

تکلیف سری سوم درس پردازش سیگنال‌های دیجیتالی

(Digital Signal Processing)

مدرس: دکتر سعید نصری



1- تبدیل z و ROC هر یک از رشته‌های زیر را تعیین کنید.

$$a) x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$b) x[n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1]$$

$$c) x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n]$$

$$d) x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n (u[n] - u[n-10])$$

2- بدون استفاده از عکس تبدیل z ، تعیین کنید که کدامیک از دو تبدیل زیر می‌توانند تبدیل z یک رشته‌ی علی باشند.

$$a) X(z) = \frac{(1-z^{-1})(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}$$

$$b) X(z) = \frac{(z-0.25)^5}{(z-0.5)^6}$$

3- در هر یک از زوج‌های داده شده، ناحیه‌ی همگرایی تابع سیستم $H(z) \triangleq \frac{Y(z)}{X(z)}$ را بیابید.

$$a) X(z) = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}z^{-1}}, \quad |z| > \frac{3}{4}$$

$$Y(z) = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}z^{-1}}, \quad |z| > \frac{2}{3}$$

$$b) X(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}, \quad |z| < \frac{1}{3}$$

$$Y(z) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{6}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{3}z^{-1}\right)}, \quad \frac{1}{6} < |z| < \frac{1}{3}$$

4- نمودار صفر-قطب هریک از تبدیل z های زیر را رسم کرده، ROC را مشخص کنید.

$$a) X_1(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 + 2z^{-1}} \quad ROC: |z| < 2$$

$$b) X_2(z) = \frac{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{2}{3}z^{-1}\right)} \quad x_2[n] \text{causal}$$

5- تبدیل z هر یک از رشته‌های زیر را تعیین کنید. برای هر کدام ROC را مشخص کرده و نمودار صفر-قطب را رسم کنید.

$$a) x_a[n] = \alpha^{|n|} \quad 0 < |a| < 1$$

$$b) x_b[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

6- ورودی یک سیستم LTI علی به صورت زیر است:

$$x[n] = u[-n-1] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

تبدیل z خروجی این سیستم عبارت است از:

$$Y(z) = \frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + z^{-1}\right)}$$

الف) $H(z)$ را به دست آورید.

ب) ناحیه‌ی همگرایی $Y(z)$ را تعیین کنید.

ج) $y[n]$ را به دست آورید.

7- یک سیستم LTI با معادله‌ی تفاضلی زیر در نظر بگیرید:

$$y[n] - \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n] - x[n-1]$$

تمام مقادیر ممکن برای پاسخ ضربه‌ی سیستم، در $n = 0$ را تعیین کنید.

8- تابع سیستم یک سیستم LTI عبارت است از:

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)(1 - z^{-1})}$$

الف) پاسخ ضربه‌ی سیستم را بیابید.

ب) خروجی سیستم را به‌ازای ورودی $x[n] = 2^n$ بیابید.

9- پاسخ پله‌ی سیستم علی دارای تابع سیستم زیر را تعیین کنید.

$$H(z) = \frac{1 - z^3}{1 - z^4}$$

10- رشته‌ی با تبدیل z زیر که دایره‌ی واحد در ROC آن قرار دارد را در نظر بگیرید:

$$X(z) = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{\frac{1}{4}}{1 - 2z^{-1}}$$

$x[0]$ را با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه بیابید.

موفق باشید