مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3، ص‌ص 173-180

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

محور آنی دوران مفصل‌های خمشی و تحلیل سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد با استفاده از تئوری پیچواره

احسان روحانی اصفهانی[1]، محمد جواد ناطق[2*]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 143-14115، nategh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 18 آبان 1393

پذیرش: 02 دی 1393

ارائه در سایت: 11 بهمن 1393

کلید واژگان:

میکروهگزاپاد

مفصل خمشی

محور آنی دوران

سینماتیک سرعت

چکیده

در این مقاله، ربات میکروهگزاپاد برای به‌کارگیری به‌عنوان میکرومانیپولیتور معرفی می‌شود. ابتدا به بررسی مکانیزم موازی هگزاپاد و تغییراتی که نیاز است در آن جهت افزایش دقت موقعیت‌دهی و حذف عواملی نظیر لقی و اصطکاک در مفصل‌ها ایجاد شود، پرداخته می‌شود. برای این منظور پس از مقیاس نمودن هگزاپاد، مفصل‌های کروی و یونیورسال با مفصل‌های خمشی نوع میله‌ای در مکانیزم میکروهگزاپاد جایگزین می‌شود. سپس به بررسی درجات آزادی مفصل‌های خمشی میله‌ای پرداخته شده وپس از آن محور آنی دوران مفصل‌های خمشی به ازاء هر پیچه‌ی محدود سکوی متحرک به‌دست می‌آید و نشان داده می‌شود که زنجیره‌ی سینماتیک هر پایه میکروهگزاپاد را می‌توان به‌صورت دو مفصل کروی و یک محرک خطی در نظر گرفت؛ البته با این تفاوت نسبت به هگزاپاد که محل محور آنی دوران مفصل‌های خمشی آن با تغییر پیچه‌ی محدود سکوی متحرک مرتباً تغییر می‌کند. سپس روابط حاکم بر سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد، با استفاده از تئوری پیچواره استخراج شد. به‌علاوه توسط روابط تحلیلی برای حرکت خطی سکوی متحرک با سرعت ثابت و نیز شتاب ثابت و همچنین حرکت با سرعت ثابت بر مسیر دایره‌ای، سرعت محرک‌ها محاسبه شد. نتایج به‌دست آمده به‌وسیله‌ی تحلیل المان محدود مورد صحت‌سنجی قرار گرفت و نشان داد که تطابق بسیار خوبی بین آنها برقرار می‌باشد.

Instantaneous Center of Rotation of Flexure Joints and Velocity Kinematic Analysis of Microhexapod Using Screw Theory

Ehsan Rouhani Esfahani, Mohammad Javad Nategh*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, nategh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 November 2014
Accepted 24 December 2014
Available Online 31 January 2015

Keywords:
Microhexapod
Flexure Joint
Instantaneous Center of Rotation
Velocity Kinematics

ABSTRACT

In this article microhexapod robot is introduced as a micromanipulator. First, hexapod, which is a parallel mechanism is investigated,as well as modifications that are needed for the improvement of positioning accuracy and eliminating factors such as clearance and friction in the conventional joints. Doing this, spherical and universal joints are replaced with flexural beam type joints after scaling down the hexapod. Then the degrees of freedom of flexure joints are achieved and, after that, the instantaneous center of rotation of flexure joints is derived for every finite twist of moving platform and it is shown that the kinematic chain of each pod of microhexapod consists of two spherical joints and a prismatic actuator; but it differs from hexapod in such a way that the location of the instantaneous center changes with the change of the finite twist of moving platform. Thereafter the velocity kinematics of microhexapod is solved using screw theory. In addition, using the analytical formula, the velocity of actuators was calculated for some case studies; linear motion of moving platform with constant velocity, constant acceleration and also movement with constant velocity in a circular path. The results are verified with the finite element analysis and show good agreement.

1- مقدمه

تقاضای بسیاری برای جابجایی اشیاء در اندازه‌ی میکرون وجود دارد، برای مثال در مونتاژ میکروماشین‌ها [1]، جابجایی سلول‌ها، میکروجراحی [2] و میکروماشینکاری [3] می‌توان از میکرومانیپولیتورها استفاده نمود. همچنین در موارد بسیاری به دلیل محدودیت فضا، دقت مورد نیاز یا محیط (برای مثال محیط‌های سمی) باید دخالت مستقیم انسان حذف شود، در این موارد استفاده از ربات‌ها ضروری به نظر می‌رسد.

یکی از ربات‌هایی که بسیار مورد توجه محققان می‌باشد ربات هگزاپاد است. هگزاپاد از دو سکوی متحرک و ثابت تشکیل می‌شود که توسط شش پایه به یکدیگر متصل می‌گردند. یکی از مزایای این مکانیزم داشتن شش درجه آزادی است. استفاده از شش درجه آزادی هگزاپاد جهت انجام عملیات میکرومانیپولیشن از این جهت اهمیت دارد که از درجات آزادی دورانی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

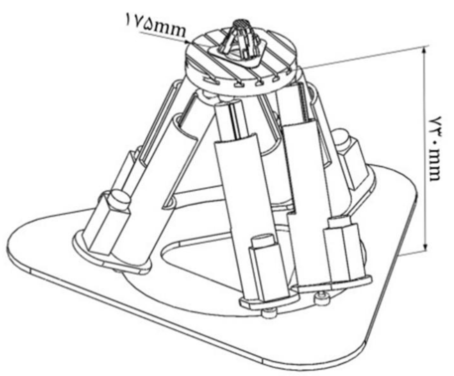
E. Rouhani Esfahani, M.J. Nategh, Instantaneous Center of Rotation of Flexure Joints and Velocity Kinematic Analysis of Microhexapod Using Screw Theory, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 3, pp. 173-180, 2015 (In Persian)

می‌توان برای افزایش سرعت حرکت خطی عملگر نهایی استفاده نمود چراکه با اتصال میله‌ای به سکوی متحرک، با اعمال تغییرمکان زاویه‌ای کوچک سکوی متحرک انتهای میله حرکت خطی زیادی و با سرعت بالایی انجام می‌دهد. لازم به ذکر است که فضای کاری مورد نیاز برای میکرومانیپولیشن بسیار کوچکتر از فضای کاری برای انجام عملیاتی نظیر ماشینکاری در فضای ماکرو می‌باشد، از طرف دیگر محرک‌های خطی با قدرت تفکیک در حدود چند صد نانومتر در ابعاد کوچکی وجود دارند، بنابراین لازم است که ربات هگزاپاد (که با نام ماکروهگزاپاد از آن یاد می‌شود) کوچک شود، در شکل 1 ربات ماکروهگزاپاد و مقیاس کوچکتر آن (میکروهگزاپاد) نشان داده شده است. همچنین نمای نزدیکتر شکل 1 در شکل 2 نشان داده شده است.

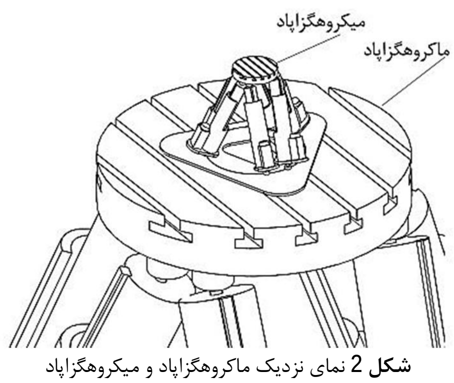
مقیاس نمودن ربات موازی ماکروهگزاپاد منجر به استفاده از مفصل‌های بسیار کوچک (قطر در حدود 3/6 میلی‌متر) می‌شود، نمونه‌های مفصل‌های کروی موجود ابعاد بسیار بزرگتری نسبت به اندازه مطلوب دارند، به علاوه اگر این مفصل‌ها مجهز به سیستم ضد لقی نیز باشند بزرگتر می‌گردند.

