

تحلیل عددی کمانش ورق های مدرج تابعی و محاسبه بار بحرانی

علیرضا کیان پور قهفرخی^{۱*}، اعظم قاسمی^۲، میثم وهابی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، اصفهان، ایران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، اصفهان، ایران

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، اصفهان، ایران

Alirezakianpour@smc.iaun.ac.ir

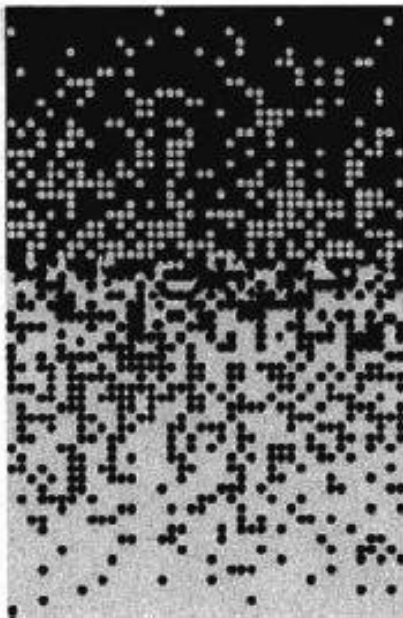
چکیده

ورق های ساخته شده از مواد مدرج تابعی ترکیبی از فلز و سرامیک می باشند که خواص فیزیکی آنها می تواند به صورت تابعی از خواص دو ماده تعریف شود. محاسبه نیروی کمانش این ورق ها یکی از مسائل مهم در طراحی این نوع سازه ها می باشد. در این تحقیق کمانش یک ورق مدرج تابعی که ترکیبی از آلومینیوم و سرامیک است مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور از حل المان محدود، به کمک شبیه سازی در نرم افزار آباکوس استفاده شده است. هم چنین تاثیر پارامترهای مختلفی نظیر نسبت های ابعادی مختلف و توان در مدل مدرج تابعی نیز بر میزان بار بحرانی در کمانش بررسی شده است.

واژه های کلیدی: ورق مستطیل شکل، مواد مدرج تابعی، بار بحرانی کمانش، شرایط مرزی، نسبت ابعادی.

۱- مقدمه:

کمانش ورق‌ها مسئله‌ای مهم در کاربردهای مهندسی نظیر سازه‌های دریایی و هوایی است [۱]. استفاده از موادی جدید نظیر مواد مدرج تابعی^۱ که موادی کامپوزیتی، ایزوتروپ و غیرهمگن بوده و خواص مکانیکی آن‌ها از سطحی به سطح دیگر آهسته و پیوسته تغییر می‌کند، باعث پیدایش تحقیقات جدید در مسائل ورق‌ها شده است [۲]. در شکل (۱) سطح مقطع یک ورق مدرج تابعی نشان داده شده است. در این شکل چگالی فلز به سمت بالا تحت یک تابع مشخص کاهش یافته و به چگالی سرامیک افزوده می‌شود.



شکل (۱) سطح مقطع یک ورق مدرج تابعی [۳]

سها و همکارش [۲] در یک پژوهش با استفاده از تئوری کلاسیک ورق، کمانش ورق مدرج تابعی تحت نیروی فشاری تک محوره را بررسی کرده‌اند، آن‌ها هم‌چنین تغییر شکل برشی ورق را به کمک تئوری برشی مرتبه بالا^۱ بررسی کرده‌اند. بوازا مختار و همکارانش [۴] به کمک تئوری برشی مرتبه بالا^۲ رابطه بین نسبت ابعادی ورق‌های مدرج تابعی و دمای بحرانی در کمانش حرارتی را بررسی کرده‌اند. هم‌چنین بوازا مختار و همکارش [۵] در تحقیق دیگری با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها و روش حل ناویر^۳ نیروی کمانش ورق‌های نازک مدرج تابعی تحت بارگذاری فشاری تک محوره و دو محوره را بررسی نموده‌اند. سعیدی و همکارش [۶] به کمک حل لوی^۴ و تئوری برشی مرتبه بالا به بررسی رفتار کمانشی ورق‌های نازک مستطیلی مدرج تابعی در شرایط مرزی دلخواه پرداخته‌اند. بدیعی و همکارش [۷] به کمک تئوری کلاسیک برای کمانش ورق‌های مدرج تابعی تحت یک بارگذاری ترکیبی از نیروهای برشی و فشاری حل

