

مدل سازی یک قطار مسافری و تحلیل راحتی سیر مسافران در شرایط مختلف با شاخص اسپرلینگ

سجاد ستاری^۱، محمد سعادت^{۲*}، سید حسن میرطلایی^۳، مهدی صالحی^۴، علی سلیمانی^۵

^۱گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران. sajjad.sattari@gmail.com

^۲گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران. saadat@pmc.iaun.ac.ir

^۳گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران. mirtalaie@pmc.iaun.ac.ir

^۴گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران. mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

^۵گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران. soleimani@pmc.iaun.ac.ir

* نویسنده مسئول: محمد سعادت

چکیده

یکی از معیارهای ارزیابی رفتار دینامیکی وسایل نقلیه ریلی، راحتی سیر است که توسط روش‌های مختلفی محاسبه می‌شود. در این پژوهش، جهت ارزیابی راحتی سیر مسافران از روش شاخص اسپرلینگ عمودی بهره گرفته شده است. نخست مدل سازی یک سیستم ریلی مسافری با نرم افزار چند بدنه یونیورسال مکانیزم انجام و سپس تأثیر دو پارامتر سرعت قطار و بی نظمی‌های خط بر راحتی سواری مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور به مقایسه ۲ طیف توان ناهمواری خطوط فدرال آمریکا (کلاس‌های ۱ و ۶) در سرعت‌های مختلف قطار (۲۰، ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت) پرداخته شد. نتایج نشان داد که در شاخص اسپرلینگ عمودی با افزایش سرعت قطار و دامنه بی نظمی (در محدوده‌های مدنظر)، عموماً مقدار عددی راحتی سیر افزایش یافته و مسافران در وضعیت نامطلوب قرار خواهند گرفت. به عنوان مثال در کلاس‌های بی نظمی ۶ و ۱، با افزایش سرعت قطار از ۲۰ به ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت، مقادیر شاخص اسپرلینگ به ترتیب از ۰/۹۱ به ۲/۲۷ و از ۱/۸ به ۳/۶۶ تغییر یافته و موجب کاهش راحتی سیر مسافران خواهد شد.

کلمات کلیدی

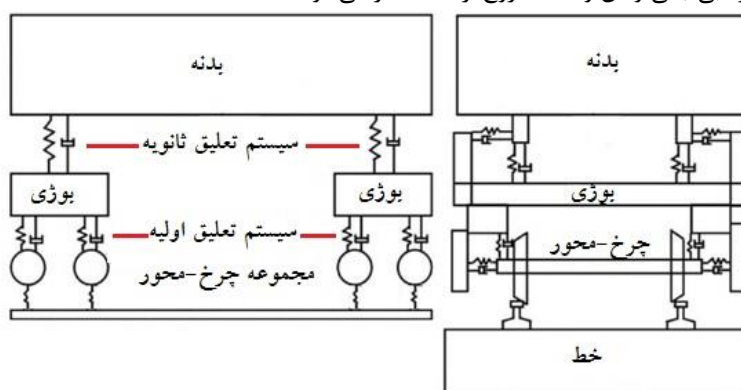
سیستم‌های ریلی، راحتی سیر، شاخص اسپرلینگ، بی نظمی‌های خط، نرم افزار یونیورسال مکانیزم.

