

تحلیل ضربه کم سرعت بر روی مخروط ناقص مشبک کامپوزیتی

فواد حیدرپور¹، سید علی گله داری^{2*}

- 1- گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، اصفهان، ایران
- 2- گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، اصفهان، ایران

خلاصه :

در این پژوهش یک پوسته مخروطی مشبک از جنس مواد کامپوزیت تحت ضربه کم سرعت بررسی می شود. معادلات تعادل و حرکت با استفاده از اصل همپلتون بدست آمده و به صورت تحلیلی حل خواهد شد. هدف حل مسئله ضربه در اثر ضربه زنده کروی با سرعت کم به سازه می باشد که برای این امر معادلات حرکت از اصل همپلتون استخراج و سپس با استفاده از روش سری های توانی معادلات را برای به دست آوردن جواب ضربه حل خواهیم کرد. روش تحقیق در این طرح بنیادی می باشد بدین صورت که به کشف ماهیت اشیاء، پدیده ها و روابط بین متغیرها، اصول و قوانین ساخت با آزمایش تئوری ها پرداخته شده است و به توسعه مرزهای بی نهایت علمی کمک می کند. نتایج مربوط به تحلیل ضربه سرعت پایین پوسته مشبک مخروط ناقص حاصل از تحلیل انجام شده در این پروژه، استخراج و با نتایج موجود در مراجع مقایسه و صحت سنجی می گردد.

کلمات کلیدی: ضربه، سرعت پایین، کامپوزیت، پوسته مخروطی

1. مقدمه :

حل تحلیلی سازه‌ها، که در این پروژه از این روش برای حل مسئله استفاده می‌شود، روشی است که بر یک یا چند اصل فیزیکی مانند قانون هوک و ... استوار است که توسط روش‌های ریاضی توسعه داده شده‌اند. این روش حل عمدتاً برای مسائل و سازه‌های با هندسه‌های ساده و بارگذاری‌ها و شرایط مرزی متقارن جواب‌های دقیقی ارائه می‌دهد که حل بسیاری از مسایل ساده در کتاب‌های منتشر شده زیادی موجود است. در روش تحلیلی اگر اندکی مسئله از لحاظ هندسه، بارگذاری یا شرایط مرزی پیچیده شود دست یافتن به جواب دقیق بسیار دشوار و حتی غیر ممکن می‌گردد. در مواردی نیز جواب‌های تقریبی برای حل تحلیلی سازه‌ها به دست می‌آید. شاید دلیل تقریبی بودن این جواب‌ها فرض‌های ساده کننده‌ای باشد که برای حل معادلات بکار رفته‌اند. عدم توانایی حل معادلات دیفرانسیلی که از حل‌های تحلیلی حاصل می‌شوند از مهمترین مشکلات انجام حل تحلیلی می‌باشد.

هدف حل مسئله ضربه در اثر برخورد ضربه زنده کروی با سرعت کم به سازه می‌باشد. که برای این امر معادلات حرکت از اصل همپلتون استخراج و سپس با استفاده از روش سری‌های توانی معادلات را برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و جواب ضربه حل خواهیم کرد. [1و2]

* Corresponding author Email: ali.galehdari@pmc.iaun.ac.ir



از متغیرهای مسئله می‌توان شعاع‌های بزرگ و کوچک مخروط، طول مخروط، تعداد ریب‌ها، ضخامت ریب‌ها و... نام برد، همچنین می‌توان از مواد با خواص مختلف و اثر آن روی جواب‌ها استفاده کرد. همچنین می‌توان با در نظر گرفتن شرایط مرزی مختلف اثر هر کدام را روی جواب‌های استخراجی بررسی کرد.

ارتعاشات آزاد مسئله، با مقاله آقای همت نژاد و رحیمی [3] و برای صحت سنجی مسئله ضربه کم سرعت کار را با مقاله آقای سیوالک [4] و مقاله آقای استرانگ و ماتمیلا [5] مقایسه خواهیم نمود.

سیلیچنکو، 2001 [6] روشی را برای آنالیز پوسته‌های شبکه‌ای مدور بر مبنای روش معادلسازی ارائه نمود. کماتش یک پوسته ایزوگرید استوانه‌ای توسط کیدانه و همکاران، 2003 [7] با استفاده از روش توسعه یافته معادلسازی بررسی گردید. در این روش معادلات بر مبنای صفحه میانی پوسته ارائه گردیدند و از روش کمینه کردن انرژی پتانسیل کل، بار کماتشی پوسته معادل محاسبه گردید. میزان درصد اثر سفتی تقویت کننده‌ها در سفتی کل سازه با استفاده از اثر نیرو و ممان تقویت کننده‌ها بر روی یک المان واحد پوسته خارجی و انتگرال‌گیری بر روی کل سازه محاسبه گردید.