1. Functionally Graded Material (FGM)
2. Higher Order Shear Theory
3. Navier Type Solution
4. Levy Type Solution



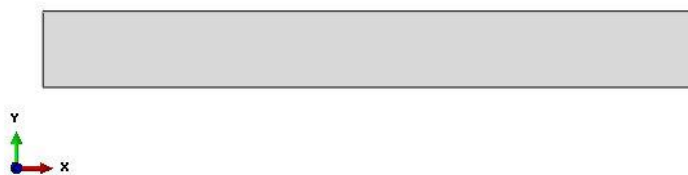
دقیقی را ارائه کرده‌اند. مظفری و همکارانش [۸] نیز در حل دقیقی که به کمک تئوری کلاسیک انجام داده‌اند، تاثیر تغییرات ابعاد ورق روی بار بحرانی کمانش را بررسی کرده‌اند. لیزا و کانگ [۹] در حل دقیقی به تحلیل کمانش ورق‌های ایزوتروپیک تحت بارهای فشاری متغیر و در شرایط تکیه‌گاهی دو طرف ساده پرداختند و مقادیر بار کمانشی حداقل را به ازای تغییر شکل مودها برای شرایط تکیه‌گاهی مختلف ترسیم کردند. چانگ [۱۰] به کمک روش تبدیل استوکس ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای متقارن تحت شرایط مرزی اختیاری با استفاده از تئوری کلاسیک را مورد بررسی قرار داده و فرکانس‌های طبیعی بدست آمده را با نتایج حاصل از روش المان محدود مقایسه کرده است. مون سانگ [۱۱] ابتدا معادلات ارتعاش تیرها را استخراج و سپس با استفاده از روش تبدیل استوکس این معادلات را تحت شرایط مرزی اختیاری و در نهایت تحت شرایط مرزی تیر مورد استفاده در راکتورها حل کرده است. انصاری و درویش [۱۲] ابتدا رفتار دینامیکی پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی را مورد بررسی قرار دادند و سپس به کمک روش تبدیل استوکس معادلات بدست آمده را تحت شرایط مرزی اختیاری تحلیل کردند. لطیفی و همکاران [۱۳] به کمک روش تبدیل استوکس بار بحرانی برای کمانش ورق از جنس مواد مدرج تابعی را با استفاده از تئوری کلاسیک محاسبه کرده‌اند. آن‌ها برای تحلیل شرایط مرزی از فنرهای خطی و پیچشی در لبه‌ها استفاده نموده‌اند و با بدست آوردن یک ماتریس 8×8 به نتایج مورد نظر خود دست یافته‌اند. در این مقاله کمانش ورق‌های مدرج تابعی تحت بار فشاری داخل صفحه بررسی شده است. ورق مدرج تابعی در ۲۰ لایه شبیه‌سازی شده است. آلومینیوم و اکسیدتیتانیوم به ترتیب فازهای فلزی و سرامیکی این ورق را تشکیل می‌دهند بطوریکه کسر حجمی آلومینیوم از پایین‌ترین لایه به سمت بالاترین لایه کاهش یافته و بر کسر حجمی اکسیدتیتانیوم افزوده می‌شود.

۲- حل المان محدود

در این تحقیق از نرم‌افزار آباکوس جهت شبیه‌سازی کمانش ورق مدرج تابعی استفاده شده است. ورق در ۲۰ لایه و به صورت ترکیبی از آلومینیوم و اکسیدتیتانیوم در نظر گرفته شده که مراحل شبیه‌سازی آن در نرم‌افزار به صورت زیر بوده است.

