

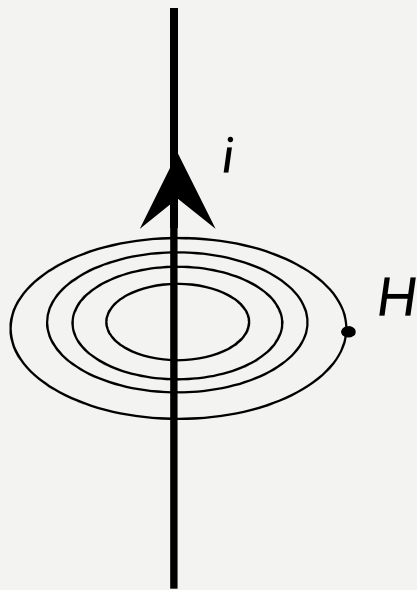
# فصل ۱

## مدارهای مغناطیسی

- تشریح کمیت های مغناطیسی مانند شدت میدان، چگالی شار، شار-دور، رلوکتانس و اندوکتانس
- آشنایی با مدارهای مغناطیسی و تحلیل آنها

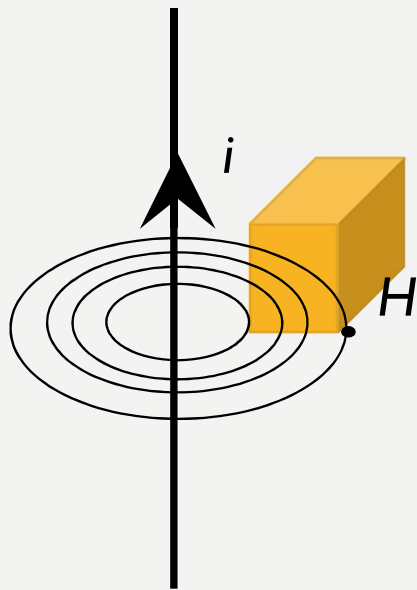
# معرفی کمیت های مغناطیسی

## ۱- شدت میدان مغناطیسی $H(A/m)$



- عامل ایجاد میدان مغناطیسی جریان میباشد.
- میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان به صورت خطوط دایره ای بسته نشان داده میشوند.
- شدت میدان روی هر دایره ( یا هر نقطه از فضا) با  $H$  نشان داده میشود.
- طبق قانون آمپر  $H.l = I_{tot}$  که در این رابطه  $H$  همانش شدت میدان نقطه مورد نظر،  $l$  طول مسیر مغناطیسی ( که در اینجا همان محیط دایره است) و  $I_{tot}$  نیز مجموع جریان های محصور شده در دایره مورد نظر است.

## ۲- شار مغناطیسی $\varphi$ (wb)



- هرگاه جسمی درون این میدان قرار گیرد، تعدادی از خطوط میدان از درون آن عبور میکنند. تعداد این خطوط را شار مغناطیسی گویند.
- شار گذرا از سطح جسم خارجی به عوامل زیر وابسته است:

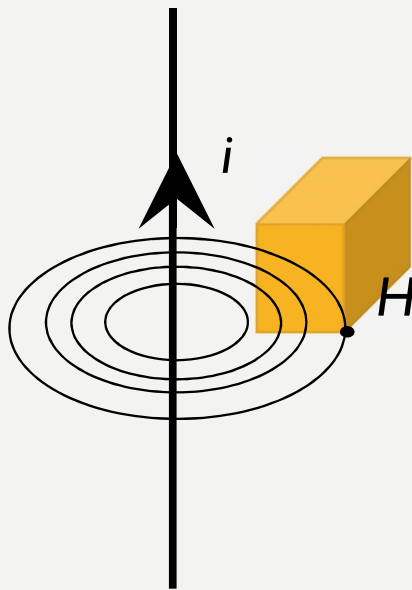
- شدت میدان - سطح مقطع ماده - جنس ماده

$$\varphi = \mu H A$$

پس مینویسیم:

- که در این رابطه  $H$  همان شدت میدان،  $A$  سطح مقطع مورد نظر ماده و  $\mu$  میزان نفوذپذیری ماده در برابر میدان مغناطیسی است.

