



Computational Intelligence in Electrical Engineering
Vol. 14, No. 3, 2023
Research Paper

Solving the Inverse Problem of Magnetic Induction Tomography Using Gauss-Newton Iterative Method and Zoning Technique to Reduce Unknown Coefficients

Mohammad Reza Yousefi^{1,3}, Amin Dehghani², Ali Asghar Amini^{1,3}, S. M. Mehdi Mirtalaei^{1,3}

¹ Assistant Professor, Electrical Engineering Department, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Iran

² Postdoctoral student, Department of Psychological and Brain Sciences, Dartmouth College, Hanover, NH, USA

³ Smart Micro Grid Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Iran

Abstract:

Magnetic Induction Tomography (MIT) is a promising modality for noninvasive imaging due to its contactless and nonionizing technology. In this imaging method, a primary magnetic field is applied by excitation coils to induce eddy currents in the material to be studied, and a secondary magnetic field is detected from these eddy currents using sensing coils. The image (spatial distribution of electrical conductivity) is then reconstructed using measurement data, the initial estimation of electrical conductivity, and the iterative solution of forward and inverse problems. The inverse problem can be solved using one-step linear, iterative nonlinear, and special methods. In general, the MIT inverse problem can be solved by Gauss-Newton iterative method with acceptable accuracy. In this paper, this algorithm is extended and the zoning technique is employed for the reduction of unknown coefficients. The simulation results obtained by the proposed method are compared with the real conductivity coefficients and the mean relative error rate is reduced to 24.22%. On the other hand, Gauss-Newton iterative method is extended for solving the inverse problem of the MIT, and sensitivity measurement matrices are extracted in different experimental and normalization conditions.

Keywords: Gauss-Newton Iterative method, Inverse Problem, Induction Imaging, Magnetic Induction Tomography.



This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



<https://doi.org/10.22108/isee.2022.131265.1523>

حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی با استفاده از روش تکراری گوس -

نیوتن و تکنیک ناحیه‌بندی برای کاهش ضرایب مجهول

محمدرضا یوسفی^{۱*}، امین دهقانی^۲، علی اصغر امینی^{۱،۳}، سید محمد مهدی میرطلایی^{۱،۳}

۱- استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

mr-yousefi@iaun.ac.ir, mirtalaei.iaun@gmail.com

۲- دانشجوی پسادکتری، گروه علوم روانشناسی و مغز، کالج دارتموث، هانوفر، نیوه، ایالات متحده

amin.dehghani@dartmouth.edu

۳- مرکز تحقیقات ریزشبکه‌های هوشمند، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

amini33@yahoo.com

چکیده: در روش مقطع‌نگاری القای مغناطیسی با عبور یک جریان متناوب از یک یا چند سیم‌پیچ تحریک، یک میدان مغناطیسی تحریک در درون جسم مدنظر، ایجاد و ولتاژهای القایی در سیم‌پیچ‌های گیرنده اندازه‌گیری می‌شوند. بازسازی تصویر جسم با استفاده از نتایج حاصل از اندازه‌گیری، تخمین اولیه‌ای از ضرایب هدایت الکتریکی نواحی داخلی جسم، حل مسائل پیشرو و معکوس صورت می‌گیرد. مسئله معکوس می‌تواند با استفاده از الگوریتم‌های مبتنی بر خطی‌سازی تکرارناپذیر، الگوریتم‌های تکراری غیرخطی و روش‌های خاص حل شود. یکی از معروف‌ترین این روش‌ها الگوریتم تکراری غیرخطی گوس - نیوتن است که نتایج خوبی را در مقطع‌نگاری امیدانس الکتریکی ارائه کرده است. در این مقاله این الگوریتم برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی تعمیم یافته است. همچنین، با هدف کاهش تعداد مجهول‌ها از ایده ناحیه‌بندی استفاده شده است. برای ارزیابی کارایی روش پیشنهادی، نتایج حاصل با مقادیر واقعی مقایسه شدند که میانگین خطای نسبی مابین مقادیر رسانایی به‌دست‌آمده از حل مسئله معکوس و مقادیر واقعی به مقدار ۲۴/۲۲ درصد کاهش پیدا کرده است. همچنین، الگوریتم تکراری غیرخطی گوس - نیوتن برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی تعمیم و ماتریس حساسیت اندازه‌گیری‌ها در شرایط نرمالیزاسیون متفاوت استخراج و آزمایش شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم‌های تکراری غیرخطی گوس - نیوتن، تصویربرداری القایی. حل مسئله معکوس، مقطع‌نگاری القای مغناطیسی.

۱- مقدمه

انرژی‌دار کردن ناحیه مدنظر، انجام اندازه‌گیری‌های سطحی از نقاط متفاوت و بازسازی تصویر با به‌کارگیری نتایج حاصل از این اندازه‌گیری‌ها است. در مقطع‌نگاری، کمیت‌های فیزیکی مختلف مواد، امکان اندازه‌گیری‌های متفاوتی را ایجاد می‌کند که به پیدایش سیستم‌های مقطع‌نگاری متفاوتی منجر می‌شود. از این نمونه سیستم‌ها، مقطع‌نگاری امیدانس الکتریکی (EIT) [۲،۱]، مقطع‌نگاری ظرفیت خازنی الکتریکی^۱ (ECT) [۴،۳] و مقطع‌نگاری القای مغناطیسی^۲ (MIT) [۶،۵] هستند. در بین روش‌های

مقطع‌نگاری الکتریکی یک روش تصویربرداری غیرتهاجمی از توزیع امیدانس درون جسم با استفاده از

^۱ تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۰۸/۰۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۳۰

نام نویسنده مسئول: محمدرضا یوسفی

نشانی نویسنده مسئول: ایران، نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی،

واحد نجف‌آباد، دانشکده مهندسی برق

مختلف مقطع‌نگاری الکتریکی، مقطع‌نگاری القای مغناطیسی توجه محققان را امروزه به خود جلب کرده است. این روش برخلاف سایر روش‌های مقطع‌نگاری الکتریکی که از الکترودهای سطحی برای جمع‌آوری داده‌های اندازه‌گیری استفاده می‌کنند، براساس انجام اندازه‌گیری از روی سطح خارجی جسم و بدون تماس الکتریکی با آن عمل می‌کند. از مقطع‌نگاری الکتریکی در کاربردهای پزشکی و صنعتی در جاهایی که خواص هدایت الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی اجسام اهمیت دارد، به‌ویژه پایش طولانی‌مدت بافت‌های بدن در کاربردهای بالینی، پایش فرآیندهای صنعتی، آزمون‌های غیر مخرب و ژئوفیزیک استفاده می‌شود [۷]. در زمینه سیستم‌های بالینی، این سیستم‌ها هنوز در فاز تحقیقاتی قرار دارند و تجاری نشده‌اند؛ اما در زمینه سیستم‌های صنعتی، این سیستم‌ها از جمله سیستم معرفی شده در [۸] و [۹] به‌صورت تجاری در صنعت به‌کارگیری شده‌اند.

