نمایش سیستم های خطی و غیر خطی با فضای حالت

دانشگاه نجف اباد

درس: کنترل هوشمند در فضای سایبرنتیک

مدرس: حمید محمودیان

مدلهای ریاضی

- نمایش سیستم های خطی با پاسخ ضربه آنها در حوزه زمان امکان پذیر است و یا با تبدیل لاپلاس در حوزه فرکانس (قبلا توضیح داده شده است)
- نمایش سیستم های غیر خطی (و حتی خطی) در حوزه زمان عمدتا توسط نمایش فضای حالت در حوزه زمان پیوسته و یا زمان گسسته امکان پذیر است.

نمایش یک سیستم خطی در حوزه زمان پیوسته با فضای حالت

یک سیستم خطی در زمان پیوسته را میتوان به فرم زیر نمایش داد

$\dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t)$ Dynamic equation(s)

$\underline{y}(t) = C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t)$ Measurement equations

with $t \geq t_0$ *and initial conditions* $\underline{x}(t_0)$.

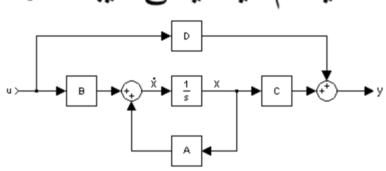
در رابطه فوق بردارهای x، y و u به ترتیب بردار متغیر های حالت، بردار خروجی و بردار ورودی میباشند.

متغیر های حالت: بیانگر تغییر رفتار دینامیک های داخلی سیستم مثل جریان سلف، ولتاژ خازن، تعداد ویروس دربدن در یک بیماری، نحوه توزیع دارو در بدن، رشد سلول های سالم و .....

بردار ورودی: بیانگر منابع ورودی یک سیستم مثلا منبع ولتاژ یا میزان تزریق یک دارو

بردار خروجی: بیانگر پارامتر های قابل اندازه گیری و با اهمیت یک سیستم

- ماتریس های C, B, A و D ماتریسهای ثابت هستند با ابعاد مناسب که توصیف کننده سیستم دینامیکی میباشند.
- $Y(s) = H(s)U(s)$
- $H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$



- قطبهای سیستم ریشه های مخرج تابع انتقال H(s) میباشند و یا همان مقادیر ویژه ماتریس A
- تمامی مقادیر ویژه ماتریس A سمت چپ محور موهمی باشند سیستم پایدار است. در غیر اینصورت سیستم ناپایدار است.

مثال

- توصیف ورودی-خروجی یک سیستم با

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = 3\dot{u}(t) + u(t)$$

با تبدیل لاپلاس خواهیم داشت :

$$s^2Y(s) + 2sY(s) + Y(s) = 3sU(s) + U(s)$$
$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = H(s) = \frac{3s+1}{s^2+2s+1}$$

نمایش با فضای حالت :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

تبدیل فضای حالت به تابع انتقال

```
>> A=[0 1;-1 -2];
>> B=[0;1];
>> C=[1 3];
>> D=0;
>> [a,b]=ss2tf(A,B,C,D)
```

دستورات متلب:(تبدیل تابع انتقال به فضای حالت)

```
>> a=[3 1];
>> b=[1 2 1];
>> [A,B,C,D]=tf2ss(a,b)
```