از سوی دیگر پیکربندی هفت هشتی پایه‌ها پایدارترین حالت برای مکانیزم می‌باشد[4]، بزرگ شدن مفصل‌های کروی بر پیکربندی میکروهگزاپاد اثر می‌گذارد و آن را از پیکربندی هفت هشتی دور می‌کند، بنابراین لازم است مفصل‌های کروی با مفصل‌های دیگری جایگزین شوند که علاوه بر کوچک بودن، لقی نیز نداشته باشند.

حذف عوامل ایجاد خطا در میکرومانیپولیتورها جهت دستیابی به دقت بالای مورد نیاز، همواره یکی از چالشهای پژوهشگران می‌باشد.



شکل 1 ماکروهگزاپاد و میکروهگزاپاد



شکل 2 نمای نزدیک ماکروهگزاپاد و میکروهگزاپاد

الف) لولایی[9]   ب) یونیورسال[10]   ج) کروی [9]

شکل 3 مفصل‌های خمشی یک، دو و سه درجه آزادی

لقی موجود در سیستمهای مرسوم یکی از مهمترین عوامل خطا می‌باشد، یک روش که در ساخت به منظور حذف لقی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد اعمال پیش‌بار به اجزاء می‌باشد، به کارگیری یک چنین نیرویی، اصطکاک را افزایش می‌دهد و سبب می‌شود اجزاء سریعتر سائیده شوند و اگرچه یک مشکل را حل می‌کند، مشکل دیگری را اضافه می‌نماید [5]. به منظور حل این مشکل بسیاری از پژوهشگران از مفصل‌های خمشی با هدف افزایش دقت استفاده نموده‌اند، برای نمونه مین و همکاران [6] و منگ و همکاران [7] از مفصل‌های خمشی برای ساخت موقعیت‌دهنده‌ی با دقت نانو با دو درجه آزادی استفاده کردند، همچنین جیو و همکاران [8] از مفصل‌های خمشی جهت ساخت نانوموقعیت‌دهنده‌ی پنج درجه آزادی استفاده نمودند، این مفصل‌ها محدودیت‌های مفصل‌های معمولی از قبیل سایش، لقی و اصطکاک را ندارند و نیز می‌توان آنها را در ابعاد کوچکی ساخت، مفصل‌های خمشی از خاصیت الاستیک ماده برای ایجاد زاویه استفاده می‌کنند.

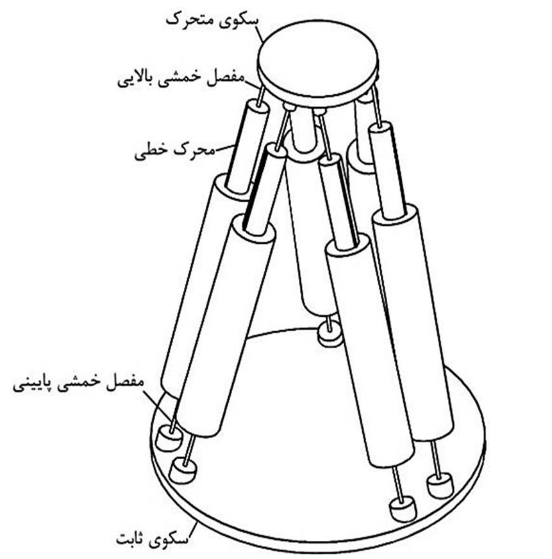
این مفصل‌ها از یک قطعهٔ مستطیلی تشکیل شده‌اند که قسمتی از آن جدا شده است و با توجه به انعطاف بیشتر حول یک، دو یا سه محور حساس می‌توان آنها را به ترتیب جایگزین مفصل‌های لولایی، یونیورسال و کروی نمود، در شکل 3 این مفصل‌ها نشان داده شده است.

از سوی دیگر از آنجا که در مکانیزم‌های موازی بر خلاف مکانیزم‌های سری، خطاها لزوماً جمع‌شونده نیستند، می‌توان با به کارگیری مفصل‌های خمشی در مکانیزم‌های موازی به افزایش بیشتر دقت کمک نمود که در ادامه نمونه‌هایی از این مکانیزم‌ها مرور می‌شود؛ تانیکاوا و همکاران [11] سیستم مانیپولیشن موازی 3RPPR را جهت مونتاژ میکروماشینها و همچنین استفاده برای میکروجراحی پیشنهاد نمودند. لیو و همکاران [12] میکرومانیپولیتور دو انگشتی را که از دو مکانیزم موازی 3RPS تشکیل شده است را معرفی نمودند، در نامگذاری‌های آمده R، P و S به ترتیب معرف مفصل‌های خمشی لولا، خطی و کروی می‌باشند، بلترامی [3] یک ماشین ابزار سه درجه آزادی به نام دلتا را جهت میکرو/ نانوماشینکاری تخلیه الکتریکی پیشنهاد نمود، در مفصل‌های خمشی ذکر شده محور دوران تقریباً ثابت می‌باشد و در محلی از مفصل خمشی که کمترین سفتی را دارد در نظر گرفته می‌شود.

این مفصل‌های خمشی مرسوم دامنه‌ی حرکتی بسیار کمی دارندو سبب محدودیت بسیاری در فضای کاری میکرومانیپولیتور می‌شوند، برای رفع این محدودیت نال [13] مفصل خمشی‌ای را معرفی نمود که می‌تواند جایگزین مفصل خمشی کروی شود و دامنه‌ی حرکتی بسیار بزرگتری نسبت به مفصل خمشی کروی مرسوم دارد، این مفصل به شکل یک تیر ساده با مقطع دایروی می‌باشد.

لازم به ذکر است که در طراحی اولیه ماکروهگزاپاد زنجیره سینماتیکی هر پایه شامل مفصل کروی، محرک خطی و مفصل کروی می‌شد لیکن از آنجا که استفاده از دو مفصل کروی سبب ایجاد درجه آزادی چرخش هر پایه حول محور خود می‌شد در طراحی بعدی از مفصل یونیوسال به جای مفصل کروی پایینی استفاده شد [14]، اگر چه هر دو آنها نهایتاً سبب ایجاد شش درجه آزادی برای سکوی متحرک می‌شدند، در این مقاله نویسندگان از مفصل‌های خمشی طرح نال در مکانیزم هگزاپاد به جای مفصل‌های کروی و یونیورسال استفاده کردند، این مکانیزم که میکروهگزاپاد نامیده می‌شود در شکل 4 نشان داده شده است.

همانطور که در شکل 4 نشان داده شده است، میکروهگزاپاد از یک سکوی ثابت، یک سکوی متحرک و شش پایه تشکیل شده است، هر پایه شامل مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی و یک محرک خطی می‌باشد.



شکل 4 اجزاء مکانیزم میکروهگزاپاد

با تغییر طول محرک‌های خطی ایجاد شش درجه آزادی برای سکوی متحرک میسر می‌گردد.به کارگیری مفصل‌های خمشی طرح نال سبب می‌شود که محور دوران ثابت نباشد و با تغییر پیچه‌ی محدود مفصل‌های خمشی تغییر کند. تئو و همکاران [15] این تغییرمکان نامطلوب را در حالت دو بعدی با توجه به نیروهای وارده و زاویه‌ی دوران مفصل خمشی محاسبه نمودند.

