

شناسایی ترک‌های عرضی در محورهای دوار با استفاده از تحلیل ارتعاشی مدل ترک تنفس کننده

مهدی صالحی^۱، عباس عظمتی^۲

^۱ اصفهان، نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

^۲ اصفهان، نطنز، مجتمع فولاد نطنز، azemati_a@yahoo.com

چکیده

در این تحقیق با استفاده از تحلیل ارتعاشی، قطعه دارای ترک تشخیص داده می‌شود. تا کنون مدل‌های مختلفی به منظور بررسی اثر ترک بر پاسخ ارتعاشی محور ارائه شده است. مدل ترک همیشه باز و همچنین ترک باز یا بسته از این جمله می‌باشند. در این تحقیق ترک عرضی محور دوار با استفاده از مدل ترک تنفس کننده بررسی شده است. این مدل انطباق بسیار بهتری با یک ترک واقعی دارد. ترک بر اساس اصول مکانیک شکست مدل شده و معادلات حرکت سیستم استخراج شده اند. در این روش برای مدل کردن رفتار واقعی ترک در باز و بسته شدن تدریجی از ضریب شدت تنش استفاده می‌شود. این مدل می‌تواند به طور دقیق مقدار استحکام محور ترک‌دار را در هر محدوده سرعت مشخص کند. نکته کلیدی در مدل تنفس کننده، مشخص کردن ناحیه‌ای از سطح مقطع ترک در حالت بسته است. برای این کار از مفهوم خط بسته ترک استفاده شده است. خط بسته ترک، یک خط فرضی عمود بر لبه ترک است که قسمت‌های بسته و باز ترک را از هم جدا می‌کند. تغییرات سختی محور ترک‌دار برای عمق‌های مختلف ترک استخراج شده است. علی‌رغم محاسبه پاسخ زمانی سیستم، از پاسخ فرکانسی محور به عنوان معیار تشخیص وجود ترک در حالت‌های مختلف استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی

محور دوار، ترک عرضی، ارتعاشات

مقدمه

در صنایع مختلف خرابی سیستم‌های مکانیکی یکی از مهم‌ترین نگرانی‌هایی است که می‌تواند منجر به توقف‌های ناخواسته سیستم کاری شود. این موضوع، اهمیت تشخیص و رفع عیوب را در این سیستم‌ها نشان می‌دهد. از این رو تحقیقات زیادی در جهت یافتن روش‌های مناسب برای تشخیص عیوب و رفع آن‌ها صورت گرفته است. تحلیل و تشخیص عیوب و خرابی‌ها در سیستم‌ها به روش‌های مختلفی صورت می‌گیرد. از جمله این روش‌ها می‌توان به تحلیل ارتعاشی، تحلیل صدا، آزمایش‌های اشعه ایکس، آزمایش‌های فراصوتی، آزمایش‌های چشمی، آنالیز روغن و ترموگرافی اشاره نمود. در این بین تحلیل ارتعاشی متداول‌ترین روش در بین روش‌های

مختلف می‌باشد. مبنای این روش این است که تمامی سیستم‌ها ارتعاش تولید می‌کنند. وقتی که یک سیستم به خوبی و در حالت متعارف خود کار کند ارتعاش تولیدی آن کوچک است ولی در نهایت عیوب و خرابی به تدریج در سیستم گسترش یافته و به تدریج سبب افزایش دامنه ارتعاش و تغییر شیوه ارتعاش آن می‌شود. یک نمونه از سیستم‌های مکانیکی که در صنایع مختلف کاربردهای فراوانی دارد، محور دوار است. در سیستم روتور، پایش وضعیت به دو صورت برخط و برون خط کاری صورت می‌گیرد. سه سطح از پایش وضعیت سیستم وجود دارد که به ترتیب آشکار سازی وجود عیب، عیب شناسی (که هدف آن تشخیص پارامترها و اثرات عیب و خرابی است) و در نهایت پیش بینی و تشخیص عمر باقیمانده می‌باشند. سیستم‌های دوار صنعتی می‌توانند دچار عیوب متفاوتی گردند. از جمله این عیوب می‌توان به نابالانسی، ناهمراستی، خرابی یاتاقان‌ها و البته ترک در محور اشاره نمود. با وجود دقت بالای ساخت و ماشینکاری در فرآیند تولید محورهای دوار، ایجاد ریزترک‌ها و رشد آن‌ها در شرایط بارگذاری کاری ناگزیر می‌باشد. شکست‌های ناشی از رشد ترک می‌تواند به صورت ناگهانی و کلی باشد. همین موضوع اهمیت بررسی روش‌های تشخیص وجود ترک در شافت‌های دوار را دوچندان نموده است.

در این تحقیق شناسایی ترک در روتور مورد مطالعه قرار می‌گیرد. رشد ترک عرضی ناشی از خستگی یک مشکل رایج در سیستم‌های روتور صنعتی است. محورها برای افزایش کارایی به تدریج سبک تر و انعطاف پذیرتر شده و به شکلی طراحی می‌شوند که با سرعت بیشتری دوران نموده و نسبت توان به وزن آن‌ها بیشتر گردد. این امر سبب بالا رفتن خطر ایجاد ترک عرضی ناشی از خستگی می‌شود. ترک ممکن است سبب شکست فاجعه‌وار سیستم شود. توانایی شناسایی و تشخیص وضعیت ترک عرضی به مدت کمی پس از ایجاد آن یک امر ضروری برای سیستم‌های روتور است.

