



## ۲.۱. تابع همبستگی متقابل

فرض کنید که معادلات ماتریس استاندارد حرکت را داده شده باشد:

$$R(T) = \begin{bmatrix} R_{1,1}(0) & R_{1,2}(0) & \dots & R_{1,n}(0) \\ R_{2,1}(0) & R_{2,2}(0) & \dots & R_{2,n}(0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n,1}(0) & R_{n,2}(0) & \dots & R_{n,n}(0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$= \psi \Lambda_k(T) \psi^T$$

اکنون اگر پاسخ های جابجایی نقاط اندازه گیری  $1, 2, \dots, p$  را با

$x_1, x_2, \dots, x_p$  مشخص نمائیم. سپس با توجه به تابع همبستگی

متقابل بین تمام ترکیبات پاسخ های جابجایی، و تنظیم تاخیر زمانی

$T = 0$ ، ماتریس  $a$  با ابعاد  $p \times p$  را می توان به صورت زیر دست آورد. [۱۳]

$$\begin{bmatrix} R_{x_1 x_1}(0) & R_{x_1 x_2}(0) & \dots & R_{x_1 x_p}(0) \\ R_{x_2 x_1}(0) & R_{x_2 x_2}(0) & \dots & R_{x_2 x_p}(0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{x_p x_1}(0) & R_{x_p x_2}(0) & \dots & R_{x_p x_p}(0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن نشان دهنده عملکرد همبستگی متقابل بین پاسخ

جابه جایی  $x_i$  و  $x_j$  است. سپس، بردار ضرب داخلی، توسط یک سطر (یا ستون) از ماتریس با ابعاد  $p \times p$  تعریف می شود، که به شرح زیر است [۱۲، ۶]

$$R_{IPV,j}^{dis} = [R_{x_1 x_j}(0), R_{x_2 x_j}(0), \dots, R_{x_p x_j}(0)]^T \quad (9)$$

که در آن بالانویس  $dis$  نشان می دهد که مقدار به جابه جایی مربوط می شود.

بر اساس چگالی طیفی خودکار باند عبور نویز سفید IPV می تواند به صورت زیر نوشت [۶ و ۱]

$$R_{IPV,j}^{dis} = \sum_{r=1}^n K_{j,r}^{dis} [\phi_{1r}, \phi_{2r}, \dots, \phi_{pr}]^T = \sum_{r=1}^n K_{j,r}^{dis} \phi_r \quad (10)$$

و توسط معادله زیر محاسبه می شود،

$$R_{IPV,j}^{dis} = \frac{1}{N_s} [\langle x_1, x_j \rangle, \langle x_2, x_j \rangle, \dots, \langle x_p, x_j \rangle]^T \quad (11)$$

جایی که  $\phi_r = [\phi_{1r}, \phi_{2r}, \dots, \phi_{pr}]^T$  شکل حالت  $rth$  است،

که در آن، ضریب وابسته به پارامترهای مودال و پاسخ اندازه گیری نقطه  $j$  و موقعیت های تحریک،  $\langle x, y \rangle$  بردار ضرب داخلی، دو بردار  $x$  و  $y$  است.  $N_s$  طول  $x$  یا  $y$  است. بنابراین، معادله (۴) نشان می دهد که IPV، مجموع وزن دار از حالت اشکال، ساختار است، و فاکتور وزن، هر شکل حالت، تنها به پارامترهای مودال ساختار بستگی دارد. در همین حال، معادله (۵) نشان می دهد که IPV می تواند به طور مستقیم توسط دامنه پاسخ های ارتعاشی زمان محاسبه شود. همانطور که می دانیم، تغییر در پارامترهای فیزیکی محلی می تواند تغییرات ناگهانی در برخی از حالت اشکال شوند. بر این اساس، IPV یک ساختار آسیب

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (1)$$

که در آن  $M$  ماتریس جرم است،  $C = \alpha M + \beta K$  ماتریس سستی است،  $f$  یک بردار از توابع اجباری (Forcing Functions) تصادفی است و  $x$  بردار جابجایی است. حالت های طبیعی واقعی، فرض شده است. [۱۲، ۱۳]

