

## تحلیل دینامیکی پوسته مخروطی مشبک کامپوزیتی تحت اثر ضربه کم سرعت

فواد حیدرپور<sup>۱</sup>، سید علی گله داری<sup>۲\*</sup>

۱ - دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

۲ - استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

\*نویسنده مسئول: ali.galehdari@pmc.iaun.ac.ir

## خلاصه:

در این پروژه یک پوسته مخروطی مشبک از جنس مواد کامپوزیت تحت ضربه کم سرعت بررسی می شود. معادلات تعادل و حرکت با استفاده از اصل هامیلتون بدست آمده و به صورت تحلیلی حل خواهد شد. هدف حل مسئله ارتعاشات آزاد و به دست آوردن فرکانس های طبیعی این سازه و حل مسئله ضربه در اثر ضربه زنده کروی با سرعت کم به سازه می باشد که برای این امر معادلات حرکت از اصل هامیلتون استخراج و سپس با استفاده از روش سری های توانی معادلات را برای به دست آوردن فرکانس های طبیعی و جواب ضربه حل خواهیم کرد. روش تحقیق در این طرح بنیادی می باشد بدین صورت که به کشف ماهیت اشیا، پدیده ها و روابط بین متغیرها، اصول و قوانین ساخت با آزمایش تئوری ها پرداخته شده است و به توسعه مرزهای بی نهایت علمی کمک می کند. حل مسئله به صورت تحلیلی می باشد که برای این امر، با استفاده از تئوری های مرتبه اول برشی و روابط حاکم بر جابجایی ها و کرنش های مربوطه استخراج می گردد.

**کلمات کلیدی:** سازه مشبک مخروطی، کامپوزیت لایه ای، ضربه، ارتعاشات آزاد

## ۱. مقدمه:

با افزایش کاربرد کامپوزیت ها در حمل و نقل، تجهیزات نظامی، زمینی و هوایی، قطعات کشتی، زیرسازي ها، کالاهای ورزشی و صنعت برق، فهم ضربه و رفتار دینامیکی برای طراحان و کاربران نهایی الزامی می باشد. دانش با ارزشی در مورد پاسخ دینامیکی ضربه در سازه ها و مواد کامپوزیتی منتشر شده است. با این وجود، با ظهور پیوسته ی مواد فرآیندها، فقدان روابط عملکرد خواص سازه ای که راهنمایی درباره ی رفتار دینامیکی ضربه ی کامپوزیت ها را فراهم می نماید احساس می شود. در این تحقیق به بحث روی تحلیل فرورفتگی تیرهای کامپوزیتی و کاربرد آن در بررسی پاسخ ضربه سرعت پایین خواهیم پرداخت.

ورق ها و پوسته ها سازه هایی هستند که شکل اولیه آنها به ترتیب تخت و خمیده می باشد و ضخامت آنها نسبت به دو بعد دیگر بسیار کوچکتر است معیاری که برای تعریف یک ورق یا پوسته نازک به کار برده می شود این است که باید نسبت ضخامت به طول ضلع کوچکتر ورق کمتر از ۰.۵٪ باشد این نسبت در مواردی به کمتر از ۰.۰۱ نیز می رسد.

استفاده بسیار وسیع از ورق‌ها و پوسته‌ها به عنوان المان‌های سازه‌ای باعث آن شده است که تحقیقات دیرینه و بسیار گسترده‌ای پیرامون آنها انجام شود. بسیاری از تحقیقات به یکی از سه روش زیر استوار هستند که شاید روش دیگری غیر از این روش‌ها وجود نداشته باشد.

تحقیقات و مطالعات تحلیلی سازه‌ها

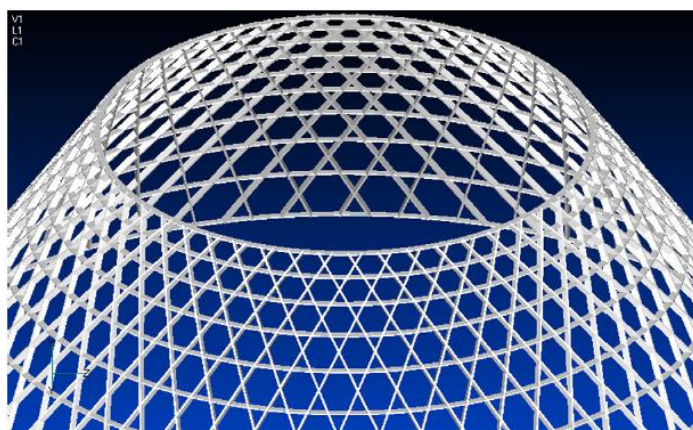
تحقیقات و مطالعات تجربی سازه‌ها

تحقیقات و مطالعات عددی سازه‌ها

امروزه سه روش فوق رایج بوده و گاهی از هر سه روش برای انجام یک تحقیق استفاده می‌شود.

حل تحلیلی سازه‌ها، که در این پروژه از این روش برای حل مسئله استفاده می‌شود، روشی است که بر یک یا چند اصل فیزیکی مانند قانون هوک و ... استوار است که توسط روش‌های ریاضی توسعه داده شده‌اند. این روش حل عمدتاً برای مسائل و سازه‌های با هندسه‌های ساده و بارگذاری‌ها و شرایط مرزی متقارن جواب‌های دقیقی ارائه می‌دهد که حل بسیاری از مسایل ساده در کتاب‌های منتشر شده زیادی موجود است. در روش تحلیلی اگر اندکی مسئله از لحاظ هندسه، بارگذاری یا شرایط مرزی پیچیده شود دست یافتن به جواب دقیق بسیار دشوار و حتی غیر ممکن می‌گردد. در مواردی نیز جواب‌های تقریبی برای حل تحلیلی سازه‌ها به دست می‌آید. شاید دلیل تقریبی بودن این جواب‌ها فرض‌های ساده‌کننده‌ای باشد که برای حل معادلات بکار رفته‌اند. عدم توانایی حل معادلات دیفرانسیلی که از حل‌های تحلیلی حاصل می‌شوند از مهمترین مشکلات انجام حل تحلیلی می‌باشد.

