکل۱. درجات فازی برای ارزیابی وقوع خرابی ها و توابع عضویت متناظرشان

جدول ۲. درجات فازی برای شدت یک خرابی

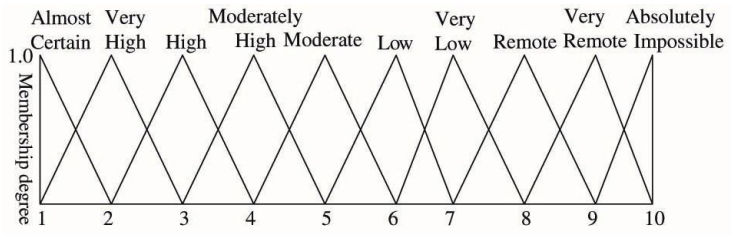
درجه تاثیر	اثر	اثر	ملاحظات
(۹،۱۰ ، ۱۰)	خطرناک	HWOW	هر شکست باعث نارضایتی مشتری و یا کارمند می شود.
(۸ ، ۹ ، ۱۰)	جدی	HWW	شکست با عدم رعایت قوانین دولتی همراه است.
(۷ ، ۸ ، ۹)	خیلی زیاد	VH	شکست، باعث بد کار کردن دستگاه می شود و آن را غیر قابل استفاده می کند.
(۶ ، ۷ ، ۸)	زیاد	H	مشتریان به صورت بسیار محسوسی ناراضی خواهند شد.
(۵ ، ۶ ، ۷)	متوسط	M	شکست، باعث بد کار کردن محصول و یا زیر مجموعه‌های آن می گردد.
(۴ ، ۵ ، ۶)	کم	L	نارضایتی مشتریان عامل تاثیر محسوسی سیستم و یا محصولات خواهد شد.
(۳ ، ۴ ، ۵)	خیلی کم	VL	با کمی تغییر در محصول یا فرآیند می توان بر شکست غالب شد.
(۲ ، ۳ ، ۴)	جزئی	MR	شکست باعث ایجاد دردسر برای مشتری می شود، ولی او می تواند بر فرآیند یا محصول غالب آید.
(۱ ، ۲ ، ۳)	خیلی جزئی	VMR	شکست ممکن است برای مشتری محسوس نباشد.
(۱ ، ۱ ، ۲)	هیچ	N	شکست به نظر مشتری نمی آید و هیچ تاثیری بر محصول و یا فرآیند ندارد.



شکل۲. درجات فازی برای ارزیابی شدت خرابی ها و توابع عضویت متناظرشان

جدول ۳. درجات فازی برای کشف یک خرابی

درجه تاثیر	اثر	اثر	ملاحظات
(۱۰،۱۰،۹)	نامعلوم مطلق	AU	محصول بازرسی نشده و یا عیبی که بر اثر شکست بوجود آمده بازیابی نمی شود.
(۱۰،۹،۸)	خیلی جزئی	VR	محصول، براساس درجه مقبولیت کیفی و نقشه‌های نمونه برداری، بازرسی و آزاد نمی شود.
(۷، ۹،۸)	جزئی	R	محصول، براساس اینکه هیچ عیبی در نمونه آن وجود ندارد تایید می شود.
(۸،۷،۶)	خیلی کم (پائین)	VL	محصول ۱۰۰ درصد دستی بازرسی می شود.
(۷،۶،۵)	کم (پائین)	L	محصول ۱۰ درصد با دست بازرسی شده و از روش ارجاع محصول و دیگر روشهای جلوگیری از اشتباه، در این زمینه استفاده می شود.
(۶،۵،۴)	متوسّط میانه	M	از SPC در این فرآیند استفاده شد و محصول نهایی بازرسی می شود.
(۵،۴،۳)	متوسّط بالا	M H	از SPC استفاده شده و بلافاصله نسبت به رفع موقعیتهای خارج از کنترل اقدام می شود.
(۴،۳،۲)	بالا	H	یک برنامه ریزی مؤثّر SPC همراه با فرآیندی که قابلیّت آن زیاد است صورت می گیرد.
(۳،۲،۱)	خیلی بالا	VH	محصول ۱۰۰ درصد توسط ماشین بازرسی می شود.
(۲،۱،۱)	تقریباً مطمئن	AC	عیب کاملاً مشخّص و بازرسی ۱۰۰ درصد خودکار است.این دستگاهها مرتباً تعمیرونگهداری می شوند.