بهینه‌سازی پوسته‌های مشبک توسط توتارو و گوردال، 2009 [8] بر مبنای پارامترهای موثری نظیر عرض سطح مقطع رینگ محیطی و فاصله ریب‌ها بر مبنای روش‌های عددی بر روی یک شبکه بندی شش ضلعی با ابعاد خاص انجام شد و نقاط طراحی مناسب به دست آمد.

در سال 2009 یزدانی و رحیمی [9,10] اثرات تغییر شکل شبکه و تعداد ریب‌های ماریچ را برای باربری پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده تمام کامپوزیتی به روش تجربی بررسی نمودند. بر طبق نتایج این پژوهش مشاهده گردید که در مقایسه نمونه‌هایی که مقدار چگالی تقویت کننده‌ها در آنها کم بود، پوسته تقویت نشده عملکرد بهتری نسبت به وزن از خود بروز داد. برای استفاده بهینه از پوسته‌های تقویت شده نیاز به حداقل مقداری از چگالی شبکه است و از طرف دیگر پوسته‌هایی که با شبکه‌های لوزی شکل ساخته شده بودند در بارگذاری محوری عملکرد مطلوب‌تری داشتند.

سازه‌های مشبک کامپوزیتی (بدون پوسته) از سیستم منظم ریب‌های محیطی و مورب تشکیل شده‌اند [11]. از آنجاییکه این سازه در بالاترین نقطه سیستم پرتابه قرار دارد، پایین بودن وزن آن از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است.

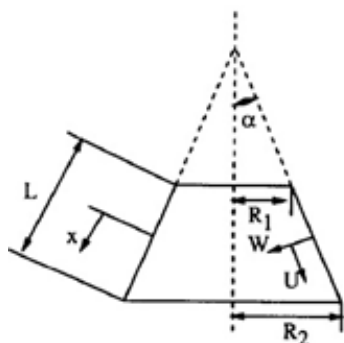
در مرجع [12] معادلات سازه‌های مشبک استوانه‌ای با استفاده از هندسه شکل بدست آمده و نتایج حاصل از ساخت بررسی شده است. در مرجع [13] طراحی به روش تحلیلی انجام و نتایج بدست آمده با نتایج تست آزمایشگاهی مقایسه شده است. ابریت [14,15] در دو مقاله جامع، مروری کامل روی دینامیک ضربه و پاسخ سازه‌های کامپوزیتی به بار ضربه‌ای و نیز نحوه بررسی شروع و رشد آسیب و کاهش استحکام باقیمانده و مودهای شکست داشته است.

در حین برخورد ضربه زنده کروی ایزوتروپیک به ورق کامپوزیتی، ضربه نقطه‌ای انجام نمی‌شود و معمولاً منطقه تماس دارای مساحت بوده و این ناحیه در حالت کلی به حالت بیضی می‌باشد [16] بسیاری از متخصصین برای راحتی در حل مسئله ضربه، بار را به صورت نقطه‌ای متمرکز در نظر می‌گیرند. مثلاً برای ساده سازی در حل معادلات ریاضی میتال* [17]، بار دینامیکی ضربه را به صورت متمرکز فرض کرد. در این حالت بدیهی است انحناها و نیز کرنش‌ها به سمت بی‌نهایت میل کرده و بسیار بزرگ می‌شوند. بنابراین لازم است نیروی برخورد را به صورت توزیع شده در محل سطح برخورد در نظر گرفت. در حالتی که ضربه زنده و هدف ایزوتروپ باشند، ناحیه برخورد دایروی خواهد بود.

* - Mittal

2. روش تحقیق:

پوسته مورد مطالعه در این پروژه از یک پوسته مخروطی مشبک تشکیل شده است. ضخامت سازه d و طول آن L می باشد. در شکل 1-2 پوسته مورد مطالعه به همراه دستگاه مختصات مربوطه نشان داده شده است. در تحلیل پوسته تغییر مکان‌ها کوچک و آنالیز در محدوده الاستیک خطی مد نظر می باشد.