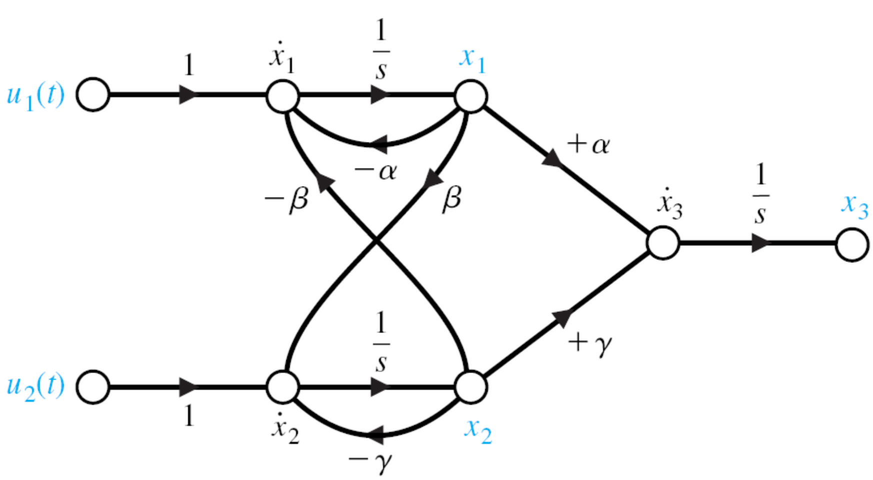
Example 1:
Epidemic Disease

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha x_1 - \beta x_2 + u_1(t),$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \beta x_1 - \gamma x_2 + u_2(t),$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \alpha x_1 + \gamma x_2.$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha & -\beta & 0 \\ \beta & -\gamma & 0 \\ \alpha & \gamma & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}.$$



$$\Delta(s) = 1 - (-\alpha s^{-1} - \gamma s^{-1} - \beta^2 s^{-2}) + (\alpha\gamma s^{-2}),$$

$$q(s) = s^2\Delta(s) = s^2 + (\alpha + \gamma)s + (\alpha\gamma + \beta^2) = 0.$$

$$(\alpha + \gamma) > 0 \text{ and } (\alpha\gamma + \beta^2) > 0.$$

Discrete State Space Model
(Linear System)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}.$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{x}(t)}{\Delta t}.$$

$$\boxed{\dot{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}(t + T) - \mathbf{x}(t)}{T},}$$

$$\frac{\mathbf{x}(t + T) - \mathbf{x}(t)}{T} \cong \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t).$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t + T) &\cong T\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{x}(t) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ &\cong (T\mathbf{A} + \mathbf{I})\mathbf{x}(t) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(t), \end{aligned}$$

$$\mathbf{x}[(k+1)T] \cong (T\mathbf{A} + \mathbf{I})\mathbf{x}(kT) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(kT).$$

$$\mathbf{x}(k+1) \cong \psi(T)\mathbf{x}(k) + T\mathbf{B}\mathbf{u}(k),$$

$$\psi(T) = (T\mathbf{A} + \mathbf{I})$$

Time response of an epidemic

$$\alpha = \beta = \gamma = 1,$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{u}.$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix} u_2(k).$$

$$\mathbf{x}(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0.$ input $u_2(k)$ is zero

$$\mathbf{x}(2) = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.04 \\ 0.16 \\ 0.04 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{x}(3) = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.04 \\ 0.16 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.064 \\ 0.120 \\ 0.064 \end{bmatrix},$$

Discrete State Space
(Nonlinear System)

$$\boxed{\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t),}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}\mathbf{u}.$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{u}.$$

$$\frac{\mathbf{x}(t + T) - \mathbf{x}(t)}{T} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t).$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + T[\mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)].$$

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + T\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k).$$

Improved model of an epidemic

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -\alpha x_1 - \beta x_1 x_2 + u_1(t),\\
\dot{x}_2 &= \beta x_1 x_2 - \gamma x_2 + u_2(t),\\
\dot{x}_3 &= \alpha x_1 + \gamma x_2,
\end{aligned}$$

$\alpha = \beta = \gamma = 1$, and $u_1(t) = 0$.

$u_2(0) = 1$, and $u_2(k) = 0$ for $k \geq 1$.

$\mathbf{x}^T(0) = [1 \quad 0 \quad 0]$.

$$\dot{x}_i(k) = \frac{x_i(k+1) - x_i(k)}{T}$$

$$\frac{x_1(k+1) - x_1(k)}{T} = -x_1(k) - x_1(k)x_2(k),$$

$$\frac{x_2(k+1) - x_2(k)}{T} = +x_1(k)x_2(k) - x_2(k) + u_2(k),$$

$$\frac{x_3(k+1) - x_3(k)}{T} = x_1(k) + x_2(k).$$

$$x_1(k+1) = 0.8x_1(k) - 0.2x_1(k)x_2(k),$$
$$x_2(k+1) = 0.8x_2(k) + 0.2x_1(k)x_2(k) + 0.2u_2(k),$$
$$x_3(k+1) = x_3(k) + 0.2x_1(k) + 0.2x_2(k).$$

$$x_1(1) = 0.8x_1(0) = 0.8,$$
$$x_2(1) = 0.2u_2(k) = 0.2,$$
$$x_3(1) = 0.2x_1(0) = 0.2.$$

$$x_1(2) = 0.8x_1(1) - 0.2x_1(1)x_2(1) = 0.608,$$
$$x_2(2) = 0.8x_2(1) + 0.2x_1(1)x_2(1) = 0.192,$$
$$x_3(2) = x_3(1) + 0.2x_1(1) + 0.2x_2(1) = 0.40.$$

$$x_1(3) = 0.463, \qquad x_2(3) = 0.177, \qquad x_3(3) = 0.56.$$

نقاط تعادل سیستم های غیر خطی

- سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$x(\dot{t}) = f(x(t), u(t))$$

در حالت کلی x(t) و f(t) دارای بعد n و u(t) دارای بعد m میباشد.