شی و همکاران [16] به تحلیل سینماتیک جابجایی موقعیت‌دهنده‌ی هگزاپاد بر پایه‌ی مفصل‌های خمشی با زنجیره سینماتیکی PPSS پرداختند و سپس روندی را جهت کالیبراسیون آن پیشنهاد و اجرا کردند. همچنین شی و سو [17] فضای‌کاری این موقعیت دهنده را بدست آوردند. آنها در مدلسازی با توجه به طول کم مفصل‌های خمشی (4 میلیمتر) فرض نمودند که محور چرخش مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی به ترتیب در نقطهٔ اتصال آنها به سکوی متحرک و ثابت اتفاق می‌افتد و از اثر تغییرمکان محور چرخش صرفنظر کردند.

مفصل‌های خمشی محدودیت حرکتی بیشتری نسبت به مفصل‌های عادی دارند چراکه حد تغییرشکل آنها کرنش الاستیک مفصل می‌باشد. یکی از راههای افزایش کرنش الاستیک استفاده از موادی برای مفصل‌های خمشی است که نسبت تنش تسلیم به مدول الاستیسیته بالایی داشته باشند، از این منظر آلیاژ Ti6Al4V بسیار مناسب می‌باشد [5]. راه دیگر برای افزایش فضای‌کاری میکروهگزاپاد طول مفصل‌های خمشی می‌باشد که با افزایش آن کرنش الاستیک مفصل خمشی افزایش می‌یابد.در میکروهگزاپاد طول مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی به ترتیب 10 و 12 میلیمتر در نظر گرفته شد، در این حالت محور دوران مفصل‌های خمشی را نمی‌توان ثابت فرض نمود، چراکه فرض ثابت بودن محور دوران سبب خطا در معادلات سینماتیک می‌شود.

در این مقاله ابتدا به بررسی درجات آزادی مفصل‌های خمشی طرح نال پرداخته می‌شود و سپس یک روش کلی برای محاسبه‌ی محور آنی دوران مفصل‌های خمشی در فضای سه‌بعدی ارائه می‌گردد، سپس با توجه به نتایج بدست آمده به بررسی سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد با زنجیره‌ی سینماتیکی SPS پرداخته می‌شود و روابط بدست آمده توسط شبیه‌سازی المان محدود مورد صحت‌سنجی قرار می‌گیرد.

2- محور آنی دوران مفصل‌های خمشی

به منظور نشان دادن تفاوت میکروهگزاپاد و ماکروهگزاپاد محور آنی دوران مفصل‌های خمشی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و برای بدست آوردن محور آنی دوران از تئوری پیچواره[1] استفاده می‌شود. در تئوری پیچواره، پیچه‌ی محدود[2] توسط بردار 6×1 به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود.

$$\xi = [\delta\theta \quad \delta\chi]^{\mathrm{T}} = [\mathbb{L} \quad \mathbb{M} \quad \mathbb{N} \quad \mathbb{P}^* \quad \mathbb{Q}^* \quad \mathbb{R}^*]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

در رابطه‌ی (1)، $\delta\theta$ بردار 3×1 و بیانگر جابجایی زاویه‌ای و $\delta\chi$ بردار 3×1 و بیانگر جابجایی خطی می‌باشد.بالانویس T بیانگر ترانهاده می‌باشد. همچنین $\mathbb{L}$، $\mathbb{M}$ و $\mathbb{N}$ مولفه‌های بردار جابجایی زاویه‌ای و $\mathbb{P}^*$، $\mathbb{Q}^*$ و $\mathbb{R}^*$ مولفه‌های بردار جابجایی خطی می‌باشد، ارتباط بین جابجایی زاویه‌ای و خطی توسط پارامتر $\hbar$ که گام پیچواره نامیده می‌شود به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$\hbar = \frac{\mathbb{L}\mathbb{P}^* + \mathbb{M}\mathbb{Q}^* + \mathbb{N}\mathbb{R}^*}{\mathbb{L}^2 + \mathbb{M}^2 + \mathbb{N}^2} \tag{2}$$

2-1- درجات آزادی مفصل‌های خمشی

فرض می‌شود که پیچه‌ی محدود مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی هر کدام به یک سیستم سه تایی تعلق دارند و بنابراین هر پیچه‌ی محدود در این سیستم را می‌توان از ترکیب خطی پیچه‌های محدود اصلی بدست آورد (رابطه(3)).

$$\xi = \lambda_1\xi_1 + \lambda_2\xi_2 + \lambda_3\xi_3 \tag{3}$$

در رابطهٔ (3)، ξ پیچه‌ی محدود مفصل خمشی، λ_1، λ_2 و λ_3 ضرائب معادلهٔ خطی و ξ_1، ξ_2 و ξ_3 پیچه‌های محدود اصلی سیستم سه‌تایی می‌باشند و به صورت رابطه (4) تعریف می‌شوند[18]:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= (1,0,0;\hbar_\alpha,0,0) \\ \xi_2 &= (0,1,0;0,\hbar_\beta,0) \\ \xi_3 &= (1,0,0;0,0,\hbar_\gamma) \end{aligned} \tag{4}$$

در حقیقت با حل رابطه‌ی (3) و به ازاء هر پیچه‌ی محدود مفصل خمشی می‌توان مجهولات λ_1، λ_2، λ_3 و $\hbar_\alpha$، $\hbar_\beta$ و $\hbar_\gamma$ را بدست آورد که تاییدی بر تعلق پیچه‌ی محدود مفصل‌های خمشی به یک سیستم سه تایی می‌باشد، در نتیجه یک سیستم سه‌تایی دیگر وجود دارد که به این سیستم موجود عمود می‌باشد و بر آن آچار[3] (بردار حاوی نیرو و گشتاور) وارد می‌کند، بنابراین درجات آزادی مفصل‌های خمشی 3 است، بنابراین می‌توان بیان نمود که زنجیره‌ی سینماتیکی میکروهگزاپاد SPS می‌باشد.

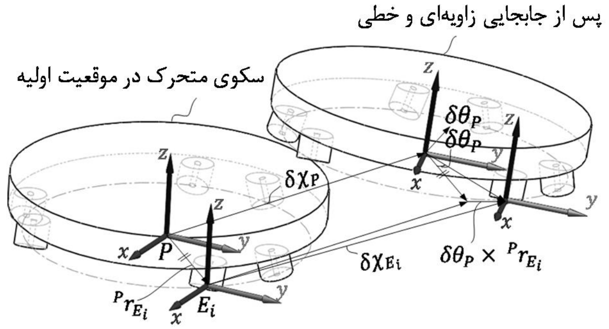
2-2- ماتریس انتقال پیچه‌ی محدود

حال سوالی که مطرح می‌شود اینست که محل قرار گیری محور دوران هر مفصل خمشی کجاست و چگونه می‌توان در این سیستم سه‌تایی به پیچی با گام صفر (که در واقع بیان کننده دوران خالص (محور دوران) باشد) دست یافت. این کار به منظور مقایسه زنجیرهٔ سینماتیکی میکروهگزاپاد با ماکروهگزاپاد انجام می‌گیرد چراکه در میکروهگزاپاد مفصل‌های خمشی جایگزین مفصل‌های کروی و یونیورسال شده‌اند، پیچواره با گام صفر در حقیقت بیان کنندهٔ خط در مختصات پلوکر می‌باشد.

برای این کار از ماتریس انتقال پیچه‌ی محدود استفاده می‌شود، برای بدست آوردن ماتریس انتقال پیچه‌محدود از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر، شکل 5 را در نظر بگیرید.

فرض کنید پیچه‌ی محدود دستگاه مختصات متصل به مرکز سکوی متحرک(P) معلوم است و هدف یافتن پیچه‌ی محدود دستگاه مختصات قرار گرفته در نقطه‌ی دلخواه E_i که به موازات دستگاه مختصات P هست می‌باشد.