در سیستم‌های روتور معمولاً گرانس یا نابالانسی سبب ایجاد تحریک اجباری می‌شوند. موفقیت پایش وضعیت برخط با روش ارتعاشی به دقت مدل استفاده شده برای ترک بستگی دارد. معمولاً ترک به صورت باز یا تنفس کننده در نظر گرفته می‌شود. ترک باز همواره با چرخش محور باز بوده و سختی نامتقارنی را برای محور ایجاد می‌کند که نسبت به زمان نامتغیر است زیرا حالت ترک نسبت

به زمان ثابت است. ترک تنفس کننده حالتی است که ترک با چرخش محور و به شکل دوره‌ای باز و بسته می‌شود که حالت ترک واقعی را نشان می‌دهد. از این رو سختی محور در این حالت به شکل دوره‌ای تابع زمان خواهد بود.

توانایی سیستم‌های پایش وضعیت در شناسایی و تشخیص وضعیت ترک به چگونگی مدل‌سازی حالت واقعی ترک و اثرات فیزیکی آن بستگی دارد. وجه مشترک مهم تمامی ترک‌ها کاهش سختی سیستم ناشی از ترک است. کاهش موضعی سختی به عمق ترک بستگی دارد. دو ویژگی موقعیت و عمق ترک بر کاهش سختی کل تاثیرگذار می‌باشند. در بسیاری از تحقیقات فقط یکی از دو مورد موقعیت یا عمق ترک در نظر گرفته شده که این امر می‌تواند به کاهش دقت نتایج منجر گردد. لین و چو در سال ۲۰۱۰ معادلات حرکت برای یک سیستم محور با ترک ۴۵ درجه را برای چهار جهت، دو جهت عرضی، یک جهت پیچشی و دیگری طولی، استخراج نمودند [۱]. آن‌ها نشان دادند که برای ترک مایل سختی کوپله وجود دارد. همچنین یک کوپلینگ خمشی- پیچشی ناشی از خروج از مرکزی وجود دارد و کوپلینگ‌های ذکر شده بر رفتار دینامیکی تاثیر می‌گذارد. شویففات و بوچر در سال ۲۰۱۱ دو تابع مختلف را برای تشریح ترک تنفس کننده معرفی نمودند [۲]. آن‌ها از این دو تابع برای استخراج روابط ماتریس سختی اجزای محدود وابسته به زمان المان‌های دارای ترک استفاده نمودند. همچنین با استخراج معادلات حرکت سیستم روتور ترک‌دار و حل آن، نتایج این دو تابع جدید را با نتایج قبلی موجود برای ترک‌های تنفس کننده مقایسه نمودند. آن‌ها نشان دادند که توابع پیشنهادی قبلی برای ترک تنفس کننده در حالتی که عمق ترک کوچک است دقت کمتری داشته و توابع جدید در گستره بیشتری از عمق ترک قابل استفاده است. هان و ژائو در سال ۲۰۱۲ بیان می‌کنند که با توجه به چرخش روتور و بر اثر گرانش ترک عرضی باز و بسته می‌شود و در نظر گرفتن ترک تنفس کننده ضروری است [۳]. همچنین تغییرات سختی محور به شکل پریودیک وابسته به زمان است و سبب ناپایداری و ارتعاش شدید تحت شرایط کاری می‌شود. آن‌ها بیان می‌دارند که ناحیه ناپایداری با مکانیزم‌های مختلف ترک تغییر می‌کند. از این رو با ارائه دو مکانیزم مختلف برای تنفس ترک سعی نمودند که اثرات آن را بر رفتار سیستم بررسی کنند. آن‌ها از روش بولوتین برای تعیین مرز ناپایداری استفاده کردند. هان و همکاران در سال ۲۰۱۲ با استفاده از روش اجزای محدود رفتار دینامیکی محور چرخنده‌دار و با تحت ترک مایل را بررسی نمودند. آن‌ها براساس مکانیک شکست ماتریس انعطاف‌پذیری ترک مایل را استخراج کرده‌اند. آن‌ها سه حالت مختلف تحلیل چرخش، تحلیل ناپایداری و حالت ناپایدار را در نظر گرفتند [۴]. دیدایر و همکاران در سال ۲۰۱۲ اثرات انواع عیوب مانند عدم بالانس، عدم تقارن محور، عدم تنظیم زاویه‌ای و موازی بودن را بر تغییرات پاسخ غیر خطی سیستم روتور بررسی نمودند. آن‌ها روش بالانس هارمونیک با یک بسط اغتشاش چند جمله‌ای را پیشنهاد نمودند [۵]. هان و ژائو در سال ۲۰۱۳ به شکل تحلیلی اثرات ترک

عرضی و دیسک غیرمقارن را بررسی نمودند [۶]. آن‌ها از نرخ آزاد سازی انرژی کرنشی برای استخراج ضرایب سختی ترک استفاده کردند و معادلات ارتعاشی سیستم چهار درجه آزادی را ارائه نمودند. سپس با استفاده از روش بالانس هارمونیک و نیز روش بسط تیلور ناحیه ناپایداری را به شکل تقریبی حل نمودند. همچنین اثرات عمق ترک و موقعیت آن را بر ناپایداری بررسی نمودند.