۲-۱- رسم مدل

ابتدا ورقی در قسمت ترسیم هندسه و در فضای سه بعدی، به شکل پوسته‌ای حالت پذیر رسم شده است.



شکل (۲) ورق رسم شده در محیط شبیه‌سازی

۲-۲- تعریف خواص مکانیکی

خواص ورق مدرج تابعی بر اساس تابع توانی مدرج تابعی و با توان ۳ محاسبه شده که بر این اساس کسر حجمی فلز در لایه های مختلف ورق مطابق رابطه (۱) تعریف شده است [۳]:

$$V_m = \left(\frac{2Z+h}{2h} \right)^k \quad (1)$$

در رابطه بالا V_m کسر حجمی فلز، h ضخامت ورق و $0 \leq k \leq \infty$ توان مدل می باشد. با این تعریف مدل تغییر خواص مکانیکی از جمله مدول یانگ به شکل زیر تعریف می شود [۳]:

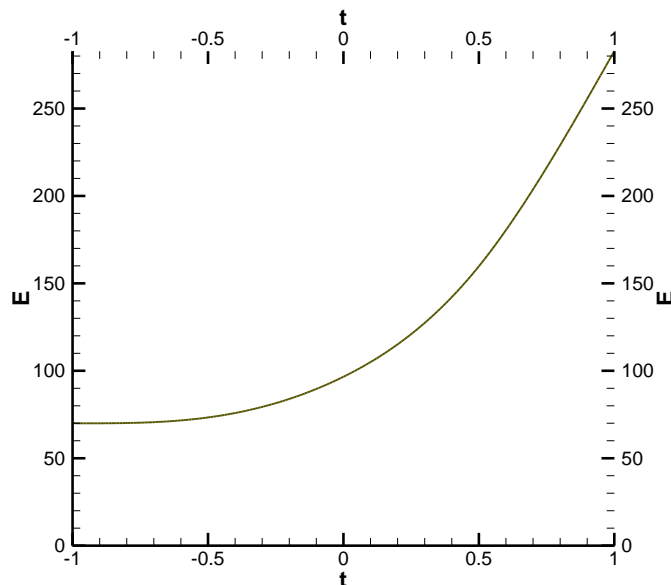
$$P_f = \sum_{j=1} P_j V_{f_j} \quad (2)$$

بنابراین مدول یانگ موثر را می توان به صورت زیر بیان نمود [۳]:

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m) \left(\frac{z}{h} + 0.5 \right)^k \quad k \geq 0 \quad (3)$$

در این رابطه E_m مدول یانگ فلز و E_c مدول یانگ سرامیک است.

بنابراین با تعریف فوق، تغییرات مدول یانگ در راستای ضخامت ورق مدرج تابعی مطابق شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۳) تغییرات مدول یانگ در راستای ضخامت

۳-۲- تعریف مسئله

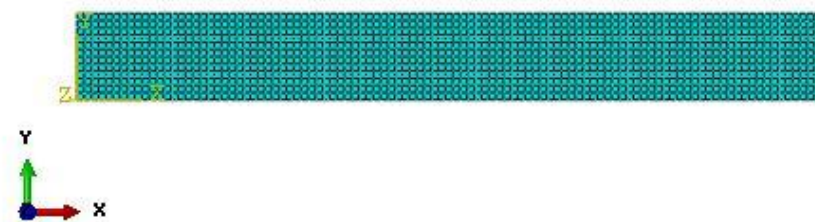
در این قسمت با تعریف مسئله کمانش، مود اول آن در نظر گرفته شده است.

۲-۴- بارگذاری و شرایط مرزی

در این بخش نیروی فشاری و شرایط مرزی مختلف اعمال می شود.