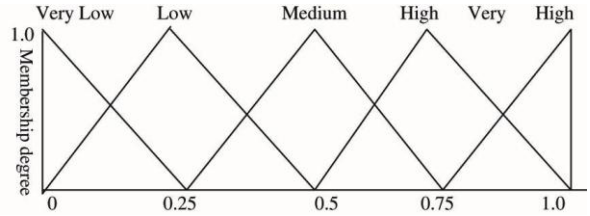


شکل۳. درجات فازی برای ارزیابی کشف خرابی ها و توابع عضویت متناظرشان

این عبارات کلامی، کاملاً سازگار با موارد تعریف شده در FMEA سنتی هستند، ولی به صورت اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه ای به جای مقادیر عددی دقیق در این مقاله در نظر گرفته می شوند. FMEA سنتی، به این دلیل که اهمیت نسبی فاکتورهای ریسک را در نظر نگرفته و آن ها را یکسان فرض می کند، بسیار مورد انتقاد قرار گرفته است. به منظور غلبه بر این نقص، وزن های اهمیت نسبی فاکتورهای ریسک، در این مقاله در نظر گرفته می شوند، ولی تعیین دقیق آن ها آسان نیست. لذا با استفاده از عبارات کلامی موجود در جدول ۴ ارزیابی خواهند شد که توابع عضویت متناظرشان هم در شکل ۴ ترسیم گردیده است.

جدول ۴. وزن های فازی برای اهمیت نسبی فاکتورهای ریسک

Linguistic term	Fuzzy Number
Very low (VL)	(0 , 0 , 0.25)
Low (L)	(0 , 0.25 , 0.5)
Medium (M)	(0.25 , 0.5 , 0.75)
High (H)	(0.5 , 0.75 , 1)
Very high (VH)	(0.75 , 1 , 1)



شکل۴. توابع عضویت وزن های فازی

فرض کنید که n حالت خرابی وجود دارد، $FM_i \ (i = 1 , 2 , \dots , n)$ که باید توسط یک تیم FMEA شامل m عضو از بخش های مختلف سازمان $(j = 1 , 2 , \dots , m)$ ارزیابی و اولویت بندی شوند.

$\tilde{R}_{ij}^{O} = (\tilde{R}_{ijL}^{O} , \tilde{R}_{ijM_1}^{O} , \tilde{R}_{ijM_2}^{O} , \tilde{R}_{ijU}^{O})$ ، $\tilde{R}_{ij}^{S} = (\tilde{R}_{ijL}^{S} , \tilde{R}_{ijM}^{S} , \tilde{R}_{ijU}^{S})$ و $\tilde{R}_{ij}^{D} = (\tilde{R}_{ijL}^{D} , \tilde{R}_{ijM}^{D} , \tilde{R}_{ijU}^{D})$ را درجات فازی حالت خرابی i اُم پیرامون فاکتورهای ریسک O، S و D و $\tilde{w}_j^{O} = (\tilde{w}_{jL}^{O} , \tilde{w}_{jM}^{O} , \tilde{w}_{jU}^{O})$ ، $\tilde{w}_j^{S} = (\tilde{w}_{jL}^{S} , \tilde{w}_{jM}^{S} , \tilde{w}_{jU}^{S})$ و $\tilde{w}_j^{D} = (\tilde{w}_{jL}^{D} , \tilde{w}_{jM}^{D} , \tilde{w}_{jU}^{D})$ را به عنوان وزن های فازی ۳ فاکتور ریسک به دست آمده توسط عضو j اُم تیم FMEA (TM_J) و $h_j (j = 1 , 2 , \dots , m)$ را به عنوان وزن های اهمیت نسبی m عضو تیم در نظر بگیرید که $\sum_{j=1}^{m} h_j = 1$ و $h_j > 0$ برای $(j = 1 , 2 , \dots , m)$ برقرار است. بر مبنای مفروضات بالا، n حالت خرابی توسط گام های زیر می توانند اولویت بندی شوند:

گام ۱: عقاید ذهنی اعضای تیم FMEA را به وسیله معادلات ۲۰ تا ۲۵ تجمیع نمایید:

$$\tilde{R}_i^{O} = \sum_{j=1}^{m} h_j \tilde{R}_{ij}^{O} = \left(\sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijL}^{O} , \sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijM}^{O} , \sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijU}^{O} \right) , \quad i = 1 , \dots , n \qquad (20)$$

$$\tilde{R}_i^{S} = \sum_{j=1}^{m} h_j \tilde{R}_{ij}^{S} = \left(\sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijL}^{S} , \sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijM}^{S} , \sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijU}^{S} \right) , \quad i = 1 , \dots , n \qquad (21)$$

$$\tilde{R}_i^{D} = \sum_{j=1}^{m} h_j \tilde{R}_{ij}^{D} = \left(\sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijL}^{D} , \sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijM}^{D} , \sum_{j=1}^{m} h_j R_{ijU}^{D} \right) , \quad i = 1 , \dots , n \qquad (22)$$

$$\tilde{w}^{O} = \sum_{j=1}^{m} h_j \tilde{w}_{ij}^{O} = \left(\sum_{j=1}^{m} h_j w_{jL}^{O} , \sum_{j=1}^{m} h_j w_{jM}^{O} , \sum_{j=1}^{m} h_j w_{jU}^{O} \right) , \qquad (23)$$

$$\tilde{w}^{S} = \sum_{j=1}^{m} h_j \tilde{w}_{ij}^{S} = \left(\sum_{j=1}^{m} h_j w_{jL}^{S} , \sum_{j=1}^{m} h_j w_{jM}^{S} , \sum_{j=1}^{m} h_j w_{jU}^{S} \right), \qquad (24)$$

$$\tilde{w}^{D} = \sum_{j=1}^{m} h_j \tilde{w}_{ij}^{D} = \left(\sum_{j=1}^{m} h_j w_{jL}^{D} , \sum_{j=1}^{m} h_j w_{jM}^{D} , \sum_{j=1}^{m} h_j w_{jU}^{D} \right), \qquad (25)$$