تحت تحریک نویز سفید (White Noise Excitation) و با فرض اینکه تحریک در نقطه  $k$ ، تابع همبستگی متقابل از پاسخ جابجایی سازه در نقطه  $i$  و  $j$  است، می تواند به عنوان بیان شده است [۱۲]

$$R_{i,j}(T) = \sum_{r=1}^n \psi_{ir} \left[ \sum_{s=1}^n \psi_{js} \mu_k^{rs}(T) \right] \quad (2)$$

که در آن  $\psi_{ir}$  مولفه  $i$ th، شکل حالت  $r$ ،  $\psi_{js}$   $j$ th جزء از شکل حالت  $s$ ،  $\mu_k^{rs}(T)$  می تواند به (این صورت) بیان شده است:

$$\mu_k^{rs}(T) = \alpha_k \frac{\psi_{kr} \psi_{ks}}{m^r m^s \omega_d^r \omega_d^s} \int_0^\infty e^{-\zeta^r \omega_n^r (\lambda+T)} \sin[\omega_d^r (\lambda+T)] e^{-\zeta^s \omega_n^s \lambda} \sin(\omega_d^s \lambda) d\lambda \quad (3)$$

$$= \alpha_k \frac{e^{-\zeta^r \omega_n^r T} \psi_{kr} \psi_{ks}}{m^r m^s \omega_d^r [I_{rs}^2 + J_{rs}^2]} \left[ \frac{I_{rs} \cos(\omega_d^r T)}{J_{rs}} + \sin(\omega_d^r T) \right]$$

که در آن  $\omega_n^r$  فرکانس مودال  $r$ th است،  $\zeta^r = (1/2)((\alpha/\omega_n^r) + \beta\omega_n^r)$  نسبت میرایمودال است،  $\omega_d^r = \omega_n^r \sqrt{1 - (\zeta^r)^2}$  فرکانس مودال میرا شده  $r$ th است،  $m^r$  جرم  $r$ th مودال است،  $\alpha_k$  یک ثابت معرفی کنند، تراکم تحریک یک طیف یک طرفه و خودکار است،  $I_{rs}$  و  $J_{rs}$ ، تعریف شده اند:

$$I_{rs} = 2\omega_d^r (\zeta^r \omega_n^r + \zeta^s \omega_n^s) \quad (4)$$

$$J_{rs} = ((\omega_d^s)^2 - (\omega_d^r)^2) + (\zeta^r \omega_n^r + \zeta^s \omega_n^s)^2 \quad (5)$$

بنابراین، تابع همبستگی متقابل  $R_{ij}(T)$  از معادله (۲)، می تواند بیشتر در (این) فرم نوشته شود:

$$R_{i,j}(T) = \beta_i^T \Lambda_k(T) \beta_j \quad (6)$$

که در آن،  $\beta_i = [\psi_{i1}, \psi_{i2}, \dots, \psi_{in}]^T$  و

$$[\Lambda_k(T)]_{rs} = \mu_k^{rs}(T)$$

با توجه به تابع همبستگی متقابل بین همه ترکیب های پاسخ ها، ماتریس تابع همبستگی  $R(T)$  می تواند تعریف شود:

خسارت به عنوان  $D_{IPV} = \{D_{IPV,1}, D_{IPV,2}, \dots, D_{IPV,N_m}\}$  تعریف شده است.

به منظور استفاده حداکثر از شاخص آسیب محلی برای موقعیت آسیب، سه شاخص آسیب های مختلف برای سه حالت متفاوت پیشنهاد شده است [۶]: ۱) شاخص آسیب  $D_{IPV}$ ، اختیار شده است هنگامی که تغییرات ناگهانی در  $D_{IPV}$ ، "تغییر ضربه" "Impulse Change" است. ۲) شاخص آسیب  $D'_{IPV}$  (یعنی مشتق مرتبه اول از  $D_{IPV}$ ) اختیار شده است هنگامی که تغییرات ناگهانی  $D_{IPV}$ ، در "تغییر گام" "Step Change" است. ۳) شاخص آسیب  $D''_{IPV}$  (یعنی مشتق مرتبه دوم از  $D_{IPV}$ ) اختیار شده است هنگامی که تغییرات ناگهانی در  $D_{IPV}$ ، "تغییر ضربه ضعیف" "Weak Impulse Change" است. [۱۱ و ۱۰]