۱- مقدمه

صنعت حمل و نقل ریلی به جهت حفظ مزیت‌های رقابتی خود با سایر صنایع، بایستی به دو مقوله ایمنی و راحتی سفر مسافران اهمیت ویژه‌ای دهد. راحتی سفر وسیله نقلیه ریلی می‌تواند به وسیله پارامترهای متعددی مانند ارتعاشات، صدا، دما، رطوبت، طراحی صندلی و ... تحت تأثیر قرار گیرد. بنابراین به منظور ارزیابی راحتی سفر و به دلیل آنکه می‌بایست تمامی فاکتورها به صورت هم‌زمان مورد ارزیابی قرار دهد، مسئله از دشواری دوچندانی برخوردار است. در شرایط عمومی، تنها ارتعاشاتی که از وسیله نقلیه ریلی تولید می‌شوند به عنوان فاکتور اصلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حالت کلی ارتعاش تمام بدن به عنوان یک عامل آزاردهنده و مشهود در بسیاری از محیط‌های شغلی و غیر شغلی مطرح است؛ که انرژی منتقله در این نوع ارتعاش از طریق نقاط مختلف در تماس با بدن با سطوح مرتعشی مانند سطح نشیمن‌گاه صندلی، پشتی صندلی، کف کابین و گاه پشت‌سری استراحت دهنده سر و گردن به بدن وارد می‌شود. در انتقال ارتعاش و ورود آن به بدن عوامل متعددی مؤثر هستند. ارتعاشات تا فرکانس ۱۲ هرتز بر همه ارگان‌های بدن مؤثر است، اما ارتعاشات با فرکانس بالاتر از این حد عموماً اثرات موضعی دارد. راحتی سواری برای یک وسیله نقلیه ریلی جهت فراهم‌سازی رضایت مسافری ضروری است؛ به همین سبب سازندگان وسایل نقلیه به طور مداوم در جستجوی روش‌های بهبود آسایش ارتعاشی در وسایلشان هستند. از مطالعات متعدد در سالیان متمادی مشخص شده است که محدوده فرکانسی حائز اهمیت در مواجهه با ارتعاش تمام بدن عموماً از ۰/۵ تا ۸۰ هرتز می‌باشد. امروزه استانداردهای مختلف ملی و بین‌المللی نیز همین محدوده فرکانسی را برای بررسی ارتعاش تمام بدن پیشنهاد می‌دهند. بررسی ارتعاشات وسایل نقلیه ریلی با توجه به اینکه تحت تأثیر موارد بسیاری مانند شرایط وسیله نقلیه ریلی، پروفیل چرخ، سیستم‌های تعلیق اولیه و ثانویه، تجهیزات موجود در وسیله نقلیه، شرایط خط (شامل پروفیل ریل، ناهمواری‌های ریل، قوس‌ها و ...) می‌باشد، می‌تواند پیچیده باشد. به علاوه شرایط بهره‌برداری مانند شروع متناوب یا ترمزگیری و محدودیت سرعت نیز از جمله پارامترهای مؤثر در ارتعاشات وسیله نقلیه ریلی هستند [۹-۱].

۲- دینامیک قطار-خط در سیستم‌های حمل‌ونقل ریلی

هنگامی که قطار در طول خط حرکت می‌کند، عوامل متعددی در ایجاد ارتعاش در تمامی جهات سهیم می‌باشند که برخی از آن‌ها عبارتند از: (۱) سرعت: زمانی که قطار در طول خطوط ناهموار حرکت می‌کند، پیدایش نیروهای دینامیکی اجتناب‌ناپذیر است. (۲) ناهمواری خط: ناشی از سایش سطح ریل، خرابی برخی از تراورس‌ها، اتصال نامناسب پابندها و غیره می‌باشد. (۳) درزها در محل اتصال ریل و سرباره جوش: با حرکت قطار از روی اتصالات ریل و سرباره جوش، نیروهای دینامیکی اضافی پدید می‌آیند. (۴) ناهمواری ناگهانی ناشی از بریدگی‌های چرخ، سایش غیریکنواخت لبه چرخ و غیره. قطار متشکل از لوکوموتیو، واگن، بوژی، سیستم‌های تعلیق اولیه و ثانویه و مجموعه چرخ-محورها است. با حرکت قطار بر روی خط یک سیستم اندرکنش پدیدار می‌شود. تحلیل دینامیکی چنین سیستمی باید مسائلی از جمله: ایمنی قطار، تعیین راحتی سیر مسافران، بهینه‌سازی ناوگان حمل‌ونقل و ... را تحت پوشش قرار دهد. امروزه با افزایش روزافزون سرعت قطارها، رشد بارگیری قطارهای باری و گوناگونی شرایط کاری، مطالعه راحتی سیر مسافران و پارامترهای مؤثر بر آن بیش از پیش اهمیت می‌یابد. قطار متشکل از اجزای مختلفی از جمله: بدنه، بوژی‌ها، فنرها، دمپرها، مجموعه چرخ-محورها و ... است. شکل ۱ مدل کلی از یک وسیله نقلیه ریلی را نشان می‌دهد. عموماً در زیر بدنه، دو بوژی در جلو و عقب تعبیه شده که هر کدام دارای چهار چرخ به صورت جفت بوده که از طریق محور به هم متصل شده‌اند. مجموعه چرخ‌ها از طریق سیستم تعلیق اولیه به بوژی‌ها و بوژی‌ها از طریق سیستم تعلیق ثانویه به بدنه متصل می‌شوند. طراحی سیستم تعلیق اولیه به منظور ثبات وسیله نقلیه ریلی در تغییرات بار و سیستم تعلیق ثانویه به منظور جداسازی واگن از بی‌نظمی‌های خط است. بنابراین زمانی که ارتعاشات در یک وسیله نقلیه ریلی در حد مجاز حفظ نشود، هم راحتی سیر و ایمنی مسافران در معرض خطر قرار گرفته و هم دوره کاری قطعات و تجهیزات کاهش می‌یابد (افزایش هزینه‌های تعمیر و نگهداری را به دنبال خواهد داشت). از این رو، ارتعاشات نامطلوب در سیستم‌های حمل‌ونقل ریلی باعث کاهش عملکرد سیستم، خرابی اجزا، بی‌ثباتی واگن و گاهی خروج از خط قطار می‌شود [۹-۱].