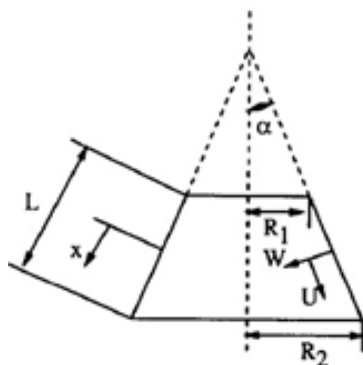
برای حل مسئله از این روش، روش تحلیلی، استفاده می‌کنیم. هندسه مسئله پوسته مخروطی مشبک می‌باشد که به صورت شماتیک در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۱- شماتیک پوسته مخروطی مشبک

هدف حل مسئله ارتعاشات آزاد و بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی این سازه و حل مسئله ضربه در اثر برخورد ضربه زننده کروی با سرعت کم به سازه می‌باشد. که برای این امر معادلات حرکت از اصل همپلتون استخراج و سپس با استفاده از روش سری‌های توانی معادلات را برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و جواب ضربه حل خواهیم کرد.

پوسته مورد مطالعه در این پروژه از یک پوسته مخروطی مشبک کامپوزیتی از جنس گرافیت-اپوکسی تشکیل شده است. ضخامت سازه  $d$  و طول آن  $L$  می باشد. در شکل ۲ پوسته مورد مطالعه به همراه دستگاه مختصات مربوطه نشان داده شده است. در تحلیل پوسته تغییر مکان ها کوچک و آنالیز در محدوده الاستیک خطی مد نظر می باشد.



شکل ۲- هندسه و دستگاه مختصات پوسته مخروطی ناقص

$$R(x) = R_0 + x \sin \alpha, \quad r(x) = R_\theta = R_0 + x \tan \alpha, \\ R_0 = \frac{R_1 + R_2}{2}, \quad (1)$$

مولفه های جابجایی های رویه ها در راستاهای طولی ( $x$ )، محیطی ( $\theta$ ) و شعاعی ( $z$ ) به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۱].

$$u(x, \theta, z, t) = u_0(x, \theta, t) + z \theta_x$$

$$v(x, \theta, z, t) = v_0(x, \theta, t) + z \theta_\theta$$

$$w(x, \theta, z, t) = w_0(x, \theta, t)$$

معادلات حرکت و شرایط مرزی در این تئوری با استفاده از روش انرژی و اصل همپلتون استخراج می گردند [۲].

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(-T + U + V) dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (-\delta T + \delta U + \delta V) dt = 0$$

از متغیرهای مسئله می توان شعاع های بزرگ و کوچک مخروط، طول مخروط، تعداد ریب ها، ضخامت ریب ها و... نام برد، همچنین می توان از مواد با خواص مختلف و اثر آن روی جواب ها استفاده کرد. همچنین می توان با در نظر گرفتن شرایط مرزی مختلف اثر هر کدام را روی جواب های استخراجی بررسی کرد.

ارتعاشات آزاد مسئله، با مقاله آقای همت نژاد و رحیمی [۳] و برای صحت سنجی مسئله ضربه کم سرعت کار را با مقاله آقای سیوالک [۴] و مقاله آقای استرانگ و ماتمیولا [۵] مقایسه خواهیم نمود.

سیلیچنکو، ۲۰۰۱ [۶] روشی را برای آنالیز پوسته‌های شبکه ای مدور بر مبنای روش معادلسازی ارائه نمود. کمانش یک پوسته ایزوگرید استوانه‌ای توسط کیدانه و همکاران، ۲۰۰۳ [۷] با استفاده از روش توسعه یافته معادلسازی بررسی گردید. در این روش معادلات بر مبنای صفحه میانی پوسته ارائه گردیدند و از روش کمینه کردن انرژی پتانسیل کل، بار کمانشی پوسته معادل محاسبه گردید. میزان درصد اثر سفتی تقویت کننده‌ها در سفتی کل سازه با استفاده از اثر نیرو و ممان تقویت کننده‌ها بر روی یک المان واحد پوسته خارجی و انتگرال‌گیری بر روی کل سازه محاسبه گردید.

بهینه‌سازی پوسته‌های مشبک توسط توتارو و گوردال، ۲۰۰۹ [۸] بر مبنای پارامترهای موثری نظیر عرض سطح مقطع رینگ محیطی و فاصله ریب‌ها بر مبنای روش‌های عددی بر روی یک شبکه بندی شش ضلعی با ابعاد خاص انجام شد و نقاط طراحی مناسب به دست آمد.

در سال ۲۰۰۹ یزدانی و رحیمی [۹،۱۰] اثرات تغییر شکل شبکه و تعداد ریب‌های ماریچ را برای باربری پوسته های استوانه‌ای تقویت شده تمام کامپوزیتی به روش تجربی بررسی نمودند. بر طبق نتایج این پژوهش مشاهده گردید که در مقایسه نمونه‌هایی که مقدار چکالی تقویت کننده‌ها در آنها کم بود، پوسته تقویت نشده عملکرد بهتری نسبت به وزن از خود بروز داد. برای استفاده بهینه از پوسته‌های تقویت شده نیاز به حداقل مقداری از چگالی شبکه است و از طرف دیگر پوسته‌هایی که با شبکه‌های لوزی شکل ساخته شده بودند در بارگذاری محوری عملکرد مطلوب‌تری داشتند.

سازه‌های مشبک کامپوزیتی (بدون پوسته) از سیستم منظم ریب‌های محیطی و مورب تشکیل شده اند [۱۱]. از آنجاییکه این سازه در بالاترین نقطه سیستم پرتابه قرار دارد، پایین بودن وزن آن از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. در مرجع [۱۲] معادلات سازه‌های مشبک استوانه‌ای با استفاده از هندسه شکلی بدست آمده و نتایج حاصل از ساخت بررسی شده است. در مرجع [۱۳] طراحی به روش تحلیلی انجام و نتایج بدست آمده با نتایج تست آزمایشگاهی مقایسه شده است.

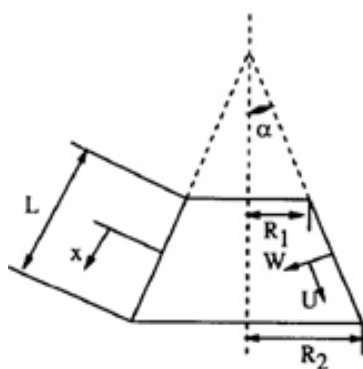
آبرجت [۱۴، ۱۵] در دو مقاله جامع، مروری کامل روی دینامیک ضربه و پاسخ سازه‌های کامپوزیتی به بار ضربه‌ای و نیز نحوه بررسی شروع و رشد آسیب و کاهش استحکام باقیمانده و مودهای شکست داشته است.