شکل 1-2 هندسه و دستگاه مختصات پوسته مخروطی ناقص

$$R(x) = R_0 + x \sin a, \quad r(x) = R_q = R_0 + x \tan a, \quad (1-2)$$

$$R_0 = \frac{R_1 + R_2}{2},$$

2-2 روابط سینماتیکی و ساختاری پوسته

مولفه‌های جابجایی‌های رویه‌ها در راستاهای طولی (\mathbf{x})، محیطی (θ) و شعاعی (\mathbf{z}) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$u(x, q, z, t) = u_0(x, q, t) + z q_x$$

$$v(x, q, z, t) = v_0(x, q, t) + z q_q \quad (2-2)$$

$$w(x, q, z, t) = w_0(x, q, t)$$

که در این روابط u_0 ، v_0 و w_0 مولفه‌های تغییر مکان در صفحه میانی پوسته و q_x و q_q مولفه‌های چرخش در پوسته می باشند. همچنین روابط سینماتیکی کرنش‌ها به شکل زیر تعریف می گردد:

$$e_{xx} = e_{xx0} + z k_{xx}$$

$$e_{qq} = e_{qq0} + z k_{qq}$$

$$g_{xq} = g_{xq0} + z k_{xq} \quad (3-2)$$

$$g_{xr} = g_{xr0}$$

$$g_{qr} = g_{qr0}$$

که در این معادلات کرنش‌های صفحه میانی و روابط مربوط به انحنا در پوسته به این صورت می باشد:

$$e_{xx0} = u_{0,x}$$

$$e_{qq0} = \frac{v_{0,q} + u_0 \sin a + w_0 \cos a}{R} \quad (4-2)$$

مهندسی مکانیک و هوافضا



$$g_{xq0} = v_{0,x} + \frac{u_{0,q} - v_0 \sin a}{R}$$

$$g_{xr0} = w_{0,x} + q_x$$

$$g_{qr0} = q_q + \frac{w_{0,q} - v_0 \cos a}{R}$$

$$k_{xx} = q_{x,x}$$

$$k_{qq} = \frac{q_{q,q} + q_x \sin a}{R}$$

$$k_{xq} = q_{q,x} + \frac{q_{x,q} - q_q \sin a}{R}$$

3. استخراج معادلات حاکم بر پوسته:

معادلات حرکت و شرایط مرزی در این تئوری با استفاده از روش انرژی و اصل همیلتون استخراج می‌گردند

$$\int_{t_1}^{t_2} d(-T + U + V) dt = 0 \quad (1-3)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} (-dT + dU + dV) dt = 0$$

که در این رابطه T انرژی جنبشی، U انرژی پتانسیل و V کار نیروهای خارجی می‌باشد. تغییرات مرتبه اول انرژی جنبشی به فرم زیر می‌باشند:

$$\int_{t_1}^{t_2} dT dt = - \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V r(\bar{u} + \bar{v} + \bar{w}) dV \right\} dt \quad (2-3)$$

که در این روابط $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ مولفه‌های شتاب در راستاهای طولی، محیطی و شعاعی می‌باشند. تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل پوسته مخروطی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\int_{t_1}^{t_2} dU dt = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V (s_{xx} de_{xx} + s_{qq} de_{qq} + t_{xq} dg_{xq} + t_{xr} dg_{xr} + t_{qr} dg_{qr}) dV \right\} dt \quad (3-3)$$

که در این روابط $s_{xx}, s_{qq}, t_{xq}, t_{xr}, t_{qr}$ تنش‌های صفحه‌ای عمودی و برشی و $e_{xx}, e_{qq}, g_{xq}, g_{xr}, g_{qr}$ کرنش‌های پوسته می‌باشند.

تغییرات کار نیروهای خارجی را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\int_{t_1}^{t_2} dV dt = - \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L (q_l R du + q_q R dv + q_r R dw) dx dq \right\} dt \quad (4-3)$$

مهندسی مکانیک و هوافضا



که در این رابطه u, v, w مولفه‌های محوری، محیطی و شعاعی جابجایی و q_l, q_q, q_r بارهای محوری، محیطی و عمودی اعمالی بر پوسته می‌باشند.