ارائه مدل

ترک‌های ایجاد شده در محورهای دوار به دو دسته کلی ترک عرضی و ترک مایل تقسیم می‌شوند. ترک عرضی معمولاً ناشی از خستگی محور در اثر اعمال ممان خمشی است، در حالی که ترک‌های مایل بیشتر ناشی از خستگی محور در اثر اعمال ممان پیچشی می‌باشند. در این تحقیق، ترک‌های عرضی مورد بررسی قرار می‌گیرند. ابتدا مدل دینامیکی محور دارای ترک ارائه شده و معادلات حرکت بدست می‌آیند. سپس با استفاده از مکانیک شکست، سختی محور دارای ترک محاسبه شده و در معادلات مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل ارائه شده معمولاً برای توربین‌ها و کمپرسورها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

فرض می‌شود که محور بر روی یاتاقان‌های صلب قرار داشته و یک دیسک نابالانس در وسط محور قرار گرفته باشد. در شکل ۱ سطح مقطع ترک و محورهای مختصات نشان داده شده است. Z و Y محورهای مختصات ثابت و η و ξ محورهای مختصات چرخان می‌باشند. m جرم دیسک قرار گرفته در وسط محور الاستیک بدون جرم است. e خارج از مرکزی مرکز دیسک از مرکز هندسی محور، β زاویه بین راستای خارج از مرکزی دیسک و محور ξ و Ω سرعت زاویه‌ای محور است.

با استفاده از قوانین نیوتن معادلات حرکت در دستگاه مختصات دوار به شکل زیر خواهد بود [۷]:

$$m[\ddot{\xi} - 2\Omega\dot{\eta} - \Omega^2\xi] + c[\dot{\xi} - \Omega\eta] + k_{\xi\xi}\xi + k_{\xi\eta}\eta = me\Omega^2\cos\beta - mg\cos\Omega t \quad (1)$$

$$m[\ddot{\eta} + 2\Omega\dot{\xi} - \Omega^2\eta] + c[\dot{\eta} + \Omega\xi] + k_{\eta\xi}\xi + k_{\eta\eta}\eta = me\Omega^2\sin\beta + mg\sin\Omega t \quad (2)$$

که c میرایی خارجی، g شتاب جاذبه زمین، $k_{\xi\xi}$ و $k_{\xi\eta}$ سختی محور در راستای محورهای η ، ξ و $k_{\eta\xi}$ و $k_{\eta\eta}$ سختی‌های کوپل محور است.

در اثر وارد شدن نیروهای Q_{ξ} و Q_{η} بر روی سطح مقطع یک محور دوار، تغییر شکل‌هایی در محور ایجاد می‌شود. این تغییر شکل‌های اضافی در اثر ترک با استفاده از مکانیک شکست محاسبه می‌شود. هنگامی که نیروهای Q_{ξ} و Q_{η} وجود داشته باشند، مقدار تنش بر روی لبه ترک دارای مقادیر مختلفی می‌باشد و بنابراین ضریب شدت تنش تابعی از w است (شکل ۲).

که با استفاده از روابط فوق خواهیم داشت:

$$g_1 = \frac{L^3}{48EI} + \iint \frac{512l^2\alpha'^2}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha/\alpha')^2 d\alpha dw \quad (12)$$

$$g_2 = g_3 = \iint \frac{1024l^2\alpha'w}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha/\alpha') F'(\alpha/\alpha') d\alpha dw \quad (13)$$

$$g_4 = \frac{L^3}{48EI} + \iint \frac{2048l^2w^2}{E\pi D^8} \alpha F'(\alpha/\alpha')^2 d\alpha dw \quad (14)$$

با استفاده از روابط فوق خواهیم داشت:

$$Q_\xi = (g_4\xi - g_2\eta)/(g_1g_4 - g_2^2) \quad (15)$$

$$Q_\eta = (-g_2\xi + g_1\eta)/(g_1g_4 - g_2^2) \quad (16)$$

با توجه به رابطه

$$Q_\xi = k_{\xi\xi}\xi + k_{\xi\eta}\eta \quad (17)$$

$$Q_\eta = k_{\eta\xi}\xi + k_{\eta\eta}\eta \quad (18)$$

با جایگذاری رابطه (15) و (16) در رابطه (17) و (18) خواهیم داشت:

$$k_{\xi\xi} = \frac{g_4}{g_1g_4 - g_2^2} \quad (19)$$

$$k_{\eta\eta} = \frac{g_1}{g_1g_4 - g_2^2} \quad (20)$$

$$k_{\xi\eta} = k_{\eta\xi} = \frac{-g_2}{g_1g_4 - g_2^2} \quad (21)$$

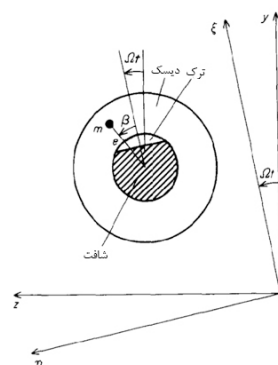
نکته مهم در محاسبه مقادیر سختی از روابط فوق مشخص کردن حدود انتگرال گیری است. برای مشخص کردن حدود انتگرال گیری باید از یک مدل خاص ترک استفاده کرد.

سه نوع مدل ترک عبارتند از:

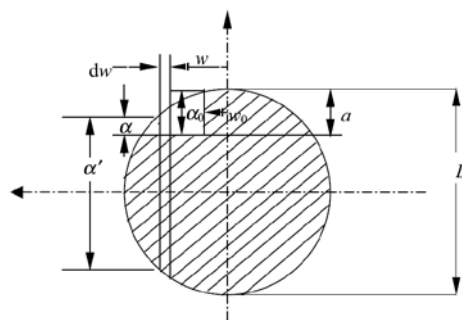
- مدل ترک باز
- مدل ترک باز-بسته
- مدل ترک تنفس کننده

در حالت مدل ترک باز، فرض می شود که ترک همیشه باز است. بنابراین انتگرال گیری بر روی کل سطح ترک انجام می شود. در نتیجه مقادیر سختی در پروسه حل ثابت و مربوط به سختی ترک کاملاً باز است.