در حین برخورد ضربه زننده کروی ایزوتروپیک به ورق کامپوزیتی، ضربه نقطه‌ای انجام نمی‌شود و معمولاً منطقه تماس دارای مساحت بوده و این ناحیه در حالت کلی به حالت بیضوی می‌باشد [۱۶] بسیاری از متخصصین برای راحتی در حل مسئله ضربه، بار را به صورت نقطه‌ای متمرکز در نظر می‌گیرند. مثلاً برای ساده سازی در حل معادلات ریاضی می‌تال\* [۱۷]، بار دینامیکی ضربه را به صورت متمرکز فرض کرد. در این حالت بدیهی است انحنایها و نیز کرنش ها به سمت بی‌نهایت میل کرده و بسیار بزرگ می‌شوند. بنابر این لازم است نیروی برخورد را به صورت توزیع شده در محل سطح برخورد در نظر گرفت. در حالتی که ضربه زننده و هدف ایزوتروپ باشند، ناحیه برخورد دایروی خواهد بود.

## ۲. روش تحقیق:

\* - Mittal

پوسته مورد مطالعه در این پروژه از یک پوسته مخروطی مشبک تشکیلی شده است. ضخامت سازه  $d$  و طول آن  $L$  می باشد. در شکل ۱-۲ پوسته مورد مطالعه به همراه دستگاه مختصات مربوطه نشان داده شده است. در تحلیل پوسته تغییر مکانها کوچک و آنالیز در محدوده الاستیک خطی مد نظر می باشد.



شکل ۱-۲ هندسه و دستگاه مختصات پوسته مخروطی ناقص

$$R(x) = R_0 + x \sin \alpha, \quad r(x) = R_0 = R_0 + x \tan \alpha, \quad (1-2)$$

$$R_0 = \frac{R_1 + R_2}{2},$$

## ۲-۲ روابط سینماتیکی و ساختاری پوسته

مولفه های جابجایی های رویه ها در راستاهای طولی ( $\mathbf{x}$ )، محیطی ( $\theta$ ) و شعاعی ( $\mathbf{z}$ ) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$u(x, \theta, z, t) = u_0(x, \theta, t) + z\theta_x$$

$$v(x, \theta, z, t) = v_0(x, \theta, t) + z\theta_\theta \quad (2-2)$$

$$w(x, \theta, z, t) = w_0(x, \theta, t)$$

که در این روابط  $u_0$ ،  $v_0$  و  $w_0$  مولفه های تغییر مکان در صفحه میانی پوسته و  $\theta_x$  و  $\theta_\theta$  مولفه های چرخش در پوسته می باشند. همچنین روابط سینماتیکی کرش ها به شکل زیر تعریف می گردد:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx0} + z\kappa_{xx}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\theta\theta0} + z\kappa_{\theta\theta}$$

$$\gamma_{x\theta} = \gamma_{x\theta0} + z\kappa_{x\theta}$$

(۳-۲)

$$\gamma_{xr} = \gamma_{xr0}$$

$$\gamma_{\theta r} = \gamma_{\theta r0}$$

که در این معادلات کرنش‌های صفحه میانی و روابط مربوط به انحنا در پوسته به این صورت می‌باشد:

$$\varepsilon_{xx0} = u_{0,x}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta0} = \frac{v_{0,\theta} + u_0 \sin \alpha + w_0 \cos \alpha}{R}$$

$$\gamma_{x\theta0} = v_{0,x} + \frac{u_{0,\theta} - v_0 \sin \alpha}{R}$$

$$\gamma_{xr0} = w_{0,x} + \theta_x$$

(۴-۲)

$$\gamma_{\theta r0} = \theta_\theta + \frac{w_{0,\theta} - v_0 \cos \alpha}{R}$$

$$\kappa_{xx} = \theta_{x,x}$$

$$\kappa_{\theta\theta} = \frac{\theta_{\theta,\theta} + \theta_x \sin \alpha}{R}$$

$$\kappa_{x\theta} = \theta_{\theta,x} + \frac{\theta_{x,\theta} - \theta_\theta \sin \alpha}{R}$$

### ۳. استخراج معادلات حاکم بر پوسته:

معادلات حرکت و شرایط مرزی در این تئوری با استفاده از روش انرژی و اصل همیلتون استخراج می‌گردند

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(-T + U + V) dt = 0$$

(۱-۳)

$$\int_{t_1}^{t_2} (-\delta T + \delta U + \delta V) dt = 0$$

که در این رابطه  $T$  انرژی جنبشی،  $U$  انرژی پتانسیل و  $V$  کار نیروهای خارجی می باشد. تغییرات مرتبه اول انرژی جنبشی به فرم زیر می‌باشند:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta T dt = - \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V \rho (\ddot{u} \delta \bar{u} + \ddot{v} \delta \bar{v} + \ddot{w} \delta \bar{w}) dV \right\} dt \quad (2-3)$$

که در این روابط  $\ddot{u}, \ddot{v}, \ddot{w}$  مولفه‌های شتاب در راستاهای طولی، محیطی و شعاعی می‌باشند. تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل پوسته مخروطی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta U dt = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta} \delta \varepsilon_{\theta\theta} + \tau_{x\theta} \delta \gamma_{x\theta} + \tau_{xr} \delta \gamma_{xr} + \tau_{\theta r} \delta \gamma_{\theta r}) dV \right\} dt \quad (3-3)$$

که در این روابط  $\sigma_{xx}, \sigma_{\theta\theta}, \tau_{x\theta}, \tau_{xr}, \tau_{\theta r}$  تنش‌های صفحه‌ای عمودی و برشی و  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{\theta\theta}, \gamma_{x\theta}, \gamma_{xr}, \gamma_{\theta r}$  کرنش‌های پوسته می‌باشند.

تغییرات کار نیروهای خارجی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta V dt = - \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \int_0^\theta (q_l R \delta u + q_\theta R \delta v + q_r R \delta w) dx d\theta \right\} dt \quad (4-3)$$

که در این رابطه  $u, v, w$  مولفه‌های محوری، محیطی و شعاعی جابجایی و  $q_l, q_\theta, q_r$  بارهای محوری، محیطی و عمودی اعمالی بر پوسته می‌باشند.