بازسازی تصویر در مقطع‌نگاری شامل دو مرحله حل مسئله پیشرو و مسئله معکوس است. مسئله پیشرو با پیدا کردن یک سری خروجی یکتا با اعمال یک ورودی خاص و پارامترهای فیزیکی معلوم برای جسم هدف و با به‌کارگیری یک مدل حل مناسب تحلیلی یا عددی تعریف می‌شود. مسئله پیشرو در مقطع‌نگاری القای مغناطیسی شامل شبیه‌سازی میدان‌های حاصل از سیم‌پیچ‌های تحریک و جریان‌های گردابی جاری‌شده در درون جسم هدف و محاسبه ولتاژ اندازه‌گیری‌شده از سیم‌پیچ‌های گیرنده به‌عنوان تابعی از ضریب‌های هدایت الکتریکی و مغناطیسی جسم هدف است. روش اجزای محدود، یکی از روش‌های مناسب در حل مسئله پیشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی است [۱۰].

در نقطه مقابل، در مسئله معکوس، هدف^۰ شناسایی پارامترهای فیزیکی سیستم با داشتن معلومات ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم است. در واقع، بازسازی تصویر با استفاده از تخمین توزیع ضریب‌های هدایت الکتریکی در یک سطح مقطع از جسم به‌وسیله اعمال یک میدان تحریک به جسم هدف و اندازه‌گیری‌های متعدد میدان ثانویه از سطح خارجی جسم صورت می‌گیرد [۱۱، ۱۲]. به عبارت

دیگر، مسئله شناسایی یک سیستم مجهول با معلوم‌بودن ورودی‌ها و خروجی‌های آن است. در حالت کلی به این نوع مسائل، مسئله معکوس گفته می‌شود. با حل مسئله پیشرو، جسم به‌صورت ریاضی مدل‌سازی می‌شود و سپس با اعمال ورودی‌ها (میدان تحریک) مطابق با آزمایشات واقعی به نقاط متناظر در مدل، مقادیر خروجی‌های ایجادشده در نقاط متناظر (ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده از سیم‌پیچ‌های گیرنده) با مدل محاسبه می‌شوند. مقایسه داده‌های اندازه‌گیری واقعی و مدل‌سازی‌شده، مسئله معکوس را به سمت تخمین درست ضرایب فیزیکی بافت مدنظر هدایت می‌کند.

در سیستم‌های مقطع‌نگاری، القای مغناطیسی میدان تحریک به جسم، اعمال و میدان ثانویه نیز در قالب ولتاژ القاشده در سیم‌پیچ‌های گیرنده اندازه‌گیری می‌شود؛ بنابراین، تأثیر ضرایب رسانایی نواحی مرکزی جسم در شکل‌گیری ولتاژها بسیار کمتر از نواحی نزدیک‌تر به سطح جسم است. چنین مسائلی، مسائل بد وضع نامیده می‌شوند. به عبارت دیگر، اگر در مدل تغییرات عمده‌ای به وجود آید، با اعمال ورودی‌های یکسان، تغییرات خروجی جزئی خواهد بود؛ به‌ویژه اگر این تغییرات در نقاطی از مدل اعمال شوند که حساسیت خروجی نسبت به آن نقاط کم است [۱۳].

الگوریتم‌های بازسازی تصویر در مقطع‌نگاری القای مغناطیسی به‌طور عمده به سه دسته تقسیم می‌شوند: الگوریتم‌های مبتنی بر خطی‌سازی تکرارناپذیر، الگوریتم‌های تکراری غیرخطی و روش‌های خاص [۱۴، ۱۵].

الگوریتم‌های خطی‌سازی با فرض اختلاف کم بین ضریب‌های رسانایی الکتریکی واقعی و ضریب‌های رسانایی الکتریکی مفروض، پایه‌گذاری می‌شوند. در مقابل، روش‌های غیرخطی تکراری در هر مرحله، ضریب‌های مرحله قبل را با یک الگوریتم بهینه‌سازی تکراری تغییر می‌دهند؛ تا زمانی که خطا کمینه شود. در الگوریتم‌های مبتنی بر خطی‌سازی تکرارناپذیر، مبنای تفکر براساس مسائل کلاسیک فیزیکی و ریاضی است و سعی می‌شود با خطی‌سازی مسئله غیرخطی و با استفاده از روش‌های کلاسیک، مسئله معکوس حل شود. از این‌نوع روش‌ها روش پس‌افکنش^۱، روش پس‌افکنش فیلترشده سریع^۲، روش کوهن و بارسیه^۳ و روش

نیازمند بودن الگوریتم‌های تکراری غیرخطی گوس - نیوتن به محاسبه ماتریس حساسیت برای تخمین پارامترهای مجهول، تا کنون روش‌های مختلفی برای این کار ارائه شده‌اند؛ از جمله استفاده از روش اجزای محدود [۲۴] برای محاسبه ماتریس حساسیت. در [۲۵] از روشی مشابه برای محاسبه ماتریس حساسیت استفاده شده است؛ با این تفاوت که در محاسبات تنها حساسیت فاز اندازه‌گیری‌ها نسبت به ضریب رسانایی المان‌ها تأثیر داده شده است. به‌تازگی نیز یک مدل مداری برای محاسبه ماتریس حساسیت در [۲۶] پیشنهاد شده است. شاید بتوان این روش جدید محاسبه ماتریس حساسیت را گسترش یافته مدل مداری ارائه شده در [۲۷] برای محاسبه ماتریس ژاکوبین در مقطع‌نگاری اُمپدانسی دانست.

در تحقیقات دیگری از روش‌های خاصی نظیر استفاده از شبکه‌های عصبی برای حل مسئله معکوس و بازسازی تصویر مقطع‌نگاری القای مغناطیسی استفاده شده است [۲۸]. مشکل استفاده از شبکه‌های عصبی، نیازمندی این روش به داده‌های آموزش دهنده است؛ به این معنی که در این روش ابتدا باید با فرض یک جسم با ضریب‌های رسانایی الکتریکی معلوم شبکه آموزش پیدا کند و پس از آن، تغییر شکل‌های محدودی از جسم هدف قابل بازسازی است. در [۲۹] نیز از الگوریتمی خاص با به‌کارگیری تبدیل فوریه برای حل مسئله معکوس استفاده شده است. محاسبات در این روش بسیار زمان‌بر است؛ تا جایی که به گفته ابداع‌کنندگان این روش، به دلیل زمان‌بر بودن محاسبات، روش برای مسائل سه‌بعدی قابل پیاده‌سازی و به‌کارگیری نیست.

در این مقاله این الگوریتم برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی تعمیم و ماتریس حساسیت اندازه‌گیری‌ها، استخراج و بر یک مسئله دوبردی به‌کارگیری خواهند شد. ساختار مقاله به این شرح است: در ابتدا در بخش ۲ روابط مورد نیاز برای حل مسئله پیشرو با استفاده از روش اجزای محدود و در بخش ۳ روابط مورد نیاز برای حل مسئله معکوس با استفاده از روش تکراری غیر خطی گوس - نیوتن بیان شده‌اند. با هدف ارزیابی کارایی روش پیشنهادی در حل مسئله معکوس، در بخش ۴ یک مسئله

انحراف^۷ هستند. تمامی این روش‌ها در ابتدا برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری الکتریکی به‌کارگیری شده‌اند [۱۶، ۱۷]. پس از آن در مراجع [۱۸] و [۱۹] از روش نیوتن - گوس یک مرحله‌ای^۸ که در دسته الگوریتم‌های تکرارناپذیر قرار می‌گیرد، با به‌کارگیری ۳۲ گرادیمتر^۹ و ۱۶ سیم‌پیچ تحریک، برای بازسازی تصویر در مقطع‌نگاری القای مغناطیسی استفاده شده است. غیرخطی بودن ماهیت بازسازی تصویر در مقطع‌نگاری القای مغناطیسی باعث می‌شود دقت تصاویر به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های یک مرحله‌ای مستقیم به دلیل خطی‌سازی کم باشد.