در حالت ترک باز-بسته فرض می شود ترک کاملاً باز یا کاملاً بسته است. باز یا بسته بودن ترک بستگی به علامت ξ دارد. اگر علامت ξ مثبت بود، ترک کاملاً باز و در صورت منفی بودن علامت آن، ترک کاملاً بسته است. در حل مسئله در این حالت تا وقتی که علامت ξ مثبت است از مقادیر سختی حالت کاملاً باز استفاده می شود و پس از منفی شدن علامت ξ در ادامه حل از مقادیر سختی مربوط به ترک کاملاً بسته (محور بدون ترک) استفاده می شود. مدل



شکل ۱ سطح مقطع ترک و محورهای مختصات



شکل ۲ سطح مقطع ترک

ضریب شدت تنش $K_{Q\xi}^I$ در اثر Q_ξ از رابطه زیر به دست می آید:

[17]:

$$K_{Q\xi}^I = \sigma_\xi(w) \sqrt{\pi\alpha} F(\alpha/\alpha') \quad (3)$$

$$\sigma_\xi(w) = \frac{Q_\xi l \alpha'}{2} / \frac{\pi}{64} D^4 \quad (4)$$

$$F(\alpha/\alpha') = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2\alpha'} \frac{0.92 + 0.19[1 - \sin(\pi\alpha/2\alpha')]}{\cos(\pi\alpha/2\alpha')}}^4 \quad (5)$$

که $\alpha' = \sqrt{D^2 - (2w)^2}$ و L و D به ترتیب طول و قطر محور است. l فاصله ترک از سمت چپ محور است. به روش مشابه برای نیروی عرضی Q_η خواهیم داشت:

$$K_{Q\eta}^I = \sigma_\eta(w) \sqrt{\pi\alpha} F'(\alpha/\alpha') \quad (6)$$

$$\sigma_\eta(w) = \frac{Q_\eta l}{2} w / \frac{\pi}{64} D^4 \quad (7)$$

$$F'(\alpha/\alpha') = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2\alpha'} \frac{0.7 + 2.02(\alpha/\alpha') + 0.37[1 - \sin(\pi\alpha/2\alpha')]}{\cos(\pi\alpha/2\alpha')}}^3 \quad (8)$$

ضریب شدت تنش کلی از رابطه زیر بدست می آید:

$$K^I = K_{Q\xi}^I + K_{Q\eta}^I \quad (9)$$

با اضافه کردن تغییرشکل محور بدون ترک به تغییرشکل ناشی از ترک، تغییرشکل کلی برابر خواهد بود با:

$$\Delta^\xi = Q_\xi g_1 + Q_\eta g_2 \quad (10)$$

$$\Delta^\eta = Q_\xi g_3 + Q_\eta g_4 \quad (11)$$

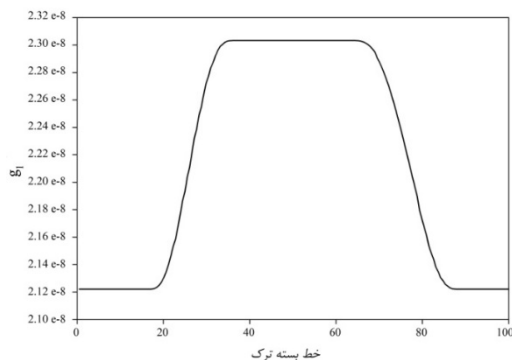
لبه ترک که علامت ضریب شدت تنش کل منفی باشد، آن نقطه در ناحیه فشاری قرار دارد و در ناحیه بسته ترک قرار دارد. به طور مشابه هر نقطه‌ای که در آن علامت ضریب شدت تنش مثبت باشد، آن نقطه در ناحیه کششی قرار دارد و در نتیجه ترک در آن نقطه باز می‌باشد. بنابراین نقطه‌ای که ضریب شدت تنش تغییر علامت می‌دهد آن نقطه محل خط بسته ترک است.

مطالعه موردی

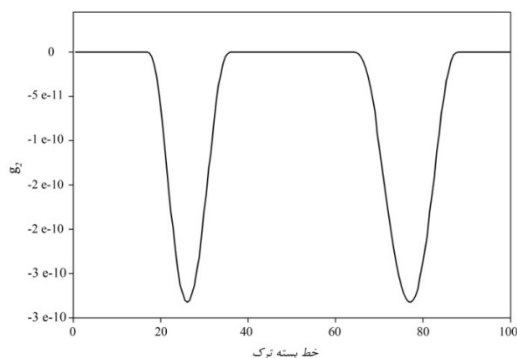
روابط مربوط به مدل ترک تنفس کننده و معادلات حرکت در محیط متلب کدنویسی گردیده است. در این قسمت نتایج بدست آمده از این کدها براساس روابط و الگوریتم ارائه شده در قسمت‌های قبل آورده شده است. پس از استخراج نتایج، داده‌ها با استفاده از تبدیل فوریه از حوزه زمان به حوزه فرکانس تبدیل شده و فرکانس‌های محور استخراج می‌گردند. نتایج بیا در نظر گرفتن محوری فولادی به طول ۰/۷ متر، قطر ۱۵ میلی متر، جرم دیسک ۱۰ کیلوگرم، خروج از مرکزی ۱ میلی متر و نسبت استهلاک ۰/۰۲ محاسبه شده اند.