برای برقراری معادله بالا باید عبارت زیر انتگرال بر حسب زمان برابر صفر باشد یعنی:

$$\begin{aligned} & - \iiint_V \rho ((\ddot{u}_0 + z\ddot{\theta}_x)(\delta u_0 + z\delta\theta_x) + (\ddot{v}_0 + z\ddot{\theta}_\theta)(\delta v_0 + z\delta\theta_\theta) + \ddot{w}\delta w) dx d\theta dz \\ & + \iiint_V (\sigma_{xx}(\delta u_{0,x} + z\delta\theta_{x,x}) + \sigma_{\theta\theta}(\delta \frac{v_{0,\theta} + u_0 \sin \alpha + w_0 \cos \alpha}{R} + z\delta \frac{\theta_{\theta,\theta} + \theta_x \sin \alpha}{R}) \\ & + \tau_{x\theta}(\delta(v_{0,x} + \frac{u_{0,\theta} - v_0 \sin \alpha}{R}) + z\delta\theta_{x,x}) + \tau_{xr}\delta(w_{,x} + \theta_x) + \tau_{\theta r}\delta(\theta_\theta + \frac{w_{0,\theta} - v_0 \cos \alpha}{R})) dx d\theta dz \\ & + \int_0^L \int_0^\theta (q_l R(\delta u_0 + z\delta\theta_x) + q_\theta R(\delta v_0 + z\delta\theta_\theta) + q_r R\delta w) dx d\theta = 0 \end{aligned}$$

به این ترتیب معادلات حاکم بر حسب مقادیر نامعلوم مساله شامل جابجایی‌های طولی، محیطی و شعاعی ارائه می‌گردند. به منظور ساده سازی روابط، معادلات فوق را می‌توان در قالب ماتریسی به شکل زیر نمایش داد:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = \{Q\} \quad (5-3)$$

که در این رابطه  $Q$  بردار نیرو و  $X$  بردار مقادیر نامعلوم مساله می‌باشد:

$$X^T = \{u_0 \ v_0 \ w \ \theta_x \ \theta_\theta\} \quad (6-3)$$

برای به دست آوردن پاسخ پوسته مخروط ناقص مشبک از حل سری‌های توانی استفاده می‌گردد.

$$X = \begin{Bmatrix} u_0(x, \theta, t) \\ v_0(x, \theta, t) \\ w(x, \theta, t) \\ \theta_x(x, \theta, t) \\ \theta_\theta(x, \theta, t) \end{Bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} a_m x^m \cos n\theta \\ b_m x^m \sin n\theta \\ c_m x^m \cos n\theta \\ d_m x^m \cos n\theta \\ e_m x^m \sin n\theta \end{Bmatrix} e^{j\omega t} \quad (7-3)$$

در این معادله ضرایب سری‌های توانی توابع مربوط به مولفه‌های جابجایی می‌باشند.

تمام پارامترهای طراحی بر مبنای موقعیت محیطی و مارپیچی ریب‌ها مشخص می‌شوند. برخی از این پارامترها به زاویه ریب‌های مارپیچ بستگی دارند. همچنین تعدادی دیگر از این پارامترها با افزایش ارتفاع سازه مخروطی با آهنگ خاصی دچار تغییر می‌شوند.

### ۳-۱. پارامترهای مستقل و پارامترهای وابسته:

تعداد ریب‌های محیطی و مارپیچی  $(n_h, n_c)$  به عنوان پارامترهای مستقل در طراحی سازه مشبک مخروطی نقش ایفا می‌کنند.

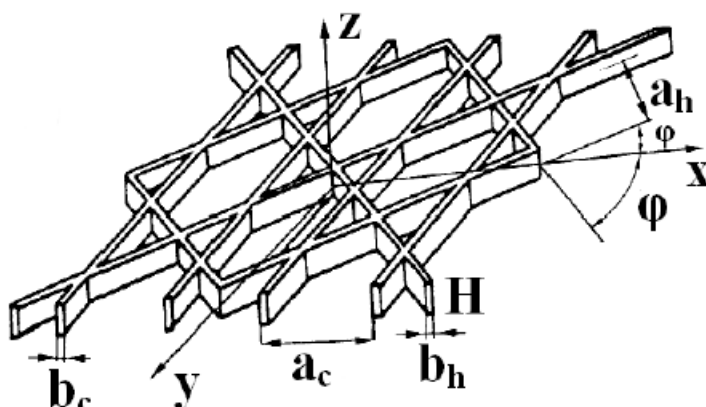
پارامترهای وابسته عبارتند از:  $a_h, a_c, \lambda, \rho, \Delta\psi$  نمایی از پارامترهای ذکر شده در طراحی سازه مشبک مدور در شک ل زیر نمایش داده شده است.

فرکانس‌های طبیعی سازه و همچنین تأثیر پارامترهای هندسی مختلف بر رفتار ارتعاشی پوسته مخروطی مشبک با

مشخصات زیر انجام می‌گیرد.  $n_c$  تعداد ریب‌های دایروی و  $n_h$  تعداد ریب‌های هلیکال،  $\phi f$  زاویه ژئودسیک،  $H$  ضخامت پوسته،  $b_c$  عرض ریب‌های دایروی و  $b_h$  عرض ریب‌های هلیکال می‌باشند. منظور از اندیس  $c$  ریب‌های دایروی و منظور از

$h$  ریب‌های هلیکال می‌باشند و  $\bar{\sigma}_h$  تنش تسلیم می‌باشد.  $D$  قطر بزرگ مخروط و  $d$  قطر کوچک مخروط همچنین  $L$  طول مخروط می‌باشند.





شکل ۳-۱- پارامترهای هندسی ساختار مشبک

از آنجاییکه اساس طراحی این نوع سازه‌ها برای تحمل بارهای فشار محوری است، بنابراین مهمترین مسئله در این نوع سازه‌ها بحث کمانش و پایداری ارتجاعی می‌باشد. با این توصیف، طراحی سازه مشبک و در نهایت ساخت باید بر مبنای حالتی انجام گیرد که مقاومت خوبی در مقابل کمانش از خود نشان دهد. در میان انواع حالت‌های پیچش الیاف، ژئودسیک بهترین حالت پیچش الیاف برای طراحی و ساخت سازه مشبک در مقابل بارهای فشار محوری مطرح می‌شود. برای استخراج معادلات حاکم بر سازه ابتدا با گسترش قطعی از مخروط، معادلات هندسی مخروط که تاثیر مستقیم بر ماتریس سفتی دارد استخراج می‌گردد.

