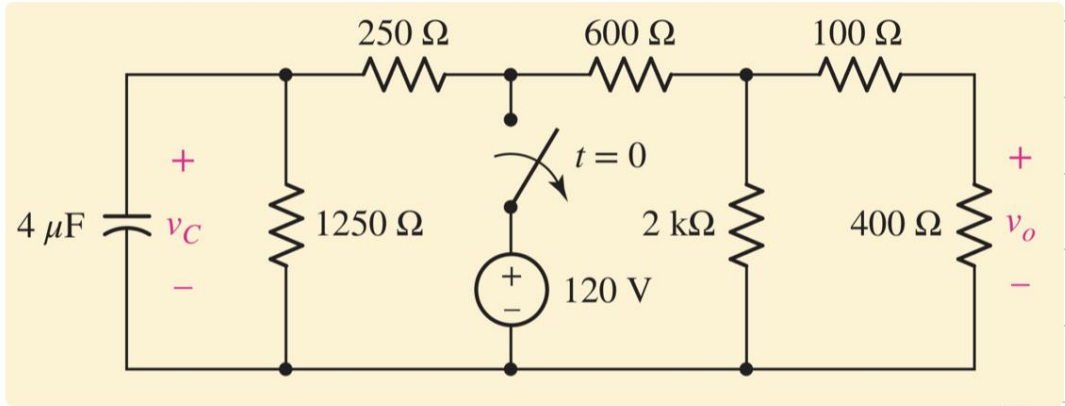
فصل ۴ - مسائل

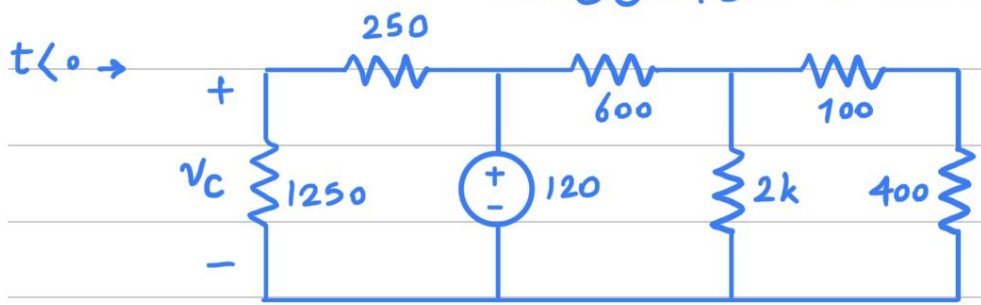
۱- در مدار زیر v_C و v_O را در $t = 2.5\,ms$ بدست آورید.



روش نظری $x(t) = x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$, $t > 0$

x می‌تواند v_C یا v_O باشد.

قبل از $t = 0$ کلید برای مدت طولانی در حالت بسته بوده و خازن مانند اتصال باز عمل می‌کند:

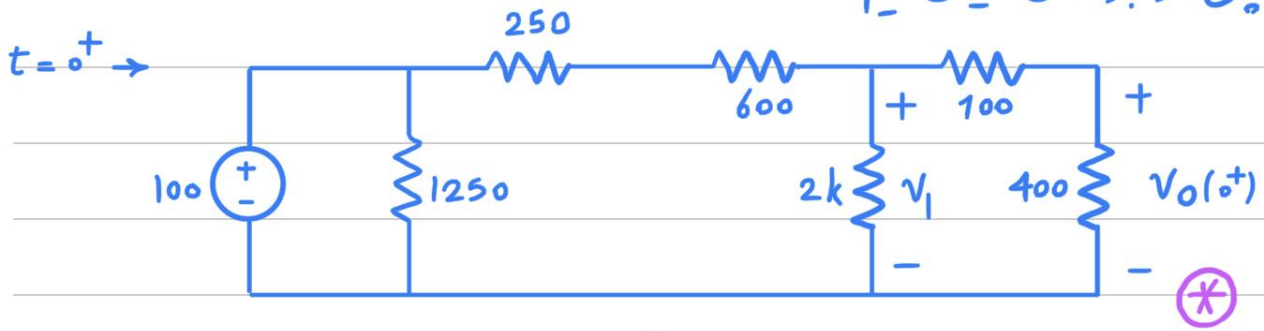


تقسیم ولتاژ $\Rightarrow v_C(0^-) = \frac{1250}{1250+250}\,120$

$= 100\ V$

پیوستگی ولتاژ خازن ⇐ $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 100\ V$