تغییرات ضرایب انعطاف پذیری به صورت تابعی از موقعیت خط بسته ترک در شکل‌های ۴ تا ۶ آورده شده است.

با توجه به شکل ۳ ترک در نقاط ۱ و ۱۰۰ کاملاً بسته است، بنابراین همانطور که در شکل‌های ۴ تا ۶ نشان داده شده است، در این نقاط، انعطاف پذیری محور دارای کمترین مقدار و سختی محور دارای مقدار بیشینه خود می‌باشد. اما در نقطه ۵۰ ترک کاملاً باز است و با توجه به شکل‌های ۴ تا ۶ انعطاف پذیری محور دارای بیشترین مقدار خود می‌باشد.



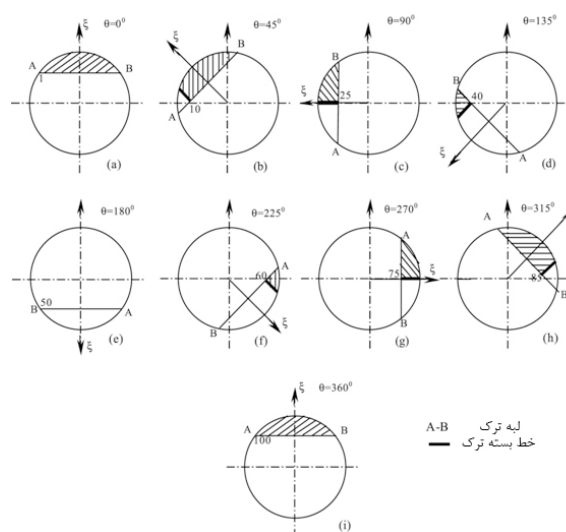
شکل ۴ ضریب انعطاف پذیری g1 برحسب موقعیت خط بسته ترک



شکل ۵ ضریب انعطاف پذیری g2 برحسب موقعیت خط بسته ترک

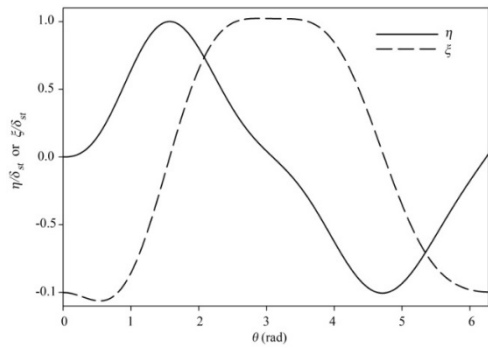
ترک باز- بسته را معمولاً هنگامی که محور با سرعت ثابت و در شرایط حالت پایدار و دور از سرعت بحرانی و بدون هیچ تحریک گذرا در حال کار کردن است می‌توان استفاده کرد.

مدل ترک تنفس کننده برای حل دقیق معادلات بکار برده می‌شود. در این روش برای مدل کردن رفتار واقعی ترک در باز و بسته شدن تدریجی از ضریب شدت تنش استفاده می‌شود. این مدل می‌تواند به طور دقیق مقدار استحکام محور ترک‌دار را در هر محدوده سرعت و هر شرایط تحریک (پایدار یا گذرا) مشخص کند. نکته مهم در استفاده از مدل تنفس کننده، مشخص کردن ناحیه‌ای از سطح مقطع ترک است که ترک بسته است. برای این کار از مفهوم خط بسته ترک استفاده شده است. خط بسته ترک، یک خط فرضی عمود بر لبه ترک است که قسمت‌های بسته و باز ترک را از هم جدا می‌کند (شکل ۳). برای مشخص کردن موقعیت خط بسته ترک، لبه ترک به ۵۰ نقطه تقسیم شده است. موقعیت این خط در هنگام باز شدن ترک از نقطه ۱ تا ۵۰ (A تا B) و هنگام بسته شدن ترک از ۵۰ تا ۱۰۰ (B تا A) هنگامی که محور پادساعتگرد می‌چرخد، تغییر می‌کند. هنگامی که محور در موقعیت اولیه قرار دارد، لبه ترک در ناحیه فشاری قرار دارد و ترک تحت اثر وزن کاملاً بسته است. هنگامی که روتور در جهت پادساعتگرد می‌چرخد، قسمتی از ترک که نزدیک نقطه A قرار دارد شروع به باز شدن می‌شود. لبه ترک هنگامی که به قسمت پایینی در ناحیه کششی، $\theta = 180^\circ$ می‌رسد کاملاً باز می‌شود. در این موقعیت خط بسته ترک از نقطه A به نقطه B منتقل شده است. هنگامی که محور بیشتر بچرخد ترک از نقطه A شروع به بسته شدن می‌کند تا در $\theta = 360^\circ$ کاملاً بسته شود. بنابراین نقاط ۱ و ۱۰۰ مشخص کننده بسته بودن کامل ترک و نقطه ۵۰ مشخص کننده باز بودن کامل ترک است. نقطه ۲۵ مشخص کننده نیمه باز- نیمه بسته بودن ترک است.



