

۱- مولفه ها یک میدان سرعت با روابط زیر داده شده اند:

$$u = Ax + By + Cz$$

$$v = Dx + Ey + Fz$$

$$w = Gx + Hy + Iz$$

ضرایب A-I را به طوری تعیین کنید که میدان سرعت فوق تراکم ناپذیر باشد.

۲- برای جریان در صفحه xy، مولفه x سرعت با رابطه $u = 3x(y-2)$ داده می شود. مولفه سرعت در جهت y را طوری بیابید که میدان سرعت پایا و تراکم ناپذیر باشد. آیا این میدان جریان برای شرایط ناپایا و تراکم ناپذیر هم صادق است؟ چرا؟

۳- کدامیک از مجموعه معادلات زیر و تحت چه شرایطی یک جریان تراکم ناپذیر را نشان می دهند؟

$$u = -x + y; v = x - y^2$$

$$u = 4x^2 - y; v = x - y^2$$

$$u = xt^2 + y; v = x - y^2$$

$$V_r = U \cos \theta; V_\theta = -U \sin \theta$$

$$V_r = -\frac{1}{2\pi r}; V_\theta = -\frac{1}{\pi r}$$

۴- مولفه سرعت در یک صفحه xy با رابطه $v = y^2 - 2x + 2y$ داده می شود. مولفه x سرعت برای آنکه جریان تراکم ناپذیر و پایا باشد را بیابید. آیا جواب بدست آمده برای جریان ناپایا و تراکم ناپذیر هم معتبر است؟ چرا؟

۵- مولفه x سرعت یک میدان جریان پایا، تراکم ناپذیر در صفحه xy با رابطه $u = x/(x^2 + y^2)$ داده می شود. ساده ترین مولفه y ممکن برای سرعت را بیابید.

۶- برای یک میدان جریان تراکم ناپذیر در صفحه $r\theta$ مولفه سرعت در جهت θ با رابطه زیر داده می شود:

$$V_\theta = -A \sin \theta / r^2$$

مطلوبست تعیین مولفه سرعت در جهت r

۷- مولفه y سرعت در یک جریان پایا و تراکم ناپذیر در صفحه xy با رابطه $v = -0.2xy^3$ داده می شود. ساده ترین مولفه x سرعت برای این میدان جریان را یافته و معادله خطوط جریان برای این جریان را بدست آورید.

۸- برای یک میدان جریان دو بعدی در صفحه xy مولفه x سرعت با رابطه $u = 0.3x^2y^2$ داده می شود. اگر جریان تراکم ناپذیر و پایا باشد مولفه y سرعت چیست؟ آیا مقدار بدست آمده برای جریان تراکم ناپذیر ناپایا هم صادق است؟ چرا؟ با توجه به جواب محاسبه شده برای مولفه y سرعت، معادله خطوط جریان برای این میدان را بدست آورید. مقدار دبی عبوری از خطوط جریان گذرنده از نقاط (1,4) و (2,4) چقدر است؟

۹- تابع جریان ψ را برای میدان سرعت زیر بدست آورید.

$$\vec{V} = (x + 2y)\hat{i} + (x^2 - y)\hat{j}$$

۱۰- تابع جریان برای یک جریان تراکم ناپذیر با رابطه زیر داده می شود:

$$\psi = -r \sin \theta + \frac{\theta}{2\pi}$$

میدان سرعت را بدست آورید. نقاط سکون که در آن اندازه بردار سرعت صفر است $(0) = |\vec{V}|$ را یافته و نشان دهید که در آن $\psi = 0$ است.

۱۱- یک میدان جریان تراکم ناپذیر و بدون اصطکاک با تابع جریان $\psi = -2x - 5y$ مشخص می‌شود. مطلوب است مولفه‌های سرعت و همچنین مقدار دبی عبوری از خطوط جریانی که از نقاط $(2,2)$ و $(4,1)$ می‌گذرند.

۱۲- میدان جریان برای یک گردابی آزاد در صفحه $r\theta$ با رابطه $\vec{V} = \frac{C}{r} \hat{e}_\theta$ داده می‌شود. تابع جریان برای این جریان را بیابید. دبی جریان عبوری بین $r_1 = 0.1$ و $r_2 = 0.12$ اگر $C = 0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ باشد چیست؟

۱۳- میدان سرعت داده شده زیر برای یک جریان را در نظر بگیرید. مطلوب است شتاب یک ذره سیال در نقطه $(x,y,z) = (1,2,3)$

$$\vec{V} = xy^2 \hat{i} - \frac{1}{3} y^3 \hat{j} + xy \hat{k}$$

۱۴- میدان سرعت در یک لایه مرزی آرام با رابطه زیر تقریب زده می‌شود:

$$\vec{V} = \frac{A U y}{x^{1/2}} \hat{i} - \frac{A U y^2}{4 x^{3/2}} \hat{j}$$

که در آن $A = 141 \text{ m}^{-1/2}$ و $U = 0.24 \text{ m/s}$ سرعت جریان آزاد است. نشان دهید این میدان سرعت معرف یک جریان تراکم ناپذیر است. سپس شتاب یک ذره سیال در نقطه $(x,y) = (0.5 \text{ m}, 5 \text{ mm})$ را بدست آورید. شیب خط جریان در این نقطه چقدر است؟

۱۵- میدان سرعت زیر را در نظر بگیرید:

$$\vec{V} = 0.25(x^2 + 2xy) \hat{i} - 0.25(2xy + y^2) \hat{j}$$

آیا این میدان تراکم ناپذیر است؟ شتاب را در نقطه $(x,y) = (2,1)$ محاسبه کنید.