با حل مسئله معکوس به شکل تکراری دقت تصاویر بازسازی‌شده بهبود می‌یابد؛ به همین دلیل، اغلب در سیستم‌های مقطع‌نگاری القای مغناطیسی روش‌های بازسازی تصویر تکرارشونده استفاده می‌شود. الگوریتم‌های تکراری براساس محاسبه ضریب‌های رسانایی الکتریکی جدید از آخرین توزیع ضریب‌های رسانایی الکتریکی و تولید تصویر تجدیدشده براساس تفاوت اندازه‌گیری‌های ولتاژ واقعی و اندازه‌گیری‌های شبیه‌سازی‌شده کار می‌کنند؛ البته باید توجه داشت روش‌های تکراری مستلزم صرف زمان محاسبه بسیار طولانی‌اند. الگوریتم غیرخطی تکراری معمول شامل روش‌های مونت کارلو^{۱۰}، نیوتن - رافسون^{۱۱} (نیوتن^{۱۲}) و گوس - نیوتن^{۱۳} شده (نیوتن - رافسون بهینه) است [۲۰، ۲۱]. در مرجع [۲۲] الگوریتم غیرخطی تکراری مونت کارلو برای بازسازی تصویر مقطع‌نگاری القای مغناطیسی استفاده شده است. در این روش، زمان محاسبات به دلیل محاسبه ماتریس حساسیت با استفاده از روش تفاضل محدود بسیار طولانی است.

یکی دیگر از روش‌های غیرخطی تکراری برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی، روش نیوتن - رافسون است. این روش حتی در نخستین تکرار، خطای کمتری نسبت برخی از روش‌های خطی یک مرحله‌ای از خود نشان می‌دهد. تحقیقات بعدی روی این روش، به ارائه روش نیوتن - رافسون بهینه‌شده یا روش گوس - نیوتن منجر شده است. روش گوس - نیوتن دارای دقت بیشتر و حساسیت کمتری نسبت به نویز در مقایسه با سایر الگوریتم‌های تکراری غیرخطی است [۲۳]. به دلیل

آنها در بسط (۲)، تغییرات متغیر مجهول $u^e(x, y)$ در داخل هر المان با رابطه (۴) بیان می‌شود:

$$u^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 N_j^e(x, y) u_j^e \quad (4)$$

در این رابطه u_j^e مقدار پتانسیل مجهول روی گره نام المان e و N_j^e تابع پایه درون‌یاب متناظر با این گره است. به این ترتیب و با انتخاب این توابع پایه به‌عنوان وزن باقی‌مانده معادله بیان‌شده در رابطه (۱)، باقی‌مانده وزن‌دار شده در هر المان با فرض ثابت بودن ثابت‌های فیزیکی در آن المان، به شکل ماتریسی زیر در دسترس است:

$$\{R^e\} = [K^e] \{u^e\} - \{F^e\} - \{g^e\} \quad (5)$$

که در آن:

$$k_{ij}^e = \iint_{\Omega^e} \left\{ \alpha^e \frac{\partial N_i^e(x, y)}{\partial x} \frac{\partial N_j^e(x, y)}{\partial x} + \alpha^e \frac{\partial N_i^e(x, y)}{\partial y} \frac{\partial N_j^e(x, y)}{\partial y} + \beta^e N_i^e(x, y) N_j^e(x, y) \right\} dx dy \quad \text{for } i, j = 1, 2, 3 \quad (6)$$

$$F_i^e = \iint_{\Omega^e} N_i^e f^e dx dy \quad \text{for } i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

$$g_i^e = \int_{\Gamma^e} N_i^e(x, y) D \hat{n}^e d\Gamma \quad \text{for } i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

$$\{u^e\} = \{u_1^e \quad u_2^e \quad u_3^e\}^T \quad (9)$$

با گسترش این رابطه روی تمامی N المان تشکیل دهنده ناحیه حل، رابطه ماتریسی زیر به دست آمد:

$$[K][u] + [g] = [F] \quad (10)$$

در این رابطه K و F به ترتیب ماتریس سختی و بردار تحریک هستند. u نیز بیان‌کننده تغییرات $u(x, y)$ بر گره‌های ناحیه است. با گسترش این دستگاه روی تمام المان‌ها و اعمال شرایط مرزی مطابق روش ارائه‌شده در [۳۵] در نهایت، دستگاه معادلات بیان‌شده به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود:

دوبعدی در نظر گرفته شده است و نتایج حاصل از تخمین ضرایب با استفاده از روش پیشنهادی با نتایج واقعی مقایسه شده‌اند. در نهایت، نتیجه‌گیری تحقیق در بخش ۵ بیان شده است.

۲- حل مسئله پیشرو

در حل مسئله پیشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی، محیط مورد حل به‌طور معمول با یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی از نوع هلمهلتز به فرم عمومی زیر مدل‌سازی می‌شود [۳۱، ۳۰]:

$$-\nabla \cdot (\alpha(x, y) \nabla u(x, y)) + \beta(x, y) u(x, y) = f(x, y) \quad (1)$$

که $\alpha(x, y)$ و $\beta(x, y)$ پارامترهای فیزیکی محیط و $f(x, y)$ تابع تحریک هر سه تابعی از مکان‌اند. برای حل این معادله، از هر یک از دو روش بهینه‌سازی ریتز یا گالرکین برای فرمول‌بندی روش اجزای محدود بهره برده می‌شود [۳۳، ۳۲]. برای این منظور، ابتدا ناحیه اجزای محدود با به‌کارگیری تعدادی المان تقسیم‌بندی می‌شود، سپس برای هر المان عددی منحصر به فرد اختصاص می‌یابد. گره‌های هر المان نیز به صورت محلی^{۱۴} شماره‌گذاری می‌شوند. شماره‌گذاری منحصر به فرد برای هر گره در کل دامنه، شماره‌گذاری سراسری^{۱۵} نامیده می‌شود. تغییرات متغیر مجهول، در طول یک المان با انتخاب مناسب توابع پایه، تقریب زده می‌شود. در روش اجزای محدود، معمولاً از توابع چندجمله‌ای به‌عنوان توابع پایه استفاده می‌شود؛ زیرا مشتق و انتگرال این گونه توابع در مقایسه با توابع دیگر، به‌آسانی محاسبه‌پذیر است. در حالت دوبعدی با فرض المان‌های مثلثی برای المان‌بندی ناحیه، تغییرات متغیر مجهول $u(x, y)$ در داخل المان e -ام با یک تابع خطی به شکل زیر تقریب زده می‌شود [۳۴]:

$$f_i = C_0 + C_1 + C_2^2 \quad (2)$$

$$u^e(x, y) = a_1^e + a_2^e x + a_3^e y \quad (3)$$

با محاسبه ضرایب مجهول a_1^e ، a_2^e و a_3^e بر حسب مقدار پتانسیل مجهول بر گره‌های هر المان و جایگذاری