برای یافتن $v_O(0^+)$ ، مدار را دقیقا پس از بازشدن کلید می‌کشیم :



$250 + 600 = 850\ \Omega$

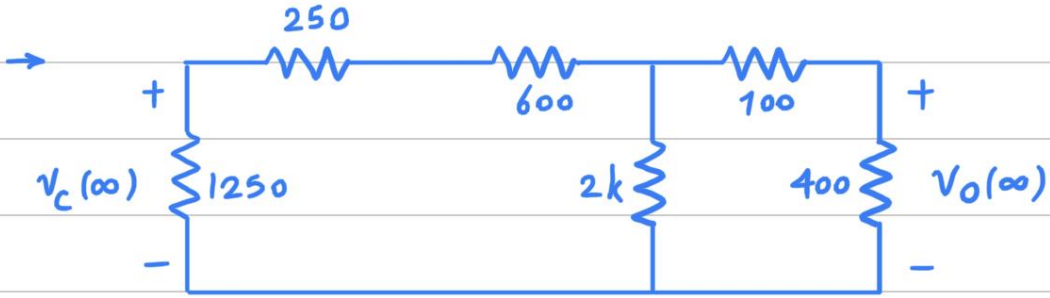
$2k \,||\, (100+400) = 400\ \Omega$

با توجه به اینکه منبع $100\ V$ در دو سر اتصال سری مقاومت‌های $850\ \Omega$ و $400\ \Omega$ قرار دارد ، بدون توجه به حضور مقاومت $1250\ \Omega$:

تقسیم ولتاژ $\rightarrow v_1 = \frac{400}{400+850}\,100 = 32\ V$

تقسیم ولتاژ در شکل * $\rightarrow v_O(0^+) = \frac{400}{400+100}\,v_1 = 25.6\ V$

$t = \infty \rightarrow$

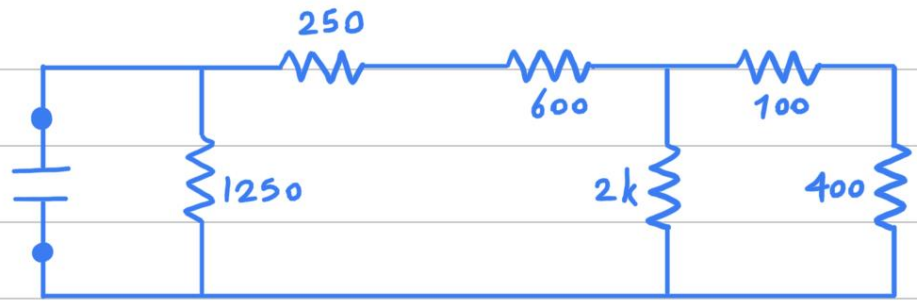


با توجه به عدم وجود تحریک در مدار

$\downarrow$

$v_C(\infty) = v_o(\infty) = 0$

$t > 0 \rightarrow$



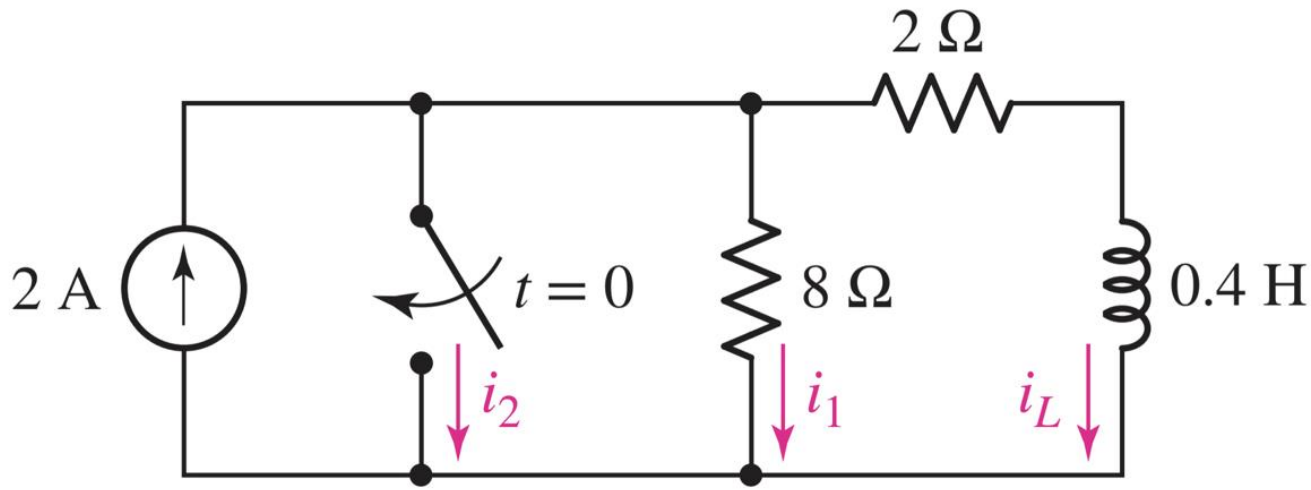
$$R_{in} = \{[(400+100) \,||\, 2000] + 600 + 250\} \,||\, 1250 = 625\ \Omega$$

$$\tau = R_{in} C = 625 \times 4 \times 10^{-6} = 2.5\ ms$$

$$\Rightarrow v_C(t) = 100\, e^{-\frac{t}{0.0025}} \quad (V) \qquad \Rightarrow v_C(2.5ms) = 100\, e^{-1} \simeq 37\ V$$

$$\Rightarrow v_o(t) = 25.6\, e^{-\frac{t}{0.0025}} \quad (V) \qquad \Rightarrow v_o(2.5ms) = 25.6\, e^{-1} \simeq 9.47\ V$$

۲- در مدار زیر، مقادیر i_L ، i_1 و i_2 را در $t = 0.15\,s$ بدست آورید.



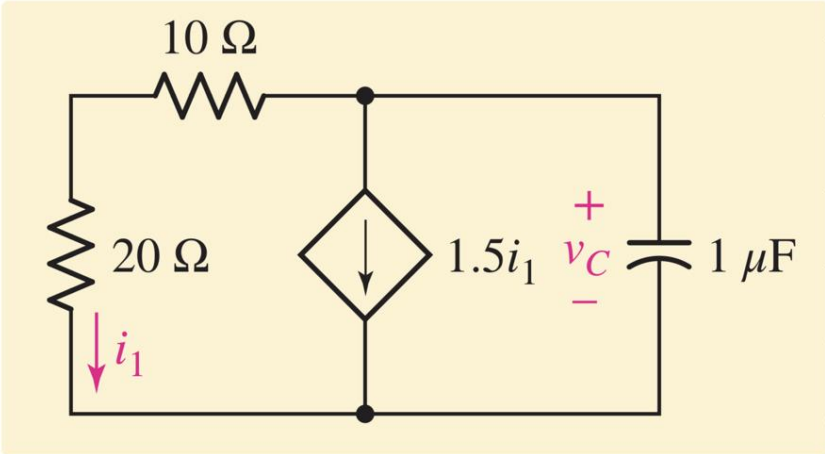
پاسخ: بترتیب 0.756 A ، ۰ ، 1.244 A

(حل و تحویل پاسخ این سوال به صورت کاغذی تا روز امتحان دارای امتیاز خواهد بود)