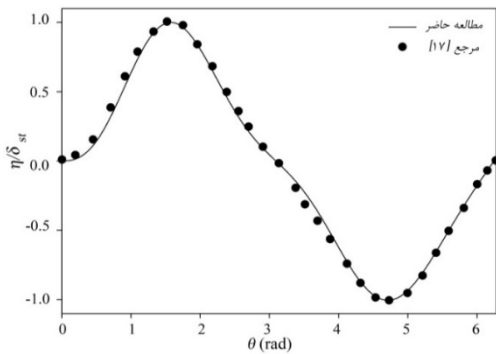
شکل ۳ تغییرات محل خط بسته بودن ترک با موقعیت زاویه‌ای محور

برای مشخص کردن موقعیت خط بسته ترک در هنگام حل، مقدار ضریب شدت تنش کل را بدست می‌آوریم. ضریب شدت تنش در ۵۰ نقطه مشخص شده لبه ترک محاسبه می‌شود. در هر نقطه از

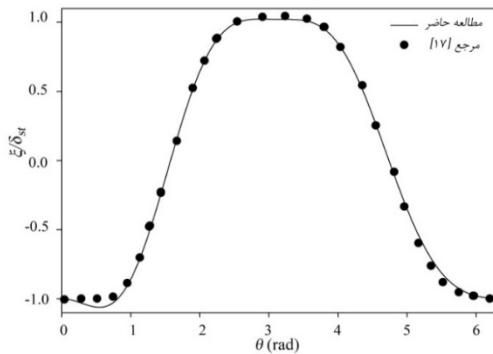


شکل ۸ پاسخ زمانی مختصات محلی برای عمق ترک ۳ میلی‌متر

حال برای صحنه گذاری نتایج به دست آمده، این داده‌ها با نتایج موجود در مرجع [۵] مقایسه شده است. این مقایسه در شکل ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود. نتایج بدست آمده انطباق قابل قبولی با نتایج موجود در مرجع [۵] داشته است.



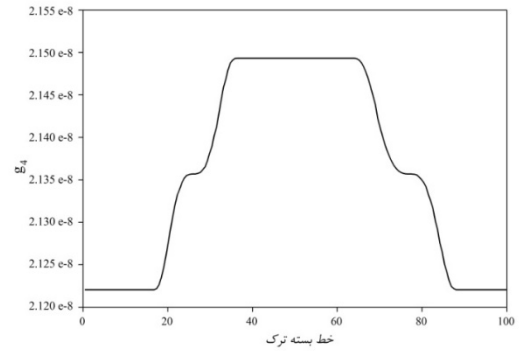
شکل ۹ مقایسه نتایج به دست آمده در جهت η با نتایج مرجع [۵]



شکل ۱۰ مقایسه نتایج به دست آمده در جهت ξ با نتایج مرجع [۵]

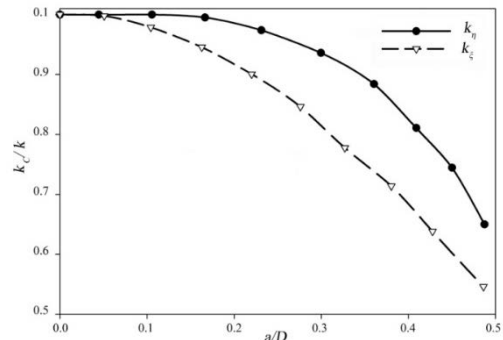
در این بخش شافت فولادی کمپرسور یک واحد صنعتی با طول ۰/۸ و قطر ۰/۱ متر، جرم دیسک ۱۰۰ کیلوگرم، خروج از مرکزی ۲ میلی متر به روش ارائه شده تحلیل می‌گردد. با در نظر گرفتن عمق-ها و موقعیت‌های متفاوت برای ترک، محاسبات تکرار شده است. پاسخ فرکانسی برای محوری با ترک عرضی در وسط محور و با عمق-های متفاوت در شکل‌های ۱۱ تا ۱۵ ارائه شده است.

با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان گفت که با افزایش عمق ترک، دامنه هارمونیک دوم افزایش می‌یابد. روند افزایش دامنه



شکل ۶ ضریب انعطاف پذیری g4 برحسب موقعیت خط بسته ترک

در شکل ۷ تغییرات سختی محور ترک‌دار در دو جهت η و ξ برای عمق‌های ترک مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش عمق ترک، سختی محور کاهش می‌یابد. این کاهش سختی در جهت ξ بیشتر است زیرا با توجه به سطح مقطع ترک نشان داده شده در شکل ۲ کاهش ممان اینرسی در جهت ξ در اثر افزایش عمق ترک بیشتر می‌باشد.



شکل ۷ تغییرات سختی محور ترک‌دار برای عمق‌های مختلف ترک

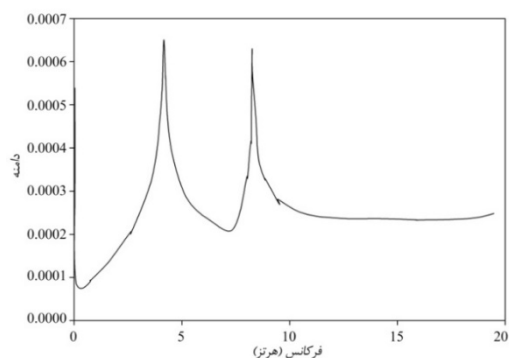
با حل معادلات (۱) و (۲) پاسخ سیستم در دو جهت η و ξ محاسبه شده است. سپس پاسخ‌های بدست آمده به دستگاه مختصات ثابت با محورهای Z و Y نشان داده شده در شکل ۲ تبدیل شده است. برای حل معادلات از مقادیر سختی بدست آمده از روابط (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) استفاده شده است. همچنین مدل ترک تنفس کننده در حل معادلات بکار برده شده است.