ماتریس I نیز یک ماتریس قطری است که روی قطر آن، مقدار $1/l_s$ قرار می‌گیرد:

$$I = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l^1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{1}{l^{BS}} \end{bmatrix}_{BS \times BS} \quad (15)$$

همچنین، بردار q نیز تعیین‌کننده مقدار شرط مرزی و بردار مجهول λ بیان‌کننده ضریب‌های لاگرانژ در BS قسمت مرزی است:

$$q = [q^1 \quad \dots \quad q^{BS}]^T \quad (16)$$

$$\lambda = [\lambda^1 \quad \dots \quad \lambda^{BS}]^T \quad (17)$$

حال با توجه به اینکه خروجی‌های مسئله پیشرو ولتاژهای القایی در سیم‌پیچ‌های گیرنده‌اند، این ولتاژها باید شبیه‌سازی شوند. محاسبه این ولتاژها با بهره‌گیری از قانون القای فاراده به شکل زیر امکان‌پذیر است [۳۷]:

$$V_{ind} = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (18)$$

در این رابطه \vec{E} شدت میدان الکتریکی عبوری از داخل سیم‌پیچ و c مسیر بسته شده با سیم‌پیچ است. حال با استفاده از رابطه $\vec{E} = -j\omega\vec{A} + \vec{E}_s$ که \vec{E}_s شدت میدان الکتریکی ایجادشده با منبع تحریک در صورت وجود منبع میدان الکتریکی در محیط مدنظر است و با صرف نظر کردن از \vec{E}_s در سیم‌پیچ گیرنده، خواهیم داشت:

$$V_{ind} = -j\omega \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (19)$$

بنابراین، اختلاف ولتاژ ظاهرشده در دو سر سیم‌پیچ گیرنده با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V_m = j\omega L(A_1 - A_2) \quad (20)$$

در این رابطه، A_1 و A_2 اندازه بردار پتانسیل در دو هادی رفت و برگشت سیم‌پیچ در سطح مقطع مدنظر است که می‌تواند با مقادیر بردار پتانسیل مغناطیسی در وسط هادی‌ها جایگزین شوند.

$$\begin{bmatrix} K & H_v \\ H_u & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ q \end{bmatrix} \quad (11)$$

در این رابطه H_u, H_v, I برای اعمال شرایط مرزی رابین^{۱۶} استفاده می‌شوند. برای اعمال شرایط مرزی ترکیبی رابین (حالت کلی در برگزیده شرایط مرزی نیومن^{۱۷} و دیریشله^{۱۸}) برای هر نقطه P_k روی مرز خواهیم داشت:

$$\alpha_k \left. \frac{\partial u(x,y)}{\partial \hat{n}} \right|_{P_k} + \gamma_k u(P_k) = \sum_{j=1}^M c_j \left[\alpha_k \left. \frac{\partial \phi_j(x,y)}{\partial \hat{n}} \right|_{P_k} + \gamma_k \phi_j(P_k) \right] = q_k \quad (12)$$

که در آن \hat{n} بردار نرمال بر مرز و $\left. \frac{\partial u(x,y)}{\partial \hat{n}} \right|_{P_k}$ معرف مقدار تغییرات تابع u در راستای این بردار در نقطه P_k روی مرز است. مقادیر α_k, γ_k و q_k با توجه به ماهیت مسئله تعیین شده‌اند و مقادیری معلوم‌اند [۳۶].

درایه‌های ماتریس H_v روی قسمت‌های مرزی رابین مقدار می‌گیرد و برای مرزهای نیومن همگن و دیریشله مقدار صفر دارد. در هر سطر از این ماتریس به‌ازای گره i قرارگرفته روی مرز، برای دو قسمت متصل به آن عدد $0/5$ و برای سایر قسمت‌های مرزی عدد صفر در نظر گرفته می‌شود:

$$H_v = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{n \times BS} \quad (13)$$

در این رابطه BS تعداد قسمت‌های مرز و n تعداد گره‌های تعریف‌شده در ناحیه حل هستند. همچنین، با در نظر گرفتن شرط مرزی رابین، برای قسمت مرزی s م، در سطر s -م زیرماتریس H_u ، ستون متناظر با گره ابتدایی قسمت s -م مقدار $\frac{\gamma^{(s)}}{2}$ و سایر ستون‌ها مقدار صفر خواهند داشت:

$$H_u = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \dots & \gamma^{(1)}|_{1,i^1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \gamma^{(BS)}|_{BS,i^{BS}} & \dots & 0 \end{bmatrix}_{BS \times n} \quad (14)$$

۳- حل مسئله معکوس

ستونی پارامترهای اولیه p است.

۳-۲- روش بهینه‌سازی گوس - نیوتن

در روش بهینه‌سازی گوس - نیوتن برای تخمین بردار پارامترهای مجهول p ، از بسط تیلور به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$J(p^{k+1}) = J(p^k + \Delta p) = J(p^k) + \left[\frac{\partial J(p)}{\partial p} \Big|_{p^k} \right]^T \cdot \Delta p + \frac{1}{2} \left[\Delta p \cdot \frac{\partial^2 J(p)}{\partial^2 p} \Big|_{p^k} \right]^T \cdot \Delta p + o \|\Delta p\|^3 \quad (25)$$

با جایگذاری رابطه تابع هزینه در این رابطه و صرف‌نظر کردن از جزء $f''(p^k)$ ، رابطه تکراری به‌روزرسانی پارامترهای مجهول در این روش با رابطه زیر انجام می‌شود:

$$p_{exl}^{k+1} = p_{exl}^k + \Delta p_{exl}^k = p_{exl}^k - \left[\left(f'(p^k) \right)^T \cdot f'(p^k) \right]_{e \times e}^{-1} \cdot \left(f'(p^k) \right)_{e \times m}^T \cdot (V^m - f(p^k))_{m \times 1} \quad (26)$$

در این رابطه، جزء $f'(p^k)$ بیان‌کننده تغییرات اندازه‌گیری ولتاژ از سیم‌پیچ‌ها نسبت به تغییرات پارامترها (رسانایی هر المان) در هر مرحله از تصحیح پارامترها است که به ماتریس حساسیت معروف است. e تعداد پارامترهای مجهول (تعداد المان‌ها در روش المان محدود) و m تعداد اندازه‌گیری‌های ممکن است.

شکل (۱) روند نمای جستجو الگوریتم گوس - نیوتن را نشان می‌دهد. الگوریتم از یک حدس اولیه برای ضرایب رسانایی مجهول آغاز می‌شود و با اعمال این ضرایب به مسئله پیشرو، ولتاژهای شبیه‌سازی شده ناشی از این ضرایب تخمین زده شده به دست می‌آیند. پس از آن خطای بین این ولتاژهای شبیه‌سازی شده خروجی مسئله پیشرو با ولتاژهای واقعی، ضرایب تخمین زده شده را تصحیح می‌کنند. الگوریتم تا کمتر شدن خطای بین ولتاژهای اندازه‌گیری شده و خروجی مسئله پیشرو از معیار خطای ε ادامه می‌یابد. k شمارنده این الگوریتم تکراری است.

بعد از تعریف مسئله معکوس، در این قسمت الگوریتمی برای حل آن برای دستیابی به مقادیر مجهول رسانایی المان‌ها از روی ولتاژهای اندازه‌گیری ارائه می‌شود. حل مسئله در دو مرحله انجام می‌شود؛ مرحله نخست، انتخاب تابع هزینه و مرحله دوم، تعیین پارامترهای مجهول با استفاده از یک روش بهینه‌سازی است.