برای برقراری معادله بالا باید عبارت زیر انتگرال بر حسب زمان برابر صفر باشد یعنی:

$$\begin{aligned}
 & - \iint_V r \left(\left(\frac{v_{0,q}}{R} + z \frac{q_{q,x}}{R} \right) (du_0 + z dq_x) + \left(\frac{w_{0,q}}{R} + z \frac{q_{q,q}}{R} \right) (dv_0 + z dq_q) + w \right) dx dq dz \\
 & + \iint_V \left(s_{xx} (du_{0,x} + z dq_{x,x}) + s_{qq} \left(d \frac{v_{0,q} + u_0 \sin a + w_0 \cos a}{R} + z d \frac{q_{q,q} + q_x \sin a}{R} \right) \right. \\
 & \left. + t_{xq} \left(d(v_{0,x} + \frac{u_{0,q} - v_0 \sin a}{R}) + z dq_{x,x} \right) + t_{xr} d(w_x + q_x) + t_{qr} d \left(q_q + \frac{w_{0,q} - v_0 \cos a}{R} \right) \right) dx dq dz \\
 & + \int_0^L \int_0^q (q_l R (du_0 + z dq_x) + q_q R (dv_0 + z dq_q) + q_r R d w) dx dq = 0
 \end{aligned}$$

به این ترتیب معادلات حاکم بر حسب مقادیر نامعلوم مساله شامل جابجایی‌های طولی، محیطی و شعاعی ارائه می‌گردند. به منظور ساده سازی روابط، معادلات فوق را می‌توان در قالب ماتریسی به شکل زیر نمایش داد:

$$[M]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{Q\} \quad (5-3)$$

که در این رابطه Q بردار نیرو و X بردار مقادیر نامعلوم مساله می‌باشد:

$$X^T = \{u_0 \quad v_0 \quad w \quad q_x \quad q_q\} \quad (6-3)$$

4. مدل‌سازی ضربه در پوسته مخروط ناقص مشبک کامپوزیتی:

رخداد ضربه شامل حرکت ضربه زننده، حرکت هدف و نیز تغییر شکل در محل برخورد دو جسم می‌باشد. به عبارت دیگر منظور از مطالعه دینامیک ضربه، بررسی حرکت ضربه زننده و هدف و تعامل بین آنها در برخورد می‌باشد. در سازه‌های کامپوزیتی و ساندویچی، با توجه به اینکه در جهت ضخامت، الیاف وجود ندارند لذا معمولاً این سازه‌ها استحکام و سفتی کمتری در این جهت داشته و در نتیجه نسبت به ضربات خارج از صفحه آسیب پذیر می‌باشند و ممکن است در خلال پدیده ضربه متحمل صدمات جدی گردند. از این دیدگاه مسایل ضربه را میتوان به سه دسته تقسیم نمود:

1- بررسی اثر دینامیکی ضربه روی سازه، پیش بینی تابع توزیع نیرو برخورد بر حسب زمان تماس و مطالعه اثر پارامترهای مختلف بر پاسخ دینامیکی سازه تحت ضربه تا آستانه تسلیم

2- بررسی چگونگی گسترش آسیب حاصل از ضربه و مودهای مختلف آن

3- اثر آسیب‌های ایجاد شده روی استحکام باقی مانده و خواص مکانیکی مواد

در این تحقیق موضوع بحث در گروه اول قرار می‌گیرد و به همین منظور از یک مدل کامل در شبیه سازی رفتار دینامیکی پوسته مشبک استفاده می‌گردد. در این مدل‌ها پس از انتخاب یک تئوری مناسب از میان تئوری‌های ورق - پوسته موجود، جابجایی محلی در راستای ضخامت، که در این تئوری‌ها صرف نظر می‌شود، با استفاده از قانون برخورد اعمال می‌گردد.

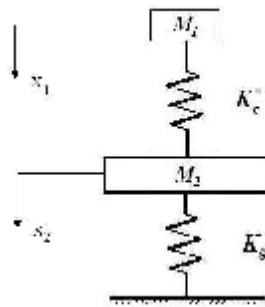
مهندسی مکانیک و هوافضا



مدل کامل، معمولا جامع تر از سایر مدل‌ها می‌باشد ولی بدیهی است با توجه به نوع تئوری ورق - پوسته انتخابی شامل ساده سازی‌هایی خواهد بود.

1-4. پاسخ دینامیکی پوسته مخروطی مشبک تحت ضربه با سرعت پایین:

برای محاسبه نیروی برخورد و خیز سازه در نقطه برخورد، مدل‌های تحلیلی جرم و فنر تخمین‌های قابل قبولی ارائه می‌دهند. در این مدل‌ها از المان‌های جرم، فنر و در صورت لزوم دمپر استفاده می‌شود. در این پایان‌نامه برای شبیه سازی پدیده برخورد از دو نوع مدل استفاده شده است. مدل اول، یک مدل دو درجه آزادی است که در آن از المان‌های معادل جرم ضربه زننده و پوسته و نیز فنرهای معادل سفتی تماس و سفتی سازه استفاده شده است. در مدل دوم از المان‌های دمپر و فنر برای شبیه سازی به ترتیب استهلاک و سفتی سازه بهره گرفته شده است. در شکل (1-1-4) مدل اول جرم - فنر نشان داده شده است، در این شکل M_1 و M_2 جرم ضربه زننده و هدف، K_c^* سفتی تماس خطی شده و K_g سفتی کلی (global) پوسته می‌باشند.