-۳

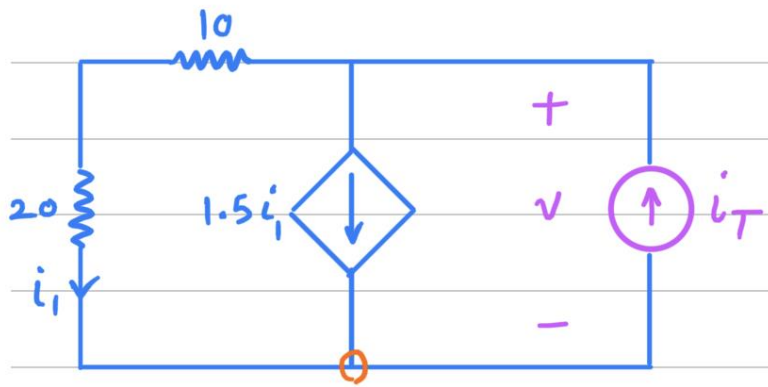
$v_c(0) = 2\ V$

$v_c(t) = ?$ ، $t \geq 0$



$$v_c(t) = v_c(\infty) + [v_c(0) - v_c(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}} \quad ، \quad t \geq 0$$

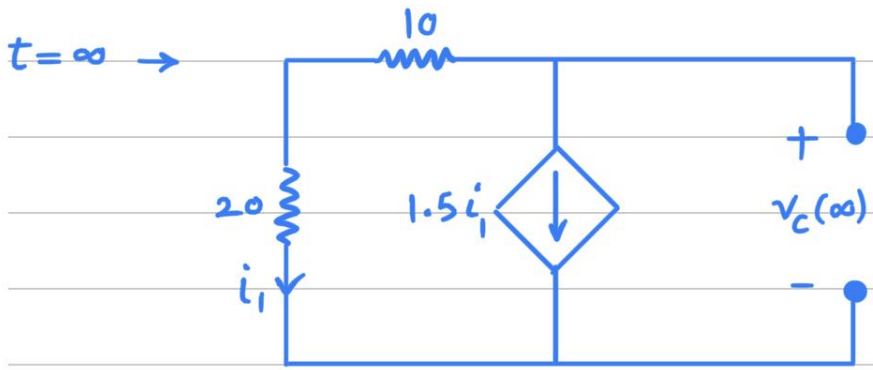
بدلیل وجود منبع وابسته در مدار، برای محاسبه مقاومت دیده شده از دوسر خازن، بعد از خاموش کردن منابع مستقل (که در این مدار موجود نیست) از منبع تست استفاده می کنیم:



$$KCL \rightarrow i_1 + 1.5\, i_1 = i_T \Rightarrow i_1 = \frac{i_T}{2.5}$$

در حلقه بزرگ $KVL \rightarrow v = (10+20)\, i_1 = 12\, i_T$

$$R_{in} = \frac{v}{i_T} = 12\ \Omega \Rightarrow \tau = R_{in} C = 12 \times 10^{-6} = 12\ \mu s$$



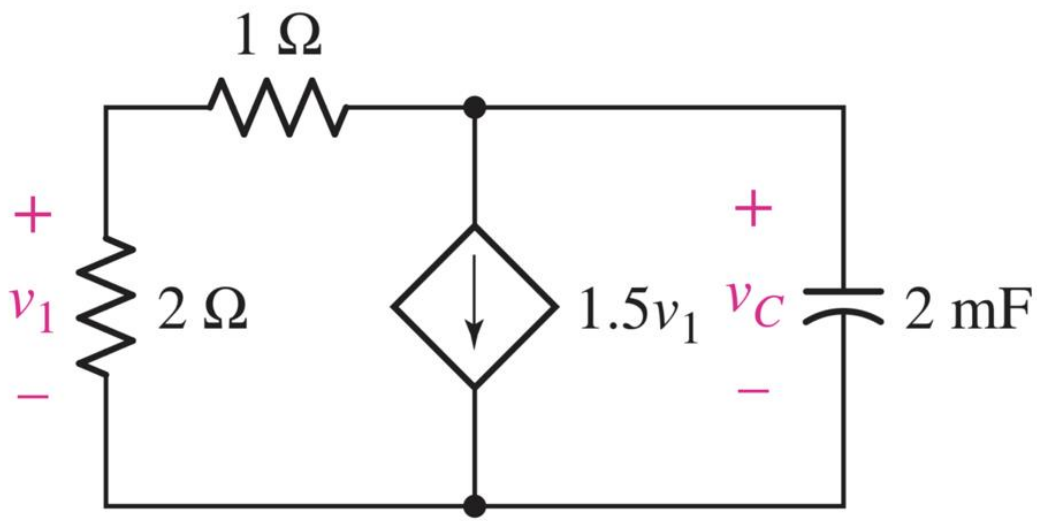
$$\Rightarrow i_1 = -1.5\, i_1 \Rightarrow i_1 = 0$$