$\bar{x}$ یک نقطه تعادل است اگر بازاء یک $\bar{u}$ داشته باشیم:

$$f(\bar{x}, \bar{u}) = 0_{n\times 1}$$

مثال برای متلب: نقاط تعادل سیستم زیر را بیابید:

$$f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + 3x_2^3 + 1$$
$$f_2(x_1, x_2) = x_1^3 + 4x_2^{0.5}$$

```
>> syms x1 x2
>> S=solve([x1^2+3*x2^2+1;x1^2+4*x2^3])

S =

   x1: [6x1 sym]
   x2: [6x1 sym]
```

```
>> S.x1

ans =

                    2*i
                   -2*i
  ((15^(1/2)*3*i)/8 - 11/8)^(1/2)/2
 -((15^(1/2)*3*i)/8 - 11/8)^(1/2)/2
 (- (15^(1/2)*3*i)/8 - 11/8)^(1/2)/2
-(- (15^(1/2)*3*i)/8 - 11/8)^(1/2)/2
```

```
>> S.x2

ans =

              1
              1
  (15^(1/2)*i)/8 - 1/8
  (15^(1/2)*i)/8 - 1/8
- (15^(1/2)*i)/8 - 1/8
- (15^(1/2)*i)/8 - 1/8
```

حل معادلات فضای حالت درسیستمهای غیر خطی

- برای حل معادلات حالت در متلب میتوان به سه روش زیر برنامه نویسی کرد:

۱. استفاده از دستورات dsolve و ODE
۲. استفاده از کد نویسی با تبدیل فضای پیوسته به گسسته
۳. استفاده از فضای سیمولینک متلب

دستورات ODE

- فرض کنید که میخواهیم سیستم دینامیکی غیر خطی زیر را با شرایط اولیه داده شده حل نماییم.

van der Pol equations in relaxation oscillation:

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2 \qquad y_1(0) = 0$$

$$\frac{dy_2}{dt} = 1000(1 - y_1^2)y_2 - y_1 \qquad y_2(0) = 1$$

- لازم است دو فانکشن در متلب به صورت زیر نوشته شود:
- عمدتا از دستور ODE45 بجای ODE23 وODE15

```
function dydt = osc(t,y)
    dydt = zeros(2,1);    % this creates an empty column
    %vector that you can fill with your two derivatives:
    dydt(1) = y(2);
    dydt(2) = 1000*(1 - y(1)^2)*y(2) - y(1);
    %In this case, y(1) is y1 and y(2) is y2, and dydt(1)
    %is dy1/dt and dydt(2) is dy2/dt.
end
```

```
function [T,Y] = call_osc()
    tspan = [0 3000];
    y1_0 = 2;
    y2_0 = 0;
    [T,Y] = ode15s(@osc,tspan,[y1_0 y2_0]);
    plot(T,Y(:,1),'o')
end
```

یک مثال دیگر

- G = 9.8 m/s
- L = 2 m
- Time 0 to 2π
- Initial θ = π/3
- Try ode23
- Plot θ with time

$$z_1 = \theta, \quad z_2 = d\theta/dt$$

$$\frac{dz_1}{dt} = z_2$$

$$\frac{dz_2}{dt} = -\frac{G}{L}\sin(z_1)$$

```
function [] = call_pend()
    tspan=[0 2*pi]; % set time interval
    z0=[pi/3,0];  % set initial conditions
    [t,z]=ode23(@pend,tspan,z0);
    plot(t,z(:,1))
function dzdt = pend(t,z)
    G=9.8; L=2;         % set constants
    z1=z(1);            % get z1
    z2=z(2);            % get z2
    dzdt = [z2 ; -G/L*sin(z1);];
end
end
```