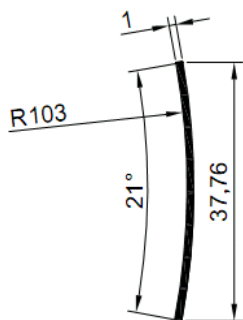
در روش شناسایی آسیب، لازم است یک، آستانه برای طبقه بندی ساختار آسیب دیده و سالم انتخاب شود. در این مقاله، آستانه مورد استفاده در پژوهش های قبلی اختیار شده است [۱]، یعنی

$$\begin{aligned} t_h &= \mu_D + \alpha_c \sigma_D \\ t_l &= \mu_D - \alpha_c \sigma_D \end{aligned} \quad (۱۸)$$

جایی که  $\mu_D$  و  $\sigma_D$  به ترتیب ضرایب مقدار متوسط و انحراف معیار  $D_{IPV}$  (یا  $D'_{IPV}$  و یا  $D''_{IPV}$ )، می باشند، و  $\alpha_c$  ضریب مربوط به یک فاصله اطمینان است. هنگامی که عناصر  $D_{IPV}$  (یا  $D'_{IPV}$  و یا  $D''_{IPV}$ )، در منطقه بین  $t_h$  و  $t_l$ ، قرار می گیرد، ساختار سالم در نظر گرفته می شود، در غیر این صورت، ساختار آسیب دیده است. [۱۱ و ۱۰]

### ۳- تجزیه و تحلیل و نتایج حاصل از نمونه بررسی ورق آلومینیوم T3-۲۰۲۴

ابتداء، می بایست از صحت روش شبیه سازی اطمینان حاصل نمود، بدین منظور، یک نمونه که در تحقیقات پیشین به صورت تجربی توسط آقای دکتر لی وانگ و همکاران [۱]، مورد بررسی قرار گرفته بود، با این روش شبیه سازی تحلیل و محاسبه قرار گرفت، و نتایج بدست آمده با نتایج آزمایش تجربی مقایسه شد، و از نزدیک بودن نتایج اطمینان حاصل گردید. اکنون پس از اطمینان از صحت روش شبیه سازی، در گام نخست، یک ورق که از آلیاژ آلومینیوم T3-۲۰۲۴ ساخته شده و دارای ابعاد ۲۰۰ میلی متر (طول)، ۳۹ میلی متر (عرض)، ۱ میلی متر (ضخامت) میباشد، که به طور گسترده در صنایع هوافضا کاربرد دارد. [۱۴] (شکل ۱)، را در نرم افزار ABAQUS مدل سازی می گردد. (شکل ۲)



شکل ۱: ابعاد ورق آلومینیوم T3-۲۰۲۴ خم شده

دیده نیز ممکن است تغییرات ناگهانی داشته باشد. بنابراین، IPV ممکن است به عنوان یک بردار ویژگی آسیب، برای تشخیص آسیب ساختار پذیرفته شود.

مشابه معادله (۱۰)،  $R_{IPV,j}^{vel}$  و  $R_{IPV,j}^{acc}$ ، که توسط سرعت و شتاب ساخته شده است، به ترتیب، تعریف می شود:

$$R_{IPV,j}^{vel} = \left[ R_{x_1 x_j}^{vel}(0), R_{x_2 x_j}^{vel}(0), \dots, R_{x_p x_j}^{vel}(0) \right]^T \quad (۱۲)$$

$$R_{IPV,j}^{acc} = \left[ R_{x_1 x_j}^{acc}(0), R_{x_2 x_j}^{acc}(0), \dots, R_{x_p x_j}^{acc}(0) \right]^T \quad (۱۳)$$

به طور مستقیم، بررسی و تأیید شده است که IPVs، سرعت و شتاب می تواند به صورت زیر نوشته شود: [۱۱ و ۱۰]

$$R_{IPV,j}^{vel} = \sum_{r=1}^n K_{j,r}^{vel} [\phi_{1r}, \phi_{2r}, \dots, \phi_{pr}]^T = \sum_{r=1}^n K_{j,r}^{vel} \phi_r \quad (۱۴)$$

$$R_{IPV,j}^{acc} = \sum_{r=1}^n K_{j,r}^{acc} [\phi_{1r}, \phi_{2r}, \dots, \phi_{pr}]^T = \sum_{r=1}^n K_{j,r}^{acc} \phi_r \quad (۱۵)$$

