

## بررسی میزان تاثیر مقدار صلبیت سخت کننده بر کماتش برشی دیوار برشی فولادی به روش بدون شبکه ریتز

سعید سینائی<sup>۱\*</sup>، پرهام معمارزاده<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران-سازه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

saeidsinaie@yahoo.com

### چکیده:

امروزه دیوار برشی فولادی به عنوان یک سیستم کارآمد در مهار نیروهای جانبی در سازه ها قلمداد می شود. سیستمی که متشکل از دو جز اصلی است: (۱) ورق جان، (۲) المان های مرزی. بیشترین و کلیدی ترین جز در مستهلک کردن انرژی ناشی از زلزله بر عهده ورق می باشد که به دو شکل ورق های ضخیم یا ورق های نازک استفاده می شوند. از ورق های نازک در حضور یا عدم حضور سخت کننده ها استفاده شده و کماتش برشی ورق جان کنترل می گردد. در این پژوهش به کمک روش بدون شبکه ریتز، نقش مقدار صلبیت خمشی سخت کننده های نواری در ورق جان تحلیل می شود. مهم ترین نتیجه آن است که هر آنچه صلبیت خمشی سخت کننده ها افزایش یابند مقدار تحمل ورق در کماتش برشی افزایش می یابد. برنامه نویسی در محیط MATHEMATICA صورت گرفته است.

**کلمات کلیدی:** دیوار برشی فولادی، ورق جان سخت شده، مقدار صلبیت سخت کننده، روش ریتز.

### ۱- مقدمه

دیوار برشی فولادی یک سیستم جانبی مقاوم در برابر زلزله می باشد که شامل یک ورق متصل به اعضای محیطی است این اعضای محیطی همان تیرها و ستون های اطراف ورق دیوار برشی فولادی هستند. دیوار برشی فولادی می تواند برای یک سازه در یک دهانه یا بیشتر در کل ارتفاع ساختمان لحاظ شود. ورق به دو صورت جوش یا پیچ به المان های مرزی که همان عضوهای محیطی هستند متصل می شود. در گذشته فلسفه طراحی ورق دیوار برشی فولادی بر اساس جلوگیری از کماتش ورق بود که منجر به بهره مندی از ورق های ضخیم در حضور یا عدم حضور سخت کننده ها می شد اما بعد از گذشت زمان طراحان ترجیح دادند که از ورق نازک سخت شده یا سخت نشده بسته به میزان بار بحرانی مورد نیاز استفاده کنند تا از ظرفیت پس کماتشی ورق استفاده شود (ازهری م و میرقادی ر، ۱۳۹۰).

همواره برای حل مسائل مهندسی هم می توان از روش های دقیق و هم از روش های عددی بهره جست لیکن به دلیل پیچیدگی های روش های دقیق در حل برخی از مسائل مانند کماتش، محققین روی به استفاده از روش های عددی می آورند. از مشهورترین و قوی ترین این روش ها، روش المان محدود است که بر اساس تئوری خود و البته با استفاده از شبکه بندی دامنه حل قادر است مسئله مورد نظر را حل نماید. به دلیل وجود برخی از محدودیت هایی که روش المان محدود از خود نشان داده طی

سالهای گذشته روش‌های تحت عنوان روش‌های بدون شبکه توسعه یافته‌اند که بدون نیاز به شبکه بندی دامنه حل و اغلب بر اساس روش‌های انرژی قادرند مسئله مورد نظر را حل نمایند (قادریان م.، ۱۳۹۳). در تحقیق حاضر، با استفاده از روش بدون شبکه ریتز مسئله کمانش برشی ورق دیوار برشی فولادی حل شده و تاثیر تغییرات مقدار صلبیت خمشی سخت‌کننده در بهبود عملکرد ورق مورد بررسی قرار می‌گیرد. المان‌های مرزی که همان تیرها و ستون‌های اطراف ورق هستند بصورت فزاینده مدل شده‌اند که انرژی ناشی از صلبیت پیچشی و خمشی خود را به فورمولیشن روش ریتز القا می‌کنند. در این پژوهش از صلبیت خمشی المان‌های مرزی صرف نظر شده و فقط صلبیت پیچشی آنها وارد مسئله می‌شود.

