

به کارگیری روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک برای حل مساله پیشرو مقطع نگاری القای مغناطیسی

محمد رضا یوسفی نجف آبادی^{۱*}، رضا جعفری^۲، حمید ابریشمی مقدم^۳

^{۱،۲،۳} گروه مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
^۱mr.yousefi@ieee.org, ^۲jafari@eed.kntu.ac.ir, ^۳moghadam@eed.kntu.ac.ir

چکیده - مقطع نگاری القای مغناطیسی، یک روش تصویربرداری پزشکی و صنعتی است. در این روش ابتدا با عبور یک جریان متناوب از یک یا چند سیم پیچ تحریک، یک میدان مغناطیسی تحریک در درون جسم مورد نظر ایجاد شده و سپس ولتاژهای القایی در سیم پیچ‌های گیرنده اندازه‌گیری می‌شوند. بازسازی تصویر جسم بوسیله مقایسه نتایج حاصل از اندازه‌گیری و نتایج مساله پیشرو صورت می‌گیرد. شبیه‌سازی مساله پیشرو به طور معمول توسط روش اجزای محدود انجام می‌شود اما وابستگی جواب حاصل به مش مورد استفاده، بویژه وقتی که ناحیه هدف شامل اجسام متحرک باشد، به عنوان یک محدودیت برای روش اجزای محدود مطرح است. در این تحقیق، به منظور رفع مشکل وابستگی به مش بندی در روش اجزای محدود و اعمال دقیق‌تر و سریع‌تر شرایط مرزی در روش بدون مش، روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک برای حل مساله پیشرو مقطع نگاری القای مغناطیسی پیشنهاد می‌شود. برای ارزیابی کارایی روش پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی با نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود معمول از لحاظ دقت و زمان محاسبات مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

کلید واژه- مقطع نگاری القای مغناطیسی، تصویربرداری القای مغناطیسی، روش ترکیبی اجزای محدود - بدون مش، تقریب موجک.

۱- مقدمه

اندازه‌گیری استفاده می‌کنند، بر اساس انجام اندازه‌گیری از روی سطح خارجی جسم و بدون تماس الکتریکی با آن عمل می‌کند. از مقطع نگاری القای مغناطیسی در کاربردهای پزشکی و صنعتی در جاهایی که خواص هدایت الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی اجسام اهمیت دارد، به ویژه پایش طولانی مدت بافت‌های بدن در کاربردهای بالینی، پایش فرآیندهای صنعتی، آزمون‌های غیر مخرب و ژئوفیزیک می‌تواند استفاده شود [۴ و ۳، ۲].

بازسازی تصویر در مقطع نگاری القای مغناطیسی همانند سایر روش‌های مقطع نگاری شامل دو مرحله حل مساله پیشرو و مساله معکوس است. مساله پیشرو با پیدا کردن یک سری خروجی یکتا با اعمال یک ورودی خاص و پارامترهای فیزیکی معلوم برای جسم هدف و با به کارگیری یک مدل حل مناسب تحلیلی یا عددی تعریف می‌شود. در نقطه مقابل، در مساله معکوس هدف شناسایی پارامترهای فیزیکی سیستم با داشتن معلومات ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم است. مساله پیشرو در مقطع نگاری القای مغناطیسی شامل شبیه‌سازی میدان‌های حاصل از سیم پیچ‌های تحریک و جریان‌های گردابی جاری شده در درون جسم هدف و محاسبه ولتاژ اندازه‌گیری شده از

مقطع نگاری الکتریکی یک روش تصویربرداری غیرتهاجمی از توزیع امپدانس درون جسم با استفاده از انرژی دار کردن ناحیه مورد نظر، انجام اندازه‌گیری‌های سطحی از نقاط متفاوت و بازسازی تصویر با به کارگیری نتایج حاصل از این اندازه‌گیری‌ها است. در مقطع نگاری، کمیت‌های فیزیکی مختلف مواد، امکان اندازه‌گیری‌های متفاوتی را ایجاد می‌کند که منجر به پیدایش سیستم‌های مقطع نگاری متفاوتی می‌شود. از جمله این سیستم‌ها، مقطع نگاری امپدانس الکتریکی^۱، مقطع نگاری ظرفیت خازنی الکتریکی^۲ و مقطع نگاری القای مغناطیسی^۳ را می‌توان نام برد [۱ و ۲]. در بین روش‌های مختلف مقطع نگاری الکتریکی، مقطع نگاری القای مغناطیسی توجه محققین را امروزه به خود جلب نموده است. چرا که این روش بر خلاف سایر روش‌های مقطع نگاری الکتریکی که از الکترودهای سطحی برای جمع‌آوری داده‌های