و محاسبه شده توسط:

$$R_{IPV,j}^{vel} = \frac{1}{N_s} \left[ \langle \dot{x}_1, \dot{x}_j \rangle, \langle \dot{x}_2, \dot{x}_j \rangle, \dots, \langle \dot{x}_p, \dot{x}_j \rangle \right]^T \quad (۱۶)$$

$$R_{IPV,j}^{acc} = \frac{1}{N_s} \left[ \langle \ddot{x}_1, \ddot{x}_j \rangle, \langle \ddot{x}_2, \ddot{x}_j \rangle, \dots, \langle \ddot{x}_p, \ddot{x}_j \rangle \right]^T \quad (۱۷)$$

که در آن  $K_{j,r}^{acc}$  و  $K_{j,r}^{vel}$  ضرایب وابسته به پارامترهای مودال  $r$ th ام و پاسخ اندازه گیری نقطه  $j$  و موقعیت های تحریک، بالانویس  $^{vel}$  یا  $^{acc}$  نشان می دهد که مقدار به سرعت یا شتاب، به ترتیب مربوط می شود. به طور مشابه IPV تعریف شده توسط جابجایی، IPV تعریف شده توسط سرعت یا شتاب نیز، ممکن است به عنوان یک بردار ویژگی آسیب برای تشخیص آسیب ساختار پذیرفته شود. [۱۱ و ۱۰]

### ۲-۲ مشخص شدن آسیب با استفاده از بردار ضرب داخلی [۱۱ و ۱۰]

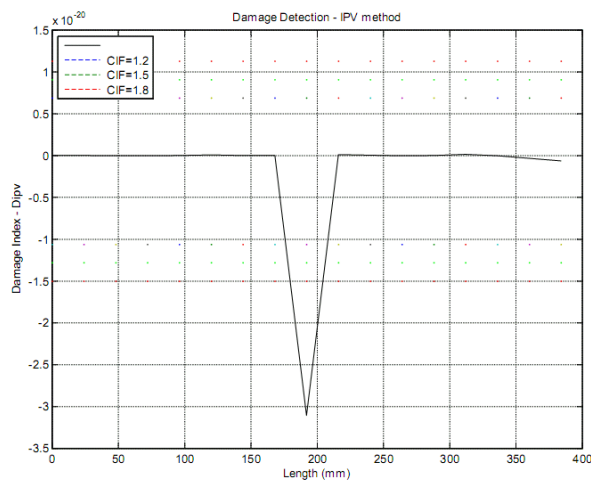
در این روش فرض می شود که اندازه گیری نویز ۱) دارای میانگین صفر. ۲) مستقل از پاسخ ارتعاش بدون اندازه گیری نویز است. و ۳) نقاط اندازه گیری های مختلف مستقل از یکدیگر هستند. [۲، ۶]

در اندازه گیری نویز سه فرض بالا به خوبی در عمل برآورده نمی شود، هر دو ضرب داخلی متقابل و نقطه ضرب داخلی با اندازه گیری نویز آلوده خواهد شد. بنابراین، یک شاخص آسیب محلی از تفاوت بین IPVs از ساختارهای سالم و آسیب دیده تعریف شده است، که به منظور کاهش اثر نویز اندازه گیری استفاده شده است [۶]، یعنی:

$$D_{IPV,i} = R_{IPV,i}^d - R_{IPV,i}^u \quad (۱۸)$$

از آنجایی که  $R_{IPV,i}^d$  و  $R_{IPV,i}^u$  ضرایب نشان دهنده، عنصر  $i$ th ام، در IPVs، ساختارهای سالم و آسیب می باشد. سپس، شاخص

برای تعیین آستانه  $t_I$  و  $t_{II}$ ، با توجه به دو تحقیق قبلی [6,4] و شبیه سازی متعدد، مقدار ۱,۲ برای فاکتور فاصله اطمینان  $\alpha_c$  بدست آمد.



شکل ۶ - تحلیل داده های جابجایی با روش بردار ضرب داخلی (IPV)

همان طور که در شکل (۶)، به خوبی مشخص است، نقاطی از منحنی که خارج از محدوده آستانه آسیب قرار می گیرند محدوده آسیب را در طول قطعه مشخص مشخص می سازند. در این بررسی، مشخص شد که روش بردار ضرب داخلی (IPV)، به عنوان یک الگوریتم تشخیص آسیب که با استفاده از توابع متقابل همبستگی بین پاسخ های ارتعاش تحت تحریک نویز سفید و یا باند رمز عبور تحریک نویز سفید، موقعیت و طول تقریبی آسیب را مشخص می سازد.