## ۲- تئوری

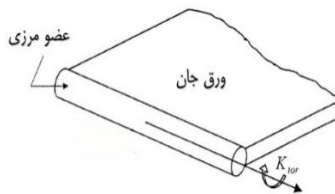
در تحلیل کمانشی حاضر، برای مدل کردن صلبیت اعضای مرزی، سخت‌کننده‌ی طولی و سخت‌کننده‌ی عرضی به ترتیب پارامترهای بدون بعد  $\alpha$ ،  $\gamma$  و  $\rho$  تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{K_{tor}}{D} \\ \gamma &= \frac{K_{stiffx}}{D} \\ \rho &= \frac{K_{stiffy}}{D} \end{aligned} \quad (1)$$

که در رابطه (۱)،  $K_{tor}$  صلبیت پیچشی واحد طول عضو مرزی،  $K_{stiffx}$  صلبیت خمشی واحد طول سخت‌کننده طولی و  $K_{stiffy}$  صلبیت خمشی واحد طول سخت‌کننده عرضی می‌باشند و  $D$  صلبیت خمشی ورق مطابق رابطه (۲) تعریف می‌شود (سعادت‌پور م.م.، ۱۳۷۷).

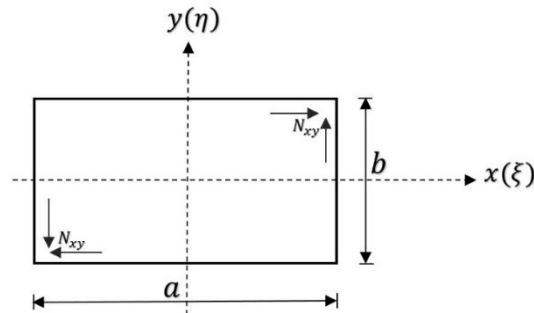
$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

که در رابطه (۲)  $t$  ضخامت ورق،  $E$  مدول الاستیسیته ورق و  $\nu$  ضریب پواسون می‌باشد. در این پژوهش مقادیر بدون بعد  $\gamma$  و  $\rho$  معادل با ۱ فرض شده است. در شکل (۱) نمای کلی قسمتی از مدل دیوار برشی فولادی قابل مشاهده است.



شکل ۱- نمای ورق دیوار برشی فولادی محصور به المان مرزی

برای تحلیل کمانش برشی ورق سخت‌شده، ورقی با مشخصات شکل (۲) مفروض است (معمارزاده پ.، ۱۳۸۸).



شکل ۲- ورق تحت برش خالص

انرژی کرنشی ( $U$ ) و تابع پتانسیل ( $V_p$ ) متغیرهایی هستند که در روش‌های حل انرژی از جمله روش ریتز مورد استفاده قرار می‌گیرند و به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$U = U_{pl} + U_{sp} + U_{st} \quad (۳)$$

به طوری که در رابطه (۳)، منظور از  $U_{pl}$  و  $U_{sp}$  به ترتیب انرژی کرنشی ورق و انرژی کرنشی فنرها هستند و به صورت زیر نوشته می‌شوند (معمارزاده پ.، ۱۳۸۸).

$$U_{pl} = \frac{D}{2} \int_A [(w_{,xx} + w_{,yy})^2 - 2(1-\nu)(w_{,xx}w_{,yy} - w_{,xy}^2)] dA \quad (۴)$$

$$U_{sp} = \int \left[ \frac{K_{tor}}{2} \left( \left( w_{,x}^2 \Big|_{x=-\frac{a}{2}} \right) + \left( w_{,x}^2 \Big|_{x=\frac{a}{2}} \right) \right) dy + \int \left[ \frac{K_{tor}}{2} \left( \left( w_{,y}^2 \Big|_{y=-\frac{b}{2}} \right) + \left( w_{,y}^2 \Big|_{y=\frac{b}{2}} \right) \right) dx \right. \quad (۵)$$

$$\left. U_{st} = \int \left[ \frac{K_{stiffx}}{2} \left( w_{,y}^2 \Big|_{x=x_0} \right) \right] dy + \int \left[ \frac{K_{stiffy}}{2} \left( w_{,x}^2 \Big|_{y=y_0} \right) \right] dx \quad (۶)$$

به طوری که در روابط (۴) تا (۶)،  $A$  مساحت ورق و  $w$  خیز ورق ناشی از کمانش آن است.

انرژی کرنشی هندسی نیز بدین صورت معرفی می‌گردد (Timoshenko S., et al., 1963).

$$V_p = -N_{xy} \int_A (w_{,x} w_{,y}) dA \quad (۷)$$

به طوری که در رابطه (۷)،  $N_{xy}$  بار کمانش برشی ارتجاعی است و در شکل (۲) قابل مشاهده می‌باشد.