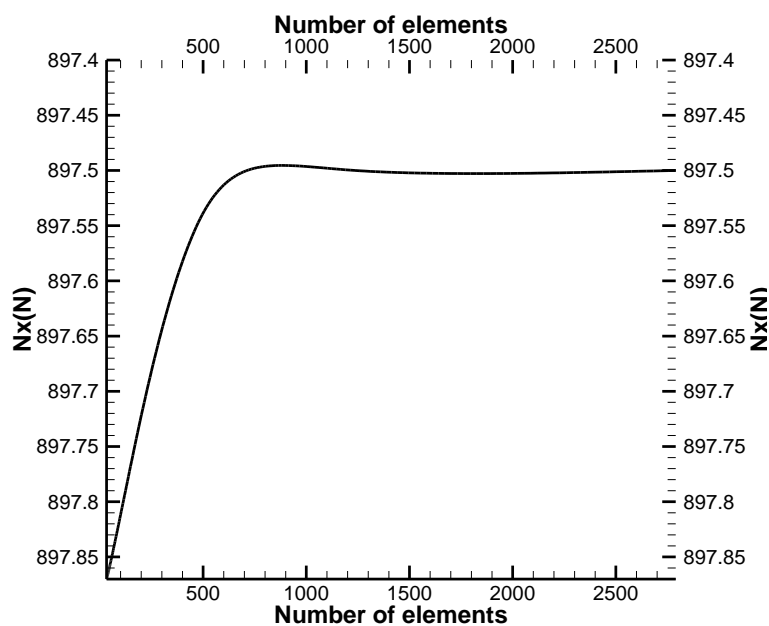
۲-۵- مش بندی

در این بخش مش ریزی طبق شکل (۴) انجام شده و هم چنین حساسیت مش به منظور دستیابی به اندازه مش مناسب طبق شکل (۴) انجام شده است.



شکل (۴) ورق مش ریزی شده

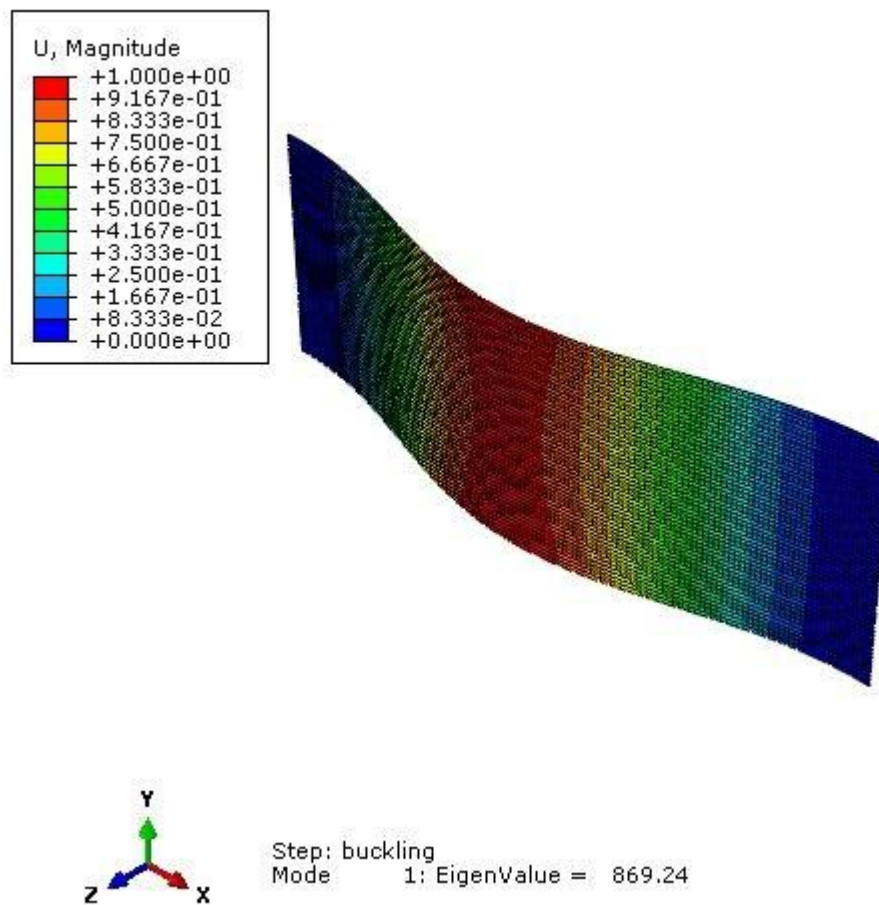
در شکل (۵) رابطه بین تعداد المان مورد استفاده برای مش ریزی و بار بحرانی بدست آمده نشان داده شده است.



