

| نام معادله | فرم استاندارد | جواب عمومی |
|-----------------------------|---|---|
| خطی مرتبه اول | $y' + p(x)y = g(x)$ | $F(x) = e^{-\int p(x)dx} \Rightarrow y = F(x) \left[\int \frac{g(x)}{F(x)} dx + c \right]$ |
| برنولی | $y' + p(x)y = y^n g(x)$ | تغییر متغیر $u = y^{1-n} \Leftarrow$ تبدیل معادله به خطی مرتبه اول |
| ریکاتی | $y' + q(x)y^2 + p(x)y = g(x)$ | با داشتن یک جواب خصوصی y_1 و تغییر متغیر $y = y_1 + \frac{1}{u}$ آنگاه معادله ریکاتی به یک معادله خطی مرتبه اول بر حسب u تبدیل می شود |
| معادله دیفرانسیل جدایی پذیر | $u(x)dx + v(y)dy = 0$ یا $y' = f(x)g(y)$ | یافتن جواب عمومی معادله جدایی پذیر مرتبه اول: (۱) جدایی پذیر بودن معادله را مشخص می کنیم. (۲) معادله را به صورت $u(x)dx + v(y)dy = 0$ می نویسیم. (۳) از معادله به صورت $\int u(x)dx + \int v(y)dy = c$ انتگرال می گیریم. |
| معادلات همگن | $y' = \frac{f(x, y)}{g(x, y)}$ $f(x, y)dx + g(x, y)dy = 0$ (ب) | روش یافتن جواب عمومی معادله دیفرانسیل همگن مرتبه اول: (۱) همگن بودن معادله را مشخص می کنیم. (۲) تغییر متغیر $y = ux$ یا $u = \frac{y}{x}$ را اعمال می کنیم تا معادله جدایی پذیر مرتبه اول حاصل شود. برای راحتی اگر صورت (الف) رخ داد از $y' = u + xu'$ استفاده می کنیم و اگر (ب) رخ داد از $dy = udx + xdu$ استفاده می کنیم. (۳) معادله جدایی پذیر مرتبه اول در (۲) را حل می کنیم. |
| حالت خاص معادلات همگن | $y' = \frac{ax+by+c}{dx+ey+f}$ | (الف) اگر دو خط $ax + by + c = 0$ و $dx + ey + f = 0$ در نقطه (x_0, y_0) تلاقی داشته باشند، تغییر متغیر $x = X + x_0$ و $y = Y + y_0$ را اعمال می کنیم. (ب) اگر دو خط $ax + by + c = 0$ و $dx + ey + f = 0$ موازی باشند، از تغییر متغیر $u = ax + by$ استفاده می کنیم و به معادله جدایی پذیر می رسیم. |

| | | |
|--|---|---|
| <p>روش یافتن جواب عمومی معادله کامل مرتبه اول: چون معادله کامل است، فرض می‌کنیم تابعی مانند $f(x, y)$ موجود باشد که $f_x = P(x, y)$. از تساوی آخر نسبت به x انتگرال می‌گیریم تا $f(x, y)$ معلوم شود و دقت می‌کنیم که ثابت انتگرال گیری تابعی بر حسب y است مانند $h(y)$. حال مقدار $h(y)$ را پیدا و جایگذاری می‌کنیم. اکنون $f(x, y) = c$ جواب نهایی است. توجه: می‌توانیم به جای $f_x = P(x, y)$ از $f_y = Q(x, y)$ استفاده کنیم و در مراحل بعدی انتگرال گیری نسبت به x و y به صورت مناسب تغییر دهیم.</p> | $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ $P_y = \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = Q_x$ | معادله دیفرانسیل کامل |
| <p>اگر معادله دیفرانسیل کامل نباشد ولی دارای فاکتور انتگرال $h = h(x, y)$ باشد و معادله دیفرانسیل $hP(x, y)dx + hQ(x, y)dy = 0$ دارای جواب عمومی $f(x, y) = c$ باشد آنگاه $f(x, y) = c$ جواب عمومی $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ نیز است.</p> | $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ | معادلات قابل تبدیل به معادلات کامل (فاکتور انتگرال) |
| <p>اگر $\frac{1}{Q} \left[\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right] = s(x)$ باشد آنگاه معادله $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ دارای فاکتور انتگرال به صورت $e^{\int s(x)dx}$ است.</p> | $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ | ساختن فاکتور انتگرال |
| <p>اگر $\frac{-1}{P} \left[\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right] = s(y)$ باشد آنگاه معادله $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ دارای فاکتور انتگرال به صورت $e^{\int s(y)dy}$ است.</p> | $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ | ساختن فاکتور انتگرال |