بنا بر تئوری روش ریتز لازم است یک تابع جابجایی مناسب انتخاب شود. در اینجا از تابع جابجایی چند جمله‌ای استفاده می‌شود که از حاصل ضرب یک چند جمله‌ای مرزی در یک چند جمله‌ای ساده حاصل می‌شود. تابع جابجایی در شکل کلی به صورت زیر نوشته می‌شود (Smith S.T., et al., 1999).

$$w = \varphi_b(\xi, \eta) \sum_{q=0}^p \sum_{r=0}^q a_m \Phi_m(\xi, \eta) \quad (۸)$$

به طوری که در رابطه (۸)،  $p, q \geq r$  درجه یک چند جمله‌ای دو بعدی بوده و  $a_m$  ضریب اختیاری ریتز است.

$\Phi_m(\xi, \eta)$  جمله  $m$ ام یک چند جمله‌ای دو بعدی به صورت زیر تعریف می‌شود (Smith S.T., et al., 1999).

$$\Phi_m(\xi, \eta) = \xi^r \eta^{q-r} \quad (۹)$$

به طوری که در رابطه (۹)،

$$\xi = \frac{2x}{a} \quad (۱۰ الف)$$

$$\eta = \frac{2y}{b} \quad (۱۰ ب)$$

$m$  نیز از رابطه (۱۱) بدست می آید (Smith S.T., et al., 1999).

$$m = \frac{(q+1)(q+2)}{2} - r \quad (11)$$

$f_1$  تعداد درجات آزادی چند جمله‌ای دو بعدی  $\Phi_m(\xi, \eta)$  از رابطه زیر بدست می آید (Smith S.T., et al., 1999).

$$f_1 = \frac{(p+1)(p+2)}{2} \quad (12)$$

چند جمله‌ای مرزی  $\Phi_b(\xi, \eta)$  در جدول (۱) معرفی می شود (Smith S.T., et al., 1999).

جدول ۱- چند جمله‌ای مرزی

مدل	$\Phi_b(\xi, \eta)$
مدل مورد مطالعه	$(\xi - 1)^1(\xi + 1)^1(\eta - 1)^1(\eta + 1)^1$

به طوری که در جدول (۱) منظور از  $\xi$  و  $\eta$  مختصات طبیعی و یا مختصات بدون بعد است که در شکل (۲) قابل مشاهده می باشد.

در این تحلیل، با ضرب کردن چند جمله‌ای مرزی در چند جمله‌ای درونی متناظر، شرایط مرزی هندسی ارضاء می شوند. رابطه (۸) را می توان به شکل برداری زیر نوشت (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$w = a^T \Phi \quad (13)$$

به طوری که در رابطه (۱۳)،  $a$  و  $\Phi$  به صورت زیر تعریف می شوند (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$a = \{[a_m]_{1 \times f_1}\}^T \quad (14 \text{ الف})$$

$$\Phi = \{[\varphi_b(\xi, \eta)\Phi_m(\xi, \eta)]_{1 \times f_1}\}^T \quad (14 \text{ ب})$$

به طوری که در رابطه (۱۴)،  $m=1,2,3,\dots,f_1$

انرژی پتانسیل کل سازه از رابطه زیر بدست می آید (Timoshenko S., et al., 1963).

$$\pi = U + V_p \quad (15)$$

باید انرژی پتانسیل کل سازه ( $\pi$ ) نسبت به ضرائب مجهول ریتز ( $a_m$ ) کمینه می شود. از آنجا که  $\pi$  تابعی از حاصل ضرب ضرائب ریتز است، کمینه کردن انرژی پتانسیل کل از طریق مشتق گیری نسبت به ضرائب مجهول ریتز منجر به حصول یک دستگاه معادلات خطی مستقل شده که به شکل ماتریسی زیر نوشته می شود (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$(K_0 - N_{xy}K_G)a = 0 \quad (16)$$

به طوری که در رابطه (۱۶)،  $K_0$  و  $K_G$  به ترتیب ماتریس سختی خطی و ماتریس سختی هندسی هستند.  $K_0(i, j)$  درایه ردیف  $i$ ام و ستون  $j$ ام ماتریس سختی خطی  $K_0$  است و از رابطه زیر بدست می آید (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$K_0(i, j) = K_0^{pl}(i, j) + K_0^{sp}(i, j) + K_0^{st}(i, j) \quad (17)$$