¹ Electrical impedance tomography (EIT)

² Electrical capacitance tomography (ECT)

³ Magnetic induction tomography (MIT)

سیم پیچ‌های گیرنده به عنوان تابعی از ضریب‌های هدایت الکتریکی و مغناطیسی جسم هدف است. روش اجزای محدود، یکی از روش‌های مناسب در حل مساله پیشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی است [۷-۵]. اما در کاربردهایی که جسم در حال تغییر شکل است مثل نواحی متحرک داخل بدن، به دلیل وابستگی نتایج روش اجزای محدود به شکل و اندازه مش، نتایج این روش با خطا همراه خواهد بود [۸-۱۰]. در این کاربردها، روش‌های بدون مش به دلیل عدم وابستگی به مش موفق‌تر عمل می‌کند [۹-۱۱، ۱۳]. تا کنون روش‌های بدون مش متفاوتی برای حل مسائل میدان پیشنهاد شده‌اند که دو روش گالرکین بدون مش^۴ [۹ و ۱۴] و گالرکین مبتنی بر موجک^۵ [۱۱-۱۳ و ۱۵-۱۷] از معروف‌ترین آن‌ها هستند. روش گالرکین بدون مش مبتنی بر تقریب حداقل مربعات متحرک^۶ است و به تعریف تعدادی گره در ناحیه حل نیاز دارد. بنابراین در این روش از مشکلات ناشی از مش بندی در روش اجزای محدود اجتناب می‌شود. با این وجود، به دلیل اینکه در پیاده‌سازی عددی این روش ناچار به محاسبه انتگرال توابع پایه حول گره‌های تعریف شده در ناحیه حل هستیم، جابه‌جایی این گره‌ها در اجسام دارای هندسه تغییر پذیر با زمان می‌تواند باعث ایجاد خطا در نتایج حل مساله پیشرو شود [۱۱-۱۳]. در دسته دوم روش گالرکین مبتنی بر موجک قرار می‌گیرد. در این روش بر خلاف روش گالرکین بدون مش، تعریف توابع پایه وابسته به محل جایگذاری گره‌ها نیست و این توابع بر روی کل ناحیه انتخاب می‌شوند. مسلماً یک مزیت این روش، عدم وابستگی تابع‌های پایه به تعداد و نحوه توزیع گره‌ها در ناحیه مورد حل و در نتیجه جلوگیری از بروز خطای ناشی از جابه‌جایی گره‌ها است [۱۱-۱۳].

برای حل مشکل بازدهی پایین روش‌های بدون مش در اعمال شرایط مرزی از یک سو و مشکل روش اجزای محدود برای مدل‌سازی نواحی دینامیک و دارای هندسه متغیر با زمان از سوی دیگر، تا کنون ایده‌های متفاوتی برای ترکیب روش‌های اجزای مرزی و بدون مش شبیه استفاده از روش‌های ترکیبی اجزای محدود و بدون مش گالرکین برای مدل‌سازی ارتعاشات صفحه‌های فلزی [۱۹]، مدل‌سازی و محاسبه میدان‌های الکترومغناطیسی [۹] و حل مساله پیشرو مقطع‌نگاری امپدانس الکتریکی [۱۰] مطرح شده است.

همچنین از ترکیب روش‌های اجزای محدود و گالرکین مبتنی بر موجک برای مدل‌سازی میدان‌های الکترومغناطیسی در روتور ماشین‌های الکتریکی [۱۸]، مبدل‌های الکترومکانیکی [۱۱] و حل مساله پیشرو مقطع‌نگاری امپدانس الکتریکی [۱۲] استفاده شده است. در اکثر این کاربردها، به دلیل عملکرد سریع و دقیق روش اجزای محدود در اعمال شرایط مرزی و همچنین عدم وابستگی روش بدون مش به اندازه و شکل المان‌ها، ناحیه حل به دو قسمت تقسیم و روش اجزای محدود برای نواحی کناری تحت سلطه شرایط مرزی و روش بدون مش برای نواحی مرکزی و دینامیک ناحیه مورد حل بکار گرفته شده است.

در این مقاله، روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک برای حل مساله پیشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی پیشنهاد می‌شود. برای این منظور، در ابتدا در بخش ۲ روابط مورد نیاز برای ترکیب دو حل اجزای محدود و گالرکین مبتنی بر موجک به اجمال معرفی می‌شوند. پس از آن، در بخش ۳ نحوه تولید مجموعه توابع پایه موجک دو بعدی بیان خواهد شد. در نهایت با هدف ارزیابی کارایی روش پیشنهادی در حل مساله پیشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی، یک سیستم مقطع‌نگار القای مغناطیسی ۸ سیم‌پیچه در نظر گرفته شده و نتایج شبیه‌سازی حاصل از روش پیشنهادی با نتایج بدست آمده از روش المان محدود معمول از لحاظ دقت و زمان محاسبات مقایسه خواهند شد.