1- Screw Theory
2- Finite Twiest
3- Wrench



شکل 5 پیچه‌ی محدود سکوی متحرک

در این حالت با توجه به شکل 5 و با فرض جابجایی زاویه‌ای کوچک و صلب بودن سکوی متحرک می‌توان جابجایی زاویه‌ای ($\delta\theta_{E_i}$) و خطی ($\delta\chi_{E_i}$) پیچه‌ی محدود دستگاه E_i را به صورت رابطه‌های (5) و (6) نوشت.

$$\delta\theta_{E_i} = \delta\theta_P \tag{5}$$

$$\delta\chi_{E_i} = \delta\chi_P + \delta\theta_P \times {}^P r_{E_i} \tag{6}$$

در رابطه‌ی (5) $\delta\theta_P$ بردار جابجایی زاویه‌ای دستگاه مختصات P می‌باشد.در رابطه‌ی (6) $\delta\chi_P$ بردار جابجایی خطی P و ${}^P r_{E_i}$ برداری است که از اتصال مبداء مختصات P به مبداء دستگاه مختصات E_i بدست می‌آید، همچنین علامت × نمایانگر حاصلضرب خارجی دو بردار می‌باشد.از آنجا که می‌توان حاصلضرب خارجی دو بردار را به صورت حاصلضرب یک ماتریس پاد متقارن در یک بردار نوشت، رابطه‌ی (6) به صورت رابطه (7) در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \mathbb{P}^*{}_{E_i} \\ \mathbb{Q}^*{}_{E_i} \\ \mathbb{R}^*{}_{E_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{P}^*{}_{P} \\ \mathbb{Q}^*{}_{P} \\ \mathbb{R}^*{}_{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & z & -y \\ -z & 0 & x \\ y & -x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{L}_P \\ \mathbb{M}_P \\ \mathbb{N}_P \end{bmatrix} \tag{7}$$

در رابطه‌ی (7)، x، y و z مولفه‌های بردار ${}^P r_{E_i}$ می‌باشد، رابطه‌های (5) و (7) را می‌توان به فرم رابطه (8) نوشت.

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{L}_{E_i} \\ \mathbb{M}_{E_i} \\ \mathbb{N}_{E_i} \\ \mathbb{P}^*{}_{E_i} \\ \mathbb{Q}^*{}_{E_i} \\ \mathbb{R}^*{}_{E_i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & & & 0_{3\times3} \\ 0 & z & -y & \\ -z & 0 & x & I_{3\times3} \\ y & -x & 0 & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{L}' \\ \mathbb{M}' \\ \mathbb{N}' \\ \mathbb{P}' \\ \mathbb{Q}' \\ \mathbb{R}' \end{Bmatrix} \tag{8}$$

در رابطه‌ی (8)، $I_{3\times3}$ ماتریس همانی و $0_{3\times3}$ماتریس صفر 3×3 می‌باشد، همچنین رابطه‌ی (8) را می‌توان به فرم مختصر رابطه (9) نوشت.

$$\xi_{E_i} = {}^{E_i}_{P}J\ \xi_P \tag{9}$$

در رابطه‌ی (9)، ξ_{E_i} پیچه‌ی محدود E_i، ξ_P پیچه‌ی محدود E_i و ${}^{E_i}_{P}J$ ماتریس انتقال پیچه‌ی محدود از دستگاه مختصات P به دستگاه مختصات E_i، که به موازات هم هستند، می‌باشد.

3-2- محاسبه‌ی محور آنی دوران

برای یافتن محور دوران، پیچه‌ی محدود با گام صفر (محور دوران) را از دستگاه مختصاتی که به موازات دستگاه مختصاتی که پیچه‌ی محدود در آن تعریف شده است و در موقعیت مجهول (x, y, z) نسبت به آن قرار گرفته است، به دستگاه اخیر (دستگاه مختصاتی که هم اکنون پیچه‌ی محدود در آن تعریف شده است) انتقال داده می‌شود. پیچه‌ی محدود با گام صفر (خط) پس از انتقال باید تبدیل به پیچواره‌ی مفصل خمشی شود که گامش $\hbar$ است. برای سادگی فرض می‌شود که پیچه‌ی محدود با گام صفر از مبداء دستگاه مختصات متناظر عبور می‌کند و در مختصات پلوکر خطی که از مبداء مختصات عبور می‌کند، به صورت $\{\mathbb{L}' \ \ \mathbb{M}' \ \ \mathbb{N}' \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0\}$ می‌باشد.

لازم به توضیح است که ماتریس انتقال رابطه‌ی (9) پس از انتقال گام پیچه محدود را تغییر نمی‌دهد، در صورتی که بخواهیم گام پیچه‌ی محدود پس از انتقال از صفر به $\hbar$ تغییرکند رابطه‌ی (8) به صورت رابطه (10) تغییر می‌کند.

$$\begin{Bmatrix} \mathbb{L} \\ \mathbb{M} \\ \mathbb{N} \\ \mathbb{P}^* \\ \mathbb{Q}^* \\ \mathbb{R}^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & I_{3\times3} & & 0_{3\times3} \\ \hbar & z & -y & \\ -z & \hbar & x & I_{3\times3} \\ y & -x & \hbar & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{L}' \\ \mathbb{M}' \\ \mathbb{N}' \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{10}$$

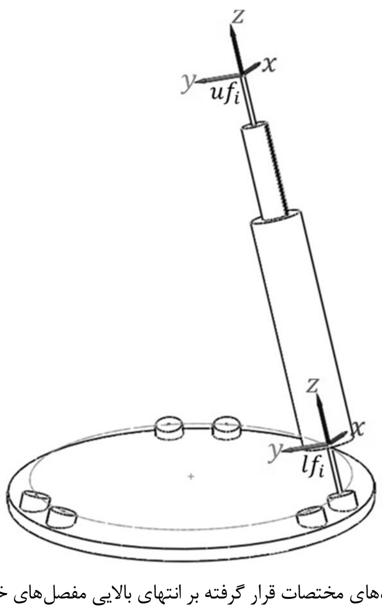
در رابطه‌ی (10) پیچه‌ی محدود مفصل خمشی با $\{\mathbb{L} \ \ \mathbb{M} \ \ \mathbb{N} \ \ \mathbb{P}^* \ \ \mathbb{Q}^* \ \ \mathbb{R}^*\}$ نشان داده شده است. این پیچه‌ی محدود از حل سینتوالاستیک جابجایی معلوم است و هدف یافتن $\mathbb{L}'$، $\mathbb{M}'$، $\mathbb{N}'$ و x، y و z می‌باشد. از رابطه‌ی (10) می‌توان به روابط (11) رسید.

$$\begin{aligned} \mathbb{L}' &= \mathbb{L} \\ \mathbb{M}' &= \mathbb{M} \\ \mathbb{N}' &= \mathbb{N} \end{aligned} \tag{11}$$

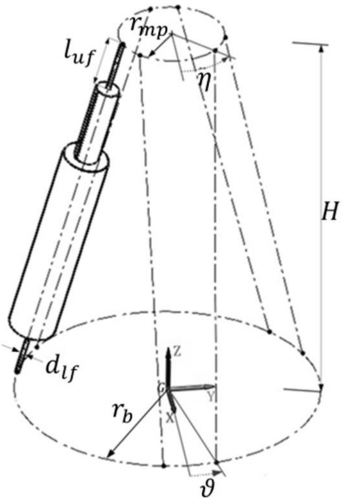
همچنین از رابطه‌ی (10) و (11) رابطه (12) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^* &= \hbar\mathbb{L} - z\mathbb{M} + y\mathbb{N} \\ \mathbb{Q}^* &= z\mathbb{L} + \hbar\mathbb{M} - x\mathbb{N} \\ \mathbb{R}^* &= -y\mathbb{L} + x\mathbb{M} + \hbar\mathbb{N} \end{aligned} \tag{12}$$