#### ۴ نتیجه گیری

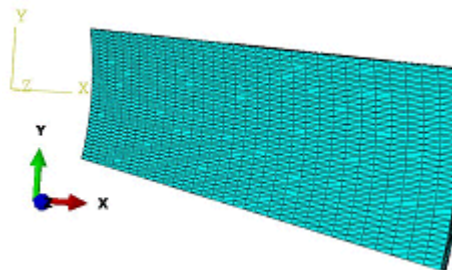
در این مقاله روش بردار ضرب داخلی (IPV)، به عنوان یک الگوریتم تشخیص آسیب که با استفاده از توابع متقابل همبستگی بین پاسخ های ارتعاش تحت تحریک نویز سفید و یا باند رمز عبور تحریک نویز سفید، مورد ارزیابی قرار گرفت. و یک روش جدید و سریع بازرسی ورق معرفی گردید که، می توان در کمترین زمان و هزینه از سلامت آن اطمینان حاصل کرد. و در صورت مشاهده هر گونه عیبی محدوده و سایز تقریبی عیب مشخص می گردد. که با دانستن محدوده عیب دیگر لازم نیست که تمام طول قطعه بازرسی شود، و بدین ترتیب هزینه و زمان بازرسی کاهش می یابد.

#### ۵ تشکر و قدردانی

نویسندگان مراتب قدردانی و تشکر خود را از آقای دکتر لی وانگ، استادیار محترم دانشکده هوانوردی، دانشگاه نورث وسترن پلی تکنیک چین، بابت راهنمایی ها و کمک هایشان، ابراز می دارند.

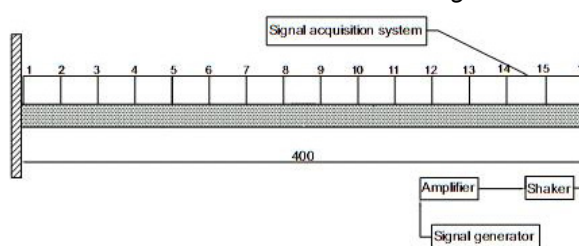
#### مراجع

- [1] L. Wang, Z.C. Yang, T.P. Waters, et al, "Theory of inner product vector and its application to multi-location damage detection", *Journal of Physics: Conference Series*, 305, 012003, 2011.
- [2] Dapeng Zhu, Xiaohua Yi, Yang Wang, Karim Sabra, " structural damage detection through cross correlation



شکل ۲: مدل سازی ورق آلومینیوم T3-۲۰۲۴ در نرم افزار ABAQUS

درگام بعدی، ورق آلومینیوم خم شده، با روش آنالیز مودال داینامیک، مورد تحلیل قرار گرفت. و اطلاعات لازم که شامل جابجایی نقاط مورد نظر می باشد، برای استفاده در روش بردار ضرب داخلی (IPV)، بدست آمد. (شکل ۳)

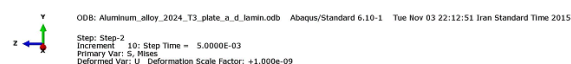
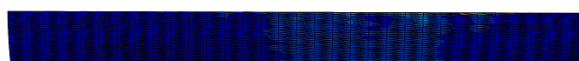
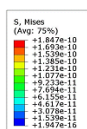


شکل ۳ - مکان نقاطی که جابجایی آنها اندازه گیری شده است.

در گام آخر، در همان مدل ورق ایجاد شده، یک آسیب جدایش لایه ای (Lamination)، با طول ۵۰ میلی متری در فاصله ۲۰۰ میلی متری از تکیه گاه ایجاد شد (شکل ۴)، و دوباره با روش آنالیز مودال، مورد تحلیل قرار گرفت. و اطلاعات لازم در یک زمان مشخص، که شامل جابجایی نقاط مورد نظر می باشد، برای استفاده در روش بردار ضرب داخلی (IPV)، بدست آمد. (شکل ۵). و پس از محاسبه در نرم افزار متلب، نتایج آزمایش حاصل شد. (شکل ۶)