۲- روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک

در حل مساله پیشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی در حالت دوبعدی، محیط مورد حل به طور معمول توسط یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی از نوع هلمهلتز به فرم عمومی زیر مدل‌سازی می‌شود [۲۰ و ۲۱]:

$$-\nabla \cdot (\alpha(x,y) \nabla u(x,y)) + \beta u(x,y) = f(x,y) \quad (1)$$

که در آن $\alpha(x,y)$ و $\beta(x,y)$ معرف پارامترهای فیزیکی محیط و $f(x,y)$ تابع تحریک، هر سه تابعی از مکان هستند. با هدف مدل‌سازی این معادله به روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک، مطابق با الگوریتم ارائه شده در [۱۰-۱۳] ناحیه هدف می‌تواند به دو قسمت اجزای محدود و بدون مش تقسیم شود. در واقع به منظور جمع مزایای هر دو روش اجزای محدود و بدون مش با یکدیگر می‌توان در یک الگوریتم ترکیبی، به مدلی دست یافت که مناطق متحرک یا دارای هندسه متغیر با زمان با روش بدون مش و مناطق مرزی با

⁴ Element free Galerkin method

⁵ Wavelet Galerkin method

⁶ Moving least square approximation

ناحیه بدون مش و λ^C بردار ضرایب لاگرانژ مجهول در گره‌های قرار گرفته بر روی مرز مشترک دو ناحیه هستند.

۳- تابع‌های پایه موجک

از آنجایی که توابع موجک^۷ به طور معمول حول مقدار صفر نوسان دارند و دارای مقدار متوسط صفر هستند، برای ایجاد یک تقریب مناسب با مشکل روبرو بوده و به همین دلیل، معمولاً از توابع مقیاس^۸ برای ساخت مجموعه توابع پایه موجک در روش گالری مبتنی بر موجک استفاده می‌شود. تابع مقیاس دابچی به دلیل دارا بودن خواصی از جمله دوره محدود و متعامد بودن یکی از مناسب‌ترین انتخاب‌ها است [۱۱-۱۳ و ۱۵-۱۸]. البته باید توجه داشت که توابع مقیاس، تنها با انتقال تعامد خود را حفظ می‌کنند. به عبارت دیگر توابع مقیاس در یک سطح خاص بر هم عمود هستند ولی بر توابع مقیاس سطوح دیگر عمود نیستند. بدین معنی که، در صورت استفاده از توابع مقیاس به عنوان مجموعه توابع پایه موجک، فقط تقریب می‌تواند توسط توابع پایه یک مقیاس خاص صورت گیرد. بنا بر این مجموعه توابع پایه موجک یک بعدی به شکل زیر تولید می‌شوند [۱۸]:

$$\varphi_i^j(x) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - i) \quad (5)$$

در این رابطه $\varphi(x)$ تابع مقیاس مادر، j پارامتر مقیاس و i پارامتر انتقال هر دو اعداد صحیح هستند. حال با فرض تفکیک پذیر بودن تابع مقیاس موجک یک بعدی مورد نظر، تابع مقیاس موجک دو بعدی با استفاده از رابطه زیر قابل دستیابی است [۲۴]:

$$\varphi(x, y) = \varphi(x) \cdot \varphi(y) \quad (6)$$

اما از آنجا که روش گالری مبتنی بر موجک به دلیل صفر بودن مقدار توابع مقیاس بر روی مرزها، در اعمال شرایط مرزی ناتوان است، در [۱۱ و ۱۲، ۱۸] از روش اضافه کردن توابع پرش چندجمله‌ای به مجموعه توابع پایه برای اعمال شرایط مرزی و حد واسط استفاده شده است. توابع پرش چندجمله‌ای یک بعدی نرمال شده متناظر با نقاط ابتدایی و انتهایی بازه مورد حل به شکل زیر تعریف می‌شوند [۸، ۱۱، ۱۲ و ۱۸]:

$$\phi_{poly}^s(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1 \quad (7)$$

$$\phi_{poly}^e(x) = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 3(x+1) - 1$$