که $\tilde{R}_i^O = (\tilde{R}_{iL}^O , \tilde{R}_{iM_1}^O , \tilde{R}_{iM_2}^O , \tilde{R}_{iU}^O)$ ، $\tilde{R}_i^S = (\tilde{R}_{iL}^S , \tilde{R}_{iM}^S , \tilde{R}_{iU}^S)$ و $\tilde{R}_i^D = (\tilde{R}_{iL}^D , \tilde{R}_{iM}^D , \tilde{R}_{iU}^D)$ درجات تجمیع شده وقوع، شدت و تشخیص حالت خرابی FM_i و $\tilde{w}^O = (\tilde{w}_L^O , \tilde{w}_M^O , \tilde{w}_U^O)$ ، $\tilde{w}^S = (\tilde{w}_L^S , \tilde{w}_M^S , \tilde{w}_U^S)$ و $\tilde{w}^D = (\tilde{w}_L^D , \tilde{w}_M^D , \tilde{w}_U^D)$ وزن های فازی تجمیع شده برای سه فاکتور ریسک O، S و D به ترتیب می باشند.

گام ۲: عدد اولویت ریسک فازی (FRPN) برای هر حالت خرابی را به صورت زیر تعریف کنید:

$$FRPN_i = (\tilde{R}_i^O)^{\frac{\tilde{w}^O}{\tilde{w}^O+\tilde{w}^S+\tilde{w}^D}} \times (\tilde{R}_i^S)^{\frac{\tilde{w}^S}{\tilde{w}^O+\tilde{w}^S+\tilde{w}^D}} \times (\tilde{R}_i^D)^{\frac{\tilde{w}^D}{\tilde{w}^O+\tilde{w}^S+\tilde{w}^D}}, \quad i=1,\dots,n \qquad (26)$$

متفاوت از FMEA سنتی که RPNها را به صورت ضرب ساده O، S و D بدون لحاظ کردن وزن های اهمیت نسبی شان تعریف می کند، FRPN به صورت میانگین هندسی وزنی فازی سه فاکتور ریسک تعریف می شود. این بر این ضعف که سه فاکتور ریسک به صورت برابر مورد توجه بودند، غلبه می کند. چون FRPNها اعداد فازی هستند، آن ها می توانند با استفاده از مجموعه های سطح آلفا محاسبه شوند.

گام ۳: مجمو عه های آلفا- سطح FRPN هر حالت خرابی را به وسیله حل مدل های LP زیر محاسبه نمایید:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & z_1 = u_1 \ln\left(R_i^O\right)_\alpha^L + u_2 \ln\left(R_i^S\right)_\alpha^L + u_3 \ln\left(R_i^D\right)_\alpha^L \qquad (27)\\
\text{s.t.} \quad & u_1 + u_2 + u_3 = 1\\
& \left(w^O\right)_\alpha^L . z \le u_1 \le \left(w^O\right)_\alpha^U . z\\
& \left(w^S\right)_\alpha^L . z \le u_1 \le \left(w^S\right)_\alpha^U . z\\
& \left(w^D\right)_\alpha^L . z \le u_1 \le \left(w^D\right)_\alpha^U . z\\
& z \ge 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & z_2 = u_1 \ln\left(R_i^O\right)_\alpha^L + u_2 \ln\left(R_i^S\right)_\alpha^L + u_3 \ln\left(R_i^D\right)_\alpha^L \qquad (28)\\
\text{s.t.} \quad & u_1 + u_2 + u_3 = 1\\
& \left(w^O\right)_\alpha^L . z \le u_1 \le \left(w^O\right)_\alpha^U . z\\
& \left(w^S\right)_\alpha^L . z \le u_1 \le \left(w^S\right)_\alpha^U . z\\
& \left(w^D\right)_\alpha^L . z \le u_1 \le \left(w^D\right)_\alpha^U . z\\
& z \ge 0
\end{aligned}$$