شکل (۵) حساسیت مش (رابطه بین تعداد المان و نیروی محاسبه شده)

۲-۶- حل مسئله

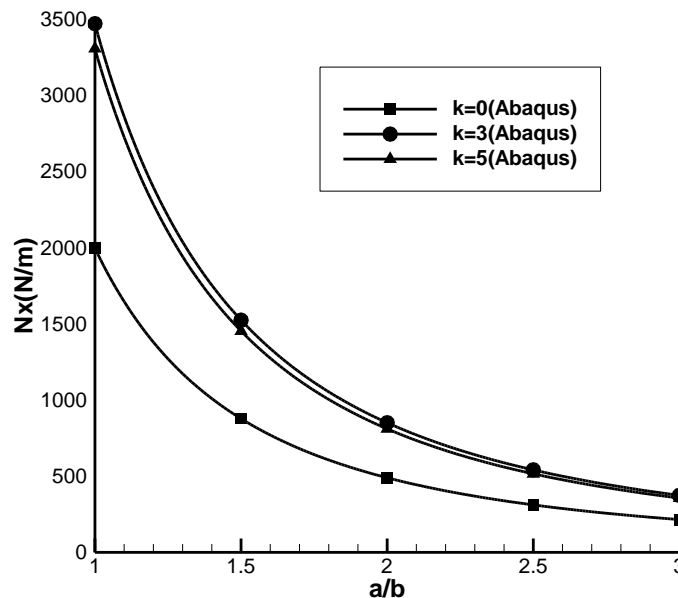
در این مرحله با استفاده از قسمت حل مسئله، حل المان محدود کمانش ورق مدرج تابعی انجام شده است. به عنوان مثال در شکل (۶) نمایی از ورق مدرج تابعی کمانش یافته در شرط مرزی دو طرف گیردار دو طرف آزاد نشان داده است.



شکل (۶) کمانش یک ورق مدرج تابعی در شرایط مرزی دو طرف گیردار، دو طرف آزاد

۳- بررسی تاثیر پارامترهای مختلف روی بار کمانش ورق مدرج تابعی

در این بخش مقادیر حداقل بار کمانش در شرایط مرزی دو طرف گیردار، دو طرف آزاد و بر اساس تغییر در متغیرهای موثر بر این مقادیر نظیر نسبت طول به عرض و توان در مدل مدرج تابعی روی نمودار آمده است. در شکل (۷) محور افقی نسبت طول به عرض ورق مدرج تابعی و محور عمودی حداقل بار مورد نیاز برای کمانش ورق را نشان می دهد. این نمودار برای سه توان صفر، ۳ و ۵ از تابع مدرج تابعی رسم شده و مراد از قرار دادن توان صفر، در نظر داشتن ورق ایزوتروپ و مقایسه رفتار کمانشی آن با ورق مدرج تابعی بوده است.



شکل (۷) بار بحرانی کمانش ورق مدرج تابعی در شرایط مرزی دوطرف گیردار، دو طرف آزاد

از شکل (۷) مشخص می شود که با افزایش نسبت ابعادی، میزان بار بحرانی کمانش ورق کاهش یافته است. هم چنین مشخص شده است که بار بحرانی کمانش یک ورق ایزوتروپ کمتر از بار بحرانی ورق های مدرج تابعی می باشد. در رابطه با تاثیر توان مدل مدرج تابعی هم این نکته مشخص شده که با کاهش توان از عدد ۵ به عدد ۳ بار بحرانی در کمانش افزایش یافته است.