معادله‌ی (12) بیان کننده معادلهٔ خط و یا محور دوران است. این بدین معنی است که گویی مفصل خمشی برداشته شده و یک مفصل کروی روی نقطه‌ای از محور دوران قرار داده شده است. واضح است که با تغییر محل سکوی متحرک پیچه‌های محدود مفصل‌های خمشی نیز تغییر می‌کند و در نتیجه امتداد و محل محور آنی دوران نیز تغییر می‌کند. در شکل 6 دستگاه‌های مختصاتی که پیچه‌ی محدود مفصل‌های خمشی در آن تعریف می‌گردد نشان داده شده است. همچنین پارامترهای سازه میکروهگزاپاد در شکل 7 نشان داده شده است. مقادیر این پارامترها که از طریق بهینه‌سازی سازه به منظور رسیدن به بیشینه فضای کاری و بیشینه سفتی محلی بدست آمده است در جدول 1 آمده است. در جدول 1 r_{mp} شعاع سکوی متحرک، r_b شعاع سکوی ثابت، ηزاویه‌ی قرارگیری مفصل‌های خمشی بالایی بر سکوی متحرک، ϑ زاویه‌ی قرارگیری مفصل‌های خمشی پایینی بر سکوی ثابت، H ارتفاع میکروهگزاپاد، l_{lf} طول مفصل خمشی پایینی، d_{lf} قطر مفصل خمشی پایینی و l_{uf} و d_{uf} به ترتیب طول و قطر مفصل خمشی بالایی می‌باشد. واحدهای طول در جدول 1 برحسب میلیمتر و برای زاویه‌ها برحسب درجه می‌باشد.



شکل 6 دستگاه‌های مختصات قرار گرفته بر انتهای بالایی مفصل‌های خمشی پایه‌ی اول



شکل 7 پارامترهای سازه میکروهگزاپاد

جدول 1 مقادیر پارامترهای سازه میکروهگزاپاد

پارامتر	d_{uf}	l_{uf}	d_{lf}	l_{lf}	H	ϑ	η	r_b	r_{mp}
مقدار	1/7	12	1	10	180	10°	45°	55	24

جدول 2 مختصات یک نقطه روی محور آنی دوران مفصل‌های خمشی بالایی پایه‌ها در دستگاه مختصات uf برای پیچه‌ی محدود سکوی متحرک $[0\ \ 0\ \ 0\ \ 0.034\ \ 0.052\ \ 0.052]^{T*}$

مختصه	پایه‌ی اول	پایه‌ی دوم	پایه‌ی سوم	پایه‌ی چهارم	پایه‌ی پنجم	پایه‌ی ششم
x	0	0	0	0	0	0
y	0	0/002	0/003	-0/08	0/02	0/003
z	-4/91	4/91	-4/93	-5	-4/92	-4/92

*[rad rad rad mm mm mm]

جدول 3 مختصات یک نقطه روی محور آنی دوران مفصل‌های خمشی پایینی پایه‌ها در دستگاه مختصات lf برای پیچه‌ی محدود سکوی متحرک $[0\ \ 0\ \ 0\ \ 0.034\ \ 0.052\ \ 0.052]^{T}$

مختصه	پایه‌ی اول	پایه‌ی دوم	پایه‌ی سوم	پایه‌ی چهارم	پایه‌ی پنجم	پایه‌ی ششم
x	0	0	0	0	0	0
y	0/002	-0/004	-0/031	-0/089	-0/041	-0/020
z	-6/15	-6/15	-6/20	-6/07	-6/13	-6/18

جدول 4 مختصات یک نقطه روی محور آنی دوران مفصل‌های خمشی بالایی پایه‌ها در دستگاه مختصات uf برای پیچه‌ی محدود سکوی متحرک $[5\ \ 5\ \ 5\ \ 0.034\ \ 0.052\ \ 0.052]^{T}$

مختصه	پایه‌ی اول	پایه‌ی دوم	پایه‌ی سوم	پایه‌ی چهارم	پایه‌ی پنجم	پایه‌ی ششم
x	0	0	0	0	0	0
y	0/379	-0/029	-0/029	0/101	0/070	0/060
z	-4/94	-4/85	-4/87	-4/84	-4/83	-4/86

جدول 5 مختصات یک نقطه روی محور آنی دوران مفصل‌های خمشی پایینی پایه‌ها در دستگاه مختصات lf برای پیچه‌ی محدود سکوی متحرک $[5\ \ 5\ \ 5\ \ 0.034\ \ 0.052\ \ 0.052]^{T}$

مختصه	پایه‌ی اول	پایه‌ی دوم	پایه‌ی سوم	پایه‌ی چهارم	پایه‌ی پنجم	پایه‌ی ششم
x	0	0	0	0	0	0
y	0/002	0/002	0/005	0/004	0/003	0/002
z	-6/08	-6/08	-6/08	-6/08	-6/08	-6/08

در جدول‌های 2 تا 5 مختصات یک نقطه روی محور آنی دوران مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی برای حالتهای مختلف پیچه‌ی محدود سکوی متحرک آورده شده است. از جدولهای 2 تا 5 مشخص است که این نقطه در نزدیکی وسط مفصل‌های خمشی قرار دارد. با توجه به مطالب بیان شده می‌توان نتیجه گرفت که در حقیقت میکروهگزاپاد همان هگزاپاد با زنجیرهٔ SPS است، لیکن محل مفصل‌های کروی و یونیورسال با توجه به مکان و جهت‌گیری سکوی متحرک دائماً در حال تغییر است.

3- تحلیل سینماتیک سرعت

یکی از تحلیل‌های بسیار مهم در رباتها تحلیل سرعت می‌باشد که از آن علاوه بر یافتن ارتباط بین سرعت محرک‌ها و عملگر نهایی می‌توان برای ارزیابی مکانیزم از نظر تکینگی، یکنواختی و چالاکی مکانیزم بهره برد.

هر پایه میکروهگزاپاد را می‌توان یک زنجیره‌ی سری در نظر گرفت. محمد و دافی [19] بیان کردند که پیچه‌ی عملگر نهایی (بردار 1×6 شامل سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی) برابر ترکیب خطی پیچه‌هایی می‌باشد که زنجیرهٔ سری را تشکیل داده‌اند. در تئوری پیچواره هر پیچه شامل شش مولفه می‌باشد. سه مولفه‌ی اول سرعت زاویه‌ای حول سه محور متعامد و سه مولفه‌ی دوم سرعت خطی در امتداد این محورها می‌باشد.