که $\left[\ln(\mathrm{R_i^O})_\alpha^{\mathrm{L}}, \ln(\mathrm{R_i^O})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ ، $\left[\ln(\mathrm{R_i^S})_\alpha^{\mathrm{L}}, \ln(\mathrm{R_i^S})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ و $\left[\ln(\mathrm{R_i^D})_\alpha^{\mathrm{L}}, \ln(\mathrm{R_i^D})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ لگاریتم های $\left[(\mathrm{R_i^O})_\alpha^{\mathrm{L}}, (\mathrm{R_i^O})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$، $\left[(\mathrm{R_i^S})_\alpha^{\mathrm{L}}, (\mathrm{R_i^S})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ و $\left[(\mathrm{R_i^D})_\alpha^{\mathrm{L}}, (\mathrm{R_i^D})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ هستند که مجموعه های آلفا- سطح درجات احتمال وقوع، شدت و احتمال عدم تشخیص تجمیع شده $\widetilde{\mathrm{R}}_\mathrm{i}^\mathrm{O}$، $\widetilde{\mathrm{R}}_\mathrm{i}^\mathrm{s}$ و $\widetilde{\mathrm{R}}_\mathrm{i}^\mathrm{D}$ برای حالت خرابی FM_i بوده و $\left[(\mathrm{w})_\alpha^{\mathrm{L}}, (w_\mathrm{i}^\mathrm{O})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$، $\left[(\mathrm{w_i^S})_\alpha^{\mathrm{L}}, (\mathrm{w_i^S})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ و $\left[(\mathrm{w_i^D})_\alpha^{\mathrm{L}}, (\mathrm{w_i^D})_\alpha^{\mathrm{U}}\right]$ مجمو عه های آلفا - سطح وزن های تجمیع شده فاکتورهای ریسک $\widetilde{w}^\mathrm{O}$، $\widetilde{w}^\mathrm{S}$ و $\widetilde{w}^\mathrm{D}$ به ترتیب می باشند.

مدل های LP معادلات ۲۷ و ۲۸ یک کاربرد از مدل های ۱۸ و ۱۹ در FMEA فازی هستند و باید برای همه سطوح آلفا و هر حالت خرابی حل شوند. Z_1^* و Z_2^* را به عنوان مقادیر بهینه تابع هدف مدل های ۲۷ و ۲۸ در نظر بگیرید.

آن گاه:

$$(FRPN_i)_\alpha^{\mathrm{L}} = \exp(\mathrm{z}_1^*) \quad و \quad (FRPN_i)_\alpha^{\mathrm{U}} = \exp(\mathrm{z}_2^*) \qquad (29)$$

با قرار دادن سطوح آلفا مختلف، مجموعه های آلفا سطح متفاوت $FRPN_\mathrm{i}$ بدست آمده و بر مبنای آن اعداد اولویت ریسک فازی می توانند به صورت معادله ۳۰ بیان شوند:

$$\mathrm{FRPN_i} = \bigcup_\alpha \alpha \left[(\mathrm{FRPN_i})_\alpha^{\mathrm{L}}, (\mathrm{FRPN_i})_\alpha^{\mathrm{U}}\right], \qquad 0 < \alpha \leq 1 \qquad (30)$$

گام ۴: FRPNها را بر مبنای روش غیرفازی سازی مرکز ثقل غیرفازی کنید

چون FRPNها توسط مجموعه های آلفا سطح مشخص می شوند، مرکز ثقل های غیرفازی شده متناظرشان باید به وسیله معادلات ۷ و ۸ تعیین شوند. مخصوصاً، وقتی فاصله واحد $[0,1]$ به طور مساوی توسط سطوح آلفای گوناگون تقسیم می شود، مرکز ثقل های غیرفازی شده می تواند توسط معادلات ۹ و ۱۰ تعیین شوند.

گام ۵: حالات خرابی را به وسیله مقادیر مرکز ثقل دیفازی شده FRPNهایشان اولویت بندی نمایید؛ مقدار مرکز ثقل غیرفازی شده بزرگتر، ریسک کلی بزرگتر و اولویت ریسک بالاتر را نشان می دهد.

همه حالات خرابی می توانند بر اساس مقادیر مرکز ثقل غیرفازی شده FRPNهایشان، رتبه بندی شوند.

در محاسبات بالا، وزن های اهمیت نسبی اعضاء تیم FMEA مقادیر کریسپ (غیرفازی) فرض می شوند.

این عمدتاً به این دلیل است که آنها نسبتاً آسان تر نسبت به وزن های فاکتورهای ریسک تعیین می شوند. همچنین اگر تعیین دقیق آن ها مشکل باشد، آن ها با استفاده از عبارات کلامی موجود در جدول ۴ می توانند ارزیابی شوند. این امر منجر به یک وزن فازی برای هر عضو تیم FMEA می شود. در نتیجه، تجمیع نظرات ذهنی اعضاء تیم FMEA در گام ۱، یک مسأله میانگین وزنی فازی خواهد شد. (Dong & Wong, 1987)

از نظر تئوریکی، محاسبه ریسک حالات خرابی با استفاده از مجموعه های آلفا سطح و حل مدل های برنامه ریزی خطی انجام میشود (Guh et al., 2001; Kao & Liu, 2001). ولی این روال پیچیدگی حل مسأله را افزایش می دهد. به منظور ساده سازی محاسبه FRPNها، وزن های فازی اعضاء تیم FMEA می تواند با استفاده از معادله ۷ غیرفازی شده و مقادیر غیرفازی شده سپس نرمالایز شده و به عنوان وزن های اهمیت نسبی اعضاء تیم FMEA لحاظ گردد. این به مقدار زیاد، محاسبه FRPNها را تسهیل می سازد.