#### ۴. مدلسازی ضربه در پوسته مخروط ناقص مشبک کامپوزیتی:

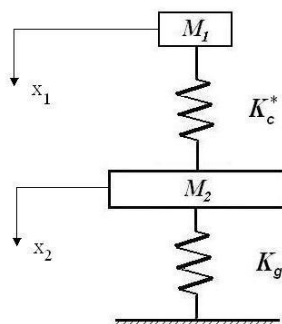
رخداد ضربه شامل حرکت ضربه زننده، حرکت هدف و نیز تغییر شکل در محل برخورد دو جسم می‌باشد. به عبارت دیگر منظور از مطالعه دینامیک ضربه، بررسی حرکت ضربه زننده و هدف و تعامل بین آنها در برخورد می‌باشد. در سازه‌های کامپوزیتی و ساندویچی، با توجه به اینکه در جهت ضخامت، الیاف وجود ندارند لذا معمولاً این سازه‌ها استحکام و سفتی کمتری در این جهت داشته و در نتیجه نسبت به ضربات خارج از صفحه آسیب پذیر می‌باشند و ممکن است در خلال پدیده ضربه متحمل صدمات جدی گردند. از این دیدگاه مسایل ضربه را میتوان به سه دسته تقسیم نمود:

- ۱ - بررسی اثر دینامیکی ضربه روی سازه، پیش بینی تابع توزیع نیرو برخورد بر حسب زمان تماس و مطالعه اثر پارامترهای مختلف بر پاسخ دینامیکی سازه تحت ضربه تا آستانه تسلیم
- ۲ - بررسی چگونگی گسترش آسیب حاصل از ضربه و مودهای مختلف آن
- ۳ - اثر آسیب‌های ایجاد شده روی استحکام باقی مانده و خواص مکانیکی مواد

در این تحقیق موضوع بحث در گروه اول قرار می‌گیرد و به همین منظور از یک مدل کامل در شبیه سازی رفتار دینامیکی پوسته مشبک استفاده می‌گردد. در این مدل‌ها پس از انتخاب یک تئوری مناسب از میان تئوری‌های ورق - پوسته موجود، جابجایی محلی در راستای ضخامت، که در این تئوری‌ها صرف نظر می‌شود، با استفاده از قانون برخورد اعمال می‌گردد. مدل کامل، معمولاً جامع تر از سایر مدل‌ها می‌باشد ولی بدیهی است با توجه به نوع تئوری ورق - پوسته انتخابی شامل ساده سازی‌هایی خواهد بود.

## ۱-۴. پاسخ دینامیکی پوسته مخروطی مشبک تحت ضربه با سرعت پایین:

برای محاسبه نیروی برخورد و خیز سازه در نقطه برخورد، مدل‌های تحلیلی جرم و فنر تخمین‌های قابل قبولی ارائه می‌دهند. در این مدل‌ها از المان‌های جرم، فنر و در صورت لزوم دمپر استفاده می‌شود. در این پایان‌نامه برای شبیه‌سازی پدیده برخورد از دو نوع مدل استفاده شده است. مدل اول، یک مدل دو درجه آزادی است که در آن از المان‌های معادل جرم ضربه زنده و پوسته و نیز فنرهای معادل سفتی تماس و سفتی سازه استفاده شده است. در مدل دوم از المان‌های دمپر و فنر برای شبیه‌سازی به ترتیب استهلاک و سفتی سازه بهره گرفته شده است. در شکل (۱-۴) مدل اول جرم - فنر نشان داده شده است، در این شکل  $M_1$  و  $M_2$  جرم ضربه زنده و هدف،  $K_c^*$  سفتی تماس خطی شده و  $K_g$  سفتی کلی (global) پوسته می‌باشند.

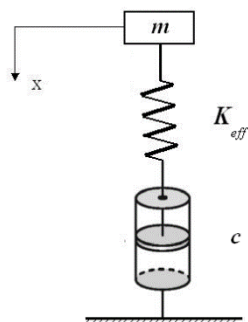


شکل ۱-۴-۱ مدل جرم - فنر با دو درجه آزادی

نیروی برخورد یک نیروی داخلی در سیستم فوق بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۸]:

$$F_c^*(t) = K_c^*(x_1 - x_2) \quad (1-1-4)$$

مدل دوم مورد استفاده در این تحقیق معرفی می‌گردد. در شکل (۲-۴) مدل جرم - فنر - دمپر نشان داده شده است که در آن یک فنر غیر خطی به شکل سری به یک المان دمپر متصل شده است (مدل ماکسول). در این شکل  $m$  جرم ضربه زنده،  $c$  ضریب استهلاک سازه و  $K_{eff}$  سفتی معادل پوسته می‌باشند.



شکل ۲-۴-۱ مدل جرم - فنر - دمپر

معادلات حرکت مربوط به سیستم فوق به صورت زیر خواهد بود [۱۸]:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + F(t) = 0 \quad (۲-۱-۴)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F(t)}{c} + \frac{\left(\frac{F(t)}{K_{eff}}\right)^{1/n} \frac{dF}{dt}}{nF(t)} \quad (۳-۱-۴)$$