### ۳- نفوذپذیری مغناطیسی $\mu$



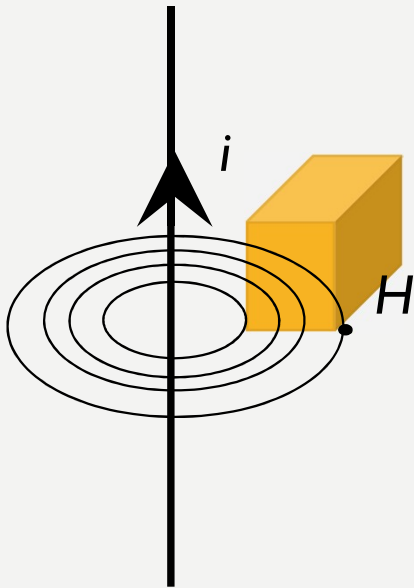
- یک کمیت خاص مرتبط با جنس ماده است و صرفاً از روی اندازه‌گیری تعیین می‌گردد.
- مواد فرومغناطیس دارای نفوذپذیری بسیار بالاتری نسبت به مواد دیگر می‌باشند.
- فقط آهن، نیکل و کبالت فرومغناطیس هستند به علاوه آلیاژها و ترکیبات آنها مثلاً نفوذپذیری آهن تقریباً ۱۰۰۰ بار بیشتر از هوا است.
- نفوذپذیری هوا برابر با نفوذپذیری مس، آلومینیوم، طلا و ... بوده که برابر است با  $4\pi \times 10^{-7}$  است که با  $\mu_0$  نشان می‌دهند.
- عموماً نفوذپذیری مواد را به صورت نسبی بر حسب نفوذپذیری هوا مطرح میکنند. مثلاً برای یک ماده خاص نفوذپذیری را ۱۲۰۰ می‌گویند یعنی ۱۲۰۰ بار بیشتر از هوا.

## ۴- چگالی شار مغناطیسی $B(T)$

- چگالی شار، همان شار است که به سطح ماده تقسیم شده است. پس داریم :

$$B = \frac{\varphi}{A} = \mu H$$

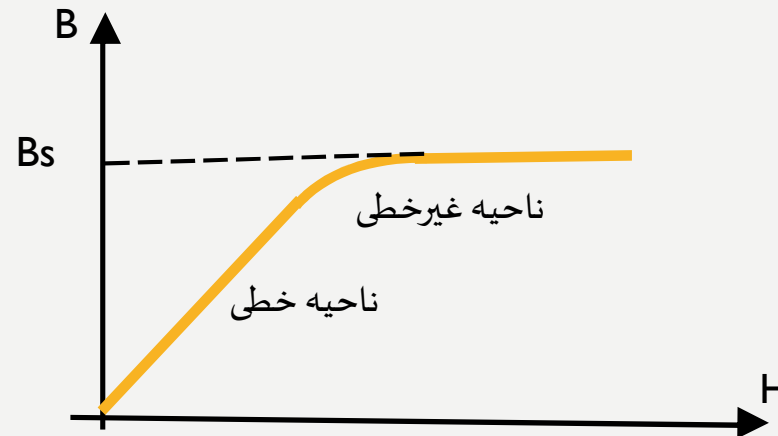
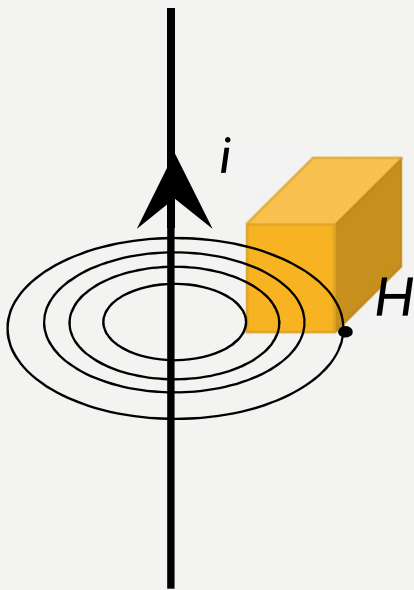
- در این رابطه  $H$  شدت میدانی است که ماده مورد نظر در آن قرار گرفته و  $B$  میزان مغناطیس شدگی ماده تحت میدان را نشان می دهد.



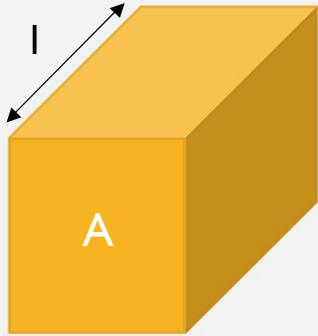
## مشخصه مغناطیس شوندگی ماده

- با توجه به رابطه  $B = \mu H$  می توان ادعا کرد که رابطه بین  $H$  و  $B$  یک رابطه خطی است. یعنی هرچه شدت میدان  $H$  بیشتر شود، میزان مغناطیس شدگی  $B$  ماده نیز بیشتر میشود.