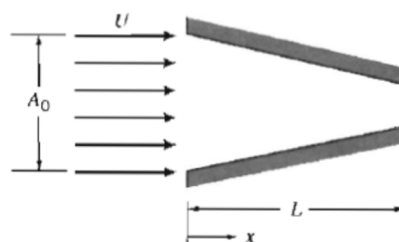
۱۶- مولفه x سرعت در یک میدان جریان پایا و تراکم ناپذیر $u = 2/x^2$ است. ساده ترین مولفه y را برای این میدان جریان را یافته و شتاب یک ذره سیال در نقطه $(x,y) = (1,3)$ را بدست آورید.

۱۷- میدان سرعت زیر را در نظر بگیرید:

$$\vec{V} = 10x(x^2 + y^2) \hat{i} - 10y(x^2 + y^2) \hat{j}$$

آیا این میدان جریان تراکم ناپذیر است؟ رابطه شتاب سیال بدست آورید. سرعت و شتاب در امتداد محور x و محور y و همچنین خط $y=x$ را بدست آورید. چه نتیجه ای در مورد این میدان می‌توان گرفت؟

۱۸- جریان تراکم ناپذیر سیال درون نازل شکل زیر را در نظر بگیرید. مساحت نازل در هر مقطع در امتداد محور x با رابطه $A = 0.5(1 - 0.1x)$ داده می‌شود. سرعت ورودی با زمان متغییر بوده و دارای رابطه $u = u_0(1 - e^{-0.2t})$ است که در آن $u_0 = 5 \text{ m/s}$ می‌باشد. شتاب در امتداد خط مرکز را بیابید.



۱۹- میدان سرعت دو بعدی و پایا زیر را در نظر بگیرید.

$$\vec{V} = x\hat{i} - y\hat{j}$$

رابطه ای برای مختصات $x_p = f_1(t)$ و $y_p = f_2(t)$ به صورت تابعی از زمان و موقعیت اولیه ذره (x_0, y_0) در $t=0$ بدست آورید. زمان لازم برای جابجایی یک ذره از موقعیت اولیه $(x_0, y_0) = (0.5, 2)$ به موقعیت $(x, y) = (1, 1)$ چقدر است؟ رابطه برای شتاب بر اساس مشتق گیری از $f_1(t)$ و $f_2(t)$ بدست آورید.

۲۰- یک میدان جریان با تابع جریان $\psi = \left(\frac{q}{2\pi}\right)\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ داده می شود که در آن q مقداری ثابت است. آیا این میدان جریان یک میدان جریان دوبعدی تراکم ناپذیر است؟ آیا این جریان غیر چرخشی است؟

۲۱- یک میدان جریان که با تابع جریان $\psi = -A/2(x^2 + y^2)$ که در آن $A = \text{constant}$ ارایه می شود را در نظر بگیرید. آیا این جریان دو بعدی تراکم ناپذیر است؟ آیا این جریان غیر چرخشی است؟

۲۲- یک میدان جریان که با $\vec{V} = 4xy\hat{i} - 2y^2\hat{j}$ داده می شود را در نظر بگیرید. چرخش جریان را تعیین کنید. گردش حول منحنی محدود به $x=0, y=0, x=1, y=1$ را برآورد کنید. عبارتی برای تابع جریان بدست آورید.

۲۳- یک میدان جریان با رابطه $\vec{V} = (6y + 3)\hat{i} + 6xy\hat{j}$ در نظر بگیرید. رابطه ای برای تابع جریان بدست آورید. گردش حول منحنی محدود به $x=0, y=0, x=1, y=1$ را محاسبه کنید.

۲۴- میدان جریان دو بعدی با $u = xy$ و $v = -0.5y^2$ را در نظر بگیرید. نشان دهید میدان جریان تراکم ناپذیر است. چرخش در نقطه $(x, y) = (1, 1)$ را تعیین کنید. گردش حول منحنی محدود $x=0, y=0, x=1, y=1$ را بدست آورید.

۲۵- میدان سرعت در مرکز یک گردباد با رابطه زیر تقریب زده می شود:

$$\vec{V} = -\frac{q}{2\pi r}\hat{e}_r + \frac{k}{2\pi r}\hat{e}_\theta$$

که در آن q و k ثابت هستند. آیا این جریان غیر چرخشی است؟ تابع جریان برای این میدان را بدست آورید.

۲۶- پروفیل سرعت جریان کاملاً توسعه یافته در یک لوله دایروی $V_z = V_{max}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$ است که در آن R شعاع لوله بوده و r از مرکز لوله اندازه گیری می شود. نرخ دفرمگی زاویه ای و خطی برای این جریان را تعیین و رابطه ای برای بردار ورتیسیتی بدست آورید.

۲۷- جریان بین دو صفحه موازی ساکن به فاصله $2b$ را در نظر بگیرید. میدان سرعت با رابطه $u = u_{max}\left[1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]$ داده می شود که در آن y از مرکز کانال اندازه گیری می شود. مطلوب است الف) تعیین نرخ دفرمگی خطی و زاویه ای ب) بدست آوردن رابطه ای برای بردار ورتیسیتی ج) یافتن محلی که ورتیسیتی ماکزیمم است.