شکل ۱: شماتیکی از اجزا اصلی و کلی یک قطار

۳- مدل‌سازی و محاسبه شاخص اسپرلینگ

از یک نرم‌افزار مدل‌سازی پرکاربرد به نام یونیورسال مکانیزم (UM) به منظور مدل‌سازی و شبیه‌سازی یک مدل قطار استفاده شد. قطار شامل ده واگن مسافری شامل بدنه، بوژی، سیستم‌های تعلیق اولیه و ثانویه و مجموعه چرخ-محورها است. به منظور مدل‌سازی واگن و خط از تکنیک دینامیک چند بدنه و تئوری Winkler استفاده شد. قابل ذکر است که از فنرهای هوایی مطابق با تئوری Nishimura جهت مدل‌کردن سیستم تعلیق ثانویه بهره گرفته شده است. به منظور مدل‌سازی اندرکنش چرخ-ریل از تئوری غیرخطی Kalker با الگوریتم FASTSIM استفاده شده است [۱۱-۱۰]. شمایی از مدل قطار مسافری در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲: نمایی از قطار مسافری مدل شده در نرم‌افزار

از جمله روش‌های ارزیابی راحتی سیر می‌توان به شاخص اسپرلینگ، سطح معادل ارتعاشات، راحتی سیر بر اساس استاندارد EN-12299، استاندارد راحتی میانگین و ... اشاره کرد که در ادامه خلاصه‌ای از روش محاسبه شاخص اسپرلینگ ارائه شده است [۷ و ۱۸-۱۲]. نخست بایستی شتاب بدنه در حوزه زمان $\{\ddot{Z}_c(t)\}$ استخراج گردد. شتاب‌های عمودی بدنه از طریق تبدیل فوریه سریع از حوزه زمان به حوزه فرکانس انتقال داده می‌شود (معادله ۱):

$$\{\ddot{Z}_c(f)\} = \{FFT(\ddot{Z}_c(t))\} \quad (1)$$

سپس، شتاب عمودی بدنه وزن‌دهی شده در حوزه فرکانس $\{\ddot{Z}_c(f)\}_w$ بر اساس فیلتر فرکانسی زیر به دست می‌آید (معادله ۲):

$$\{\ddot{Z}_c(f)\}_w = \{B(f)\} \cdot \{\ddot{Z}_c(f)\} \quad (2)$$

در معادله ۲، f نشان دهنده فرکانس بر واحد هرتز است. شتاب عمودی وزن‌دهی شده در حوزه زمان از طریق تبدیل فوریه معکوس به صورت زیر به دست می‌آید (معادله ۳):

$$\{\ddot{Z}_c(t)\}_w = IFT(\{\ddot{Z}_c(f)\}_w) \quad (3)$$

نهایتاً، شاخص اسپرلینگ از معادله ۵ که در آن a_{rms} شتاب جذر میانگین مربعات است، به دست می‌آید [۸-۹]:

$$W_Z = 4.42(a_{rms})^{0.3} \quad (4)$$

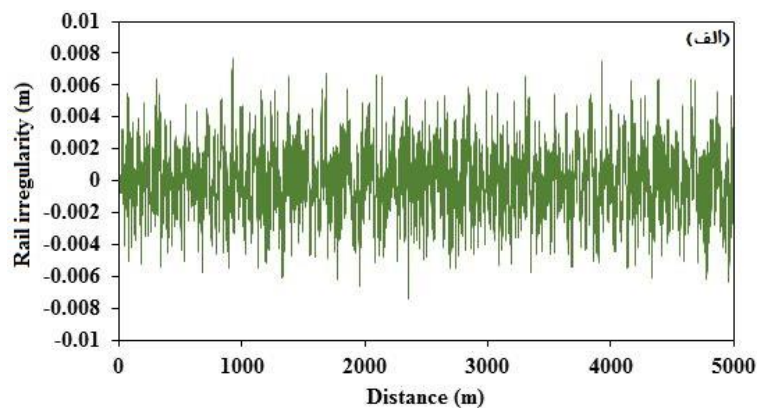
خصوصیات سطوح راحتی سیر به روش اسپرلینگ در جدول ۱ ارائه شده است.