$$v_c(\infty) = (10+20)\, i_1 = 0$$

نتیجه فوق، با توجه به اینکه در $t=\infty$، منبع مستقلی در مدار نیست، بدون حل مدار، قابل پیش‌بینی است.

$$\Rightarrow v_c(t) = 0 + [2-0]\, e^{-\frac{t}{12\times10^{-6}}} = 2\, e^{-\frac{10^6}{12}t} \quad (V)$$

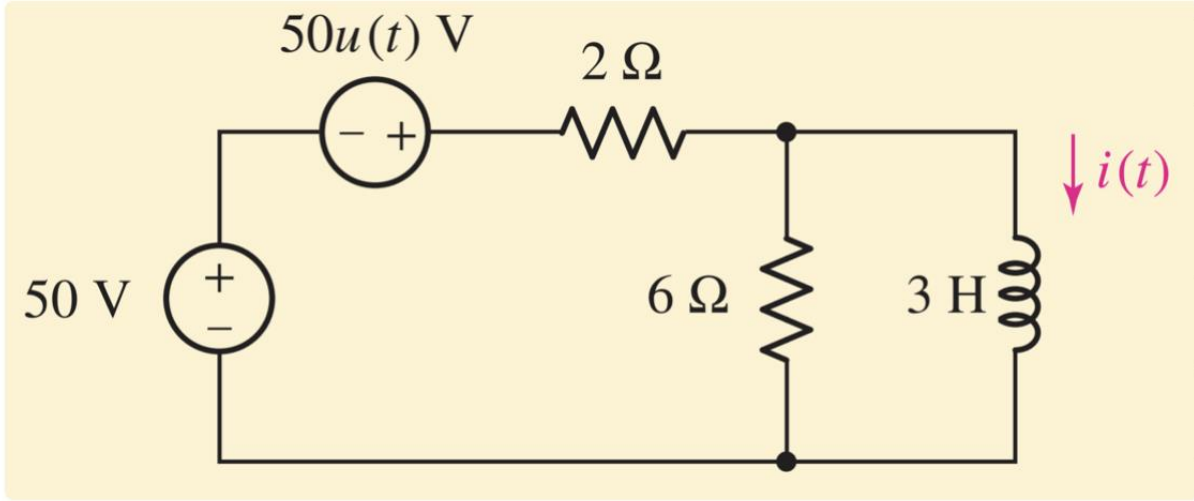
-۴



$v_C(0) = 11$ V

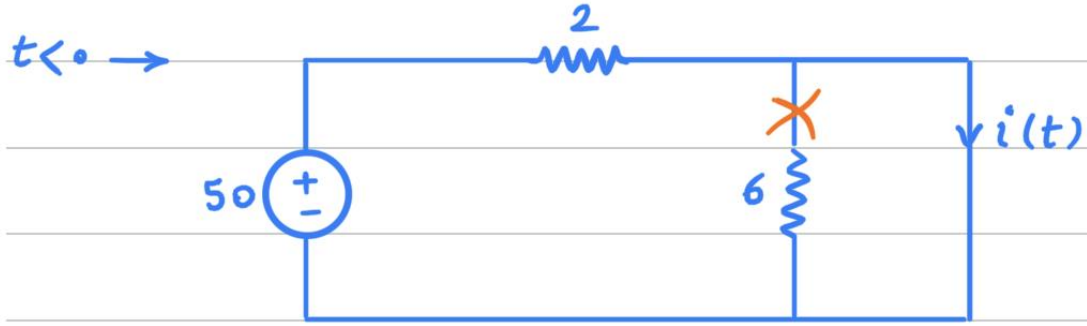
$v_C(t) = ?$, $t > 0$

پاسخ: $v_C(t) = 11\, e^{-\frac{2000}{3}t}$ (V)