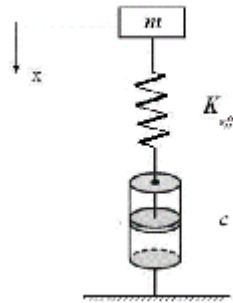


شکل 1-1-4 مدل جرم - فنر با دو درجه آزادی

نیروی برخورد یک نیروی داخلی در سیستم فوق بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید [18]:

$$F_c^*(t) = K_c^*(x_1 - x_2) \quad (1-1-4)$$

مدل دوم مورد استفاده در این تحقیق معرفی می‌گردد. در شکل (2-1-4) مدل جرم - فنر - دمپر نشان داده شده است که در آن یک فنر غیر خطی به شکل سری به یک المان دمپر متصل شده است (مدل ماکسول). در این شکل m جرم ضربه زننده، c ضریب استهلاک سازه و K_{eff} سفتی معادل پوسته می‌باشند.



شکل 4-1-2- مدل جرم - فنر - دمپر

معادلات حرکت مربوط به سیستم فوق به صورت زیر خواهد بود [18]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + F(t) = 0 \quad (2-1-4)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F(t)}{c} + \frac{\left(\frac{F(t)}{K_{eff}}\right)^{1/n} \frac{dF}{dt}}{nF(t)} \quad (3-1-4)$$

5. صحت سنجی و نتایج:

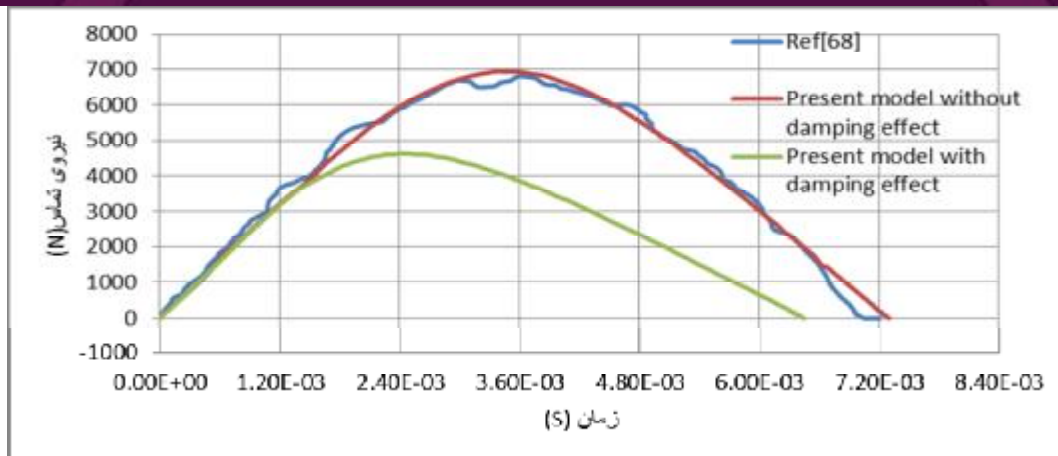
در این مثال پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بررسی می‌گردد. لایه چینی به صورت $(0/90/0/90/0)_s$ بوده و خواص مربوط به پوسته به صورت زیر می‌باشد [20]:

$$E_1 = 120 \text{ GPa}, E_2 = 7.9 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = 5.5 \text{ GPa},$$

$$n_{12} = 0.33, r = 1580 \text{ kg/m}^3, h = 1.52 \text{ cm}, R = 4.91 \text{ cm}$$