بدین ترتیب در یک محیط دوبعدی، چهار تابع پرش دوبعدی

روش اجزای محدود مدل شوند. در ابتدا برای حل مساله پیشرو در ناحیه بدون مش (Ω^{MF})، از بیان تابع مجهول $u^{MF}(x, y)$ به صورت یک ترکیب خطی از مجموعه تابع‌های پایه مستقل خطی بهره می‌گیریم [۲۲]:

$$u^{MF}(x, y) = \sum_{j=1}^{N^{MF}} c_j \phi_j(x, y) \quad (2)$$

در این رابطه، $\phi_j(x, y)$ توابع پایه دوبعدی، N^{MF} تعداد توابع پایه و ضرایب‌های c_j مجهول هستند. پس از بدست آمدن این ضرایب‌های مجهول با استفاده از روش بهینه‌سازی گالری، می‌توان مقدار پتانسیل مجهول در هر نقطه از ناحیه بدون مش را با استفاده از بسط فوق به صورت یکتا محاسبه کرد است. برای حل مساله پیشرو در ناحیه اجزای محدود (Ω^{FE}) نیز، تابع مجهول $u^{FE}(x, y)$ می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$u^{FE}(x, y) = \sum_{i=1}^{N^{FE}} u_i N_i(x, y) \quad (3)$$

در این رابطه، u_i مقدار پتانسیل مجهول در گره i -ام، $N_i(x, y)$ تابع تقریب متناظر با آن گره و N^{FE} تعداد گره‌های ناحیه اجزای محدود هستند. در نهایت پس از اعمال شرایط مرزی و برابر قراردادن پتانسیل و مشتق آن بر روی مرز مشترک دو ناحیه Ω^{MF} و Ω^{FE} به یک دستگاه معادلات جامع به شکل زیر دست می‌یابیم:

$$\begin{bmatrix} K & 0 & G^{FET} \\ 0 & M & G^{MFT} \\ G^{FE} & G^{MF} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U \\ C \\ \lambda^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

در این دستگاه، M و Q به ترتیب ماتریس سختی و بردار تحریک ناحیه Ω^{MF} بوده و به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$M_{i,j} = \iint_{\Omega^{MF}} \alpha(x, y) \nabla \phi_j(x, y) \cdot \nabla \phi_i(x, y) dx dy$$

$$+ \iint_{\Omega^{MF}} \beta(x, y) \phi_i(x, y) \phi_j(x, y) dx dy$$

$$Q_i = \iint_{\Omega^{MF}} f(x, y) \phi_i(x, y) dx dy$$

زیر ماتریس‌های K و بردار F نیز به ترتیب ماتریس سختی و بردار تحریک ناحیه Ω^{FE} پس از اعمال شرایط مرزی بوده که چگونگی محاسبه آنها در [۲۳] آورده شده است. زیر ماتریس‌های G^{MF} و G^{FE} مسئول اعمال شرایط پیوستگی و ارتباط دو ناحیه Ω^{MF} و Ω^{FE} بر روی گره‌های مشترک قرار گرفته بر روی مرز مشترک دو ناحیه بوده و به شرحی که در [۱۳] آورده شده قابل محاسبه هستند. بردار U نیز بردار پتانسیل‌های مجهول ناحیه Ω^{FE} ، C بردار ضرایب مجهول در

⁷ Wavelet functions

⁸ Scaling functions

به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\phi^1(x, y) = \phi_{poly}^s(x) \phi_{poly}^s(y) \quad (8)$$

$$\phi^2(x, y) = \phi_{poly}^s(x) \phi_{poly}^e(y)$$

$$\phi^3(x, y) = \phi_{poly}^e(x) \phi_{poly}^s(y)$$

$$\phi^4(x, y) = \phi_{poly}^e(x) \phi_{poly}^e(y)$$

در نهایت پس از اضافه کردن این توابع شیب به مجموعه توابع پایه موجک قبلی، مجموعه توابع پایه دوبعدی کامل می‌شود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

با هدف ارزیابی کارایی روش پیشنهادی در حل مساله پیشره مقطع‌نگاری القای مغناطیسی، یک نمونه عملی از یک سیستم مقطع‌نگار القای مغناطیسی ۸ سیم‌پیچ در نظر گرفته شده است. شکل ۱ شمایی از این سیستم شامل ۸ سیم‌پیچ تحریک و گیرنده را نشان می‌دهد. هر سیم پیچ متشکل از ۵۰ دور سیم با قطر $1mm^2$ است. در این شکل، سیستم در حالتی فرض شده است که در آن به اولین سیم‌پیچ یک جریان سینوسی با چگالی جریان $J = 1MA/m^2$ اعمال می‌شود و از سایر سیم‌پیچ‌ها اندازه‌گیری ولتاژ القایی انجام می‌شود. در مساله مفروض، ضریب رسانایی جسم هدف $\sigma = 5s/m$ ، هوا $\sigma = 5 \times 10^{-15} s/m$ و حجم هادی $\sigma = 1s/m$ فرض شده است. سیم‌پیچ‌ها از جنس مس با ضریب رسانایی $\sigma = 5.8 \times 10^7 s/m$ ساخته شده‌اند. ضرایب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی هوا، سیم‌پیچ‌ها و جسم $\mu_r = 1$ فرض شده‌اند. فرکانس تحریک نیز ۵ کیلوهرتز فرض شده است. سیم‌پیچ‌ها در داخل یک شیلد مغناطیسی به قطر $0.2m$ و عمق $0.2m$ قرار گرفته‌اند. بر روی این شیلد مغناطیسی، شرط دیریشله صفر اعمال می‌شود.