مثال با پارامتر های متغیر با زمان

- فرض کنید که هدف حل معادله دیفرانسیل زیر است:

$$\frac{dy(t)}{dt} + f(t)y(t) = g(t)$$

که در آن $f(t) = t^2 - t - 3$ و $g(t) = 3\sin(t - 0.25)$ باشد. شرط اولیه را در زمان صفر، صفر در نظر بگیرید.

```
ft = linspace(0,5,25); % Generate t for f
f = ft.^2 - ft - 3; % Generate f(t)
gt = linspace(1,6,25); % Generate t for g
g = 3*sin(gt-0.25); % Generate g(t)
function dydt = myode(t,y,ft,f,gt,g)
f = interp1(ft,f,t); % Interpolate the data set (ft,f) at time t
g = interp1(gt,g,t); % Interpolate the data set (gt,g) at time t
dydt = -f.*y + g; % Evaluate ODE at time t
```

Call the derivative function myode.m within the MATLAB ode45 function specifying time as the first input argument :

```
Tspan = [1 5]; % Solve from t=1 to t=5
IC = 1; % y(t=0) = 1
[T Y] = ode45(@(t,y) myode(t,y,ft,f,gt,g),Tspan,IC); % Solve ODE
```

Plot the solution y(t) as a function of time:

```
plot(T, Y);
title('Plot of y as a function of time');
xlabel('Time'); ylabel('Y(t)');
```

شبیه سازی با تبدیل سیستم پیوسته به گسسته

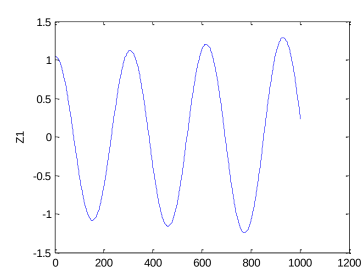
- G = 9.8 m/s
- L = 2 m
- Time 0 to 2π
- Initial θ = π/3
- Try ode23
- Plot θ with time

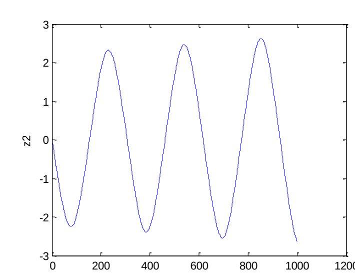
$$z_1 = \theta, \quad z_2 = d\theta/dt$$

$$\frac{dz_1}{dt} = z_2$$

$$\frac{dz_2}{dt} = -\frac{G}{L}\sin(z_1)$$

- clear all
- z(1,1)=pi/3;
- z(2,1)=0;
- i=1;
- dt=0.01;
- G=9.8;
- L=2;
- for time=0:dt:10;
-     i=i+1;
-     z(1,i)=z(2,i-1)*dt+z(1,i-1);
-     z(2,i)=-(G/L)*sin(z(1,i-1))*dt+z(2,i-1);
- end
- plot(z(1,:))
- figure(2)
- plot(z(2,:))





در سیمولینک

پاسخ معادله دیفرانسیل روبرو را با شرایط اولیه داده شده در سیمولینک رسم نمایید.

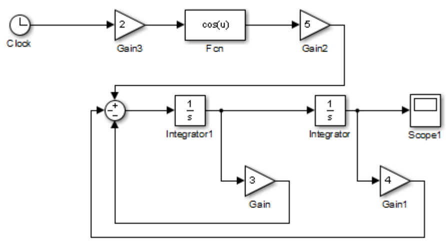
ابتدا بهتر است رابطه روبرو را به صورت زیر بنویسید:

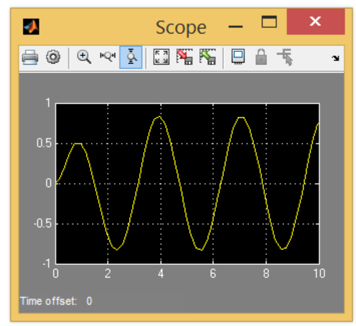
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + 4x = 5\cos(2t)$$

$$x(0) = 0$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = 0;$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -3\frac{dx}{dt} - 4x + 5\cos(2t)$$



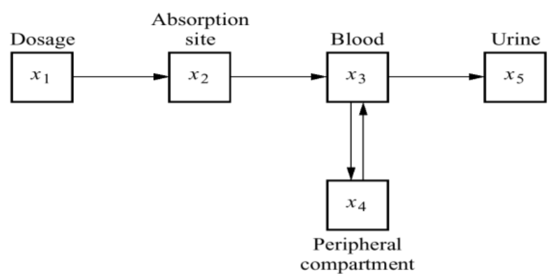


Case Study: Pharmaceutical Drug Absorption

Advantages of the state-space approach are the ability to focus on component parts of the system and to represent multiple-input, multiple-output systems.