۳-۱- انتخاب تابع هزینه

تابع هزینه برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری مغناطیسی، تابع هزینه مجموع مربعات خطای وزن‌دار شده یا به اختصار LS انتخاب می‌شود. این تابع هزینه در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J(p) = e^T (p) \cdot Q \cdot e(p) \quad (21)$$

که در آن، p ماتریس ستونی پارامترهای مجهول، e ماتریس ستونی خطاها و Q تابع وزنی است. تابع خطا e به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$e(p) = V^m - f(p) \quad (22)$$

در این رابطه، V^m ماتریس ستونی ولتاژهای اندازه‌گیری شده از سیم‌پیچ‌ها است که در صورت نبود داده‌های واقعی، این اندازه‌گیری‌ها به شرحی که در مسئله پیشرو گفته شد، از حل مسئله پیشرو با مش ریز شبیه‌سازی می‌شوند. تابع وزنی Q نیز در حالت کلی به صورت ماتریس مربعی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Q = [w_{ij}] \quad (23)$$

ساده‌ترین انتخاب $Q = I/2$ است که I ماتریس یکه است. بدین ترتیب تابع هزینه به شکل زیر تعریف خواهد شد.

$$J(p) = \frac{1}{2} e^T (p) \cdot e(p) = \frac{1}{2} (V^m - f(p))^T \cdot (V^m - f(p)) \quad (24)$$

در این رابطه V^m ولتاژهای اندازه‌گیری شده از سیستم واقعی و $f(p)$ خروجی مسئله پیشرو با فرض ماتریس

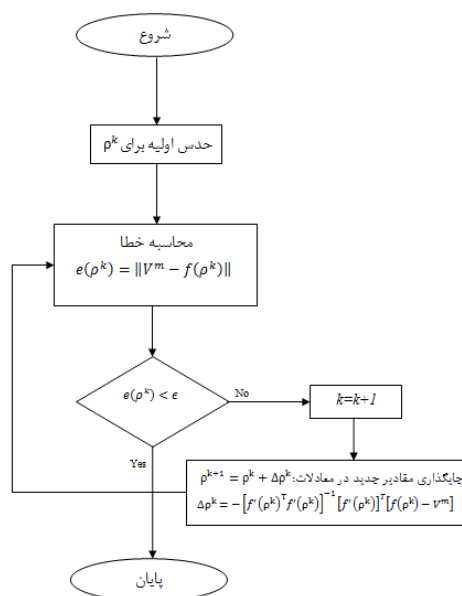
ناحیه هدف قرار گرفته‌اند که در این شکل این میله‌ها نیز با رنگ نارنجی مشخص شده‌اند.

در این شبیه‌سازی، ضریب رسانایی هوا صفر، سیم‌پیچ‌ها $\sigma = 5.8 \times 10^7 S/m$ ، ناحیه هدف $\sigma = 1S/m$ و میله‌ها $\sigma = 100S/m$ فرض شده‌اند. ضریب‌های نفوذپذیری

نسبی مغناطیسی هوا، سیم‌پیچ‌ها و شیء هدف μ_r برابر یک فرض شده‌اند. در این شبیه‌سازی برای تأثیر دادن تفاوت ابعاد نسبی سیم‌پیچ‌ها، فرض شد چگالی جریان‌های ۱۰۰۰، ۱۱۰۰، ۹۰۰، ۱۰۰۰، ۱۲۰۰، ۱۰۰۰، ۸۰۰ و ۱۰۰۰ کیلوآمپر بر متر به ترتیب به سیم‌پیچ‌های ۱ تا ۸ اعمال شده‌اند.

سطح مقطع سیم‌پیچ‌ها ۰/۵ سانتیمتر مربع و فاصله هوایی مابین سیم‌پیچ‌ها و سیم‌پیچ و ناحیه هدف برابر ۰/۵ سانتیمتر فرض شده است. ناحیه هدف نیز به صورت یک دایره با قطر ۱۴ سانتیمتر فرض شده است. شکل (۴) مش

اولیه کل ناحیه مدنظر با ۱۵۲۸ المان مثلثی را برای حل مسئله پیشرو به روش اجزای محدود نمایش می‌دهد. روش استفاده‌شده برای تصحیح ضریب‌های رسانایی روش غیرخطی تکراری گوس - نیوتن با استفاده از رابطه تکراری به‌روزرسانی پارامترهای مجهول است. روند تصحیح پارامترها از مقدار ضریب رسانایی پس‌زمینه ناحیه هدف $\sigma = 1S/m$ آغاز می‌شود. به دلیل بسیار کوچک بودن مقادیر ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده، هر کدام از اندازه‌گیری‌ها به همراه سطر متناظر آن از ماتریس حساسیت، نسبت به مقادیر شبیه‌سازی‌شده ولتاژ اندازه‌گیری‌شده از سیم‌پیچ‌ها بدون حضور جسم هدف نرمالیزه می‌شوند. پس از آن، خطای مابین ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده خروجی مسئله پیشرو با رسانایی مفروض و ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده حاصل شبیه‌سازی در حضور مقادیر رسانایی واقعی، محاسبه و وارد الگوریتم بازگشتی با هدف تصحیح رسانایی المان‌ها می‌شوند. این روند تا برقراری یکی از شرایط توقف شامل بیشتر شدن تعداد مراحل تصحیح از محدودیت اعمال‌شده (۵۰ تکرار در این مثال)، کمتر شدن خطای مابین ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده خروجی مسئله پیشرو با ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده واقعی (حاصل شبیه‌سازی در حضور مقادیر رسانایی واقعی) از محدودیت اعمال‌شده (۰/۰۱) در این

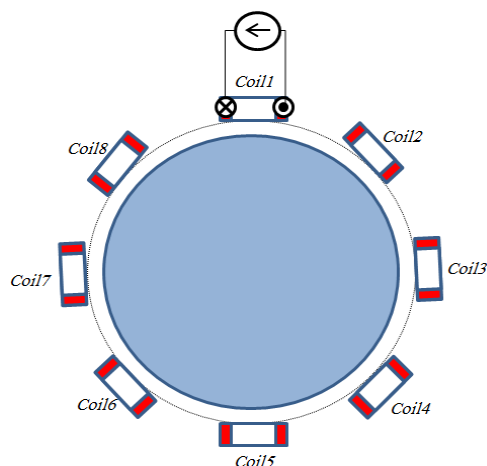


شکل (۱): فلوجارت الگوریتم گوس - نیوتن.