در وسط ناحیه مورد حل، یک ناحیه با ابعاد $0.08 \times 0.08 m$ که در بر گیرنده جسم هدف است (ناحیه بدون مش)، برای حل به روش گالرکین مبتنی بر موجک در نظر گرفته شده است. برای این منظور این ناحیه ابتدا به تعداد 81×81 نقطه تقسیم و سپس تعداد ۱۲۲۵ عدد تابع مقیاس موجک دابچی مرتبه ۳ به همراه ۴ تابع پرش چند جمله‌ای دو بعدی مجموعه توابع پایه را تشکیل می‌دهند. ناحیه بیرونی نیز برای حل به روش اجزای محدود در نظر گرفته می‌شود (ناحیه اجزای محدود). نحوه مش بندی این ناحیه در شکل ۲ نمایش داده شده است. این ناحیه به کمک تعریف تعداد ۷۶۰ گره، به تعداد ۱۴۲۱ المان تقسیم شده است. بدین ترتیب مقدار بردار

پتانسیل القایی بروی گره‌های ناحیه اجزای محدود و ضرایب توابع پایه در ناحیه بدون مش مجهول‌های ما را تشکیل می‌دهند که با محاسبه این مجهول‌ها، مساله پیشره مقطع‌نگاری القای مغناطیسی در سیستم مورد بحث حل می‌شود. در شکل ۳ مولفه حقیقی بردار پتانسیل القایی بدست آمده توسط روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک در کل ناحیه مورد حل نمایش داده شده است. با هدف ارزیابی نتایج حاصل از این روش ترکیبی، توزیع بردار پتانسیل القایی در کل ناحیه حل با استفاده از روش اجزای محدود نیز بدست آورده شده است. مش مورد استفاده در شکل ۴ نمایش داده شده است. نتیجه این مش بندی ایجاد ۷۷۱ گره و ۱۴۶۵ المان است. در شکل ۵ نیز توزیع مولفه حقیقی بردار پتانسیل القایی بدست آمده از روش اجزای محدود نمایش داده شده است.

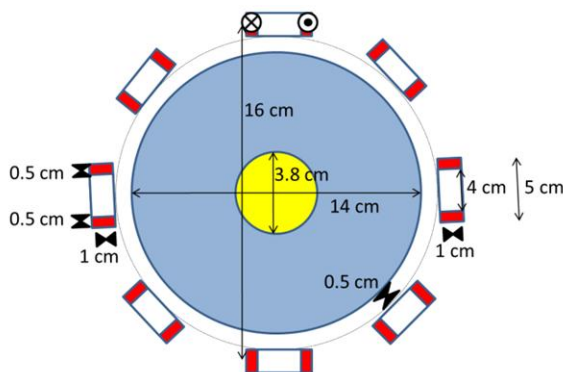
برای اثبات کارایی روش ترکیبی، نتایج این روش با نتایج روش اجزای محدود در نواحی مختلف مقایسه شده است. نتایج مقایسه مقدار ولتاژهای اندازه‌گیری شده از ۷ سیم‌پیچ گیرنده (سیم‌پیچ‌های دوم تا هشتم) که به کمک شبیه‌سازی سیستم توسط دو روش ترکیبی پیشنهادی و اجزای محدود معمول محاسبه شده‌اند با نتایج دقیق که از روش اجزای محدود با ۴۷۱۸۱ گره و ۹۳۷۶۰ المان بدست آمده است، در جدول ۱ گردآوری شده‌اند. در جدول ۲ نیز درصد خطای موثر نرمال شده و خطای فاز بین بردار پتانسیل القایی حاصل از دو روش ترکیبی پیشنهادی و اجزای محدود معمول با نتایج حل دقیق در ۱۲۰۱ نقطه در درون ناحیه حل مقایسه شده است. در این جدول محاسبات در یک رایانه با پردازنده Core i7 3.06 GHz CPU, 4 GB RAM انجام شده است. درصد خطای موثر نرمال شده نیز توسط رابطه زیر بدست آمده است:

$$\%error_{rmsn} = 100 \times \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (f_i - \tilde{f}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N f_i^2}} \quad (9)$$