در شکل ۸ پاسخ زمانی مختصات محلی برای محوری با عمق ترک ۳ میلی‌متر (a/D=0.2) آورده شده است. لازم به ذکر است که در این شکل مقدار δst و k0 از روابط زیر بدست می‌آیند:

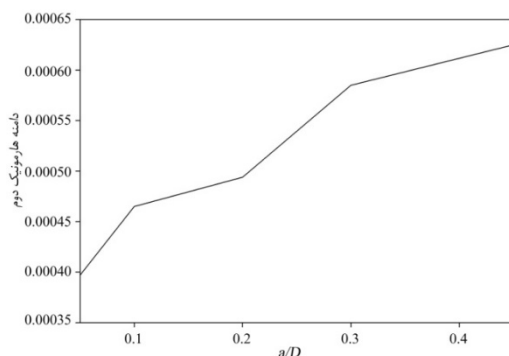
$$\delta_{st} = mg/k_0 \quad (22)$$

$$k_0 = 48EI/L^3 \quad (23)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، I ممان اینرسی مقطع می‌باشد.



شکل ۱۵ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۴۵ میلی‌متر



شکل ۱۶ نمودار دامنه هارمونیک دوم بر حسب عمق ترک‌های مختلف

به منظور بررسی تاثیر پارامترهای ترک، یعنی عمق و موقعیت آن روی فرکانس ارتعاش محور، نتایج هارمونیک اول و دوم و همچنین دامنه هارمونیک دوم برای ترک با عمق و موقعیت‌های مختلف در جدول ۱ نمایش داده شده است.

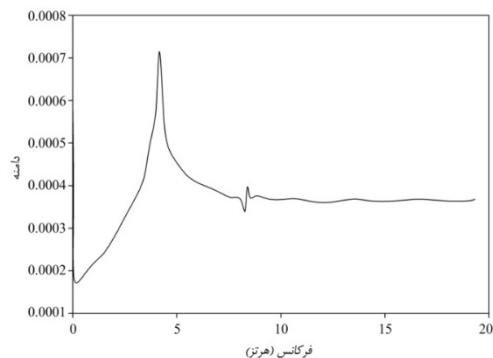
جدول ۱ آنالیز ارتعاشی برای ترک با عمق و موقعیت‌های مختلف

| موقعیت ترک (mm) | عمق ترک (mm) | هارمونیک اول (Hz) | هارمونیک دوم (Hz) | دامنه هارمونیک دوم |
|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| ۵۰ | ۵ | ۵/۱۱۹۹ | ۱۰/۴۶۶۷ | ۰/۰۰۰۲۶۹ |
| ۵۰ | ۱۰ | ۵/۱۱۹۲ | ۱۰/۳۳۵۲ | ۰/۰۰۰۳۲۶ |
| ۵۰ | ۲۰ | ۵/۱۱۸۷ | ۱۰/۲۹۵۲ | ۰/۰۰۰۳۶۱ |
| ۱۰۰ | ۵ | ۵/۰۹۹۹ | ۱۰/۳۸۱۷ | ۰/۰۰۰۲۸۲ |
| ۱۰۰ | ۱۰ | ۵/۰۸۸۴ | ۱۰/۳۶۵۳ | ۰/۰۰۰۳۳۹ |
| ۱۰۰ | ۲۰ | ۵/۰۷۶۷ | ۱۰/۳۶۳۵ | ۰/۰۰۰۳۷۱ |
| ۲۰۰ | ۵ | ۵/۰۸۴۹ | ۱۰/۲۹۲۷ | ۰/۰۰۰۳۲۲ |
| ۲۰۰ | ۱۰ | ۵/۰۷۵۹ | ۱۰/۲۹۰۵ | ۰/۰۰۰۳۸۴ |
| ۲۰۰ | ۲۰ | ۵/۰۷۴۷ | ۱۰/۲۸۸۳ | ۰/۰۰۰۴۰۴ |
| ۳۰۰ | ۵ | ۵/۰۴۹۹ | ۱۰/۲۴۵۷ | ۰/۰۰۰۳۲۳ |
| ۳۰۰ | ۱۰ | ۵/۰۳۶۲ | ۱۰/۲۲۹۸ | ۰/۰۰۰۳۹۴ |
| ۳۰۰ | ۲۰ | ۵/۰۳۰۱ | ۱۰/۲۱۵۷ | ۰/۰۰۰۴۱۸ |
| ۴۰۰ | ۵ | ۵/۰۰۴۱ | ۱۰/۱۶۱۷ | ۰/۰۰۰۳۹۷ |
| ۴۰۰ | ۱۰ | ۴/۹۸۵۷ | ۱۰/۱۵۵۵ | ۰/۰۰۰۴۶۵ |
| ۴۰۰ | ۲۰ | ۴/۹۸۱۲ | ۱۰/۱۳۶۶ | ۰/۰۰۰۴۹۴ |

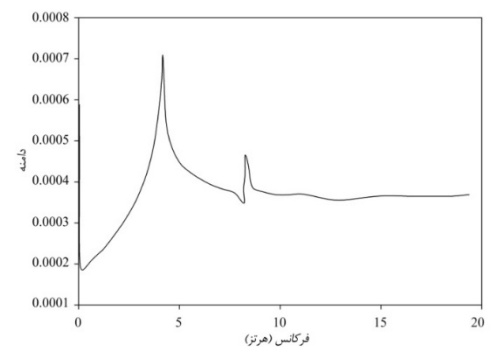
در حوزه فرکانس با توجه به حساسیت دامنه هارمونیک دوم به ترک، می‌توان از این پارامتر به عنوان معیار تشخیص ترک و مقایسه

هارمونیک دوم بر حسب عمق ترک‌های مختلف در شکل ۱۶ آورده شده است.