به طوری که در رابطه (۱۷)، منظور از  $K_0^{pl}(i, j)$  ماتریس سختی ورق است و  $K_0^{sp}(i, j)$  و  $K_0^{st}(i, j)$  به ترتیب ماتریس های سختی فنر هستند و از روابط زیر حاصل می شوند (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$K_0^{pl}(i, j) = \iint \{D[\phi_{,xx}(i)\phi_{,xx}(j) + \phi_{,yy}(i)\phi_{,yy}(j)] + D\nu[\phi_{,xx}(i)\phi_{,yy}(j) + \phi_{,yy}(i)\phi_{,xx}(j)] + 2D(1-\nu)(\phi_{,xy}(i)\phi_{,xy}(j))\} dx dy \quad (18 \text{ الف})$$

$$K_0^{sp}(i, j) = K_{tor} \left( \int \left[ \phi_{,x}(i)\phi_{,y}(j) \right] \Big|_{x=-\frac{a}{2}}^{x=\frac{a}{2}} + \left[ \phi_{,x}(i)\phi_{,y}(j) \right] \Big|_{x=\frac{a}{2}}^{x=-\frac{a}{2}} dy dx \right) + \int \left( \left[ \phi_{,y}(i)\phi_{,y}(j) \right] \Big|_{y=-\frac{b}{2}}^{y=\frac{b}{2}} + \left[ \phi_{,y}(i)\phi_{,y}(j) \right] \Big|_{y=\frac{b}{2}}^{y=-\frac{b}{2}} \right) \quad (18 \text{ ب})$$

$$K_0^{st}(i, j) = K_{stiffx} \left( \int_{-b/2}^{b/2} (\phi_{,y}(i)\phi_{,y}(j)) \Big|_{x=x_0} dy \right) + K_{stiffy} \left( \int_{-a/2}^{a/2} (\phi_{,x}(i)\phi_{,x}(j)) \Big|_{y=y_0} dx \right) \quad (18 \text{ ج})$$

به طوری که در رابطه (۱۸)،  $\Phi(i)$  درایه نام ماتریس  $\Phi$  است و  $K_G(i, j)$  درایه ردیف نام و ستون نام ماتریس سختی هندسی  $K_G$  است و از رابطه زیر بدست می آید (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$K_G(i, j) = \iint [\phi_{,x}(i)\phi_{,y}(j) + \phi_{,y}(i)\phi_{,x}(j)] dx dy \quad (19)$$

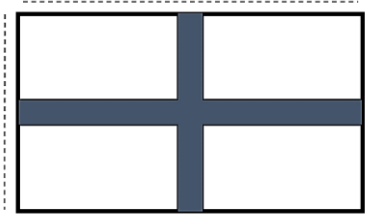
با حل معادلات مسئله ویژه یعنی همان رابطه (۱۶) مقادیر ویژه (بارهای کمانش برشی) و بردارهای ویژه متناظرشان بدست می آیند. با قرار دادن بردارهای ویژه به عنوان ضرائب ریتز در تابع جابجایی یعنی رابطه (۱۳) مودهای کمانشی حاصل می شوند. ضریب کمانش برشی نیز از رابطه (۲۰) بدست می آید (معمارزاده پ، ۱۳۸۸).

$$k_s = \frac{N_{xy} b^2}{\pi^2 D} \quad (20)$$

که در رابطه (۲۰) کلیه پارامترها از قبل معرفی شده اند.

### ۳- معرفی مدل

در پژوهش حاضر همان طور که ذکر شد از صلبیت خمشی برون صفحه المانهای مرزی صرف نظر شده است لذا اگر مقدار  $\alpha$  مساوی صفر قرار داده شود عملاً صلبیت پیچشی المانهای مرزی هم از بین رفته و چهار طرف ورق تکیه گاه ساده ایجاد می شود. شکل (۳) مدل ورق دیوار برشی مطالعه حاضر را با شرایط تکیه گاهی نشان می دهد. همچنین سخت کننده ها در دو راستای عمود بر هم در مرکزیت ورق قرار می گیرند.



شکل ۳- ورق سخت شده با دو سخت کننده عمود بر هم

ورق مفروض ورقی است که:

(۱) از تئوری کلاسیک ورق پیروی می کند.