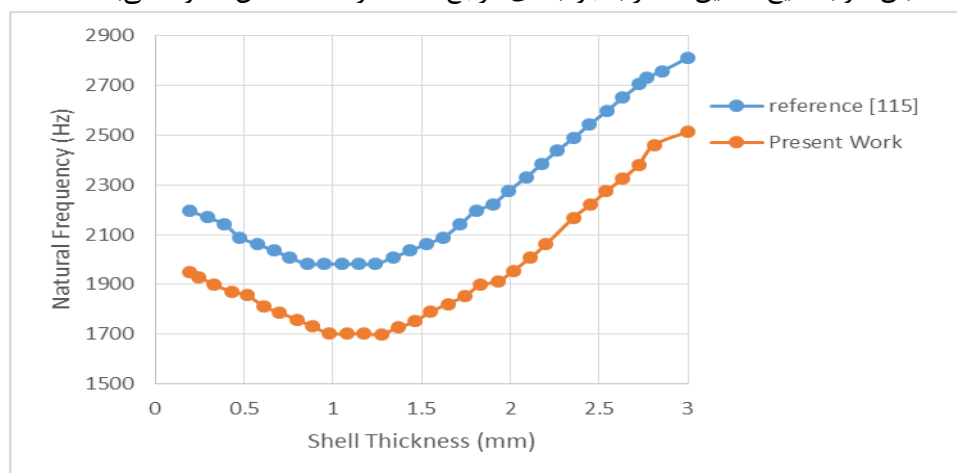
## ۵. راستی آزمایی:

نتایج مربوط به تحلیل ارتعاشات آزاد و ضربه سرعت پایین پوسته مشبک مخروط ناقص حاصل از تحلیل انجام شده در این پروژه، استخراج و با نتایج موجود در مراجع و همچنین نرم افزار المان محدود آباکوس مقایسه و صحت سنجی می گردد. در ادامه به منظور بررسی اثر مشخصات هندسی و مکانیکی بر رفتار پوسته مشبک، مطالعه پارامتری سازه انجام خواهد گرفت. نتایج مربوط به ارتعاشات آزاد سازه مشبک مورد بررسی قرار گرفته و با نتایج موجود در مراجع مقایسه می - گردد.

### ۵-۱ صحت سنجی:

نتایج حاصل از این تحقیق با نتایج مرجع [۱۹] در حالت خاص پوسته استوانه‌ای مشبک مقایسه و بررسی شده است.

در شکل ۵-۱ فرکانس طبیعی حاصل از تحقیق حاضر در حالت خاص استوانه (با فرض برابری شعاع های ابتدا و انتهای مخروط و صفر بودن زاویه رأس مخروط) با مرجع [۱۹] برای ضخامت‌های مختلف پوسته مقایسه شده است. بررسی این نمودار نشان‌دهنده انطباق خوب نتایج تحقیق حاضر با جواب‌های مرجع [۱۹] در حالت خاص استوانه می‌باشد.



شکل (۵-۱) مقایسه نتایج تحقیق حاضر و مرجع [۱۹]

در جدول ۱-۵ نتایج حاصل از مدل استفاده شده در این پایان نامه با نتایج به دست آمده از حل ارتعاشات آزاد پوسته مشبک مخروطی ناقص در نرم افزار ABAQUS، مقایسه می گردد. برای مدلسازی پوسته در نرم افزار آباکوس، از المان-های آجری C3D8R دارای ۸ گره با سه درجه آزادی در هر گره، استفاده شده است. در این جدول فرکانس طبیعی پایه حاصل از نرم افزار ABAQUS برای پوسته مخروطی ناقص مشبک با فرکانس های طبیعی پایه حاصل از تئوری مرتبه سوم برشی که در این پایان نامه محاسبه شده است مقایسه شده است. نتایج موجود بیانگر وجود اختلاف بیشینه ۹/۷۳ درصد می باشد.

جدول ۱-۵

فرکانس های طبیعی مربوط به پوسته مخروط ناقص مشبک کامپوزیتی

$$\alpha = 30^\circ \quad (n = 1)$$

L = 1 m			R <sub>1</sub> = 2 m				
ABAQUS	تئوری مرتبه سوم برشی	درصد اختلاف	ABAQUS	تئوری مرتبه سوم برشی	درصد اختلاف		
R <sub>1</sub> = 1m	227.68	234.32	2.84	L = 1m	202.83	212.29	4.64
R <sub>1</sub> = 2m	202.83	212.29	4.46	L = 2m	134.1	141.35	5.13
R <sub>1</sub> = 3m	197.61	207.23	4.64	L = 3m	117.27	129.07	9.14
R <sub>1</sub> = 5m	190.64	204.56	6.83	L = 5m	109.47	121.27	9.73

پس از صحت سنجی مدل پیشنهادی که در بخش قبل انجام گرفت، در این بخش ش به مطالعه فرکانس های طبیعی سازه و همچنین تأثیر پارامترهای هندسی مختلف بر رفتار ارتعاشی پوسته مخروطی مشبک پرداخته می شود.

جدول ۲-۵- مشخصات هندسی پوسته مشبک مخروطی

nc	nh	$\varphi_f$	$\varphi_0$	H	bc	bh
10	53	15.98°	33.44°	18(mm)	4(mm)	5.75(mm)

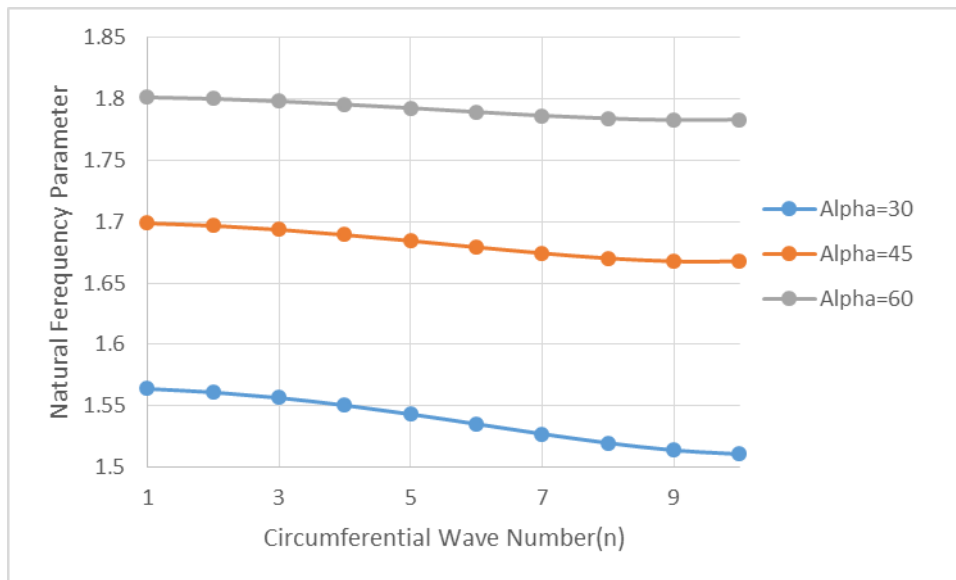
جدول ۳-۵- خصوصیات مواد

Eh	$\bar{\sigma}_h$	$\rho_h$	Ec	$\rho_c$
80(GPa)	350(MPa)	1450(Kg/m <sup>3</sup> )	64(GPa)	1410(Kg/m <sup>3</sup> )