۵- $i(t) = ?$, $\forall t$

در $t<0$ ، تابع پله $u(t) = 0$ و لذا منبع بالایی در مدار حضور ندارد (اتصال کوتاه است). بعلاوه قبل از $t=0$ ، مدار به مدت طولانی در وضعیت ثابتی بوده و لذا سلف مانند اتصال کوتاه عمل می‌کند:



بدلیل موازی شدن با اتصال کوتاه، جریانی از مقاومت 6Ω عبور نمی‌کند.

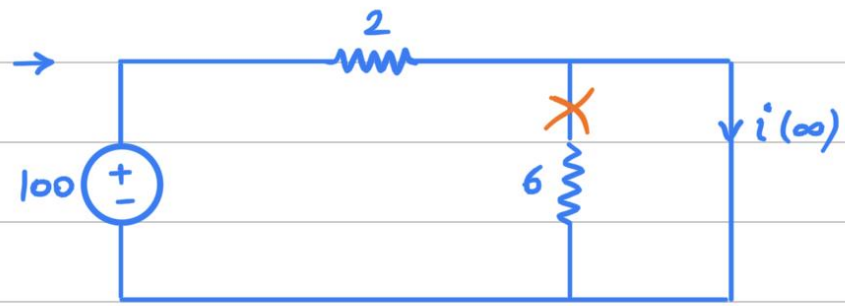
$$i(t) = \frac{50}{2} = 25A \quad , \quad t<0$$

$$t>0 \rightarrow \quad i(t) = i(\infty) + [i(0^+) - i(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$i(0^+) = i(0^-) = 25\ A$ ← پیوستگی جریان سلف

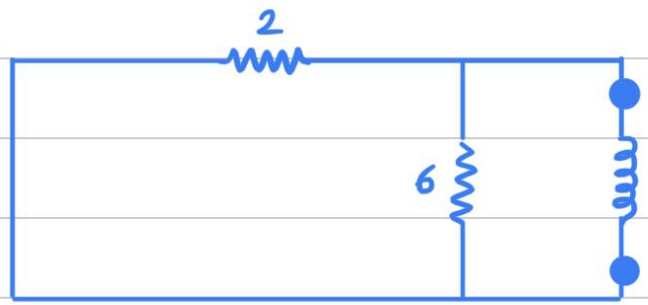
در $t>0$، تابع پله $u(t)=1$ و منبع 50V بالایی در مدار حضور دارد که بدلیل سری شدن با منبع دیگر، با آن جمع می‌شود.