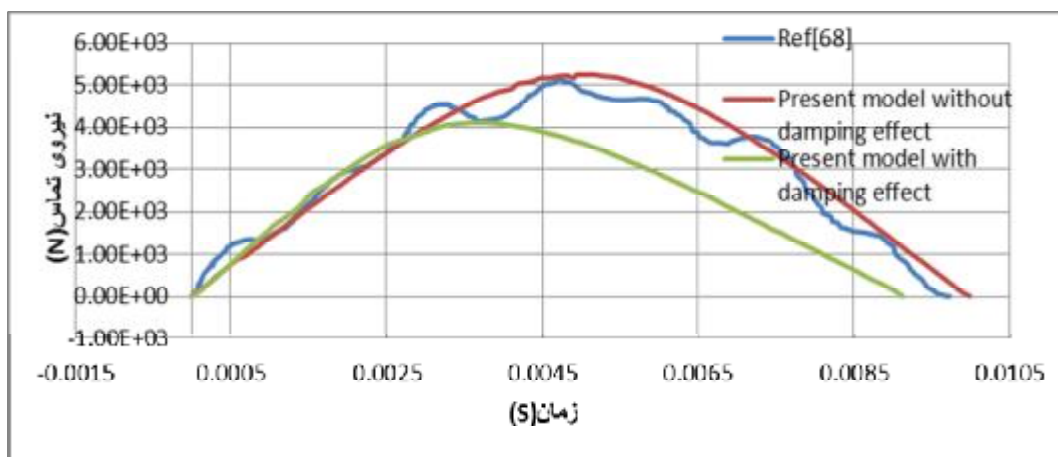
نتایج حاصل از مرجع [20] با نتایج حاصل از حل تحلیلی انجام شده در این تحقیق در نمودارهای 1-5 و 2-5 و 3-5 مقایسه گردیده است.



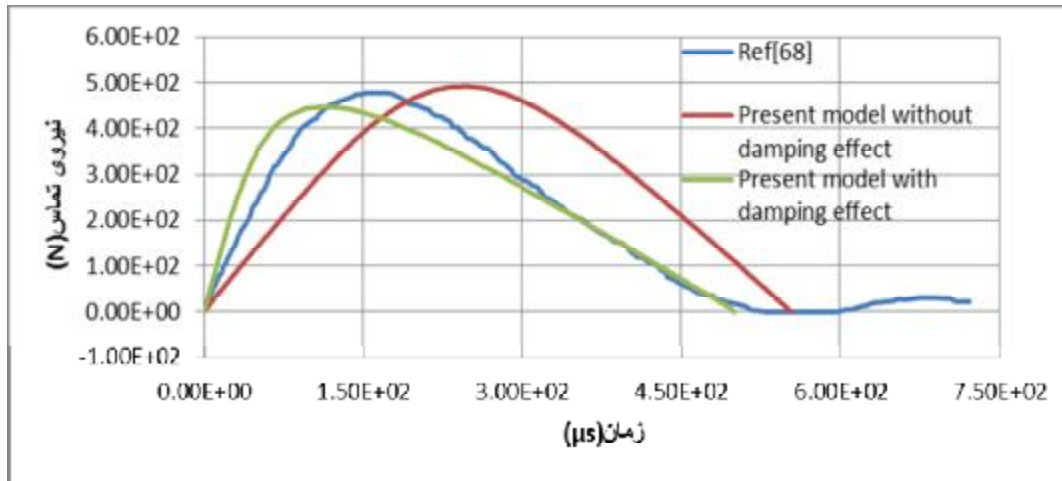
شکل (1-5) مقایسه نتایج تحلیلی حاضر (مدل با دمپر و بدون دمپر) با مرجع [20] تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان ($m_2=4.8\text{kg}$, $m_2/m_1=15$, $L=41.9\text{ cm}$, $R=4.91\text{cm}$, $h=1.52\text{cm}$)

ضربه زننده با سر نیم کره به شعاع 12/7 میلی متر و جرم‌های 4/8 کیلوگرم و 0/032 کیلوگرم با سرعت 3 متر بر ثانیه به سازه اصابت می‌کند که نمودارهای نیرو - زمان مربوط به این جرم‌ها به ترتیب در شکل‌های 1-5، 2-5 و 3-5 ارائه شده است. بررسی این نمودارها نشان دهنده انطباق خوب نتایج حاصل از مدل ضربه حاضر با نتایج مرجع [20] دارد.

مقایسه دو نمودار 1-5 و 3-5 بیانگر افزایش مقدار بیشینه نیروی تماس با افزایش جرم ضربه زننده در یک نسبت L/R می‌باشد. همچنین مقایسه دو نمودار 1-5 و 2-5 که در آن جرم و سرعت ضربه زننده برای هر دو یکسان ولی نسبت L/R متفاوت می‌باشد، نشان می‌دهد که هرچه این نسبت کوچکتر باشد مقدار بیشینه نیروی تماس بزرگتر خواهد بود.

