

نام معادله	فرم استاندارد	جواب عمومی
غیر خطی مرتبه دوم - ۱	معادلات بفرم: $y'' = f(x)$	با دو بار انتگرال گیری از طرفین معادله
غیر خطی مرتبه دوم - ۲	معادلات بفرم: $F(x, y', y'') = 0$ (فاقد y)	با تغییر متغیر $y' = P \Rightarrow P' = y''$ یک معادله خطی مرتبه اول می رسیم
غیر خطی مرتبه دوم - ۳	معادلات بفرم: $F(y, y', y'') = 0$ (فاقد x)	با تغییر متغیر $y' = P \Rightarrow y'' = \frac{dP}{dx} = \frac{dP}{dy} \frac{dy}{dx} = P \frac{dP}{dy}$ یک معادله خطی مرتبه اول می رسیم
غیر خطی مرتبه دوم - ۴	معادله دیفرانسیل مرتبه دوم $F(x, y, y', y'') = 0$ نسبت به y, y', y'' و همگن از درجه n باشد، یعنی برای هر عدد حقیقی a داشته باشیم $F(x, ay, ay', ay'') = a^n F(x, y, y', y'')$.	این معادله با تغییر متغیر $\int u dx = \ln y$ تبدیل به معادله مرتبه اول می شود.
خطی همگن مرتبه دوم	$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$	$y_g = c_1y_1 + c_2y_2$ $W(y_1, y_2) \neq 0$
خطی غیر همگن مرتبه دوم	$y'' + p(x)y' + q(x)y = g(x)$	$y_G = y_g + y_p$ y_g جواب عمومی معادله خطی همگن y_p یک جواب خصوصی از معادله دیفرانسیل خطی غیرهمگن
خطی همگن مرتبه دوم با ضرایب ثابت	$y'' + ay' + by = 0$	معادله شاخصی $t^2 + at + b = 0$ (۱) معادله شاخصی دو ریشه حقیقی t_1 و t_2 دارد و جواب عمومی به صورت $y_g = c_1e^{t_1x} + c_2e^{t_2x}$

(۲) معادله شاخصی دو ریشه مختلط به صورت $u + iv$ و $u - iv$ دارد و جواب عمومی به صورت

$$y_g = e^{ux}(c_1 \cos(vx) + c_2 \sin(vx))$$

(۳) معادله شاخصی یک ریشه مضاعف حقیقی t_1 دارد و جواب عمومی به صورت

$$y_g = (c_1 + c_2 x)e^{t_1 x}$$

(۱) حدس یک جواب یا داشتن یک جواب مانند y_1 .³

(۲) در نظر گرفتن جواب دوم به صورت $y_2 = uy_1$.⁴

(۳) انتگرال گیری از $u' = \frac{1}{y_1^2} e^{\int -p(x)dx}$ و محاسبه u (بهرتر است ثابت انتگرال گیری را اعمال نکنید و در جواب عمومی اعمال شود).

(۴) جواب عمومی $y_g = c_1 y_1 + c_2 y_2$ است.⁶

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

خطی همگن
مرتبه دوم با
ضرایب غیر
ثابت (روش
کاهش مرتبه)

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = g(x)$$

اگر y_1 و y_2 دو پایه جواب از معادله همگن نظیر $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ باشند انگاه

$$y_p = y_2 \int \frac{y_1 g(x)}{W(y_1, y_2)} dx - y_1 \int \frac{y_2 g(x)}{W(y_1, y_2)} dx$$

جواب خصوصی معادله غیرهمگن بالا است.

$$y_G = y_g + y_p$$

خطی غیر
همگن
مرتبه دوم با
ضرایب غیر
ثابت (روش
لاگرانژ)

(۱) جایگذاری جوابی ناصفر به صورت $|x|^r$ در معادله دیفرانسیل.

(۲) استخراج یک معادله درجه دوم و یافتن دو ریشه آن:

(الف) دو ریشه متمایز r_1 و r_2 داریم: جواب عمومی به صورت $y_g = c_1|x|^{r_1} + c_2|x|^{r_2}$ است.

(ب) ریشه مضاعف r داریم: جواب عمومی به صورت $y_g = c_1|x|^r + c_2|x|^r \ln|x|$ است.

(ج) ریشه مختلط $r_1 = u + iv$ و $r_2 = u - iv$ داریم: جواب عمومی به صورت

$y_g = |x|^u (c_1 \cos(v \ln|x|) + c_2 \sin(v \ln|x|))$ است.

$$x^2 y'' + a_1 x y' + a_0 y = 0$$

کوشی اوایلر