$t=\infty \rightarrow$



$$\Rightarrow i(\infty) = \frac{100}{2} = 50\ A$$

صفر کردن منبع مستقل →

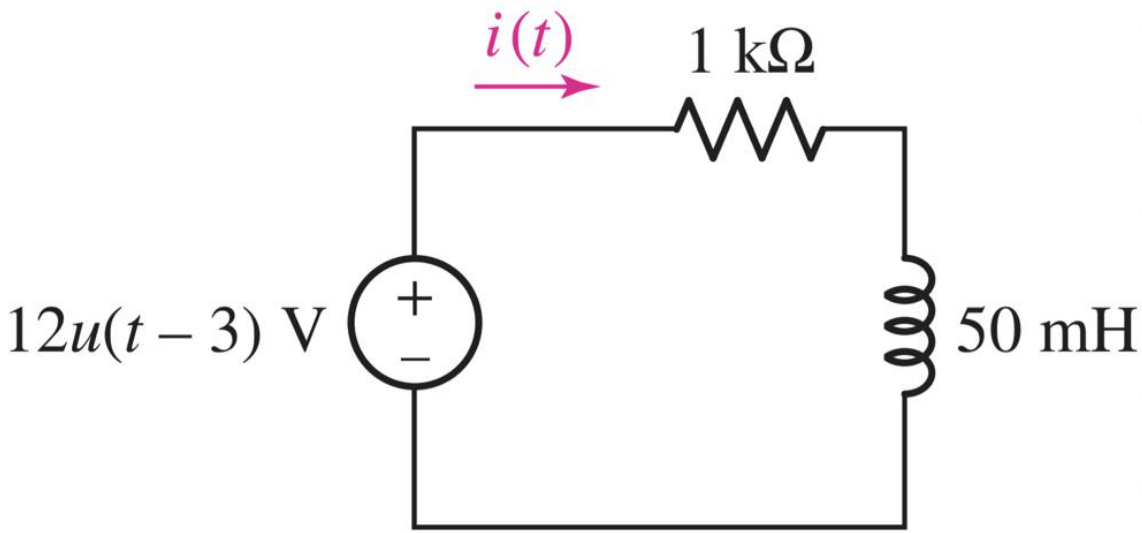


$$\Rightarrow R_{in} = 2 \| 6 = 1.5\ \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{in}} = 2\ s$$

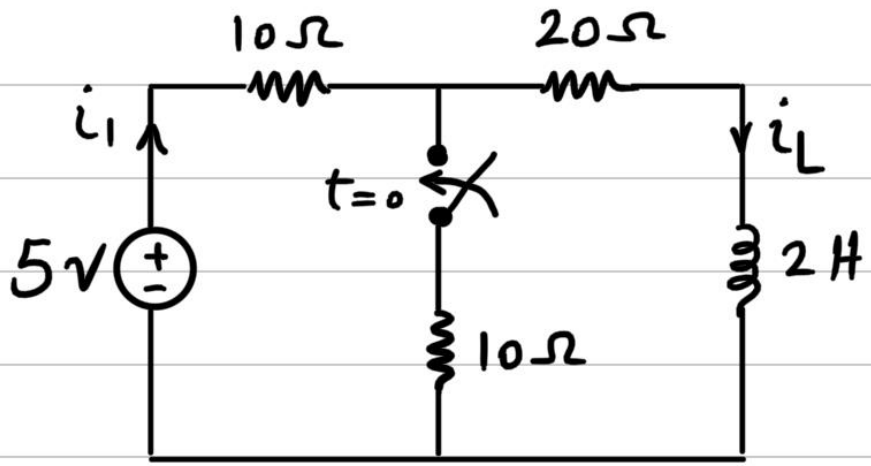
$$\Rightarrow i(t) = 50 + (25-50)\, e^{-\frac{t}{2}} \quad , t>0$$

$$i(t) = \begin{cases} 25 & t<0 \\ 50 - 25e^{-\frac{t}{2}} & t>0 \end{cases} = \begin{cases} 25 & t<0 \\ 25 + 25(1 - e^{-\frac{t}{2}}) & t>0 \end{cases} = 25 + 25(1 - e^{-\frac{t}{2}})u(t) \quad , \forall t$$