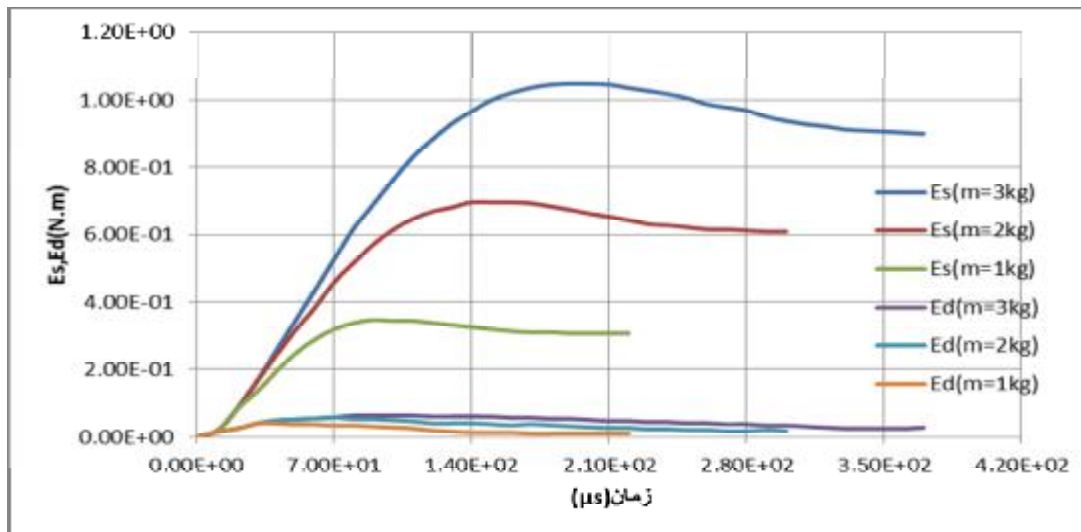


شکل (2-5) مقایسه نتایج تحلیلی حاضر (مدل با دمپر و بدون دمپر) با مرجع [20] تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان ($m_2=4.8\text{kg}$, $m_2/m_1=5.1$, $L=1.23\text{ m}$, $R=4.91\text{cm}$, $h=1.52\text{cm}$)



شکل (3-5) مقایسه نتایج تحلیلی حاضر (مدل با دمپر و بدون دمپر) با مرجع [20] تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان ($m_2=0.032\text{kg}$, $m_2/m_1=0.1$, $L=41.9\text{cm}$, $R=4.91\text{cm}$, $h=1.52\text{cm}$)

مقایسه این سه نمودار نشان‌دهنده این مطلب است که چنانچه نسبت جرم ضربه زننده به جرم سازه هدف بزرگ باشد، مدلسازی جرم-فنر جواب درست‌تری بدست می‌دهد. ولی اگر این نسبت پایین باشد مدلسازی جرم-فنر-دمپر نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهد. در شکل‌های 1-5 و 2-5 چون این نسبت بسیار بزرگ است، لذا مدل با دمپر اختلاف زیادی با مرجع دارد ولی در شکل 3-5 چون این نسبت به مراتب پایین‌تر است دیده می‌شود که مدل با دمپر نیز نتایج قابل قبولی به دست می‌دهد. چنانچه این روند ادامه پیدا کند در مقادیر پایین‌تر نسبت جرم‌ها تحلیل غالب، تحلیل با دمپر خواهد بود. در نمودار 1-5 اثرات تغییر جرم ضربه زننده، بر روی انرژی جذب شده در رویه بالا (E_s) و انرژی صرف شده برای فرورفتگی در طول ضربه (E_d) بر حسب زمان نشان داده شده است.



شکل (1-5) اثر تغییر جرم ضربه زننده بر روی E_s و E_d بر حسب زمان ($V=10\text{m/s}$, $R_1=0.25\text{m}$, $L=0.1\text{m}$, $\alpha=60^\circ$)

6. جمع بندی و نتیجه گیری:

با توجه به کاربردهای گسترده و روز افزون سازه‌های مشبک، در این پژوهش تحلیل دینامیکی پوسته مخروط ناقص مشبک کامپوزیتی استفاده شده است. در ادامه تئوری استفاده شده در مطالعه ارتعاشات آزاد به کار گرفته شده و نهایتاً پاسخ پوسته مشبک تحت ضربه سرعت پایین مورد تحلیل قرار گرفته است. بررسی نمودارهای 1-5 ما را به این نتیجه می‌رساند که در حالت کلی با کاهش جرم و در رویه و انرژی صرف شده برای فرورفتگی در طول ضربه کاهش می‌یابد.