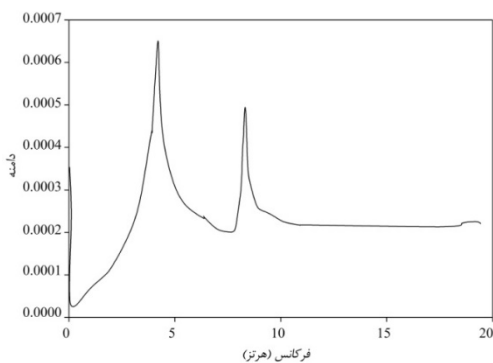
هارمونیک اول در طیف فرکانسی مربوط به اثر نابالاسی می‌باشد و هارمونیک دوم مربوط به اثر ترک است که با افزایش عمق ترک، دامنه آن افزایش می‌یابد.



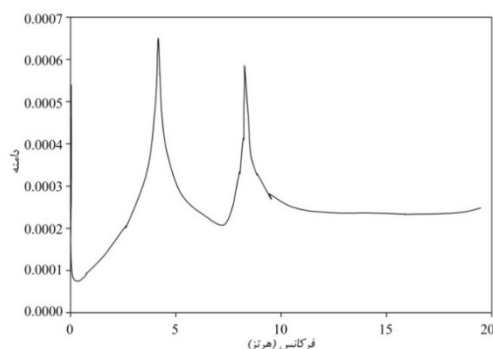
شکل ۱۱ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۵ میلی‌متر



شکل ۱۲ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۱۰ میلی‌متر



شکل ۱۳ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۲۰ میلی‌متر



شکل ۱۴ پاسخ فرکانسی برای عمق ترک ۳۰ میلی‌متر

- European Journal of Mechanics A/Solids 36, pp. 180-190, 2012.
- [4] Q. Han, J. Zhao and F. Chu, Dynamic analysis of a geared rotor system considering a slant crack on the shaft, Journal of Sound and Vibration 331, pp. 5803-5823, 2012.
- [5] J. Didier, J. J. Sinou and B. Faverjon, Study of the non-linear dynamic response of a rotor system with faults and uncertainties, Journal of Sound and Vibration 331, pp. 671-703, 2012.
- [6] Q. Han, F. Chu, Parametric instability of a Jeffcott rotor with rotationally asymmetric inertia and transverse crack, Nonlinear Dynamic 73, pp. 827-842, 2013.
- [7] O. S. JUN, H. J. EUN, Modeling and vibration analysis of a simple rotor with a breathing crack, Journal of Sound and Vibration 155(2), pp. 273-290, 1992.

پاسخ‌ها در جستجوی مستقیم استفاده نمود. از تفاوت دامنه هارمونیک اول و دوم نیز می‌توان به عنوان معیار نابالانسی استفاده نمود. با توجه به آنچه بیان گردید، برای محوری با مشخصات ذکر شده در جدول ۳، با اندازه گیری هارمونیک های اول و دوم و همچنین دامنه هارمونیک دوم و مقایسه آن‌ها با اطلاعات جدول ۲، می‌توان عمق و موقعیت ترک را شناسایی نمود.

نتیجه گیری

این تحقیق با هدف شناسایی ترک در محورهای دوار با استفاده از آنالیز ارتعاشات انجام گرفت. در ابتدا معادلات حرکت محور دوار دارای ترک عرضی با استفاده از قوانین دوم نیوتن ارائه گردید و سپس در ادامه با استفاده از روابط مکانیک شکست، سختی محورها مشخص گردید. برای حل دقیق معادلات، مدل ترک تنفس کننده انتخاب شد. سپس محور دوار نمونه مدل‌سازی شده و نتایج عددی استخراج گردید. نتایج بدست آمده را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- در نقاطی که ترک کاملاً بسته است انعطاف پذیری محور دارای کمترین مقدار و در نتیجه سختی محور دارای مقدار بیشینه خود می‌باشد.

- با افزایش عمق ترک، سختی محور کاهش می‌یابد. این کاهش سختی در جهت ζ بیشتر است زیرا با توجه به سطح مقطع ترک نشان داده شده در شکل ۳ کاهش ممان اینرسی در جهت ζ در اثر افزایش عمق ترک بیشتر می‌باشد.

- با افزایش عمق ترک، دامنه هارمونیک دوم افزایش یافته و افزایش دامنه حلقه داخلی در منحنی مداری مشاهده گردید. این دو پارامتر به عنوان نشان‌گر ترک در مراجع مختلف گزارش شده اند.

- هارمونیک اول در طیف فرکانسی مربوط به اثر نابالانسی و هارمونیک دوم مربوط به اثر ترک است که با افزایش عمق ترک، دامنه آن افزایش می‌یابد.

- با توجه به اینکه با تغییر موقعیت ترک از دو سر محور به سمت وسط محور مقدار فرکانس دوم (هارمونیک دوم) کاهش می‌یابد و همچنین از طرفی با افزایش عمق ترک دامنه هارمونیک دوم افزایش می‌یابد، لذا از این پارامترها برای حل معکوس و شناسایی ترک در محورهای دوار استفاده گردید.

مراجع

- [1] Y. Lin, F. Chu, The dynamic behavior of a rotor system with a slant crack on the shaft, Mechanical Systems and Signal Processing 24, pp. 522-545, 2010.
- [2] M. A. Al-Shudeifat, E. A. Butcher, New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotor system: Approach for critical and subcritical harmonic analysis, Journal of Sound and Vibration 330, pp. 526-544, 2011.
- [3] Q. Han, F. Chu, Parametric instability of a rotor-bearing system with two breathing transverse cracks,