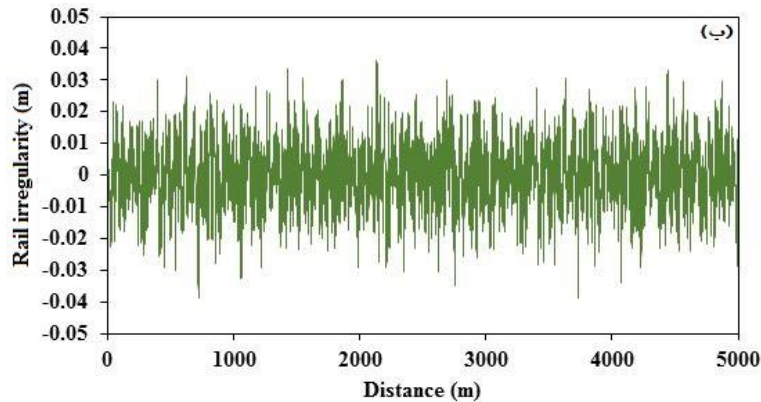
جدول ۱ ارزیابی راحتی سیر بر اساس شاخص اسپرلینگ [۱۸-۱۲]

محدوده شاخص راحتی سیر	سطوح راحتی
۱	تکان‌ها فقط قابل توجه
۲	تکان‌ها واضح
۲/۵	تکان‌ها شدیدتر اما هنوز ناراحت‌کننده نیست
۳	تکان‌ها بی‌نظم
۳/۲۵	تکان‌ها بسیار بی‌نظم، ناراحت‌کننده
۳/۵	تکان‌ها بسیار ناراحت‌کننده
۴	تکان‌ها بسیار ناراحت‌کننده و می‌تواند موجب آسیب شود

۴- بحث و نتیجه‌گیری

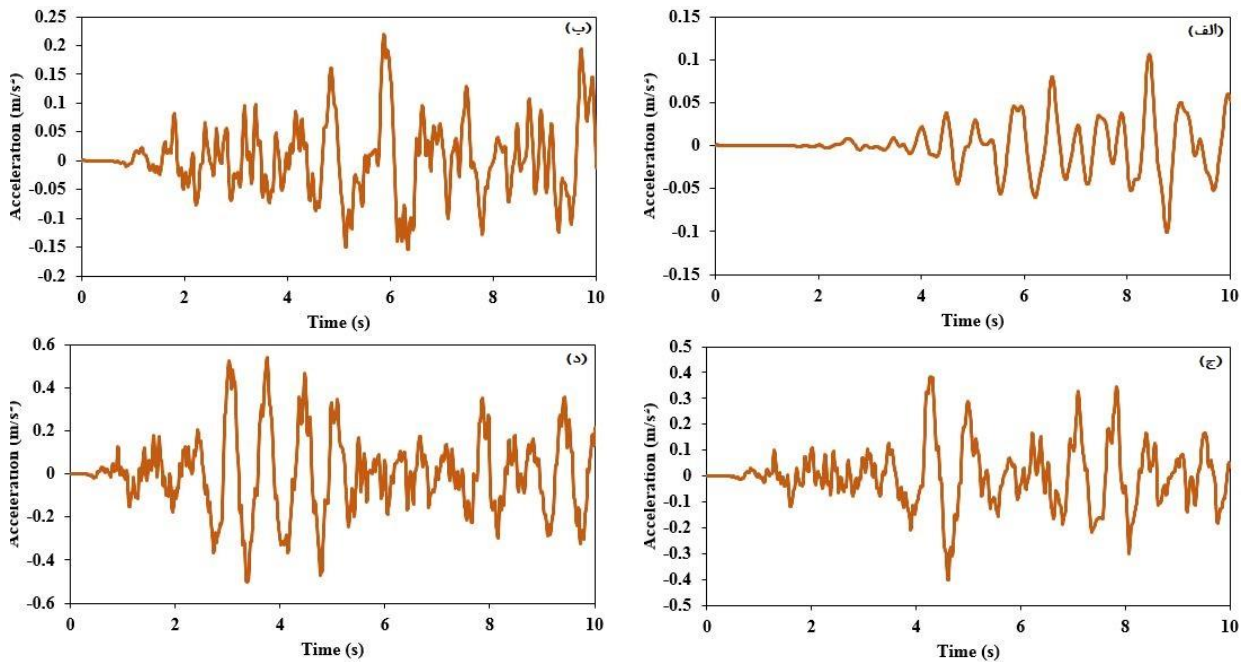
ناهمواری‌های خط منبع تحریک ارتعاش تصادفی سیستم قطار-خط می‌باشد. پیدایش ناهمواری‌های خط عموماً به شکل ناهمواری تراز طولی، ناهمواری تراز عرضی، انحراف افقی و ناهمواری عرض خط می‌باشد. این ناهمواری‌ها به طور قابل توجهی ارتعاش شدید بین قطار و خط را تحریک می‌نمایند و این امر منجر به کاهش راحتی سیر می‌گردد. بی‌نظمی خط به صورت تابعی تصادفی و متغیر با طول خط ریل قابل شبیه‌سازی است. تابع تصادفی می‌تواند به عنوان موج تصادفی حاصل از جمع آثار یک سری از موج‌های هارمونیک با طول موج، دامنه و فازهای مختلف لحاظ گردد. اداره راه‌آهن فدرال آمریکا تابع چگالی طیف توان ناهمواری خطوط ریلی را به ۶ سطح تقسیم‌بندی کرد. کلاس ۱ بدترین حالت و بیش‌ترین دامنه بی‌نظمی و کلاس ۶ بهترین حالت و کم‌ترین دامنه بی‌نظمی دارد (سطوح کیفی ۱ تا ۶) [۱۹-۲۰]. در شکل ۳ دو تابع ناهمواری کلاس ۶ و کلاس ۱ با دامنه‌های ۶ میلی‌متری و ۳۰ میلی‌متری به عنوان ورودی به نرم‌افزار داده شده است.