باید توجه داشت که در زنجیره‌ی سری میکروهگزاپاد اگرچه دو مفصل خمشی وجود دارند و هر مفصل خمشی سه درجه آزادی دارد، لیکن مستقل نیستند و تمامی پیچه‌ها به سیستم پنج تایی تعلق دارند. از این جهت است که در مکانیزم‌های ماکروهگزاپاد اخیر از یک مفصل دو درجه آزادی یونیورسال به جای مفصل کروی در هر زنجیره‌ی سینماتیک استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن پنج پیچه‌ی مستقل برای مفصل‌های خمشی بالایی و پایینی به همراه یک پیچه که سرعت خطی محرک خطی را بیان می‌کند برای هر پایه می‌توان رابطه (13) را نوشت.

$$\xi_P = \omega_{1lf_i}\ \hat{\xi}_{1lf_i} + \omega_{2lf_i}\ \hat{\xi}_{2lf_i} + \dot{l}_{Pr_i}\ \hat{\xi}_{pr_i} + \omega_{3uf_i}\ \hat{\xi}_{3uf_i} + \omega_{4uf_i}\ \hat{\xi}_{4uf_i} + \omega_{5uf_i}\ \hat{\xi}_{5uf_i} \tag{13}$$

در رابطه‌ی (13)، ω بیانگر اندازه سرعت زاویه‌ای، $\dot{l}$ بیانگر اندازه‌ی سرعت محرک خطی، $\hat{\xi}$ بیانگر پیچه نرمالیزه شده، اندیس P بیان‌کننده‌ی سکوی متحرک، اندیس lf_i مشخص کننده‌ی‌مفصل خمشی پایینی، pr_i مشخص کننده‌ی محرک خطی و uf_i بیانگر مفصل خمشی بالایی می‌باشد.

در تحلیل سینماتیک سرعت هدف یافتن ارتباط بین پیچه‌ی سکوی متحرک و پیچه‌ی محرک‌ها می‌باشد. بنابراین برای حذف تمامی پیچه‌ها به غیر از پیچه‌ی محرک‌ها، در معادلهٔ بالا می‌توان دو طرف معادله (13) را در پیچه‌ای که نسبت به تمامی پیچه‌ها به غیر از پیچه‌ی محرک متعامد است ضرب نمود رابطه (14).

$$\xi_{r_i}^{\mathrm{T}} * \ \xi_P = \dot{l}_{Pr_i}\ \xi_{r_i}^{\mathrm{T}} * \ \hat{\xi}_{Pr_i} \tag{14}$$

در رابطه‌ی (14)، $\xi_{r_i}^{\mathrm{T}}$ پیچه‌ای می‌باشد که به همه‌ی پیچه‌ها به غیر از پیچه‌ی محرک خطی عمود می‌باشد. بالانویس T بیانگر ترانهاده می‌باشد. به علاوه، علامت * نشان‌دهنده‌ی حاصلضرب متعامد می‌باشد و به صورت رابطه (15) بدست می‌آید[15].

$$\xi_{r_i}^{T} * \ \xi_P = \ \xi_{r_i}^{T} \times \Delta \times \ \hat{\xi}_{Pr_i} \tag{15}$$

در رابطه‌ی (15)، Δ اپراتور تبدیل‌کننده نامیده‌می‌شود و ماتریس 6×6 می‌باشد که به صورت رابطه (16) تعریف می‌شود.

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ I_3 & 0_3 \end{bmatrix} \tag{16}$$

در رابطه‌ی (16)، 0_3 ماتریس صفر و I_3 ماتریس همانی و هر دو 3×3 می‌باشند.

از رابطه‌ی (14) می‌توان سرعت تغییرطول پایه‌ها را به صورت رابطه (17) بدست آورد.

$$\dot{l}_{Pr_i} = \frac{\xi_{r_i}^{\mathrm{T}} \times \Delta}{\xi_{r_i}^{T} \times \Delta \times \ \hat{\xi}_{Pr_i}}\ \xi_P \tag{17}$$

با نوشتن معادله‌ی(17) برای شش پایه خواهیم داشت (رابطه (18)).

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_{Pr_1} \\ \dot{l}_{Pr_2} \\ \dot{l}_{Pr_3} \\ \dot{l}_{Pr_4} \\ \dot{l}_{Pr_5} \\ \dot{l}_{Pr_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\xi_{r_1}^T \times \Delta}{\xi_{r_1}^T \times \Delta \times \xi_{Pr_1}} \\ \dfrac{\xi_{r_2}^T \times \Delta}{\xi_{r_2}^T \times \Delta \times \xi_{Pr_2}} \\ \vdots \\ \dfrac{\xi_{r_6}^T \times \Delta}{\xi_{r_6}^T \times \Delta \times \xi_{Pr_6}} \end{bmatrix} \xi_P = J_a \quad \xi_P \tag{18}$$

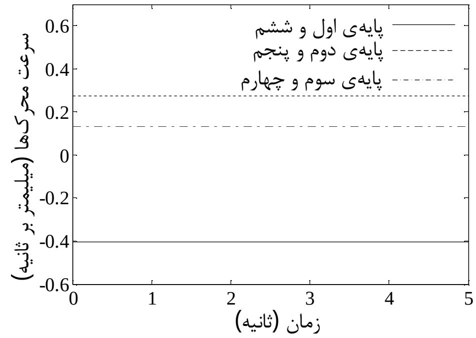
درمعادله‌ی (18) J_a، ماتریس 6×6 است که پیچه‌ی سکوی متحرک را به سرعت تغییر طول پایه‌ها مرتبط می‌سازد و ماتریس ژاکوبین نام دارد.

درتحلیل سینماتیک مستقیم سرعت تغییر طول پایه‌ها معلوم است و هدف محاسبه پیپچه‌ی سکوی متحرک می‌باشد. در این حالت در صورت وجود معکوس ماتریس ژاکوبین، پیچهٔ سکوی متحرک به‌صورت رابطه (19) به‌دست می‌آید.

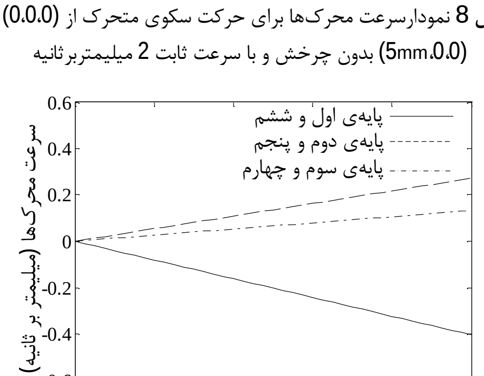
$$\xi_P = J_a^{-1} \dot{l}_{Pr_i} \tag{19}$$

به‌عنوان مثال سرعت محرک‌ها برای حرکت بدون چرخش سکوی متحرک از (0،0،0) به (5mm،0،0) و با سرعت ثابت 2 میلیمتر بر ثانیه در جهت محور x در شکل 8 نشان داده شده است. همچنین سرعت محرک‌ها برای همین جابجایی با شتاب ثابت 0/4 میلیمتر بر مجذور ثانیه در شکل 9 نشان داده شده است. در شکل 10 نمودار سرعت پایه‌ها (محرک‌ها) برای حرکت مرکز سکوی متحرک با سرعت ثابت 3π میلیمتر بر ثانیه بر مسیر دایره‌ای به شعاع 3 میلیمتر نشان داده شده است.

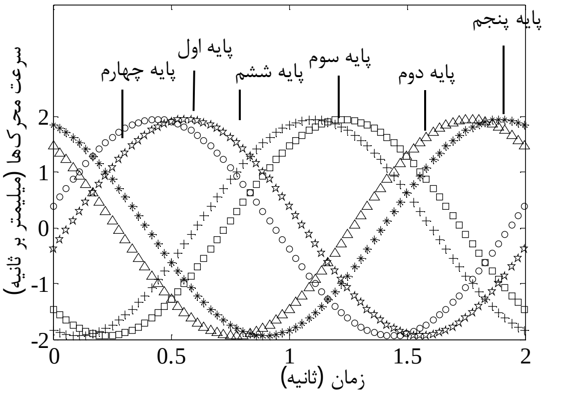
از نمودار شکل 8 و 9 مشخص است که حرکت بر مسیر خطی با سرعت ثابت و شتاب ثابت به ترتیب نیازمند حرکت با سرعت ثابت و شتاب ثابت محرک‌ها می‌باشد، همچنین از نمودار شکل 10 مشخص است که حرکت سکوی متحرک با سرعت ثابت بر مسیر منحنی نیازمند حرکت با سرعت متغیر محرک‌ها می‌باشد.