- در واقعیت هر ماده فرومغناطیس تا سطح مشخصی مغناطیسی شده و بیشتر از آن نمی تواند مغناطیسی شود. به این پدیده اشباع (saturation) میگویند.



## ۵- مقاومت مغناطیسی یا رلوکتانس $R$



• هرگاه ماده ای تحت میدان قرار گیرد، در برابر عبور میدان از خود مقاومت میکند.

میزان این مقاومت به جنس ماده و ابعاد هندسی آن وابسته است که:  $R = \frac{l}{\mu A}$

• برای شار داریم:

$$\varphi = \mu A H = \mu A \left( \frac{I_{tot}}{l} \right) = \frac{I_{tot}}{l / \mu A} = \frac{I_{tot}}{R}$$

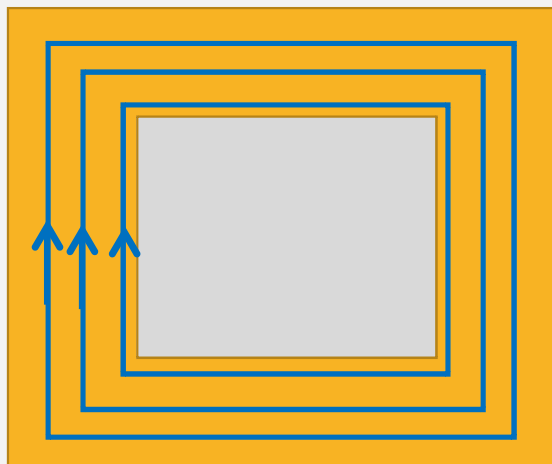
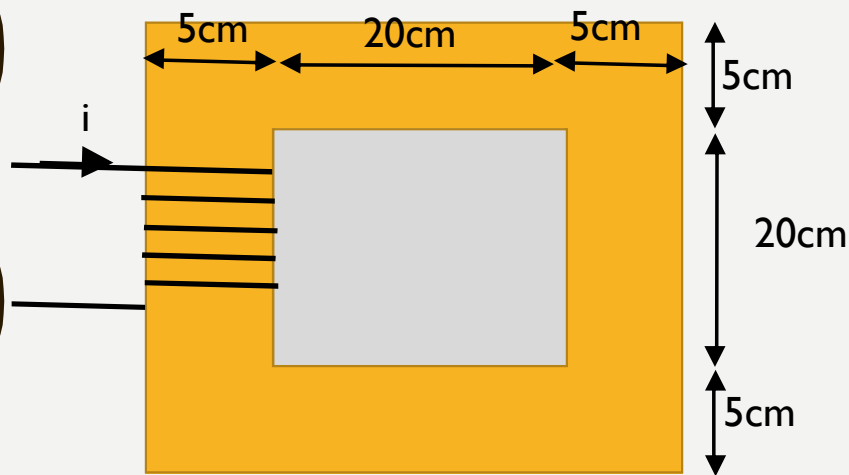
پس می توانیم بنویسیم:  $R\varphi = I_{tot}$

چون عموماً به جای یک سیم، یک دسته سیم (سیم پیچ)  $N$  دور داریم که از همه آنها

جریان  $I$  عبور میکند، پس به جای  $I_{tot}$  می توانیم بنویسیم  $NI$  پس در حالت کلی

رابطه مهم روبرو را داریم:

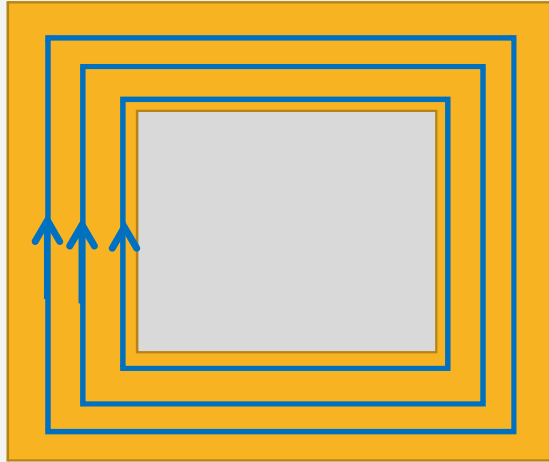
$$NI = R\varphi = Hl$$



مثال: در شکل روبرو یک هسته مغناطیسی با سطح مقطع مربعی داده شده است. اگر نفوذپذیری هسته ۱۰۰۰ برابر هوا باشد و جریان سیم پیچی ۱۰۰ دوری برابر ۲ آمپر باشد، شار هسته را تعیین کنید.