شکل ۳: بی‌نظمی‌های خط: (الف) کلاس ۶ و (ب) کلاس ۱

در این بخش به بررسی اثر تغییرات سرعت و بی‌نظمی‌های خط بر شاخص راحتی پرداخته شده است. در شکل ۴ و جدول ۲ اثرات تغییر سرعت بر دامنه ارتعاشات و راحتی سیر مسافران در بی‌نظمی ثابت (کلاس ۶) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سرعت قطار از ۲۰ به ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت، دامنه ارتعاشات افزایش و نهایتاً منجر به کاهش راحتی سیر مسافران گردیده است. به عنوان مثال در سرعت ۲۰ کیلومتر بر ساعت، شاخص اسپرلینگ ۰/۹۱ است و مطابق با جدول ۱ می‌توان نتیجه گرفت که تکان‌ها در قطار محدود بوده و وضعیت راحتی مسافران در وضعیت مطلوب است.

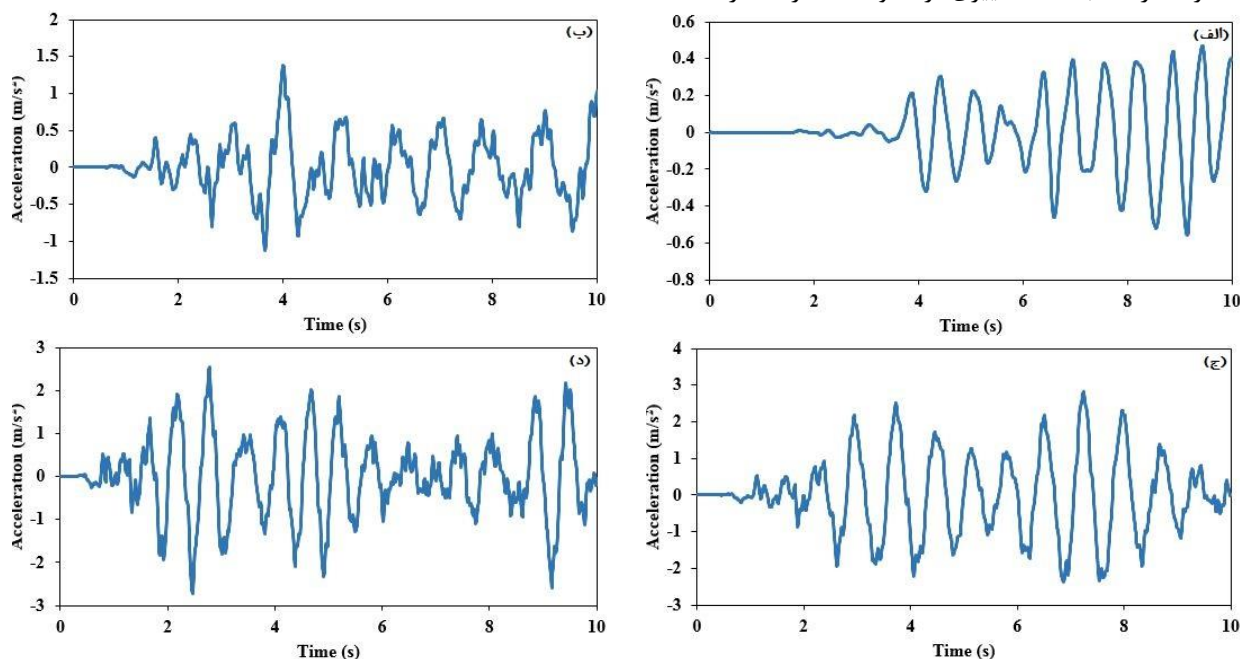


شکل ۴: نمودارهای شتاب-زمان در کلاس بی‌نظمی ۶ و در سرعت‌های مختلف: (الف) ۲۰، (ب) ۵۰، (ج) ۷۰ و (د) ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت

جدول ۲ تأثیر سرعت قطار بر دامنه شتاب و شاخص اسپرلینگ

سرعت (کیلومتر بر ساعت)	دامنه شتاب (کلاس بی‌نظمی ۶)		شاخص اسپرلینگ
	کمینه	بیشینه	
۲۰	-۰/۱	۰/۱	۰/۹۱
۵۰	-۰/۱۵	۰/۲۲	۱/۳۵
۷۰	-۰/۴	۰/۳۸	۱/۸۲