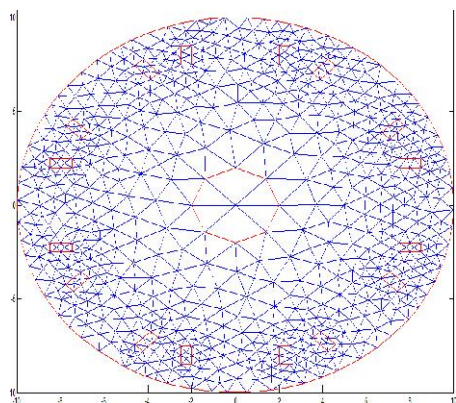
در این رابطه \tilde{f}_i مقدار تقریب زده شده و f_i مقدار دقیق است. مقایسه نتایج حاصل از دو روش پیشنهادی ترکیبی با روش اجزای محدود معمول در جدول ۱ و ۲ نشان می‌دهد که با وجود افزایش انعطاف پذیری و درجه آزادی در روش پیشنهادی ترکیبی و به تبع آن افزایش زمان محاسبات، خطای ما بین نتایج این روش با حل دقیق از روش اجزای محدود معمول بیشتر است. این موضوع به اتصال دو ناحیه اجزای محدود و بدون مش در روش ترکیبی بر می‌گردد. از آنجا که در ناحیه بدون مش فقط ۴ تابع پرش وظیفه ارتباط

روش در حل مساله پيشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی پیشنهاد شد. برای ایجاد رابطه بین دو ناحیه بدون مش و اجزای محدود مجبور به استفاده از تکنیک اضافه کردن توابع پرش به مجموعه توابع پایه موجک هستیم. مقایسه نتایج روش پیشنهادی ترکیبی با روش اجزای محدود معمول نشانگر قابلیت روش پیشنهادی ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک در حل مساله پيشرو مقطع‌نگاری القای مغناطیسی است. اما از آنجا که در روش پیشنهادی، اتصال دو ناحیه اجزای محدود و بدون مش از طریق ۴ گره گوشه‌ای ناحیه بدون مش شکل می‌گیرد، نتایج روش پیشنهادی خطای بیشتری نسبت به روش اجزای محدود معمول دارد (نسبت به حل دقیق). برای رفع این مشکل در تحقیقات آینده می‌توان از روش‌های با کارایی بیشتر برای اعمال شرایط حد واسط استفاده کرد. با وجود این افزایش خطا، نبایستی مزیت قابلیت روش پیشنهادی در تصویر برداری از نواحی متحرک را نسبت به روش اجزای محدود معمول فراموش کرد.

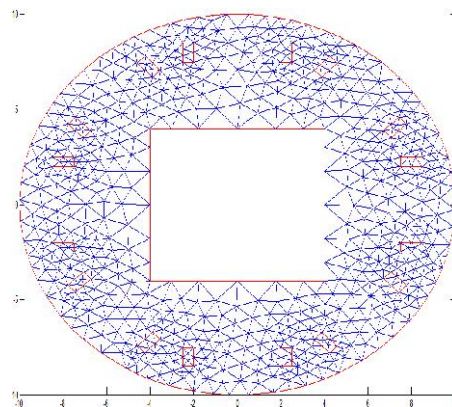
دو ناحیه را بر عهده دارند، عملاً اتصال دو ناحیه از طریق ۴ گره گوشه‌ای ناحیه بدون مش صورت می‌گیرد که این موضوع باعث بروز خطا در اعمال شرایط حد واسط می‌شود.



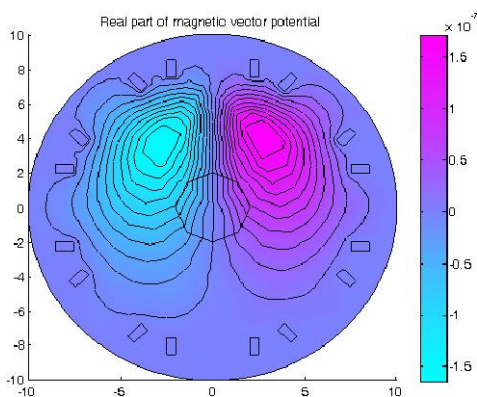
شکل ۱: شمایی از سیستم مقطع‌نگاری ۸ سیم پیچه مفروض برای حل مساله پيشرو



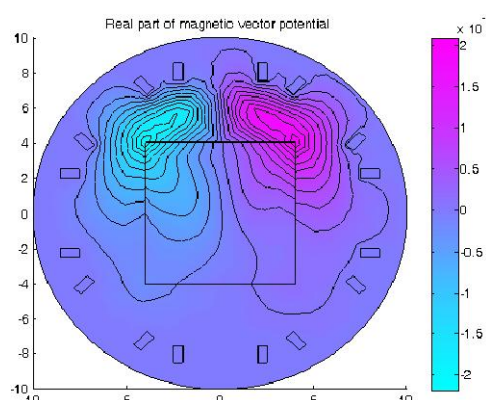
شکل ۴: مش بندی کل ناحیه برای حل به وسیله روش اجزای محدود در مساله مقطع‌نگار ۸ سیم پیچه.