مثال: مسئله جذب دارو در بدن
Pharmaceutical Drug Absorption Problem

نحوه توزیع دارو در بدن را میتوان به طور ساده در پنج جزء زیر خلاصه کرد:
dosage, **absorption site**,**blood**, **peripheral compartment**, and **urine**.



Each x_i is the amount of drug in that particular compartment.

Pharmaceutical Drug Absorption Solution

$$\frac{d}{dt}x_1 = -K_1 x_1$$

۱. در ناحیه داروی تزریق شده (یا وارد شده) مقدار دارو به صورت نمایی کاهش میابد

۲. در نواحی دیگرمثل جذب، خون، ادرار و قسمتهای جانبی دیگر داروی وارد شده از جزء قبل با علامت مثبت و داروی باقیمانده با علامت منفی در نظر گرفته میشود

$$\frac{d}{dt}x_2 = K_1 x_1 - K_2 x_2$$
$$\frac{d}{dt}x_3 = K_2 x_2 - K_3 x_3 + K_4 x_4 - K_5 x_5$$
$$\frac{d}{dt}x_4 = K_5 x_3 - K_4 x_4$$
$$\frac{d}{dt}x_5 = K_3 x_3$$

Pharmaceutical Drug Absorption Solution

با تعریف سیستم به فرم ریاضی زیر خواهیم داشت:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_1 & -K_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & -(K_3+K_5) & K_4 & 0 \\ 0 & 0 & K_5 & -K_4 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{y} = I\,\underline{x}$$

مثال: مدلسازی رشد سلول های HIV و تاثیر دارو دربرابر بیماری ایدز

مرجع: مقاله (۲۰۱۵) :

A two-loop robust controller for HIV infection models in the presence of parameter uncertainties

Nam H. Jo*, Y. Roh

Department of Electrical Engineering, Soongsil University, Dongjak-gu, Seoul 156-743, Republic of Korea

مدل دو دارویی که با تقریب خوب تبدیل به مدل یک دارویی میشود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= s - dx_1 - \beta(1-u)x_1x_3 \\ \dot{x}_2 &= \beta(1-u)x_1x_3 - \mu x_2 \\ \dot{x}_3 &= k(1-u_P)x_2 - cx_3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= s - dx_1 - \beta(1-u)x_1x_3 \\ \dot{x}_2 &= \beta(1-u)x_1x_3 - \mu x_2 \\ \dot{x}_3 &= kx_2 - cx_3 \end{aligned}$$

در این مدل x1، x2 و x3 به ترتیب تعداد سلولهای سالم (CD4+ T)، تعداد سلول های آلوده به HIV و تعداد ویروس های آزاد میباشد.

Table 1
Nominal values of model parameters.

Parameter	Value	Unit
s	295	cells/(mm^3 × day)
d	0.182	1/day
β	3.89×10^{-6}	mL/(copy × day)
μ	1.02	1/day
k	5890	copies × mm^3/(cell × mL × day)
c	24	1/day

نقاط تعادل

- در حالتی که هیچ دارویی تزریق نشده است، نقاط تعادل به صورت زیر میباشند:
- نقطه تعادل در حالت انسان سالم $\left(\frac{s}{d},\ 0,\ 0\right) =: x_h,$
- نقطه تعادل در حالت انسان آلوده به ویروس $\left(\frac{\mu c}{\beta k},\ \frac{s}{\mu} - \frac{dc}{\beta k},\ \frac{ks}{c\mu} - \frac{d}{\beta}\right) =: x_{inf}$

$$\begin{aligned} x_h &= [1621,\ 0,\ 0]^T, \\ x_{inf} &= [1068,\ 98.57,\ 24192]^T \end{aligned}$$

- نکته مهم: ممکن است از لحاظ ریاضی نقاط تعادل متفاوتی برای یک سیستم بیولوژیکی به دست آید ولی تنها نقاطی که از لحاظ بیولوژیکی قابل قبول هستند باید در نظر گرفته شوند. مثلا برای یک سیستم بیولوژیکی نقاطی که دارای اعداد مختلط و یا در بعضی موارد دارای اعداد منفی هستند قابل قبول نمیباشند.