شکل ۴: ایجاد آسیب جدایش لایه ای (Lamination) در ورق



شکل ۵: تجزیه و تحلیل ورق آلومینیوم T3-۲۰۲۴ خم شده با آسیب جدایش

لایه ای (Lamination) در ورق در نرم افزار ABAQUS

- application in structural damage detection *Journal of Sound and Vibration*, 333, 2014, pp. 7352-7363
- [18] S Vanlanduit et al., "Damage Assessment of Structures Vi", *Trans Tech Publications Ltd*, 2005, pp. 549-556, Zurich-Uetikon.
- [19] G.H. James III, T.G. Carne, J.P. Lauffer, "The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures", *Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis* 10(4), 1995, pp. 260-277.
- [20] Maia N M M, Silva J M M and Almas E A M, "Damage Detection in structures; from mode shape of frequency response function methodes", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17(3), 2003, pp. 489-498
- [21] Muyu Zhang, Rüdiger Schmidt, Bernd Markert, "Structural damage detection methods based on the correlation functions", *9<sup>th</sup> International Conference on Structural Dynamics*, 2014, pp. 1-11
- functions analysis of mobile sensing data", *5<sup>th</sup> World Conference on Structural Control and Monitoring*, 5WCSCM-10030, 2009.
- [3] A. Alvandi , C. Cremona, "Assessment of vibration-based damage identification techniques", *Journal of Sound and Vibration* , 292, 2006, pp. 179-202
- [4] Le Wang, Zhichun Yang, "Effect of response type and excitation frequency range on the structural damage detection method using correlation functions of vibration responses", *Journal of Sound and Vibration*, 332, 2013, pp. 645-653.
- [5] L. Wang, Z.C. Yang, T.P. Waters, "Structural damage detection using cross correlation functions of vibration response", *Journal of Sound and Vibration*, 329, 2010, pp. 5070-5086.
- [6] Xiaojuan Dang, "Statistic Strategy of Damage Detection for Composite Structure Using the Correlation Function Amplitude Vector", *Procedia Engineering*, 99, 2015, pp. 1395-1406.
- [7] C.R. Farrara, G.H. James IIIb , "SYSTEM IDENTIFICATION FROM AMBIENT VIBRATION MEASUREMENTS ON A BRIDGE", *Journal of Sound and Vibration*, 1997, pp 1-18
- [8] Lin, S.L., J.N. Yang, and L. Zhou, "Damage identification of a benchmark building for structural health monitoring", *Smart Materials & Structures*, 2005, 14(3), pp: 162-169.
- [9] Sabra, K.G., E.S. Winkel, D.A. Bourgoyne, B.R. Elbing, S.L. Ceccio, M. Perlin, and D.R. Dowling, "Using cross correlations of turbulent flow-induced ambient vibrations to estimate the structural impulse response. Application to structural health monitoring." *Journal of the Acoustical Society of America*, 2007, 121(4), pp. 1987-1995.
- [10] Z.C Yang, Z.F. Yu, H. Sun, "On the cross correlation function amplitude vector and its application to structural damage detection", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21, 2007, pp. 2918-2932.
- [11] Le Wang, Zhichun Yang , "Structural Damage Detection Using Inner Product Vector and Low Pass Filter Technique", *Mechanics and Materials*, Vols. 204-208, 2012. pp. 2942-2946.
- [12] Muyu Zhang, Rüdiger Schmidt, "Sensitivity analysis of an auto-correlation-function-based damage index and its application in structural damage detection", *Journal of Sound and Vibration*, 333, 2014, pp. 7352-7363.
- [13] Muyu Zhang, Rüdiger Schmidt, "A comparative study of the correlation function based structural damage detection methods under sinusoidal", *11<sup>th</sup> International Conference on Vibration Problems* , Lisbon, Portugal, 2013, pp. 9-12
- [14] Ioannis PITROPAKIS, Helge PFEIFFER, Thomas GESANG, Stein JANSSENS and Martine WEVERS1, "Crack Detection in Aluminium 2024-T3 Plates and in an Airbus A320 Slat-Track using Electrical Crack Gauges", *Proceedings 18<sup>th</sup> World Conference on Non-Destructive Testing*, 16 - 20 April 2012
- [15] Z.C. Yang, L. Wang, H. Wang, et al, "Damage detection in composite structures using vibration response under stochastic excitation", *Journal of Sound and Vibration*, 325, 2009, pp. 755-768.
- [16] C.R. Farrar, K. Worden, "An introduction to structural health monitoring", *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365, 2007, pp. 303-305.
- [17] Muyu Zhang, Rüdiger Schmidt, "Sensitivity analysis of an auto-correlation-function-based damage index and its