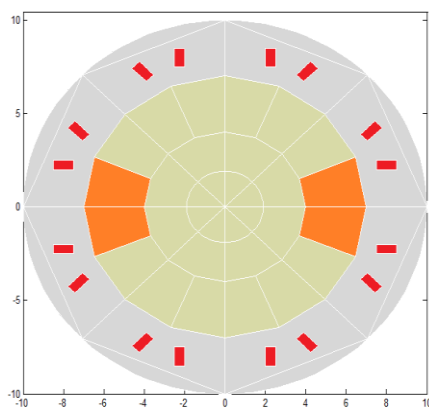
۳-۳- نتایج حل مسئله معکوس

شکل (۲) شمایی از یک سیستم مقطع‌نگار القای مغناطیسی ۸ سیم‌پیچ را نشان می‌دهد که هم نقش سیم‌پیچ تحریک و هم نقش سیم‌پیچ گیرنده را بازی می‌کنند. با تولید مش سیستم مقطع‌نگاری القای مغناطیسی مفروض، ناحیه هدف به ۴۱۶ المان مثلثی تقسیم می‌شود. کل ناحیه مورد حل برای حل مسئله پیشرو به روش اجزای محدود به ۱۵۲۸ المان مثلثی تقسیم شده است. با توجه به اینکه تعداد اندازه‌گیری‌های ممکن در این حالت ۲۸ مورد خواهد بود، عملاً تخمین ضریب‌های رسانایی ۴۱۶ المان قرارگرفته در ناحیه هدف غیرممکن است. همچنین، کاهش تعداد المان‌ها دقت حل مسئله پیشرو را به شدت کاهش خواهد داد. برای رفع این مشکل، ناحیه هدف به ۲۸ زیر ناحیه، تقسیم می‌شود و ضریب‌های رسانایی المان‌های قرارگرفته در هر زیرناحیه با یکدیگر یکسان فرض می‌شوند و با یکدیگر تغییر می‌کنند. با استفاده از این روش، عملاً تعداد ضریب‌های رسانایی مجهول به ۲۸ مورد کاهش می‌یابد. این ۲۸ زیرناحیه در شکل (۳) با رنگ قهوه‌ای، سیم‌پیچ‌ها با رنگ قرمز و هوا با رنگ خاکستری متمایز شده‌اند. همچنین، در این شبیه‌سازی فرض شده است که دو میله با ضریب رسانایی صد برابر زمینه ($\sigma = 100S/m$) در کناره‌های

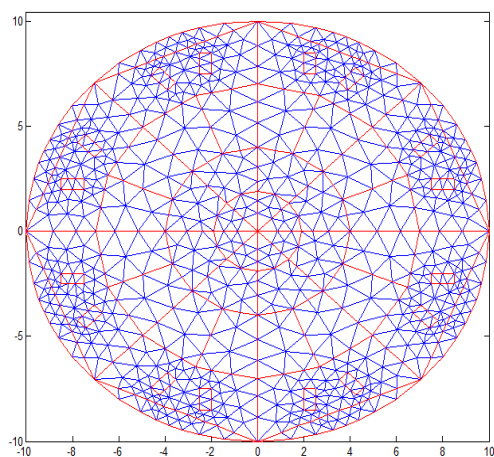
مش بازسازی‌شده در حل مسئله پیشرو را نشان می‌دهد.



شکل (۲): سیستم مقطع‌نگار القای مغناطیسی ۸ سیم پیچه



شکل (۳): تقسیم‌بندی ناحیه هدف به ۲۸ زیرناحیه و حضور دو میله با ضریب رسانایی ۱۰۰ برابر پس‌زمینه در کناره‌های ناحیه هدف

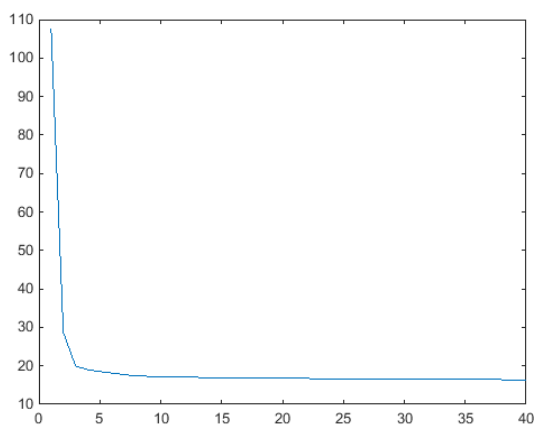


شکل (۴): مش اولیه کل ناحیه حل

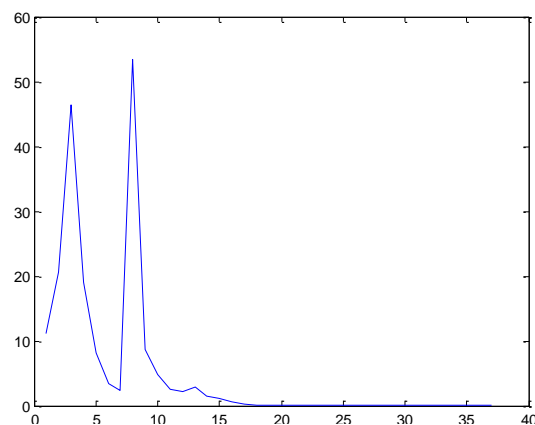
(مثال) یا کمتر شدن تغییرات ضریب‌های رسانایی از محدودیت اعمال‌شده (۰/۱ در این مثال) ادامه می‌یابد. شرط توقف در روش غیرخطی تکراری گوس - نیوتن برقراری شرط میانگین خطای بین ولتاژهای اندازه‌گیری‌شده واقعی (حاصل شبیه‌سازی در حضور مقادیر رسانایی واقعی) و شبیه‌سازی‌شده (حاصل شبیه‌سازی در حضور مقادیر رسانایی تخمین زده شده) کمتر از ۰/۰۱ ولت تنظیم شده است. بدین ترتیب پس از انجام ۳۷ مرحله تکرار، روند تصحیح پارامترهای مجهول با برقراری این شرط متوقف شده است. در این حالت میانگین خطای نسبی مقادیر رسانایی به دست‌آمده از حل مسئله معکوس و مقادیر واقعی قرارگرفته در محیط نسبت به مقدار بیشینه رسانایی ناحیه هدف به ۲۴/۲۲ درصد به دست آمده است. شکل (۵)

تغییرات تابع هزینه بر حسب مراحل مختلف تکرار در مثال دو میله با نرمالیزاسیون چندگانه و حل مسئله پیشرو به روش اجزای محدود را نشان می‌دهد. تصویر بازسازی‌شده در این شبیه‌سازی در شکل (۶) نمایش داده شده است.

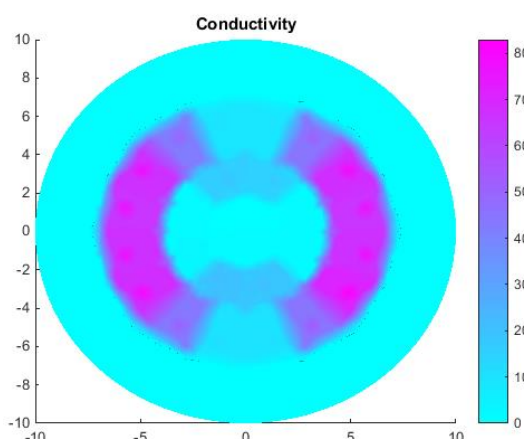
با هدف بررسی همگرایی خطا در روش پیشنهادی، مش ناحیه تغییر کرده و با بازسازی مش، مش جدید با تعداد ۶۱۱۲ المان مثلثی روی کل ناحیه حل ایجاد شده است. شکل (۷) تصویر این مش بازسازی‌شده را نشان می‌دهد. پس از حل مسئله معکوس با به‌کارگیری این مش بازسازی‌شده در حل مسئله پیشرو، با گذشت ۴۰ مرحله تکرار الگوریتم متوقف می‌شود که شکل (۸) تغییرات تابع هزینه بر حسب مراحل مختلف تکرار با به‌کارگیری مش بازسازی‌شده در حل مسئله پیشرو را نشان می‌دهد. همگرایی روش حل مسئله معکوس در این حالت نیز کاملاً مشهود است. شکل (۹) نیز تصویر بازسازی‌شده در این حالت را نمایش می‌دهد. تغییرات شکل بازسازی‌شده نسبت به حالت قبل ناشی از افزایش ابعاد ماتریس حساسیت به سبب افزایش تعداد المان‌ها و به تبع آن، افزایش درجه آزادی در مسئله معکوس است. در این حالت، میانگین خطای نسبی مقادیر رسانایی به دست‌آمده از حل مسئله معکوس و مقادیر واقعی قرارگرفته در محیط نسبت به مقدار بیشینه رسانایی ناحیه هدف به ۱۶/۶۴ درصد می‌رسد که کاهش میانگین خطای نسبی در حالت استفاده از