شکل ۲: مش بندی ناحیه کناری برای حل به وسیله روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک در مساله مقطع‌نگار ۸ سیم پیچه.



شکل ۵: توزیع قسمت حقیقی بردار پتانسیل القایی حاصل از روش اجزای محدود معمول برای کل ناحیه مورد حل در مساله مقطع‌نگار ۸ سیم پیچه



شکل ۳: توزیع قسمت حقیقی بردار پتانسیل القایی حاصل از روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک در مساله مقطع‌نگار ۸ سیم پیچه

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق ترکیب دو روش گالرکین مبتنی بر موجک و اجزای محدود برای بهره‌گیری همزمان از مزیت‌های هر دو

جدول ۱: مقایسه مقدار ولتاژهای اندازه‌گیری شده از سیستم مقطع‌نگار ۸ سیم پیچه (وقتی که سیم پیچ ۱ تحریک شده است) حاصل از شبیه‌سازی توسط دو روش ترکیبی بدون مش مبتنی بر موجک و اجزای محدود با نتایج حل دقیق

روش اجزای محدود			روش پیشنهادی			حل دقیق	سیم‌پیچ گیرنده
خطای فاز (رادیان)	خطای اندازه	حل	خطای فاز (رادیان)	خطای اندازه	حل		
۰/۰۰۰۸	۰/۷۷۰۳	۶/۴۳۲۹-j/۲۲۲۸	۰/۰۴۹۵	۱/۴۲۹۳	۵/۷۵۶۸-j/۴۹۰۰	۷/۲۰۲۵-j/۲۵۵۳	۲
۰/۰۰۸۵	۰/۰۴۵۵	۰/۷۲۳۶-j/۱۷۸۱	۰/۰۶۳۳	۰/۰۷۶۵	۰/۷۰۱۷-j/۱۳۲۵	۰/۷۶۶۱-j/۱۹۵۵	۳
۰/۰۳۰۴	۰/۰۱۱۳	۰/۱۵۷۷-j/۰۶۳۳	۰/۱۰۴۰	۰/۰۷۱۹	۰/۱۰۴۱-j/۰۳۳۱	۰/۱۶۶۰-j/۰۷۲۵	۴
۳/۵۱۹۳	۰/۰۰۲۸	-۰/۰۰۳۱+j/۰۰۳۸	۳/۶۳۰۵	۰/۰۰۶۷	-۰/۰۰۶۳+j/۰۰۰۶۲	۰/۰۰۰۶-j/۰۰۰۲۰	۵
۰/۰۲۱۴	۰/۰۰۰۵	-۰/۱۳۱۳+j/۰۰۵۷۳	۰/۰۴۷۵	۰/۰۳۵۶	-۰/۰۹۸۰+j/۰۰۴۵۹	-۰/۱۳۳۰+j/۰۰۵۴۷	۶
۰/۰۰۷۶	۰/۰۱۸۷	-۰/۵۶۳۱+j/۰۱۳۹۱	۰/۰۳۵۶	۰/۲۰۲۰	-۰/۷۸۵۰+j/۰۱۵۸۳	-۰/۵۸۲۴+j/۰۱۳۹۲	۷
۰/۰۰۲۹	۰/۴۴۳۵	-۵/۸۸۳۱+j/۰۲۶۷۵	۰/۰۴۵۸	۰/۲۹۶۶	-۶/۶۰۳۴+j/۰۵۸۵۳	-۶/۳۲۶۹+j/۰۲۶۹۶	۸

جدول ۲: مقایسه کارایی دو روش ترکیبی پیشنهادی و اجزای محدود معمول

زمان محاسبات (ثانیه)	خطای فاز	درصد خطای موثر نرمال شده	درجه آزادی	تعداد توابع پایه	تعداد گره‌های اجزای محدود	روش
۴/۰۰۶۳	۰/۲۴۴۶	۵/۲۱۲۴	۱۹۸۹	۱۲۲۹	۷۶۰	ترکیبی پیشنهادی
۰/۷۸۴۷	۰/۱۹۸۸	۳/۴۳۶۶	۷۷۱	-	۷۷۱	اجزای محدود معمول
۵/۷۶۹۷	حل دقیق	حل دقیق	۴۷۱۸۱	-	۴۷۱۸۱	حل دقیق