جدول ۴-۵- مشخصه های هندسی

D	d	L
2500(mm)	1250(mm)	900(mm)

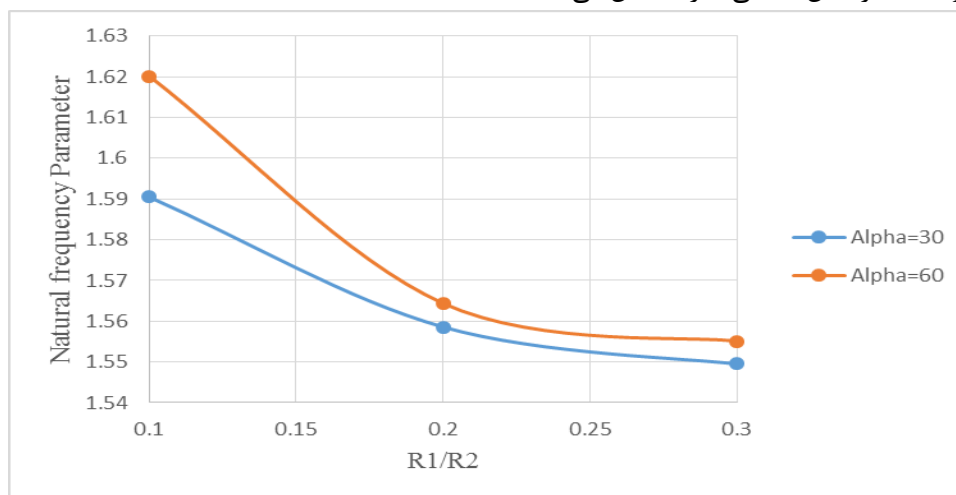
در شکل ۲-۵ سرعت زاویه ای بی بعد شده (پارامتر فرکانس)  $\bar{\omega} = \omega R_2 (\rho h / A_{11})_f^{1/2}$  برای سه زاویه مختلف رأس مخروط در مقادیر مختلف عدد موج محیطی، n، آورده شده است. بررسی این شکل بیانگر این مطلب است که با افزایش زاویه رأس مخروط پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه افزایش می یابد. همچنین در یک زاویه رأس بخصوص با افزایش عدد موج محیطی پارامتر فرکانس ابتدا کاهش و بعد شروع به افزایش می کند که این روند ناشی از تناوبی بودن مد محیطی سازه می باشد.



شکل ۵-۲) پارامتر فرکانس مربوط به پوسته مخروطی ناقص مشبک درزواپی مختلف رأس مخروط

$$h = 0.017m, R_1 = 1m, L = 1m$$

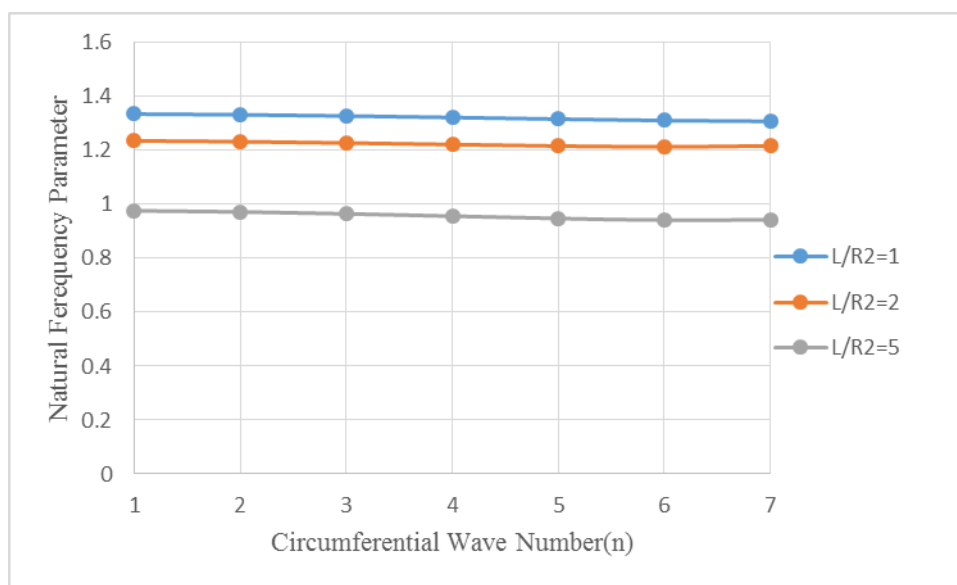
در شکل ۵-۳ سرعت زاویه‌ای بی بعد شده (پارامتر فرکانس)  $\bar{\omega} = \omega R_2 (\rho h / A_{11})^{1/2}$  برای نسبت‌های مختلف شعاع کوچک به شعاع بزرگ مخروط آورده شده است. بررسی این شکل بیانگر این مطلب است که با افزایش این نسبت پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه کاهش می‌یابد.



شکل ۵-۳) پارامتر فرکانس مربوط به پوسته مخروطی مشبک در نسبت‌های مختلف شعاع کوچک به شعاع بزرگ مخروط

$$h = 0.017m$$

در شکل ۴-۵ سرعت زاویه‌ای بی بعد شده (پارامتر فرکانس)  $\Omega = \omega R_2 (\rho h / A_{11})^{1/2}$  برای نسبت‌های مختلف طول به شعاع بزرگ مخروط به ازای مقادیر مختلف عدد موج محیطی آورده شده است. بررسی این نمودار بیانگر این مطلب است که با افزایش این نسبت، پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه کاهش می‌یابد. همچنین بررسی بیشتر نمودار نشان می‌دهد که در نسبت‌های پایین طول به شعاع، با افزایش عدد موج، نسبت فرکانس روندی کاهشی به خود می‌گیرد اما با افزایش این نسبت، کم کم این روند دست خوش تغییر شده به طوری که در مقادیر بالاتر با افزایش عدد موج، پارامتر فرکانس ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. در مقادیر بالای نسبت طول به شعاع ( $L/R_2$ )، مقادیر پارامتر فرکانس تا  $n=6$  کاهش و پس از آن افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۵) پارامتر فرکانس به ازای مقادیر مختلف عدد موج محیطی در نسبت‌های مختلف طول به شعاع پوسته مخروطی

## ۶. جمع بندی و نتیجه گیری:

### ۶-۱ مقدمه:

با توجه به کاربردهای گسترده و روز افزون سازه‌های مشبک، در این پروژه از تئوری مرتبه اول برشی برای تحلیل دینامیکی پوسته مخروط ناقص مشبک کامپوزیتی استفاده شده است. در ادامه تئوری استفاده شده در مطالعه ارتعاشات آزاد به کار گرفته شده و نهایتاً پاسخ پوسته مشبک تحت ضربه سرعت پایین مورد تحلیل قرار گرفته است.