۲-۴ یک مثال کاربردی

در این بخش، یک مثال ارائه شده تا کاربردهای بالقوه FMEA فازی پیشنهادی را در اولویت بندی حالات خرابی تشریح نماید. یک تیم FMEA شامل پنج عضو از بخش های مختلف، ۷ حالت خرابی بالقوه را در یک سیستم شناسایی کردند و نیاز است تا آن ها را بر اساس ریسک های خرابیشان مانند احتمال وقوع، شدت و احتمال عدم تشخیص، اولویت بندی نموده، به طوری که حالات خرابی با ریسک بالا اولویت های بالاتری جهت اصلاح داشته باشند.

به علت مشکل در ارزیابی دقیق فاکتورهای ریسک و وزن های اهمیت نسبیشان، اعضای تیم FMEA به یک اجماع می رسند تا آن ها را با استفاده از عبارات کلامی تعریف شده در جداول ۱ تا ۴ ارزیابی نمایند. اطلاعات ارزیابی ۷ حالت خرابی پیرامون هر فاکتور ریسک و وزن های فاکتورهای ریسک توسط ۵ عضو تیم به دست آمده که در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول۵. اطلاعات ارزیابی پیرامون ۷ حالت خرابی به وسیله پنج عضو تیم FMEA

Risk factors	FMEA team members	Factor weights	Failure modes						
			۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
Occurrence	TM_1 (15%)	M	L	M	H	H	VH	R	M
	TM_2 (20%)	H	L	M	M	H	H	L	M
	TM_3 (30%)	M	M	M	M	H	H	L	H
	TM_4 (25%)	VH	H	L	H	M	M	M	M
	TM_5 (10%)	M	L	M	VH	H	H	M	VH
Severity	TM_1 (15%)	VH	L	VL	H	VH	M	VL	MR
	TM_2 (20%)	H	VL	M	M	H	VH	L	VL
	TM_3 (30%)	VH	L	L	H	M	H	VL	L
	TM_4 (25%)	H	M	H	VH	H	M	M	L
	TM_5 (10%)	H	L	M	H	M	H	M	VMR
Detection	TM_1 (15%)	L	VR	R	VL	MH	MH	H	M
	TM_2 (20%)	L	AI	VR	R	VL	VL	L	M
	TM_3 (30%)	L	R	VL	R	L	M	L	L
	TM_4 (25%)	M	L	VL	MH	H	VR	R	H
	TM_5 (10%)	L	VL	R	VR	MH	MH	L	VL

پنج عضو تیم از بخش های مختلف انتخاب شده که به دلیل دانش و تخصص های متفاوتشان از اهمیت متفاوتی نیز برخوردارند. به منظور انعکاس تفاوت هایشان در اجرای FMEA، به پنج عضو تیم، وزن های نسبی زیر تخصیص داده می شوند:

۱۵٪ ، ۲۰٪ ، ۳۰٪ ، ۲۵٪ ،و ۱۰٪ ، که در ستون دوم جدول ۵ نشان داده شده است. بر مبنای اطلاعات موجود در جدول ۵، اطلاعات ارزیابی ۵ عضو تیم ابتدا توسط معادلات ۲۰ تا ۲۵ تجمیع شده که نتایج در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۶. اطلاعات ارزیابی فازی تجمیع شده برای ۷ حالت خرابی و وزن های اهمیت نسبی سه فاکتور ریسک

Failure mode	Occurrence	Severity	Detection
1	(2.85 , 3.85 , 5.15 , 6.15)	(4.05 , 5.05 , 6.05)	(6.95 , 7.95 , 8.75)
2	(2.5 , 3.5 , 5.25 , 6.25)	(4.65 , 5.65 , 6.65)	(6.65 , 7.65 , 8.65)
3	(4.7 , 5.7 , 7.2 , 8.1)	(6.05 , 7.05 , 8.05)	(5.95 , 6.95 , 7.95)
4	(5.25 , 6.25 , 7.5 , 85)	(5.75 , 6.75 , 7.75)	(3.95 , 4.95 , 5.95)
5	(5.55 , 6.55 , 7.8 , 8.65)	(5.8 , 6.8 , 7.8)	(5.15 , 6.15 , 7.15)
6	(1.7 , 2.55 , 3.75 , 4.75)	(3.9 , 4.9 , 5.9)	(5.05 , 6.05 , 7.05)
7	(4.4 , 5.4 , 7 , 7.9)	(3.2 , 4.2 , 5.2)	(4 , 5 , 6)
Importance weights	(0.425 , 0.675 , 0.8625)	(0.6125 , 0.8625 , 1)	(0.0625 , 0.2875 , 0.5375)