در ارتباط با مساله ضربه، در بررسی پارامترهای مربوط به ضربه زنده ملاحظه می‌گردد که متناسب با افزایش نسبت جرم ضربه زنده به جرم سازه هدف، مدلسازی جرم- فنر جواب درست‌تر و دقیق‌تری نسبت به مدلسازی جرم- فنر- دمپر ارائه می‌دهد. در حالت کلی با کاهش جرم ضربه زنده انرژی جذب شده در رویه و انرژی صرف شده برای فرورفتگی در طول ضربه کاهش می‌یابد. این انرژی‌ها در حالت کلی با گذشت زمان ابتدا افزایش می‌یابند تا به یک مقدار بیشینه می‌رسند، سپس کمی کاهش یافته و در نهایت مقداری ثابت به خود می‌گیرند.

7. مراجع:

1. T. Kant, K. Swaminathan. 2001. "Analytical solution for free vibrations for laminated composite and sandwich plates based on a higher-order refined theory". *Composite Structures*, 53:73-85.
2. L. Tong. 1994. "Free vibration of laminated conical shells including transverse shear deformation". *J. Solid Structures* 31(4):443-456
3. M. Hemmatnezhad • G. H. Rahimi • R. Ansari. 2014. "On the free vibrations of grid-stiffened composite cylindrical shells". *Springer-Verlag Wien, Acta Mech* 225, 609-623.
4. Omer Civalek, "Numerical analysis of free vibration of laminated composite conical and cylindrical shells: Discrete singular convolution (DSC) approach", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 205:251-271, 2007.
5. S. A. Matemilola, W. J. Stronge, "Impact Response Of Composite Cylinders", *Int. J. Solids Structures* Vol. 34, No. 21, pp. 2669-2684, 1997.
6. D. Slinchenko, V. E. Verijenko. 2000. "Structural analysis of Composite lattice shell of revolution on the basis of smearing stiffness". *Composite Structures*, vol. 54, pp 341-348.
7. Samuel Kidane, Guoqiang Li, Jack Helms, Su-Seng Pang, Eyassu Woldesenbet. 2003. "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders". *Composite: Part B* 34, 1-9.
8. G. Totaro, Z. Gurda. 2009. "Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications". *Aerospace Science and Technology*, 13, 157-164.
9. Mojtaba Yazdany, Gholam Hossein Rahimi, Akbar Afaghi Khatibi and Saeed Hamzeh. 2009. "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shell under axial loading". *Science Research and Essays*, Vol. 4(9), pp. 914-920.

10. Mojtaba yazdany, Gholam Hossein Rahimi. 2009. “The effect of helical ribs Number and Grid Type on the Buckling of thin-walled GFRP stiffened shell under axial loading”. Journal of reinforced plastics and composite.
11. Vasiliev V. 2007. Advanced Mechanics of Composite Materials. Second Edition, Elsevier Pu.
12. V. Vasiliev, V. Barynin, A. Rasin. 2001. Anisogrid lattice structures – survey of development and application. Composite Structures 54, 361– 370.
13. Razin A.F. and Vasiliev, V. 2004. Development of Composite Anisogrid Spacecraft Attach Fitting. Proceedings of the 11.th European Conference on Composite Materials, Rhodos, Greece, CD-ROM, 9p.
14. S. Abrate, “Impact on composite structures”, Cambridge Univ. press, U.K., 1998.
15. S. Abrate, “Modeling of Impacts on Composite Structures”, Composite Structures, 51:129-138, 2001.
16. M.R. Khalili, “Analysis of the Dynamic Response of Large Orthotropic Elastic Plates to Transverse Impact and Its Application to Fiber Reinforced Plates”, Ph.D. Thesis, Indian Institute of Technology, Delhi, May 1992
17. R.K. Mittal, “A Simplified Analysis of the Effect of Transverse Shear on the Response of Elastic Plates to Impact Loading”, International Journal of Solids and Structures, 23:1191-1203, 1987.
18. G. Totaro, Z. Gurda. 2009. “Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications”. Aerospace Science and Technology, 13, 157-164.
19. M. Hemmatnezhad · G. H. Rahimi · R. Ansari. 2014. “On the free vibrations of grid-stiffened composite cylindrical shells”. Springer-Verlag Wien, Acta Mech 225, 609–623
20. Omer Civalek, “Numerical analysis of free vibration of laminated composite conical and cylindrical shells: Discrete singular convolution (DSC) approach”, Journal of Computational and Applied Mathematics, 205:251-271, 2007.