(۲) فولادی است و مدول الاستیسیته آن برابر با  $206850 \text{ MPa}$  می باشد.

(۳) مربع مستطیل بوده و عاری از هر گونه انحنای اولیه می باشد.

#### ۴- صحت سنجی

در این بخش هدف صحت سنجی نتایج عددی حاصل از مدل‌های ورق سخت‌شده رساله حاضر می‌باشد. از این رو به منظور اعتبار بخشی، نتایج عددی ارائه شده حاصل از تحلیل کمانش برشی ورق در حالت‌ها و مدل‌های گوناگون با سایر مراجع قابل استناد در یک مدل خاص مقایسه می‌شوند. مدل مفروض مدلی است که در آن پارامترهای  $\rho$  و  $\gamma$  هر دو صفر هستند. به عبارت دیگر ورق که هیچ سخت‌کننده‌ای در آن حضور نداشته و فقط تحت تاثیر صلبیت پیچشی المان‌های مرزی است. نزدیکی اعداد به یکدیگر در جدول (۲) به برنامه کامپیوتری نوشته شده در این مقاله اعتبار می‌بخشد.

جدول ۲- صحت سنجی

$k_s$					نسبت ابعاد	شرایط تکیه‌گاهی
Timoshenko S., et al., (1963)	معمارزاده (۱۳۸۸)		تحلیل حاضر			
مقارن	نامقارن	مقارن	نامقارن	مقارن		
<b>9.34</b>	<b>11.5484</b>	<b>9.3254</b>	<b>11.5702</b>	<b>9.3304</b>	<b>1</b>	چهار طرف تکیه‌گاه
<b>6.60</b>	<b>6.5781</b>	<b>6.5464</b>	<b>6.5212</b>	<b>6.3383</b>	<b>2</b>	ساده

#### ۵- نتایج عددی

مقدار صلبیت سخت‌کننده در کمانش ورق را باید به‌عنوان یک پارامتر مهم در میزان بار بحرانی و کمیت‌های وابسته به آن دانست. جداول (۳) و (۴) به ترتیب بیانگر تاثیر این پارامتر بر روی ورق مربعی و مستطیلی هستند.

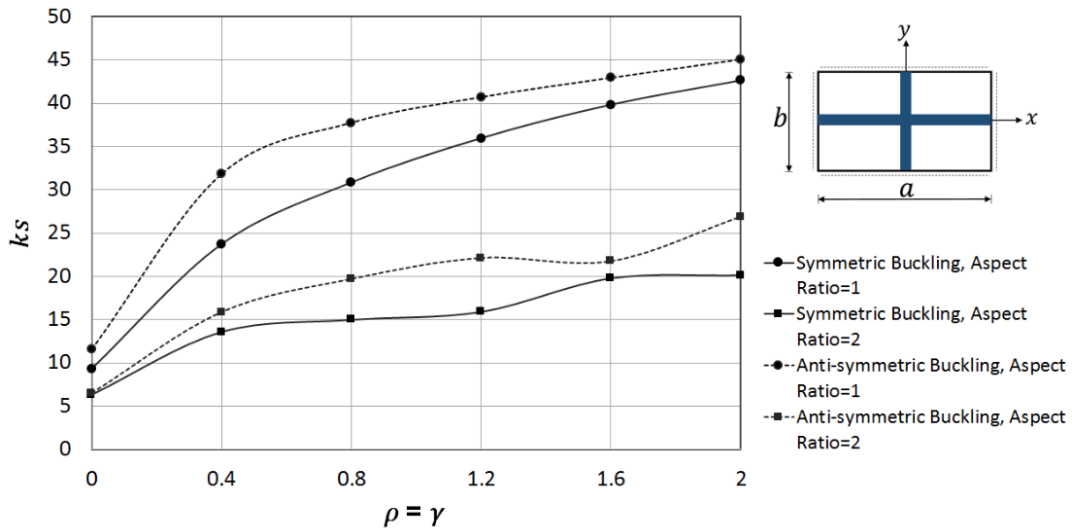
جدول ۳- بررسی میزان تاثیر صلبیت سخت‌کننده بر روی مقادیر مرتبط با کمانش برشی ورق مربعی

