

نمونه سؤالات درس پژوهش عملیاتی پیش (دوره کارشناسی ارشد)  
استاد درس: مسعود براتی

۱- با توجه به مدل برنامه‌ریزی خطی زیر به سوالات مربوطه پاسخ دهید.

$$\max Z = 5X_1 + 3X_2$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \leq 6 \\ X_2 \leq 3 \\ X_1 \leq 3 \\ 2X_1 + 3X_2 \geq 3 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

الف: کل نقاط گوشه ای این مدل (هم موجه و هم غیرموجه) چه تعداد می‌باشد؟

ب: مسأله را به روش ترسیمی حل کرده و مختصات نقاط گوشه ای موجه را بیابید. نقطهٔ بهینه کدام است؟

ج: این مسأله دارای چه حالت خاصی می‌باشد؟ کدام یک از محدودیتها زائد و کدام مؤثر می‌باشند؟

د: کدام یک از محدودیتها الزام آور(فعال) و کدام یک غیرالزام آور(غیرفعال) می‌باشند؟

ه: اگر علامت محدودیت اول به صورت تساوی باشد، منطقهٔ موجه و جواب بهینه چه تغییری می‌کنند؟

۲- بر اثر افزایش مهارت کارگران، زمان ساخت یک قطعه رو به کاهش است. آیا مسأله‌ای با این محدودیت را می‌توان از طریق برنامه‌ریزی خطی حل نمود؟ توضیح دهید.

۳- با دلیل مشخص کنید که کدام یک از نقاط زیر می‌تواند جواب بهینه مسأله باشد.

$$\text{Max} Z = 3x_1 + 4x_2 + x_3$$

$$A(x_1=2, x_2=2, x_3=3)$$

s.t :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 15 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \end{cases}$$

$$B(x_1=4, x_2=3, x_3=3)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$C(x_1=7, x_2=1, x_3=0)$$

۴- شرکتی دو نوع محصول تولید می‌کند. مدت زمان تولید محصول اول، سه برابر زمان تولید محصول دوم است. چنانچه شرکت فقط مایل به تولید محصول اول باشد، قادر به تولید سالانه ۶۰ واحد از این محصول خواهد بود. حداکثر فروش سالانه محصول اول و دوم در بازار به ترتیب ۱۵ و ۲۵ واحد بوده و حاشیه سود حاصل از فروش محصول اول و دوم به ترتیب ۴ و ۲ واحد پولی است. یک مدل برنامه‌ریزی خطی چنان فرموله کنید که ضمن تعیین برنامه تولید بهینه محصولات، سود شرکت حداکثر گردد.

۵- شرکتی می‌خواهد برنامه تبلیغاتی خود را از طریق سه وسیله رادیو، تلویزیون و مجله به اجرا در آورد. هدف از این برنامه آگاهی حداکثر مشتریان است. نتایج مطالعات بازاریابی در جدول زیر آورده شده است.

مجله	رادیو	تلویزیون		
		ساعات عادی	ساعات مناسب	
۱۵,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۴۰,۰۰۰	۷۵,۰۰۰	هزینه هر بار تبلیغ (تومان)
۱۰۰,۰۰۰	۳۰۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰	تعداد مشتریان مرد که از تبلیغ اطلاع پیدا می‌کنند
۱۰۰,۰۰۰	۲۰۰,۰۰۰	۳۰۰,۰۰۰	۴۰۰,۰۰۰	تعداد مشتریان زن که از تبلیغ اطلاع پیدا می‌کنند

با توجه به نکات زیر مساله را به صورت یک مدل برنامه ریزی خطی فرموله کنید:

- حداکثر بودجه تبلیغاتی شرکت ۸,۰۰۰,۰۰۰ تومان است.
- حداقل ۲ میلیون نفر از زنان از تبلیغ آگاهی پیدا کنند.
- حداکثر بودجه تبلیغ در تلویزیون ۵۰۰,۰۰۰ تومان می‌باشد.
- حداقل سه بار تبلیغ در رادیو به عمل آید.
- حداکثر تبلیغ در مجله ۱۰ بار باشد.

۶- جدول زیر، جدول نهایی یک مدل برنامه ریزی خطی است.

	X1	X2	X3	X4	S1	S2	R2	R3	bi
Z	5	0	<b>b</b>	<b>f</b>	<b>h</b>	0	M	M+2	140
X2	-0.5	<b>a</b>	0	1.5	-0.5	0	0	-0.5	2
S2	2	0	<b>c</b>	0.5	-1.5	1	<b>d</b>	1.5	<b>j</b>
X3	-0.25	0	1	1	-1	0	0	0.25	<b>k</b>

الف) مقدار پارامترهای  $a, b, c$  و  $d$  چند هستند؟

ب) تحت چه شرایطی مساله دارای حالت بهینه چندگانه خواهد شد؟ حالت تبهگن چگونه است؟

۷- مساله برنامه ریزی خطی زیر را به روش سیسمپلکس ثانویه حل کنید.

$$\min Z = 4x_1 + 12x_2 + 18x_3$$

s.t:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 \geq 3 \\ 2x_2 + 2x_3 \geq 5 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

۸- متغیرهای اساسی جدول بهینه مساله زیر  $x_1=5, x_2=20, S_2=35$  می‌باشند. قیمت‌های سایه‌ی منابع را بدست آورید.

$$\max Z = 20x_1 + 10x_2$$

s.t :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 25 \\ x_1 \leq 40 \\ x_2 \geq 20 \end{cases}$$

$$x_2, x_2 \geq 0$$

۹- جدول زیر نشان دهنده جدول بهینه یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف max است. با توجه به این جدول:

الف) مساله دارای چند محدودیت است؟ نوع هر محدودیت را مشخص کنید.

ب) قیمت سایه ای هر یک از منابع را بدست آورید. کدام منابع کمیاب و کدام غیر کمیاب هستند؟

ج) اگر قیمت بازار هر واحد از منابع اول، دوم، و سوم به ترتیب برابر ۲، ۴ و ۳ واحد پولی باشد، بهتر است یک واحد از کدام منبع

خریداری شود؟ چرا؟

متغیرهای اساسی	X1	X2	X3	S1	S2	R2	R3	bi
Z	0	2	0	0	5	M-5	2M+10	100
X1								2
S1								10

۱۰- مدل برنامه ریزی خطی زیر را با استفاده از روش M بزرگ حل کنید با ارائه دلیل نشان دهید مساله دارای حالت بهینه

چندگانه است. جواب بهینه دیگر را نیز بدست آورید.

$$\max Z = 6X_1 + 4X_2$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 24$$

$$X_1 + X_2 \geq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$