شکل 8 نمودارسرعت محرک‌ها برای حرکت سکوی متحرک از (0،0،0) به (5mm،0،0) بدون چرخش و با سرعت ثابت 2 میلیمتربرثانیه



شکل 9 نمودارسرعت محرک‌ها برای حرکت سکوی متحرک از (0،0،0) به (5mm،0،0) بدون چرخش و با شتاب ثابت 0/4میلیمتر بر مجذور ثانیه

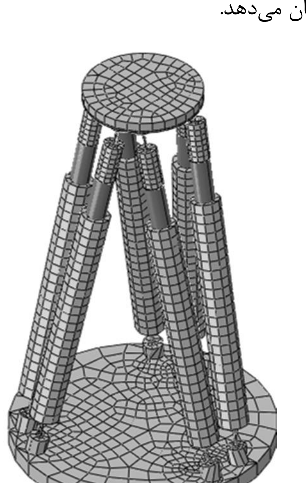


شکل 10 نمودار سرعت محرک‌ها برای حرکت سکوی متحرک با سرعت ثابت 3π میلیمتر بر ثانیه بر مسیر دایروی به شعاع 3 میلیمتر

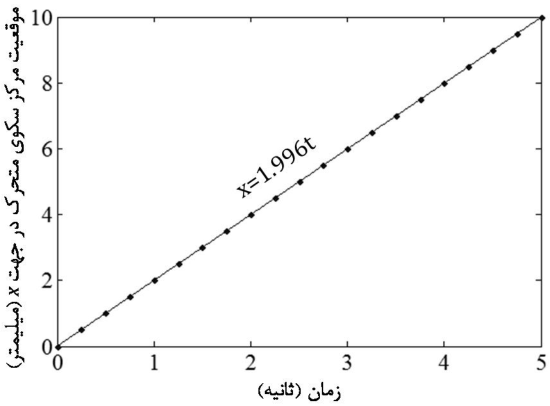
4- تحلیل المان محدود

به منظور صحت‌سنجی معادلات بدست آمده در بخش 3 از تحلیل المان محدود استفاده گردید، برای این منظور ابتدا میکروهگزاپاد توسط نرم‌افزار سالیدورکزمدل شد و سپس با پسوند پاراسالید به نرم‌افزار آباکوس وارد گردید، تمامی اجزاء به غیر از مفصل‌های خمشی صلب و مفصل‌های خمشی به صورت تغییرشکل پذیر در نظر گرفته شد، برای اجزاء صلب المان R3D4 و برای مفصل‌های خمشی انطاف‌پذیر المان C3D8R انتخاب شد، شکل 11 مدل مش‌بندی شده‌ی میکروهگزاپاد را نشان می‌دهد.

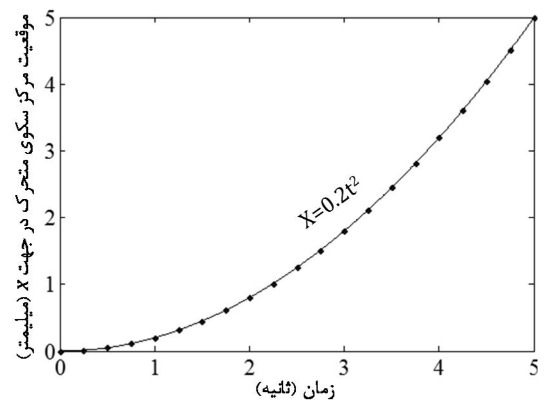
سرعت محرک‌های خطی بدست آمده از بخش 3 به عنوان ورودی به پایه‌ها وارد گردید و حرکت سکوی متحرک مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل از نوع دینامیک صریح انتخاب گردید، نتایج حاص از المان محدود در شکلهای 12 تا 15 آمده است. در شکل‌های 12، 13 و 14 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک به ترتیب با اعمال سرعت پایه‌ها نشان داده شده در شکل‌های 8، 9 و 10 نشان داده شده است، همانگونه که مشخص است شکل 12 حرکت خطی با سرعت ثابت 1/996 میلیمتر بر ثانیه، شکل 13 حرکت خطی سکوی متحرک با شتاب ثابت 0/4 میلیمتر بر مجذور ثانیه و شکل 14 دایره‌ای به شعاع 3 میلیمتر را نشان می‌دهد، در شکل 15 مشاهده می‌شود که سرعت حرکت مرکز سکوی متحرک تقریباً ثابت و برابر 9/411 میلیمتر بر ثانیه می‌باشد و اختلاف کمی با مقدار مطلوب یعنی 3π دارد، تطابق نتایج بدست آمده از تحلیل المان محدود با ورودی روابط تحلیلی بخش 3 صحت معادلات بدست آمده را نشان می‌دهد.



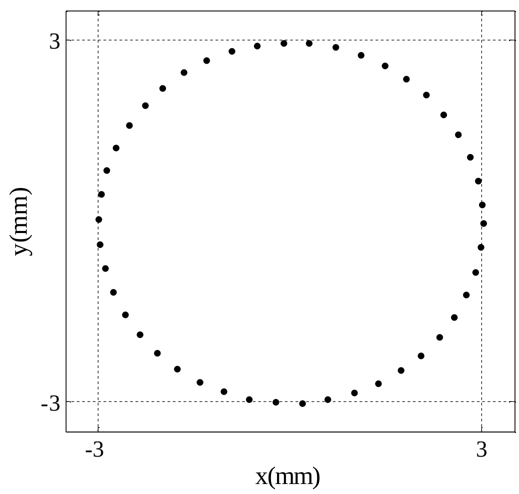
شکل 11 مدل مش‌بندی شده‌ی میکروهگزاپاد



شکل 12 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 8



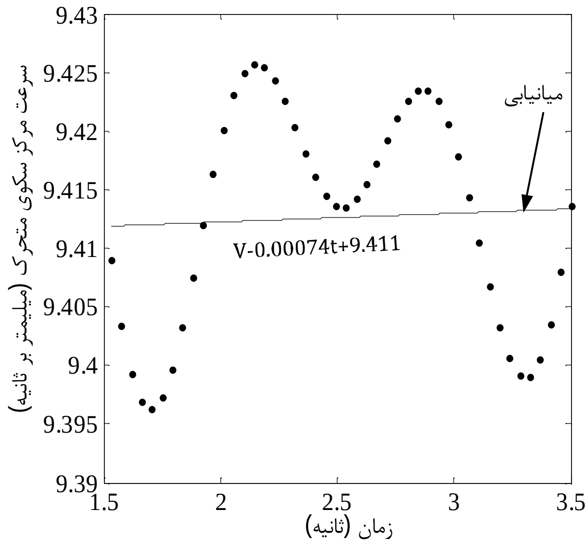
شکل 13نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 9



شکل 14 نمودار موقعیت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرک‌ها مطابق شکل 10

5- نتیجه‌گیری

حذف عواملی نظیر لقی و اصطکاک در مفصل‌ها به منظور افزایش دقت موقعیت‌دهی ربات‌ها ضروری می‌باشد. در این مقاله ربات میکروهگزاپاد معرفی گردید که در آن مفصل‌های خمشی میله‌ای جایگزین مفصل‌های مرسوم کروی و یونیورسال در مکانیزم هگزاپاد شده است و به دلیل استفاده از تغییرشکل الاستیک به منظور ایجاد درجه آزادی، لقی و اصطکاک در آن وجود ندارد و امکان موقعیت‌دهی با دقت بالا را فراهم می‌آورد.