### ۶-۲ مروری بر نتایج:

بررسی نتایج مربوط به ارتعاشات آزاد پوسته مشبک بیانگر افزایش فرکانس طبیعی سازه در اثر افزایش شعاع و طول پوسته بوده که در این میان تاثیر طول پوسته از اهمیت بیشتری برخوردار است. از سوی دیگر با افزایش زاویه رأس مخروط پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه افزایش می‌یابد. همچنین در یک زاویه رأس بخصوص با افزایش عدد موج

محیطی پارامتر فرکانس ابتدا کاهش و بعد شروع به افزایش می‌کند که این روند ناشی از تناوبی بودن مد محیطی سازه می‌باشد.

با افزایش نسبت شعاع کوچک به شعاع بزرگ مخروط، پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه کاهش می‌یابد. با افزایش نسبت طول به شعاع بزرگ مخروط، پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه کاهش می‌یابد. همچنین در نسبت‌های پایین طول به شعاع، با افزایش عدد موج، نسبت فرکانس روندی کاهشی به خود می‌گیرد اما با افزایش این نسبت، کم کم این روند دست خوش تغییر شده به طوری که در مقادیر بالاتر با افزایش عدد موج، پارامتر فرکانس ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. در مقادیر بالای نسبت طول به شعاع ( $L/R2$ )، مقادیر پارامتر فرکانس تا  $n=6$  کاهش و پس از آن افزایش می‌یابد.

با افزایش نسبت ضخامت به شعاع بزرگ مخروط، پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه افزایش می‌یابد. همچنین در یک نسبت ضخامت به شعاع مشخص، با افزایش زاویه رأس مخروط، پارامتر فرکانس افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت  $Eh/EC$  پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه افزایش می‌یابد. همچنین در یک نسبت خاص با افزایش عدد موج محیطی ( $n$ ) مقدار پارامتر فرکانس و در نتیجه فرکانس طبیعی سازه کاهش می‌یابد.

#### ۷. مراجع:

1. T. Kant, K. Swaminathan. 2001. "Analytical solution for free vibrations for laminated composite and sandwich plates based on a higher-order refined theory". *Composite Structures*, 53:73-85.
2. L. Tong. 1994. "Free vibration of laminated conical shells including transverse shear deformation". *J. Solid Structures* 31(4):443-456
3. M. Hemmatnezhad • G. H. Rahimi • R. Ansari. 2014. "On the free vibrations of grid-stiffened composite cylindrical shells". Springer-Verlag Wien, *Acta Mech* 225, 609-623.
4. Omer Civalek, "Numerical analysis of free vibration of laminated composite conical and cylindrical shells: Discrete singular convolution (DSC) approach", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 205:251-271, 2007.
5. S. A. Matemilola, W. J. Stronge, "Impact Response Of Composite Cylinders", *Int. J. Solids Structures* Vol. 34, No. 21, pp. 2669-2684, 1997.
6. D. Slinchenko, V, E. Verijenko. 2000. "Structural analysis of Composite lattice shell of revolution on the basis of smearing stiffness". *Composite Structures*, vol. 54, pp 341-348.
7. Samuel Kidane, Guoqiang Li, Jack Helms, Su-Seng Pang, Eyassu Woldeesenbet. 2003. "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders". *Composite: Part B* 34, 1-9.
8. G. Totaro, Z, Gurda. 2009. "Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications". *Aerospace Science and Technology*, 13, 157-164.
9. Mojtaba yazdany, Gholam Hossein Rahimi, Akbar Afaghi Khatibi and Saeed Hamzeh. 2009. "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shell under axial loading". *Science Research and Essays*, Vol. 4(9), pp. 914-920.
10. Mojtaba yazdany, Gholam Hossein Rahimi. 2009. "The effect of helical ribs Number and Grid Type on the Buckling of thin-walled GFRP stiffened shell under axial loading". *Journal of reinforced plastics and composite*.

11. Vasiliev V. 2007. *Advanced Mechanics of Composite Materials*. Second Edition, Elsevier Pu.
12. V. Vasiliev, V. Barynin, A. Rasin. 2001. Anisogrid lattice structures – survey of development and application. *Composite Structures* 54, 361– 370.
13. Razin A.F. and Vasiliev, V. 2004. Development of Composite Anisogrid Spacecraft Attach Fitting. *Proceedings of the 11.th European Conference on Composite Materials*, Rhodes, Greece, CD-ROM, 9p.
14. S. Abrate, “Impact on composite structures”, Cambridge Univ. press, U.K., 1998.
15. S. Abrate, “Modeling of Impacts on Composite Structures”, *Composite Structures*, 51:129-138, 2001.
16. M.R. Khalili, “Analysis of the Dynamic Response of Large Orthotropic Elastic Plates to Transverse Impact and Its Application to Fiber Reinforced Plates”, Ph.D. Thesis, Indian Institute of Technology, Delhi, May 1992
17. R.K. Mittal, “A Simplified Analysis of the Effect of Transverse Shear on the Response of Elastic Plates to Impact Loading”, *International Journal of Solids and Structures*, 23:1191-1203, 1987.
18. G. Totaro, Z. Gurda. 2009. “Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications”. *Aerospace Science and Technology*, 13, 157-164.
19. M. Hemmatnezhad · G. H. Rahimi · R. Ansari. 2014. “On the free vibrations of grid-stiffened composite cylindrical shells”. *Springer-Verlag Wien, Acta Mech* 225, 609–623