۴- نتیجه گیری

بررسی تاثیر پارامترهای مختلف بر میزان بار کمانش ورق های مدرج تابعی نشان داده که هر چه نسبت ابعادی ورق یعنی نسبت طول قطعه به عرض آن افزایش یافته، بار کمانش ورق مدرج تابعی کاهش یافته است. هم چنین این نکته نیز مشخص شده است که بار کمانشی ورق های ایزوتروپ کمتر از بار کمانشی ورق های مدرج تابعی است و هر چه توان در مدل مدرج تابعی کاهش یافته نیز میزان بار کمانش ورق مدرج تابعی افزایش می یابد. بنابراین برای سازه هایی که باید در شرایط خاصی نظیر بالا بودن دما یا فشار و یا هردو و هم چنین سازه هایی که در معرض تنش های مکانیکی و حرارتی همزمان قرار دارند، استفاده از مواد مدرج تابعی بسیار مناسب می باشد.

۵- فهرست منابع و مأخذ

- [1] M. M. A Saidi, 2009 , E Jomehzadeh, *A novel analytical approach for the buckling analysis of moderately thick functionally graded rectangular plates with two simply supported opposite edges*, JMES, Vol. 224, No. C, pp. 11.
- [2] M. P. R. Rohit Saha, 2012, *Buckling of simply supported FGM plates under uniaxial load*, International Journal of Civil and Structural Engineering Vol. 2, No. 4, pp. 16.
- [3] H.-S. Shen, 2009, *Functionally Graded Materials Nonlinear Analysis of Plates and Shells*, pp. 2-16, London , New York.
- [4] D. O. B Mokhtar , A Yazid , A Hamouine, 2009, *Buckling Analysis of Functionally Graded Plates with Simply Supported Edges*, Leonardo Journal of Sciences, No. 15, pp. 11.
- [5] D. O. B Mokhtar , A Yazid , A Hamouine, 2012, *Buckling of Thin Plates under Uniaxial and Biaxial Compression*, Journal of Materials Science and Engineering, Vol. 2, No. 8, pp. 6.
- [6] A. Saidi, M. Bodaghi, 2010, *Levy-type solution for buckling analysis of thick functionally graded rectangular plates based on the higher-order shear deformation plate theory*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 34, No. 11, pp. 3659-3673.
- [7] M. A. K. M Badeiy, 2010, *Buckling of a Functionally Graded Plate (FGP) Under Shear and In-Plane Directional Loading*, INTERNATIONAL CONGRESS OF THE AERONAUTICAL SCIENCES, Tehran.
- [8] H. Mozafari, 2010, *Influence of Thickness Variation on the Buckling Load in Plates Made of Functionally Graded Materials*, European Journal of Scientific Research, Vol. 47, No. 3, pp. 14.
- [9] A. W. Leissa, Kang, J. H., 2001, *Exact Solution for the Free Vibration and Buckling of Rectangular Plates with Linearly Varying In-plane Loading on Two Opposite Simply Supported Edges*, ASME. , Vol. AD-23785.
- [10] H. Chung, 1981, *Free vibration analysis of circular cylindrical shells*, Journal of sound and vibration, Vol. 74, No. 3, pp. 331-350.
- [11] M. S. K. Hyeong K.K., 2001, *An analytical method for calculating vibration characteristics of PWR fuel assembly with reactor end boundary conditions using fourier series*, Washington DC, pp. 9.
- [12] M. D. R Ansari , 2008, *Prediction of dynamic behaviour of FGM shells under arbitrary boundary conditions*, Composite structures, Vol. 85, pp. 9.



اولین کنفرانس سراسری توسعه محوری مهندسی عمران، معماری، برق و مکانیک ایران

۲۷ آذرماه ۱۳۹۳، گرگان، سالن همایش های دانشگاه گلستان



[13] M. Latifi, F. Farhatnia, M. Kadkhodaei, 2013, *Buckling analysis of rectangular functionally graded plates under various edge conditions using Fourier Series Expansion*, European Journal of Mechanics-A/Solids.

[14] Popov, I. P., *Engineering Mechanics of Solids*, 320.

[15] Vinson J. R., 2005, *Plate and Panel Structures of Isotropic, Composite and Piezoelectric Materials*, Including Sandwich Construction, 421.