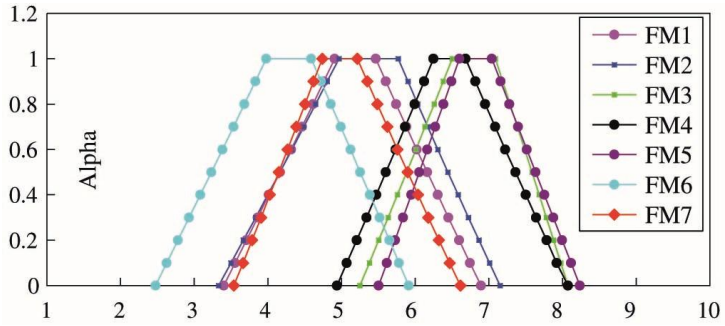
چون امتیازات ریسک و وزن های فاکتورهای ریسک همگی اعداد فازی هستند، ریسک کلی هر حالت خرابی یک عدد فازی خواهد بود که همان عدد اولویت ریسک فازی مانند تعریف ارائه شده به وسیله معادله ۲۶ میباشد.

به منظور محاسبه اعداد اولویت ریسک فازی ۷ حالت خرابی، مدل های برنامه ریزی خطی مطابق معادلات ۲۷و ۲۸ برای هر کدام از ۷ حالت خرابی و همه سطوح آلفا حل شده که سطوح آلفا، مجموعه به صورت ۰ ، ۰,۱ ، ۰,۲ و... و ۱ انتخاب شده است.

نتایج در جدول ۷ ارائه شده و در شکل ۵ نشان داده است.

جدول ۷. مجموعه های سطح آلفای اعداد اولویت ریسک فازی برای ۷ حالت خرابی

α	Failure modes						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۰	[3.3992 , 6.8923]	[3.3310 , 7.1536]	[5.2474 , 8.0739]	[4.9358 , 8.0750]	[5.5036 , 8.2368]	[2.4736 , 5.9134]	[3.5378 , 6.6133]
۰,۱	[3.2238 , 6.7441]	[3.4993 , 7.0083]	[5.3766 , 7.9768]	[5.0709 , 7.9200]	[5.6147 , 8.1156]	[2.6257 , 5.7800]	[3.6612 , 6.4671]
۰,۲	[3.7075 , 6.5972]	[3.6667 , 6.8647]	[5.5048 , 7.8793]	[5.2052 , 7.7848]	[5.7254 , 7.9948]	[2.7776 , 5.9489]	[3.7838 , 6.3225]
۰,۳	[3.8605 , 6.4515]	[3.8330 , 6.7227]	[5.6322 , 7.7815]	[5.3384 , 7.6423]	[5.8359 , 7.8744]	[2.9293 , 5.5174]	[3.9055 , 6.1795]
۰,۴	[4.0127 , 6.3071]	[3.9982 , 6.5822]	[5.7588 , 7.6834]	[5.4708 , 7.5013]	[5.9460 , 7.7544]	[3.0806 , 5.3856]	[4.0264 , 6.0379]
۰,۵	[4.1639 , 6.1638]	[4.1623 , 6.4431]	[5.8845 7.5850]	[5.6023 , 7.3618]	[6.0552 , 7.6348]	[3.2316 , 5.2535]	[4.1466 , 5.8977]
۰,۶	[4.3143 , 6.0216]	[4.3251 , 6.3055]	[6.0095 , 7.4864]	[5.7330 , 7.2237]	[6.1640 , 7.5155]	[3.3821 , 5.1211]	[4.2661 , 5.7587]
۰,۷	[4.4637 , 5.8806]	[4.4868 , 6.1691]	[6.1338 , 7.3874]	[5.8628 , 7.0869]	[6.2730 , 7.3966]	[3.5320 , 4.9884]	[4.3849 , 5.6210]
۰,۸	[4.6122 , 5.7406]	[4.6472 , 6.0340]	[6.2573 , 7.2882]	[5.9919 6.9513]	[6.3822 , 7.2780]	[3.6814 , 4.8553]	[4.5030 , 5.4845]
۰,۹	[4.7597 , 5.6018]	[4.8064 , 5.9002]	[6.3801 , 7.1888]	[6.1202 , 6.8176]	[6.4916 , 7.1597]	[3.8302 , 4.7220]	[4.6206 , 5.3491]
۱,۰	[4.9063 , 5.4637]	[4.9643 , 5.7675]	[6.5023 , 7.0891]	[6.2477 , 6.6836]	[6.6011 , 7.0416]	[3.9784 , 4.5883]	[4.7375 , 5.2147]
Centroid	۵,۱۸۳۵	۵,۳۲۰۰	۶,۷۵۶۱	۶,۵۱۴۷	۶,۸۸۳۷	۴,۲۵۱۴	5.592
Priority ranking	۵	۴	۲	۳	۱	۷	۶



شکل ۵. اعداد اولویت ریسک فازی ۷ حالت خرابی (FMs)

همان گونه که از شکل ۵ می توان دید، حالت خرابی ششم (FM_6) حالت خرابی با حداقل ریسک کلی بوده و باید پایین ترین اولویت ریسک به آن اختصاص یابد، در حالی که FM_5 بدون شک، حالت خرابی با بیشترین ریسک کلی است و باید بالاترین اولویت ریسک به آن اختصاص یابد.