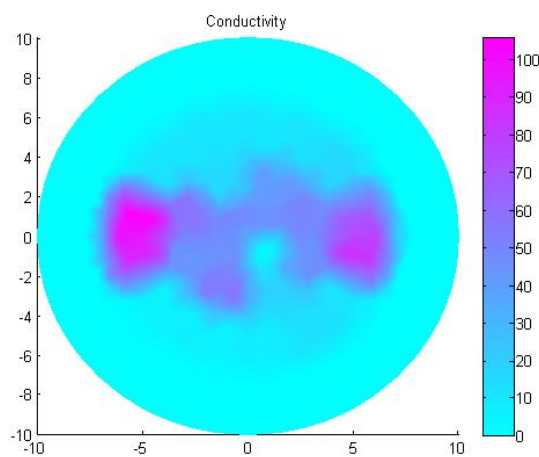
شکل (۸): تغییرات تابع هزینه در مراحل مختلف تکرار (مش بازسازی شده مسئله پیشرو)



شکل (۵): تغییرات تابع هزینه در مراحل مختلف تکرار (مش اولیه مسئله پیشرو)



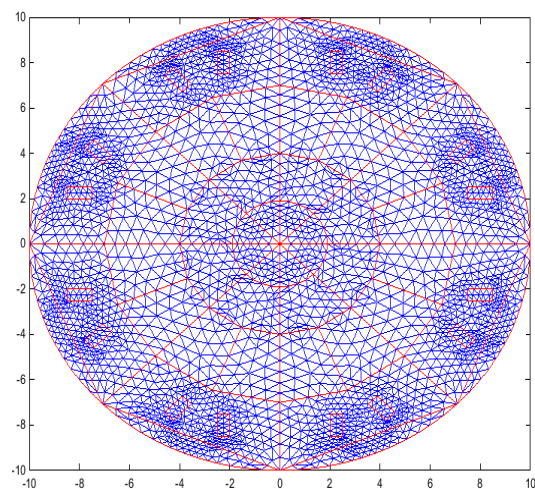
شکل (۹): تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی (مش بازسازی شده مسئله پیشرو)



شکل (۶): تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی (مش اولیه مسئله پیشرو)

۴- نتیجه گیری

مقطع‌نگاری القای مغناطیسی یک روش تصویربرداری غیرهجومی و غیرتداخلی از داخل یک جسم هدف، براساس انجام اندازه‌گیری از روی سطح خارجی جسم و بدون تماس الکتریکی با آن است. در این مقاله، الگوریتم تکراری غیرخطی گوس-نیوتن برای حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی تعمیم و ماتریس حساسیت اندازه‌گیری‌ها در شرایط نرمالیزاسیون متفاوت، استخراج و بر روی یک مسئله تست دوبعدی آزمایش شدند. برای بازسازی تصویر به دلیل بسیار کوچک بودن ولتاژهای اندازه‌گیری شده و به تبع آن، خطای بین مسئله پیشرو و نتایج واقعی، تغییرات رسانایی بسیار شدیدند و باعث



شکل (۷): مش بازسازی شده کل ناحیه حل

- Technology, Vol. 17, pp. 111–118, 2006.
- [9] L. Ma, A. Hunt, M. Soleimani, "Experimental evaluation of conductive flow imaging using magnetic induction tomography," *International Journal Multiphase Flow*, Vol. 72, pp. 198-209, June 2015.
- [10] S. Zhang et al., "Forward solver in magnetoacoustic tomography with magnetic induction by generalized finite-element method", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 52, No. 3, pp. 1-4, March 2016.
- [11] X. Peng, W. Tan, W. Hong, C. Jiang, Q. Bao, Y. Wang, "Airborne DLSLA 3-D SAR image reconstruction by combination of polar formatting and L_1 regularization", *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 54, No. 1, pp. 213-226, Jan. 2016.
- [12] C. Tholin-Chittenden, J.F.P. Abascal, M. Soleimani, "Automatic parameter selection of image reconstruction algorithms for planar array capacitive imaging", *IEEE Sensors Journal*, Vol. 18, No. 15, pp. 6263-6272, Aug. 2018.
- [13] M.R. Yousefi, "Magnetic induction tomography: A review of process and medical tomography systems", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, Vol. 8, No. 31, pp. 33-50, 2017.
- [14] B. Dekdouk, W. Yin, C. Ktistis, D.W. Armitage, A.J. Peyton, "A method to solve the forward problem in magnetic induction tomography based on the weakly coupled field approximation", *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, Vol. 57, No. 4, pp. 914-921, April 2010.
- [15] N.B. Bras, R.C. Martins, A.C. Serra, A.L. Ribeiro, "A fast forward problem solver for the reconstruction of biological maps in magnetic induction tomography", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 46, No. 5, pp. 1193-1202, May 2010.
- [16] K. Ren, Q. Wang, R.J. Burkholder, "A fast back-projection approach to diffraction tomography for near-field microwave imaging", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 18, No. 10, pp. 2170-2174, Oct. 2019.
- [17] A. Adler, A. Boyle, "Electrical impedance tomography: Tissue properties to image measures", *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, Vol. 64, No. 11, pp. 2494-2504, Nov. 2017.
- [18] M. Soleimani, A. Tamburrino, "Shape reconstruction in magnetic induction tomography using multi frequency data", *International Journal of Information and Systems Sciences*, Vol. 2, No. 3, pp. 343-353, April 2006.
- [19] R. Merwa, K. Hollaus, P. Brunner, H. Scharfetter, "Solution of the inverse problem of magnetic induction tomography (MIT)", *Physiological Measurement*, Vol. 26, No. 2, pp. 241–250, May 2005.
- [20] H. Scharfetter, P. Brunner, R. Merwa, "Magnetic induction tomography: Single-step solution of the 3-D inverse problem for differential image reconstruction", *International Journal of Information and Systems Sciences*, Vol. 2, No. 11, pp. 111–118, 2006.
- از ناپایداری حل می‌شوند. برای رفع این مشکل، از نرمالیزه کردن داده‌ها نسبت به یک منبای خاص بهره برده می‌شود. بومی‌سازی روش‌های حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری، باعث تعمیم آن بر انواع سیستم‌ها و محاسبه ماتریس حساسیت متناسب با شرایط مسئله می‌شود.
- منظور از بهینه‌سازی مصرف انرژی انتخاب الگوه‌ا، اتخاذ و به‌کارگیری روش‌ها و سیاست‌هایی در مصرف انرژی الکتریکی است. ساختمان‌های مسکونی بخش مهمی از مصرف‌کنندگان انرژی الکتریکی به‌شمار می‌آیند. ورود تکنولوژی سیستم مدیریت هوشمند به ساختمان‌های مسکونی، تا حدودی مصرف انرژی الکتریکی را بهینه کرده است.