٤- $i(t) = ?\ ,\ \forall t$

جواب: $i(t) = 12\left[1 - e^{-2\times10^{4}(t-3)}\right]u(t-3)$ بحسب mA



$i_L(t) = ?$, $t > 0$

$i_1(t) = ?$, $t > 0$

-۷

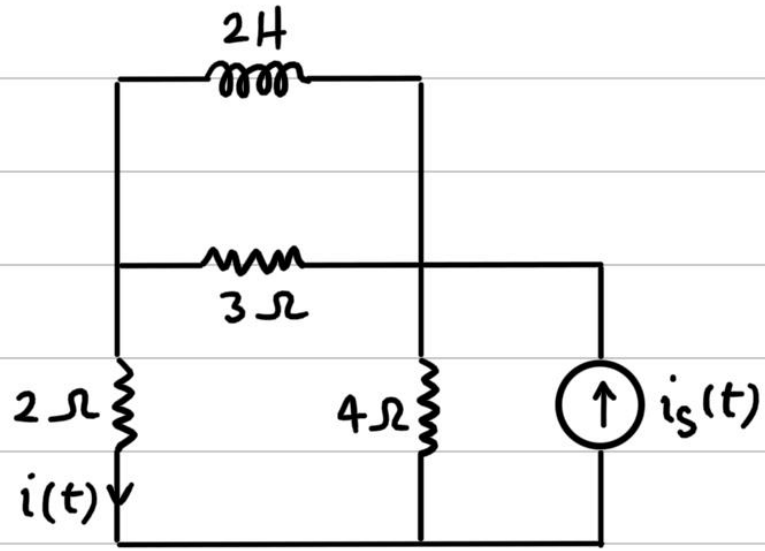
پاسخ:

$$i_L(t) = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} e^{-12.5t} \quad (A) \quad , t > 0$$

$$i_1(t) = \frac{3}{10} + \frac{1}{30} e^{-12.5t} \quad (A) \quad , t > 0$$

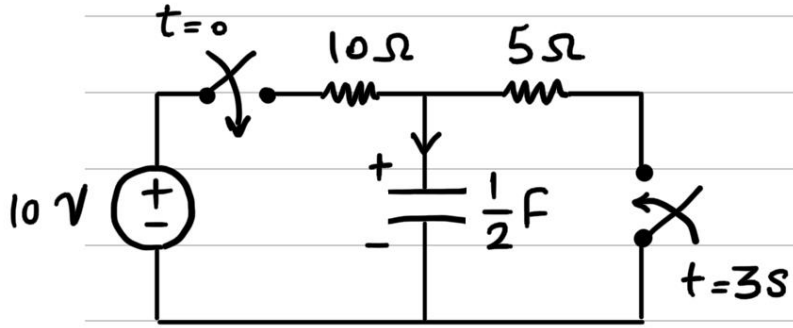
(حل و تحویل پاسخ این سوال به صورت کاغذی تا روز امتحان دارای امتیاز خواهد بود)

۸- پاسخ پله مدار زیر را بدست آورید.



$i(t) = ?\ ,\ \forall t$

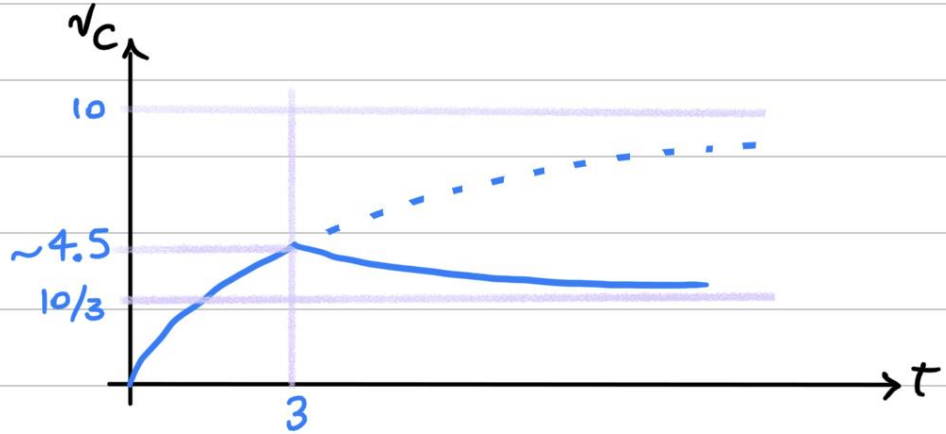
پاسخ: $i(t) = S(t) = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9}e^{-t}\right) u(t)$



$v_C(t) = ?\ ,\ t>0$

پاسخ:

$$v_C(t) = \begin{cases} 10\left(1-e^{-\frac{t}{5}}\right) & 0<t<3 \\ \frac{10}{3}\left(1+0.35\,e^{-0.6(t-3)}\right) & t>3 \end{cases}$$



(حل و تحویل پاسخ این سوال به صورت کاغذی تا روز امتحان دارای امتیاز خواهد بود)