ترتیب مابقی حالات خرابی به صورت زیر است:

FM_3 ، FM_4 ، FM_2 ، FM_1 و FM_7.

چون فاصله واحد $[0,1]$ به طور برابر توسط ۱۱ سطح آلفا به ۱۱ زیر فاصله تقسیم می شوند، لذا معادلات ۱۰ و ۱۱ به منظور محاسبه مرکز ثقل ۷ عدد اولویت ریسک فازی استفاده می شوند. نتایج در یک ردیف مانده به آخر جدول ۷ نشان داده می شوند. مقادیر مرکز ثقل غیرفازی شده ۷ عدد اولویت ریسک فازی، رتبه بندی اولویت ۷ حالت خرابی را به اینصورت نشان میدهد:

$FM_5 > FM_3 > FM_4 > FM_2 > FM_1 > FM_7 > FM_6$ که کاملاً سازگار با رتبه بندی به دست آمده توسط آنالیز چشمی(با شکل ۵) قبلی ما است. بنابراین نتیجه نهایی برای این مثال این است که حالت خرابی ۵ بالاترین اولویت برای اصلاح را داراست و به دنبال آن حالات خرابی ۳ ، ۴ ، ۲ ، ۱ ،۷ و ۶ رتبه های بعدی را بترتیب دارند.

۳- نتیجه گیری

FMEA یک ابزار تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان و ایمنی خیلی مهم است که در حوزه ها و صنایع زیادی استفاده شده است. به دلیل مشکلات ارزیابی دقیق فاکتورهای ریسک مانند احتمال وقوع، شدت و احتمال عدم تشخیص و مشکلات ساخت یک پایگاه قانون اگر-آنگاه فازی کامل، این مقاله یک FMEA فازی جدید را پیشنهاد مینماید که به فاکتورهای ریسک و وزن های نسبیشان اجازه می دهد تا به شکل کلامی بجای مقدار عددی دقیق ارزیابی شوند و یک RPN فازی به جای یک RPN کریسپ (دقیق) یا قوانین اگر- آنگاه فازی برای اولویت بندی حالات خرابی تعریف شود. RPN فازی یا FRPN به عنوان میانگین هندسی وزنی فازی فاکتورهای ریسک تعریف شده که می تواند به طور دقیق با استفاده از مجموعه های سطح آلفا و اصل توسعه فازی بدست آید. مجموعه های سطح آلفای FRPNها به آسانی به وسیله حل یک سری از مدل های برنامه ریزی خطی به دست میآیند. کاربردهای بالقوه FMEA فازی پیشنهادی و جزئیات فرآیند محاسباتی FRPNها با یک مثال عددی تشریح شده است. نتیجه اینکه FMEA فازی پیشنهادی یک روش مفید، عملی، اثربخش و منعطف را برای ارزیابی ریسک در FMEA فراهم می آورد. مخصوصاً، FRPNهای تعریف شده، یک روش جدید برای اولویت بندی حالات خرابی در FMEA ارائه می دهند. در مقایسه با RPN سنتی و بهبودهای فازی گوناگون آن، FMEA فازی پیشنهادی دارای مزایای زیر است:

۱) اهمیت نسبی بین فاکتورهای ریسک O، S و D، در فرآیند اولویت بندی حالات خرابی لحاظ می شود که FMEA فازی پیشنهادی را واقع گرایانه تر، کاربردی تر و منعطف تر میسازد.

۲) فاکتورهای ریسک و وزن های اهمیت نسبیشان به صورت کلامی به جای مقادیر عددی دقیق ارزیابی می شوند. این ارزیابی را جهت اجرا، آسان تر می سازد.

۳) ترکیبات متفاوت O، S و D، FRPNهای مختلف تولید کرده، مگر این که وزن های نسبی بین O، S و D دقیقاً یکسان باشند که FMEA فازی پیشنهادی را به منظور اولویت بندی کامل حالات خرابی و تشخیص دادن آن ها از یکدیگر توانمند می سازد.

۴) نیازی به ساخت هیچ پایگاه قانون اگر-آنگاه که بسیار ذهنی، هزینه را و زمان بر بود، وجود ندارد.

۵) فاکتورهای ریسک بیشتر می توانند در ساخت FRPNها در صورت ضرورت مشارکت داده شوند. FMEA فازی پیشنهادی محدود به فاکتورهای O، S و D نیست؛ بلکه قابل بکارگیری برای هر تعداد از فاکتورهای ریسک می باشد.