مراجع

- [1] Y.D. Jiang, M. Soleimani, "Capacitively coupled electrical impedance tomography for brain imaging", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, vol. 38, no. 9, pp. 2104-2113, Sept. 2019.
- [2] S. Martin, C.T.M. Choi, "Nonlinear electrical impedance tomography reconstruction using artificial neural networks and particle swarm optimization", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 52, No. 3, pp. 1-4, March 2016.
- [3] Z. Cui, Z. Xia, H. Wang, "Electrical capacitance tomography sensor using internal electrodes", *IEEE Sensors Journal*, Vol. 20, No. 6, pp. 3207-3216, March 2020.
- [4] Z. Cui, Y. Chen, H. Wang, "A dual-modality integrated sensor for electrical capacitance tomography and electromagnetic tomography", *IEEE Sensors Journal*, Vol. 19, No. 21, pp. 10016-10026, Nov. 2019.
- [5] L. Ma, D. McCann, A. Hunt, "Combining magnetic induction tomography and electromagnetic velocity tomography for water continuous multiphase flows", *IEEE Sensors Journal*, Vol. 17, No. 24, pp. 8271-8281, Dec. 2017.
- [6] I. Muttakin, T. Wondrak, M. Soleimani, "Magnetic induction tomography sensors for quantitative visualization of liquid metal flow shape", *IEEE Sensors Letters*, Vol. 4, No. 7, pp. 1-4, July 2020.
- [7] M.R. Yousefi, R. Jafari, H. Abrishami Moghadam, "Employing dual frequency phase sensitive demodulation technique to improve the accuracy of voltage measurement in magnetic induction tomography and designing a laboratory prototype", *Journal of Control*, Vol. 14, No. 3, pp. 89-102, 2020.
- [8] X. Ma, A. J. Peyton, S. R. Higson, A. Lyons, S. J. Dickinson, "Hardware and software design for an electromagnetic induction tomography (EMT) system for high contrast metal process applications", *Measurement Science and*

- Article Number: 014701, Jan. 2011.
- [30] H.J. Luo, K.X. Wen, L. Yong, H. Pan, X. Jing, "Solution of the inverse problem of magnetic induction tomography based on Helmholtz coil", *The Journal of Engineering*, Vol. 2018, No. 16, pp.1427-1432, Nov. 2018.
- [31] B.J. Darrer, J.C. Watson, P. Bartlett, F. Renzon, "Toward an automated setup for magnetic induction tomography", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 51, No. 1, pp. 1-4, Jan. 2015.
- [32] A. Ahmadvour, S. Seyed Shenava, A. Dejamkhooy, E. Mokaramian, "Electromagnetic force analysis of transformer on the ferroresonance due to consecutive 3-phase short-circuit faults using finite element method (FEM)", *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, Vol. 11, No. 41, pp. 47-60, 2020.
- [33] R. Shmsali, H. Lesani, "Study of reduce harmonic and increasing positioning determination in variable reluctance resolver with area couplings", *Signal Processing and Renewable Energy*, Vol. 2, No. 4, pp. 23-36, 2018.
- [34] M.R. Yousefi, R. Jafari, H.A. Moghaddam, "A combined wavelet based mesh free-finite element method for solving the forward problem in magnetic induction tomography", *Iranian Journal of Biomedical Engineering*, Vol. 8, pp. 69-86, 2014.
- [35] M. Zolgharni, P.D. Ledger, H. Griffiths, "Forward modelling of magnetic induction tomography: A sensitivity study for detecting haemorrhagic cerebral stroke", *Medical and Biological Engineering and Computing*, Vol. 47, pp. 1301-13013, 2009.
- [36] J.M.S. Caeiros, R.C. Martins, "An optimized forward problem solver for the complete characterization of the electromagnetic properties of biological tissues in magnetic induction tomography", *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 48, pp. 4707-4712, Dec. 2012.
- [37] X. Liu, J. Yao, T. Zhao, H. Obara, Y. Cui, M. Takei, "Image reconstruction under contact impedance effect in micro electrical impedance tomography sensors", *IEEE Trans. on Biomedical Circuits and Systems*, Vol. 12, No. 3, pp. 623-631, June 2018.
- pp. 585-606, Dec. 2006.
- [21] M. Soleimani, W.R.B. Lionheart, "Absolute conductivity reconstruction in magnetic induction tomography using a nonlinear method", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, Vol. 25, No. 12, pp. 1521-1530, Dec. 2006.
- [22] D.L. Alumbaugh, "Linearized and nonlinear parameter variance estimation for two dimensional electromagnetic induction inversion", *Inverse Problems*, Vol. 16, No. 5, pp. 1323-1341, Oct. 2000.
- [23] R. Casanova, A. Silva, A.R. Borges, "A quantitative algorithm for parameter estimation in magnetic induction tomography", *Measurement Science and Technology*, Vol. 15, No. 7, pp. 1412-1419, June 2004.
- [24] K. Hollaus, C. Magele, R. Merwa, H. Scharfetter, "Fast calculation of the sensitivity matrix in magnetic induction tomography by tetrahedral edge finite elements and the reciprocity theorem", *Physiological Measurement*, Vol. 25, No. 1, pp. 159-168, 2004.
- [25] M. Soleimani, W.R.B. Lionheart, A.J. Peyton, X. Ma, S.R. Higson, "A three-dimensional inverse finite-element method applied to experimental eddy-current imaging data", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 42, No. 5, pp. 1560-1567, May 2006.
- [26] A. Ramos, J.G.B. Wolff, "Numerical modeling of magnetic induction tomography using the impedance method", *Medical and Biological Engineering and Computing*; Heidelberg, Vol. 49, No. 2, pp. 233-240, Feb. 2011.
- [27] T.J. Yorkey, J.G. Webster, W.J. Tompkins, "Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography", *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, Vol. BME-34, No. 11, pp. 843-852, Nov. 1987.
- [28] R. Palka, S. Gratkowski, P. Baniukiewicz, M. Komorowski, K. Stawicki, "Inverse problems in magnetic induction tomography of low conductivity materials", *Intelligent Computer Techniques in Applied Electromagnetics*, Vol. 119, pp. 163-170, Oct. 2009.
- [29] Puwala, B.J. Roth, "Fourier based magnetic induction tomography for mapping resistivity", *Journal of Applied Physics*, Vol. 109, No. 1,

-
- ¹ Electrical impedance tomography
² Electrical capacitance tomography
³ Magnetic induction tomography
⁴ Back-projection
⁵ Fast filtered back projection method
⁶ Cohen and Barcie
⁷ Perturbation method
⁸ Gauss-Newton one step method
⁹ Gradiometer
¹⁰ Monte Carlo
¹¹ Newton-Raphson

حل مسئله معکوس مقطع‌نگاری القای مغناطیسی با استفاده از روش تکراری گوس - نیوتن و تکنیک ناحیه‌بندی برای کاهش ضرایب مجهول

¹² Newton method

¹³ Gauss-Newton method

¹⁴ Local

¹⁵ Globa

¹⁶ Robin

¹⁷ Neuman

¹⁸ Dirishlet