۱۰۰	-۰/۵	۰/۵	۲/۲۷

در شکل ۵ و جدول ۳ اثرات تغییر سرعت بر دامنه ارتعاشات و راحتی سیر مسافران در بی‌نظمی ثابت (کلاس ۱) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سرعت قطار از ۲۰ به ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت، دامنه ارتعاشات افزایش و نهایتاً منجر به افزایش شاخص اسپرلینگ و کاهش راحتی سیر گردیده است. با افزایش سرعت قطار دامنه شتاب و شاخص اسپرلینگ افزایش یافته است که مطابق با سایر مراجع است [۹-۶]. در سرعت ۲۰ کیلومتر بر ساعت بیشینه شتاب ۰/۴۷ متر بر مجذور مربع است و این در حالی است که با افزایش سرعت به ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت، این مقدار به حدود ۲/۸ متر بر مجذور مربع رسیده و تغییری در حدود ۴۹۵ درصد دارد. همچنین شاخص اسپرلینگ در این محدوده سرعت از ۱/۸ به ۳/۶۶ تغییری در حدود ۱۰۳ درصد دارد.



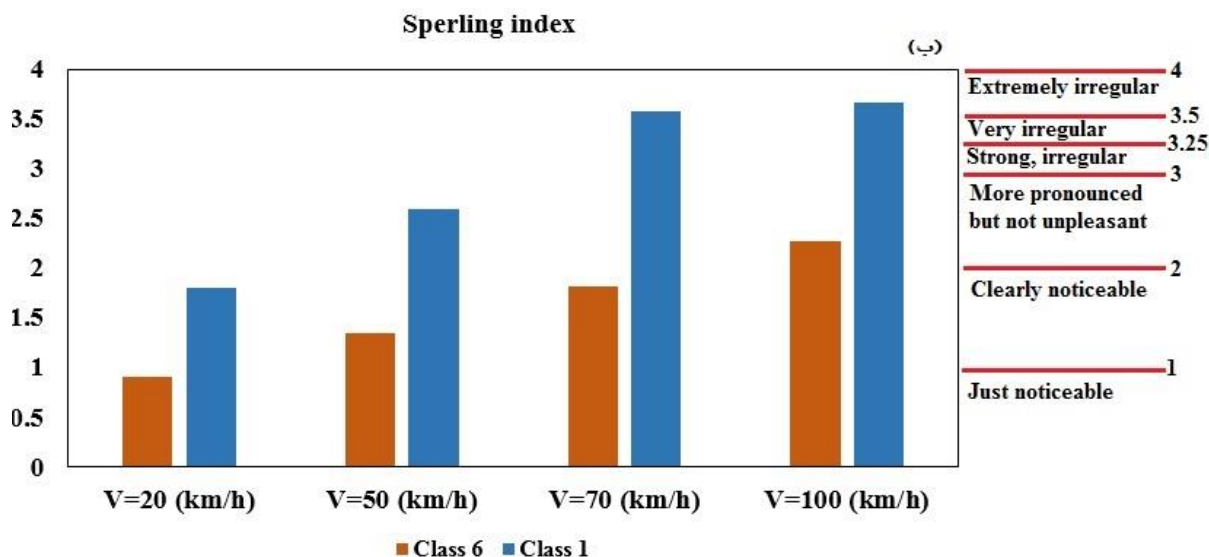
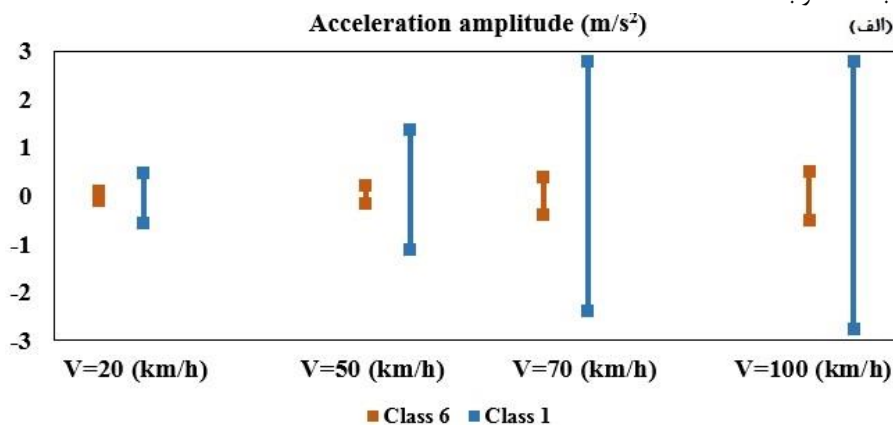
شکل ۵: نمودارهای شتاب-زمان در کلاس بی‌نظمی ۱ و در سرعت‌های مختلف: (الف) ۲۰، (ب) ۵۰، (ج) ۷۰ و (د) ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت

جدول ۳ تأثیر سرعت قطار بر دامنه شتاب و شاخص اسپرلینگ

سرعت (کیلومتر بر ساعت)	دامنه شتاب (کلاس بی‌نظمی ۱)		شاخص اسپرلینگ
	کمینه	بیشینه	
۲۰	-۰/۵۵	۰/۴۷	۱/۸
۵۰	-۱/۱	۱/۳۸	۲/۵۹
۷۰	-۲/۳۸	۲/۸	۳/۵۸
۱۰۰	-۲/۷۵	۲/۸	۳/۶۶



شکل ۶ به مقایسه اثرات تغییر سرعت و تغییر بی‌نظمی خط بر دامنه ارتعاشات و راحتی سیر پرداخته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سرعت در هر دو کلاس بی‌نظمی دامنه ارتعاشات و مقدار شاخص اسپرلینگ افزایش و راحتی سیر مسافران کاهش یافته است. همچنین مشخص است که در یک سرعت ثابت، کلاس ۱ با دامنه بی‌نظمی بیش‌تر نسبت به کلاس ۶، مقادیر شاخص اسپرلینگ بالاتری را داشته و وضعیت مسافران در سرعت‌های بالا نامطلوب است.



شکل ۶: الف) مقایسه دامنه شتاب بیشینه و کمینه و (ب) شاخص اسپرلینگ و محدوده‌های راحتی سیر

۵- نتایج

وسایل نقلیه ریلی به عنوان یک بعد از زیرساخت حمل‌ونقل به دلایلی از جمله: امکان حمل بار با وزن انبوه به مسافت‌های دور، امکان بارگیری و تخلیه بارهای انبوه با سرعت زیاد نسبت به وسایل حمل‌ونقل دیگر، ایمنی بیشتر، استهلاک کمتر، هزینه کمتر، آلودگی کمتر و ... در کشورهای صنعتی پیشرفته و در حال توسعه مورد استقبال همگانی قرار گرفته است. بنابراین آگاهی از رفتار دینامیکی وسیله نقلیه ریلی و راحتی سیر مسافران برای طراحان و سازندگان ضروری است. دو پارامتر مهم و تأثیرگذار بر راحتی سیر سرعت قطار و دامنه بی‌نظمی خط است که در پژوهش جاری مورد بررسی قرار گرفت. پس از مدل‌سازی و شبیه‌سازی یک قطار مسافری اثرات تغییر سرعت (۲۰، ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت) و بی‌نظمی‌های خط (کلاس‌های ۶ و ۱) بر راحتی سیر ارزیابی شد. نتایج نشان داد که هر دو پارامتر به شدت راحتی سیر را تحت تأثیر قرار می‌دهند و با افزایش سرعت و دامنه بی‌نظمی، شاخص اسپرلینگ افزایش و راحتی سیر کاهش چشم‌گیری دارد. سرعت قطار و ناهمواری‌های خط به طور قابل توجهی ارتعاش شدید بین قطار و خط را تحریک کرده و این امر منجر به کاهش راحتی سیر می‌گردد.