$N_{xy}(\frac{N}{mm})$		$k_s$		صلبیت		ردیف	نوع صفحه
پادمقارن	مقارن	پادمقارن	مقارن	$\gamma$	$\rho$		
<b>432.590</b>	<b>349.207</b>	<b>11.5702</b>	<b>9.3394</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1190.234</b>	<b>887.094</b>	<b>31.8344</b>	<b>23.7251</b>	<b>0.4</b>	<b>0.4</b>	<b>2</b>	
<b>1411.651</b>	<b>1154.060</b>	<b>37.7565</b>	<b>30.8650</b>	<b>0.8</b>	<b>0.8</b>	<b>3</b>	
<b>1522.298</b>	<b>1345.700</b>	<b>40.7159</b>	<b>35.9902</b>	<b>1.2</b>	<b>1.2</b>	<b>4</b>	
<b>1605.771</b>	<b>1490.320</b>	<b>42.9485</b>	<b>39.8581</b>	<b>1.6</b>	<b>1.6</b>	<b>5</b>	
<b>1685.314</b>	<b>1595.130</b>	<b>45.0760</b>	<b>42.6613</b>	<b>2.0</b>	<b>2.0</b>	<b>6</b>	

جدول ۴- بررسی میزان تاثیر صلبیت سخت کننده بر روی مقادیر مرتبط با کماتش برشی ورق مستطیلی

$N_{xy} (\frac{N}{mm})$		$k_s$		صلبیت		ردیف	نسبت ابعاد
پادمتقارن	متقارن	پادمتقارن	متقارن	$\gamma$	$\rho$		
243.816	236.994	6.5212	6.3383	0	0	1	2
593.228	507.601	15.8667	13.5756	0.4	0.4	2	
736.560	560.279	19.7003	14.9845	0.8	0.8	3	
826.980	594.674	22.1187	15.9044	1.2	1.2	4	
813.008	739.721	21.7450	19.7836	1.6	1.6	5	
1004.803	752.924	26.8748	20.1379	2.0	2.0	6	

شکل (۴) مطابق با جداول (۳) و (۴) بیانگر تغییرات ضریب کماتش برشی به ازای صلبیت‌های مختلف می‌باشد.



شکل ۴- نمودار ضریب کماتش برشی-تغییرات صلبیت سخت کننده‌ها

در شکل (۵) کانتورهای تغییر شکل ورق مربعی مذکور در دو حالت کماتش متقارن و نامتقارن دیده می‌شود.



شکل ۵- کانتورهای ورق مربعی کماتش یافته الف) کانتور نامتقارن، ب) کانتور متقارن

در شکل (۶) کانتورهای تغییر شکل ورق مستطیلی مذکور در دو حالت کمانش متقارن و نامتقارن دیده می‌شود.



(ب)

(الف)

شکل ۶- کانتورهای ورق مستطیلی کمانش یافته (الف) کانتور نامتقارن، (ب) کانتور متقارن

## ۵- نتیجه گیری

بررسی و مقایسه مقادیر به ازای صلبیت‌های خمشی مختلف سخت‌کننده با شکل هندسی ورق نواری مبین آن بود که هر چقدر صلبیت خمشی سخت‌کننده افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که هر چقدر صلبیت خمشی سخت‌کننده افزایش می‌یابد آهنگ نمو ضریب کمانش برشی آهسته‌تر می‌شود. همچنین مقادیر بین ورق مربعی با مستطیلی شکل ثابت می‌کند که ورق سخت‌شده مربعی دارای عملکرد بهتری نسبت به همتای مستطیلی خود است.

## مراجع

۱. ازهری، مجتبی و میرقادری، سید رسول. (۱۳۹۰). طراحی سازه های فولادی جلد چهارم. ۴. اصفهان: ارکان دانش اصفهان.
۲. سعادت‌پور، محمد مهدی. (۱۳۷۷). مقاومت مصالح پیشرفته. ۳. اصفهان: انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان.
۳. قادریان، مهدی. (۱۳۹۳). (حل مسائل ضرایب متغیر و غیر خطی مکانیک جامدات با استفاده از یک روش بدون شبکه محلی) جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد: دانشگاه اصفهان.
۴. معمارزاده، پرهام. (۱۳۸۸). (بررسی تئوری ورق نازک سخت نشده در دیوار برشی فولادی) جهت اخذ درجه دکتری: دانشگاه صنعتی اصفهان.

5. Smith, S.T., Bradford, M.A., and Oehlers, D.J., "Elastic Buckling of Unilaterally Constrained Rectangular Plates in Pure Shear", *Journal of Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 443-453, 1999.
6. Timoshenko, S., and Gere, J., *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, Singapore, 1963.