شکل 15نمودار سرعت مرکز سکوی متحرک پس از اعمال سرعت به محرکها مطابق شکل 10

همچنین نشان داده شد که پیچه‌ی محدود مفصل خمشی به یک سیستم سه‌تایی تعلق دارد و به همین دلیل می‌توان آن را معادل مفصل کروی دانست. علاوه بر این با استفاده از ماتریس انتقال پیچه، محور دوران مفصل‌های خمشی محاسبه گردید و مشاهده شد که محل این محور بسته به پیچه‌ی محدود سکوی متحرک تغییر می‌کند. همچنین تحلیل سینماتیک سرعت میکروهگزاپاد توسط تئوری پیچواره انجام گرفت و صحت معادلات توسط تحلیل المان محدود نشان داده شد.

6- فهرست علائم

d_{lf}	قطر مفصل خمشی پایینی
d_{uf}	قطر مفصل خمشی بالایی
h	گام پیچواره
H	ارتفاع میکروهگزاپاد
I	ماتریس همانی
J_a	ماتریس ژاکوبین
${}^{P}_{E_i}J$	ماتریس انتقال پیچواره از دستگاه مختصات E_i به P
l_{lf}	طول مفصل خمشی پایینی
l_{uf}	طول مفصل خمشی بالایی
$\dot{l}_{Pr_i}$	سرعت محرک خطی پایه‌ی i ام
$\mathbb{L}$	مولفه‌ی بردار جابجایی زاویه‌ای در جهت x
$\mathbb{M}$	مولفه‌ی بردار جابجایی زاویه‌ای در جهت y
$\mathbb{N}$	مولفه‌ی بردار جابجایی زاویه‌ای در جهت z
$\mathbb{P}^*$	مولفه‌ی بردار جابجایی خطی در جهت x
$\mathbb{Q}^*$	مولفه‌ی بردار جابجایی خطی در جهت y
r_b	شعای سکوی ثابت
r_{mp}	شعاع سکوی متحرک
${}^{P}r_{E_i}$	برداری با ابتدای P و انتهای E_i
$\mathbb{R}^*$	مولفه‌ی بردار جابجایی خطی در جهت z

علایم یونانی

$\delta\theta$	بردار جابجایی زاویه‌ای
$\delta\chi$	بردار جابجایی خطی

Δ عملگر تبدیل کننده

η زاویه‌ی قرارگیری مفصل خمشی بالایی روی سکوی متحرک

ϑ زاویه‌ی قرارگیری مفصل خمشی پایینی روی سکوی ثابت

λ ضریب عددی

ξ پیچه

$\hat{\xi}$ پیچه‌ی محدود اصلی

ξ_{lf_i} پیچه‌ی محدود مفصل خمشی پایینی پایه‌ی i ام

ξ_P پیچه‌ی محدود سکوی متحرک

ξ_{pr_i} پیچه‌ی محدود محرک متحرک پایه‌ی i ام

ξ_{uf_i} پیچه‌ی محدود مفصل خمشی بالایی پایه‌ی i ام

ξ_r پیچه‌ی متعامد

ω سرعت زاویه‌ای

بالانویس‌ها

E_i دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک در انتهای پایه‌ی iام

P دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک

T ترانهاده

زیرنویس‌ها

E_i دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک در انتهای پایه‌ی iام

i شماره پایه

lf_i مفصل خمشی پایینی پایه‌ی iام

P دستگاه مختصات متصل به سکوی متحرک

pr_i دستگاه مختصات متصل به انتهای بالایی محرک خطی

r_i متعامد

uf_i مفصل خمشی بالایی پایه‌ی i ام

7- مراجع

[1] T. Fukuda, F. Arai, Prototyping design and automation of micro/nano manipulation system, in *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, CA, pp. 192-197, 2000.

[2] P. R. Ouyang, W. J. Zhang, M. M. Gupta, W. Zhao, Overview of the development of a visual based automated bio-micromanipulation system, *Mechatronics,* Vol. 17, No. 10, pp. 578-588, 2007.

[3] I. Beltrami, C. Joseph, R. Clavel, J.-P. Bacher, S. Bottinelli, Micro- and nanoelectric-discharge machining, *Journal of Materials Processing Technology,* Vol. 149, No. 1–3, pp. 263-265, 2004.

[4] H. Pottmann, J. Wallner, *Computational Line Geometry.* 2001, Berlin: Springer Verlag.

[5] W. Chen, W. Lin, Design of a flexure-based gripper used in optical fiber handling, *in Proceeding ofIEEE Conference onRobotics, Automation and Mechatronics,* pp. 83-88, 2004.

[6] K. S. Min, W. C. Choi, S. H. Song, E. J. Hwang, Static and dynamic analysis of a nanopositioning flexure-hinge stage with a flexible lever mechanism, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B:Journal of Engineering Manufacture,* Vol. 219, No. 6, pp. 447-454, June 1, 2005.

[7] Q. Meng, Y. Li, J. Xu, A novel analytical model for flexure-based proportion compliant mechanisms, *Precision Engineering,* Vol. 38, No. 3, pp. 449-457, 7, 2014.

[8] W. Jywe, C.-H. Liu, Y.-F. Teng, Development of a flexure hinge-based stack-type five-degrees-of-freedom nanometre-scale stage for a heavy-loading machining process, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B:Journal of Engineering Manufacture,* Vol. 221, No. 3, pp. 379-385, March 1, 2007.

[9] W. Dong, L. Sun, Z. Du, Stiffness research on a high-precision, large-workspace parallel mechanism with compliant joints, *Precision Engineering,* Vol. 32, No. 3, pp. 222-231, 2008.

[10] N. Lobontiu, E. Garcia, Two-axis flexure hinges with axially-collocated and symmetric notches, *Computers & Structures,* Vol. 81, No. 13, pp. 1329-1341, 2003.

[11] T. Tanikawa, T. Arai, N. Koyachi, Development of small-sized 3 DOF finger module in micro hand for micro manipulation, *in Proceeding ofIEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems,* Kyongju,pp. 876-881, 1999.

[12] D. Liu, Y. Xu, R. Fei, Study of an intelligent micro-manipulator, *Journal of Materials Processing Technology,* Vol. 139, No. 1–3, pp. 77-80, 2003.

[13] T. Noll, Three axis rotational flexure joints of high axial stiffness, *Precision Engineering,* Vol. 26, No. 4, pp. 460-465, 2002.

[14] B. Dasgupta, T. S. Mruthyunjaya, The Stewart platform manipulator: a review, *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 35, No. 1, pp. 15-40, 2000.

[15] T. J. Teo, I. M. Chen, G. Yang, W. Lin, A generic approximation model for analyzing large nonlinear deflection of beam-based flexure joints, *Precision Engineering,* Vol. 34, No. 3, pp. 607-618, 2010.

[16] H. Shi, H.-J. Su, N. Dagalakis, J. A. Kramar, Kinematic modeling and calibration of a flexure based hexapod nanopositioner, *Precision Engineering,* Vol. 37, No. 1, pp. 117-128, 2013.

[17] H. Shi, H.-J. Su, An Analytical Model for Calculating the Workspace of a Flexure Hexapod Nanopositioner, *Mechanisms and Robotics,* Vol. 5, No. 4, 2013.

[18] J. K. Davidson, K. H. Hunt, *Robots and Screw Theory: Applications of Kinematics and Statics to Robotics,* New York: Oxford University Press, 2004.

[19] M. G. Mohamed, J. Duffy, A Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robot Manipulators, *Journal of Mechanical Design,* Vol. 107, No. 2, pp. 226-229, 1985.