- [1] Jiang, J., "Ride comfort of heavy vehicles based on key response characteristics of multibody dynamics". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, Vol 235. No.4., pp. 553-567, 2021.
- [2] Sharma, R.C., Analysis of bio-dynamic model of seated human subject and optimization of the passenger ride comfort for three-wheel vehicle using random search technique. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, Vol. 23. No.1., pp. 106-121, 2021.
- [3] Anandan, A. and Kandavel. A., Investigation and performance comparison of ride comfort on the created human vehicle road integrated model adopting genetic algorithm optimized proportional integral derivative control technique. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, Vol. 234. No.2., pp. 288-305, 2020.
- [4] Jiang, Y., Chen, B.K., and Thompson, C., A comparison study of ride comfort indices between Sperling's method and EN 12299. International Journal of Rail Transportation, Vol.7. No.4., pp. 279-296, 2019.
- [5] Sun, J., et al., An investigation into evaluation methods for ride comfort of railway vehicles in the case of carbody hunting instability. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, Vol.235. No.5., pp. 586-597, 2021.
- [6] Dumitriu, M. and Stănică, D.I., Study on the Evaluation Methods of the Vertical Ride Comfort of Railway Vehicle—Mean Comfort Method and Sperling's Method. Applied Sciences, Vol.11. No.9. pp. 3953, 2021.
- [7] Haladin, I., Lakušić, S., and Bogut, M., Overview and analysis of methods for assessing ride comfort on tram tracks. GRAĐEVINAR, Vol.71. No.10, pp. 901-921, 2019.
- [8] Sadeghi, J., Rabiee, S., and Khajehdezfuly, A., Development of train ride comfort prediction model for railway slab track system. Latin American Journal of Solids and Structures, Vol.17. No.07., pp. 1-22, 2020.
- [9] Sadeghi, J., Rabiee, S., and Khajehdezfuly, A., Effect of Rail Irregularities on Ride Comfort of Train Moving Over Ballast-Less Tracks. International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 19. No. 06., pp. 1950060, 2019.
- [10] Zakeri, J., Impact of heavy urban rail vehicles running over light rail turnouts. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, Vol. 235. No. 3., pp. 300-312, 2021.
- [11] Aziznia, M., Owghadi, A., and Shadfar, M., Analysis of wheel and rail Hertzian and NonHertzian contact theories using UM software considering the effect of rail inclination on wheel wear. International Journal of Railway Research, Vol.8. No.2., pp. 21-32, 2021.
- [12] Kumar, V., Rastogi, V., and Pathak, P., Simulation for whole-body vibration to assess ride comfort of a low-medium speed railway vehicle. SIMULATION, Vol.93. No.3., pp. 225-236, 2017.
- [13] Kumar, V., Rastogi, V., and Pathak, P.M., Simulation for whole-body vibration to assess ride comfort of a low-medium speed railway vehicle. Simulation, Vol.93. No.3., pp. 225-236, 2017.
- [14] Ling, L., Integration of car-body flexibility into train-track coupling system dynamics analysis. Vehicle System Dynamics, Vol.56. No.4., pp. 485-505, 2018.
- [15] Sun, Y., A new vibration absorber design for under-chassis device of a high-speed train. Shock and Vibration, 2017.
- [16] Gong, D., Zhou, J., and Sun, W., Influence of under-chassis-suspended equipment on highspeed EMU trains and the design of suspension parameters. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, Vol.230. No.8., pp. 1790- 1802, 2016.
- [17] Yang, Y.-B., Vehicle-bridge interaction dynamics: with applications to high-speed railways. World Scientific, 2004.
- [18] Cheng, Y.-C. and Hsu, C.-T., Running safety and comfort analysis of railway vehicles moving on curved tracks. International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol.14. No.04., p. 1450004, 2014.
- [19] Yang, H., Chen, Z., and Zhang, H., Vibration of Train-Rail-Bridge Interaction Considering Rail Irregularity with Arbitrary Wavelength. International Journal of Engineering, Vol.28. No.4., pp. 516-522, 2015.
- [20] Au, F., Wang, J., and Cheung, Y., Impact study of cable-stayed railway bridges with random rail irregularities. Engineering Structures, Vol.24. No.5., pp. 529-541, 2002.