۶) فرمول مرکز ثقل مبتنی بر مجموعه های آلفا سطح جدید و متفاوت از فرمول های موجود است (Yager, 1991; Yager & Filev, 1999; Uehara & Hirota, 1998). آن پشتیبانی تصمیم مفیدی جهت مقایسه FRPNها و آن دسته از اعداد فازی که توابع عضویت نا مشخص دارند ولی مجموعه های آلفا سطح آن ها در دسترس می باشند فراهم می آورد.

۷) میانگین هندسی وزنی فازی پیشنهاد شده در این مقاله جدید است و هرگز قبلاً در ادبیات تحقیق نیامده است که FRPNها را اولین بار برای FMEA در نظر می گیرید.

منابع و مآخذ

* Ben-Daya, m., & Raouf, a. (1996). A revised failure mode and effects analysis model. International Journal of Quality & Reliability Management, 13(1), 43-47.
* Braglia, n., Frosolini, M., & Montanari, R. (2003a). Fuzzy criticality assessment model for failure modes and effects analysis. International Journal of Quality & Reliability Management, 20(4), 503-524.
* Braglia, n., Frosolini, M., & Montanari, R. (2003b). Fuzzy TOPSIS approach for failure mode, effects and criticality analysis. International Journal of Quality & Reliability Management, 19, 425-443.
* Chang, C. L., Wei, C. C., & Lee, Y. H. (1999). Faillute mode and sffects analysis using fuzzy method and grey theory. Kybernetes, 28, 1072-1080.
* Chang, C. L., Liu, P. H., Wei, C. C. (2001). Faillute mode and sffects analysis using grey theory. Integrated Manufacturing System, 12(3), 211-216.
* Chin, K. S., Chan, A., & Yang, J. B. (in press). Development of a fuzzy FMEA based product design system. International Journal if Advanced Manufacturing Technology, doi: 10.1007/s00170-006-0898-3.
* Dubois, D., & Prade, H. (1980). Fuzzy sets and systems: Theory and application. New York: Academic Press
* Garcia, P. A. A., Schirru, R., Frutuoso, P. F., & Melo, E. (2005). A fuzzy data envelopment analysis approach for FMEA. Progress in Nuclear Energy, 46(3-4), 359-373.
* Guh, Y. Y., Hon, C. C., & Lee, E. S. (2001). Fuzzy weighted averages: The linear programming approach via Charnes and Cooper's rule. Fuzzy Sets and Systems, 117, 157-160.
* Guimarães, A. C. F., & Lapa, C. M. F. (2004). Effects analysis fuzzy inference system in nuclear problems using approximate reasoning Annals of Nuclear Energy, 31(1), 107-115.
* Guimarães, A. C. F., & Lapa, C. M. F. (2004). Fuzzy FMEA applied to PWR chemical and volume control system. Progress in Nuclear Energy, 44(3), 191-213.
* Guimarães, A. C. F., & Lapa, C. M. F. (2006). Hazard and operability study using approximate reasoning in light-water reactors passive systems. Nuclear Endineering and Design, 236, 1256-1263.
* Guimarães, A. C. F., & Lapa, C. M. F. (2007). Fuzzy inference to risk assessment on nuclear engineering systems. Applied Soft Computing, 7, 17-28.
* Kao, C., & Liu, S. T. (2001). Fractional programming approach to fuzzy weighted average. Fuzzy Sets and Systems, 120, 435-444.
* Lertworasirikul, S., Fang, S. C., Joines, J. A., & Nuttle, H. L. W. (2003). Fuzzy data envelopment analysis (DEA): a possibility approach. Fuzzy Sets and Systems, 139, 379-394.
* Pillay, A., & Wang, J. (2003). Modified failure mode and effects analysis using approximate reasoning. Reliability Engineering & System Safety, 79, 69-85.
* Stamatis, D. H. (1995). Failure mode and effect analysis: FMEA from theory to execution. Milwaukee, WI: ASQC Quality Press.
* Tay, K. M., & Lim, C. P. (2006). Application of fuzzy inference technique to FMEA. In A. Abraham, B. de BAETS, M. Köppen, & B. Nickolay (Eds.), Applied soft computing technologies: The challenge of complexity. Berlin, Heidelberg: Springer.
* Tay, K. M., & Lim, C. P. (2006). Fuzzy FMEA with a guided rules reduction system for prioritization of failures. International Journal of Quality & Reliability Management, 23(8), 1047-1066.
* Xu, K., Tang, G. C., Xie, M., Ho, S. L., & Zhu, M. L. (2002). Fuzzy assessment of FMEA for engine systems. Reliability Engineering & System Safety, 75, 17-29.
* Yager, R. R. (1981). A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. Information Sciences, 24, 143-161.
* Yager, R. R., & Filev, D. (1999). On ranking fuzzy numbers using valuations. International Journal of Intelligent Systems, 14, 1249-1268.
Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control, 8, 338-353.