مدل با تغییر متغیر

- با تعریف متغیرهای جدید، مدل به صورت زیر تبدیل میشود.

$$x_1^* = \frac{s - \mu r_0}{d}, \quad x_3^* = \frac{k}{c} r_0 \quad x_2^* = (c/k)x_3^* = 0.204.$$

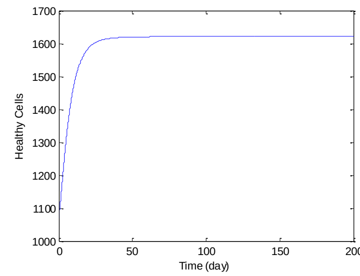
$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 - x_1^* - x_2^* \\ s - dx_1 - \mu x_2 \\ x_3 - x_3^* \end{bmatrix} \qquad \underbrace{\mu(\mu x_2 - \beta x_1 x_3) + d(dx_1 - s + \beta x_1 x_3)}_{=:b_p(x)} \qquad \underbrace{\beta(\mu - d)x_1 x_3 u}_{=:a_p(x)}$$

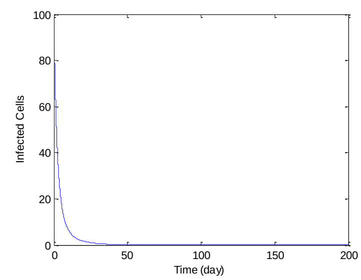
$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= b_p(x) + a_p(x)u \\ \dot{z}_3 &= -cz_3 + \frac{k(z_2 + dz_1)}{d - \mu} \\ y &= z_1 \end{aligned}$$

مدلسازی با متلب

```
clear all
%defined parameters
s=295; d=0.182; beta=3.89*(10^(-6)); mu=1.02; k=5890; c=24;
%initial condition
r0=0.2;
xs_1=(s-mu*r0)/d;    xs_2=r0;   xs_3=k*r0/c;
X(:,1)=[1068; 98.57; 24192];
Z(:,1)=[X(1,1)+X(2,1)-xs_1-xs_2; s-d*X(1,1)-mu*X(2,1); X(3,1)-xs_3];
%%%%%%%%%%%%%
u=0.4;
dt=0.01;
i=0;
for time=0:dt:200
    i=i+1;
    X(1,i)=(s-mu*r0)/d-(Z(2,i)+mu*Z(1,i))/(d-mu);
    X(2,i)=r0+(Z(2,i)+d*Z(1,i))/(d-mu);
    X(3,i)=Z(3,i)+k*r0/c;
    a_p=beta*(mu-d)*X(1,i)*X(3,i);
    b_p=mu*(mu*X(2,i)-beta*X(1,i)*X(3,i))+d*(d*X(1,i)-s+beta*X(1,i)*X(3,i));
    Z(1,i+1)=Z(2,i)*dt+Z(1,i);
    Z(2,i+1)=(b_p+a_p*u)*dt+Z(2,i);
    Z(3,i+1)=(-c*Z(3,i)+(k*(Z(2,i)+d*Z(1,i))/(d-mu)))*dt+Z(3,i);
end
```

برای سادگی میزان داروی تزریق شده به طور روزانه برابر با ۰/۴ در نظر گرفته شده است.





نتیجه گیری

۱. برای بررسی فضاهای سایبرنتیکی لازم است یک مدل ریاضی از سیستم واقعی ایجاد گردد. (در موارد خاص این مدلها میتوانند بصورت مدلهای کامپیوتری به کمک شبکه های عصبی و یا فازی مدل گردند).

۲. لازم است بتوانیم این مدل ها را به صورت کامپیوتری برنامه نویسی کنیم.

۳. لازم است متغیرهای تحت کنترل (مثل تعداد سلول های آلوده در مثال قبل)، سیگنال های کنترلی (مثل میزان داروی تزریقی) و پارامتر های ثابت و متغیر با زمان سیستم به طور دقیق مشخص گردیده و محدوده های آنها تعریف گردند.

۴. هدف از کنترل هوشمند، استفاده از روش های هوشمند در تعیین سیگنال های کنترل است به نحویکه سیستم حلقه بسته علاوه بر پایداری، شرایط مطلوب و مورد نظر(مثلا کم بودن خطا، کم اثر بودن اغتشاش و ...) را برآورده کند