مراجع

- [12] M. R. Yousefi, R. Jafari and H. Abrishami-Moghaddam, "A combined wavelet based mesh free method for solving the forward problem in electrical impedance tomography", in *2012 IEEE Int. Symp. Med. Meas. Appl. Proc.*, Budapest, Hungary, pp. 251-254.
- [13] M. R. Yousefi, R. Jafari and H. Abrishami-Moghaddam, "A combined wavelet based mesh free method for solving the forward problem in electrical impedance tomography", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 62, 2013.
- [14] T. Belytschko, Y. Y. Lu and L. Gu, "Element-free Galerkin methods", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 37, pp. 229-256, 1994.
- [15] A. Landragin-Frassati, S. Bonnet, A. Da Silva, J. M. Dinten and D. Georges, "Application of a wavelet-Galerkin method to the forward problem resolution in fluorescence diffuse optical tomography", *Optics Express*, Vol. 17, pp. 18433-18448, 2009.
- [16] V. Mishra and Sabina, "Wavelet Galerkin solutions of ordinary differential equations", *Int. J. Math. Anal.*, Vol. 5, pp. 407-424, 2011.
- [17] A. Iqbal and V. Jeoti, "A novel wavelet-Galerkin method for modeling radio wave propagation in Tropospheric ducts", *Progress in Electromagnetics Research B*, Vol. 36, pp. 35-52, 2012.
- [18] S. L. Ho, S. Yang and H. C. Wong, "Weak formulation of finite element method using wavelet basis functions", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, pp. 3203-3207, 2001.
- [19] B. N. Rao and S. Rahman, "A coupled meshless-finite element method for fracture analysis of cracks", *Int. J. Pressure Vessels and Piping*, Vol. 78, pp. 647-657, 2001.
- [20] M. Soleimani and K. Jersey-Willuhn, "Sensitivity analysis for magnetic induction tomography", 26th IEEE-EMBS Int. Conf., pp. 1368-1371, 2004.
- [21] M. Soleimani, "Image and shape reconstruction methods in magnetic induction and electrical impedance tomography", PhD thesis, Faculty of Engineering and Physical Sciences, University of Manchester, 2005.
- [22] M. N. O. Sadiku, *Numerical techniques in electromagnetic* (2nd edn), CRC Press, 2001.
- [23] J. Jin, *The finite element method in electromagnetics*, 2nd Edition, Wiley-IEEE Press, 2002.
- [24] K. R. Castleman, *Digital Image Processing*, Prentice Hall, 1979.
- [1] D. S. Holder, *Electrical impedance tomography*, IOP publishing, Bristol, UK, 2004.
- [۲] محمد رضا یوسفی نجف آبادی، مائده هادی نیا، رضا جعفری، حمید ابریشمی مقدم، حمید رضا تقی راد، "کاربردهای مقطع‌نگاری الکتریکی و نوری در صنعت نفت و گاز"، دومین همایش بازرسی و ایمنی در صنایع نفت و انرژی، تهران، ۱۳۹۰.
- [3] B. Horner and F. Mesch, "An induction flowmeter insensitive to asymmetric flow profiles," *Eur. Concerted Action Process Tomography Conf.*, Norway, pp. 321-330, 1995.
- [4] Y. Tomita and S. Honda, "Estimation of velocity profile by magnetic flowmeter with rotating field," *SICE Conf.*, Japan, pp. 1301-1304, 1992.
- [5] O. Biro, "Edge element formulations of eddy current problems," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 169, pp. 391-405, 1999.
- [6] O. Biro and K. Preis, "An edge finite element eddy current formulation using a reduced magnetic and a current vector potential," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, pp. 3128-3130, 2000.
- [7] W. Cong, D. Xiu-zhen, L. Rui-gang, F. Feng, S. Xue-tao and Y. Fu-sheng, "Preliminary simulations on magnetic induction tomography of the brain based on finite element method," *J. US-China Med. Sci.*, Vol. 4, pp. 11-17, 2007.
- [8] T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming and P. Krysl, "Mesh-less methods: an overview and recent developments," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 139, pp. 3-47, 1996.
- [9] L. Xuan, Z. Zeng, B. Shanker and L. Udpa, "Element free galerkin method for static and quasi-static electromagnetic field computation," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 40, pp. 12-20, 2004.
- [10] V. Cutrupi, F. Ferraioli, A. Formisano and R. Martone, "An approach to the electrical resistance tomography based on meshless methods," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, pp. 1717-1720, 2007.
- [11] S. Y. Yang, G. Z. Ni, J. R. Cardoso, S. L. Ho and J. M. Machado, "A combined wavelet-element free galerkin method for numerical calculations of electromagnetic fields," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, pp. 1413-1416, 2003.