- در اینجا شکل ۲ بعدی یک هسته مکعبی نشان داده شده است که یک سیم پیچی دور یکی از بازوهای آن قرار دارد. با توجه به شکل سیم پیچی، میدان باید از درون سیم پیچ بگذرد، یعنی از سطح مقطع بازو شار عبور میکند. از طرف دیگر چون میدان مسیر بسته دارد و آسانترین مسیر هم خود هسته است ( چون نفوذپذیری خیلی بهتری نسبت به هوا دارد) پس همه شار از درون هسته عبور میکند مطابق شکل زیر.





• سطح مقطع هسته با توجه به اطلاعات داده شده برابر است با:

$$A = 5cm \times 5cm = 25cm^2 = 25 \times 10^{-4}m^2$$

شار از همه جای سطح مقطع هسته عبور میکند مشابه هر سه مسیری که در شکل نشان داده شده است ولی ما در محاسبات همیشه مسیر وسط را لحاظ میکنیم. این مسیر برای هر ضلع برابر است با

$$20cm + 2.5cm + 2.5cm = 25cm$$

پس طول مسیر مغناطیسی برابر میشود با:  $l = 4 \times 25cm = 100cm = 1m$

نفوذپذیری هسته نیز برابر است با:  $\mu = 1200 \times \mu_0 = 12.56 \times 10^{-4}$

پس در اینصورت رلوکتانس هسته برابر است با:  $R = \frac{l}{\mu A} = 31.8 \times 10^4$

و شار هسته میشود:  $R\varphi = NI \rightarrow \varphi = \frac{NI}{R} = 6/29 \times 10^{-4}wb$

## ۶- شار-دور یا شار پیوندی $\lambda(wb)$

- شار پیوندی در واقع کل شار دیده شده توسط یک سیم پیچ می باشد. از آنجایی که هر دور سیم پیچی شار  $\varphi$  را میبیند پس کل شار دیده شده توسط سیم پیچی برابر است با:

$$\lambda = N\varphi$$

## ۷- ولتاژ القایی $e(V)$

- ولتاژ القایی که عموماً با حرف  $e$  نمایش داده میشود، ولتاژی است که بر اثر القای مغناطیسی بوجود آمده باشد. طبق قانون فارادی هرگاه یک هادی در معرض میدان مغناطیسی متغیر با زمان قرار گیرد، درون هادی ولتاژ القا میگردد. پس اگر میدانی که از درون یک سیم پیچی عبور میکند متغیر با زمان باشد (مثلاً سینوسی باشد) دو سر سیم پیچی ولتاژی القا میگردد که مقدار آن برابر است با:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\varphi}{dt}$$

## ۸- اندوکتانس یا ضریب خودالقایی $L(H)$

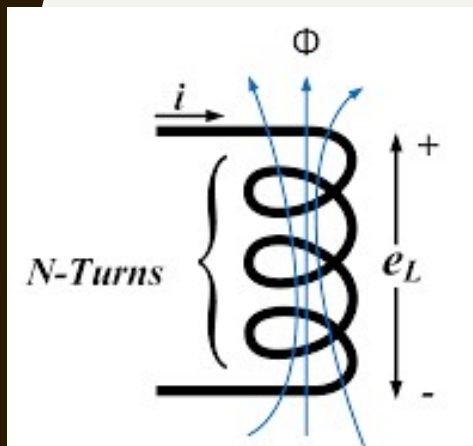
- اندوکتانس ضریبی است که نشان می‌دهد در یک سیم پیچ چه ارتباطی بین جریان آن سیم پیچ و شار آن وجود دارد ( یا به عبارت دیگر در یک سیم پیچ با جریان مشخص چه مقدار انرژی مغناطیسی ذخیره می‌گردد). اندوکتانس بر حسب هانری اندازه گیری میشود و رابطه آن عبارت است از:

$$L = \frac{\lambda}{i}$$

- بر اساس رابطه فوق برای ولتاژ یک سلف ( $V_L$ ) میتوانیم بنویسیم:

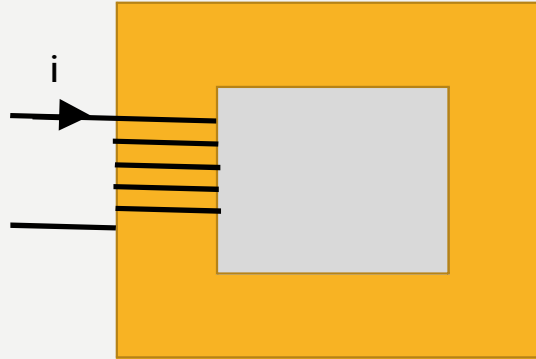
$$\lambda = Li$$

$$V_L = \frac{d\lambda}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

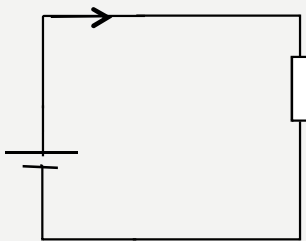
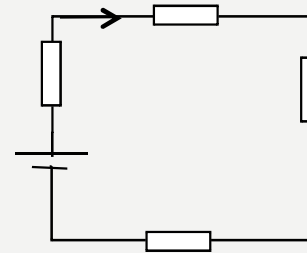


## مدارهای مغناطیسی

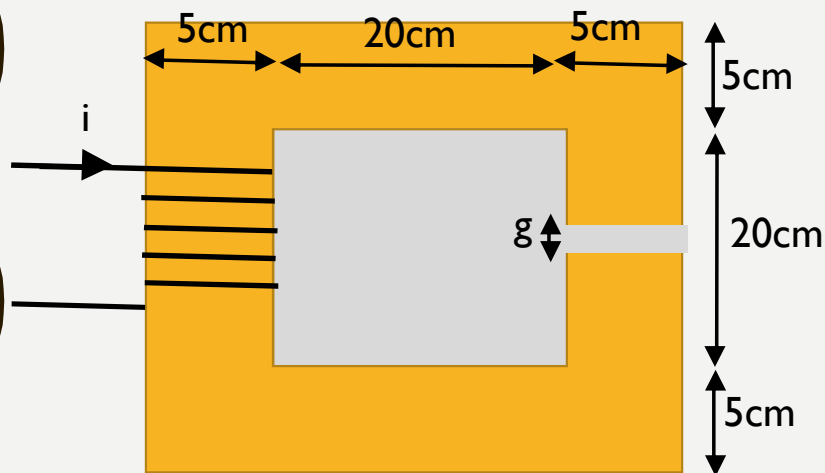
- در یک سیستم مغناطیسی با رابطه  $NI = R\phi$  که  $R$  مقاومت مغناطیسی هسته،  $\phi$  شار جاری در هسته و  $NI$  آمپر-دور ایجاد کننده میدان می باشند، می توانیم این رابطه را هم ارز قانون اهم در نظر بگیریم که در آن رلوکتانس با مقاومت الکتریکی متناظر است، شار مغناطیسی با جریان الکتریکی متناظر است و آمپر-دور نیز متناظر ولتاژ الکتریکی است.
- در این صورت هر سیستم مغناطیسی را میتوان به صورت یک مدار الکتریکی در آورد و سیستم را تحلیل نمود. برای این کار:
- به ازای هر سیم پیچی با جریان  $I$  یک منبع ولتاژ با مقدار  $NI$  لحاظ میکنیم.
- شار جاری در هر مسیر را یک جریان الکتریکی فرض میکنیم.
- برای هر مسیر یک مقاومت لحاظ میکنیم که از رابطه رلوکتانس مقدار آن حساب میشود.



- برای مثال برای سیستم روبرو که یک سیم پیچ دارد به جای سیم پیچ یک منبع ولتاژ، به جای هر بازوی هسته یک مقاومت و به جای شار جاری در هسته جریان قرار میدهیم تا مدار زیر بدست آید.

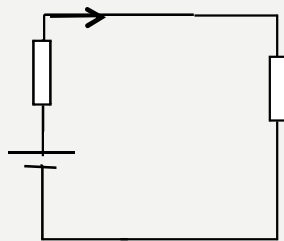


- از آنجایی که چهار مقاومت مدار فوق با هم سری هستند، میتوان آنها را با هم جمع کرد. به عبارت دیگر در مدار معادل میتوان برای کل هسته یک رلوکتانس لحاظ کرد چون همه با هم سری بوده، شار یکسانی از همه میگذرد و سطح مقطع همه یکسان است. پس مدار روبرو را می توان در نظر گرفت



مثال: در ساختار مغناطیسی مثال قبل که یک شکاف هوایی در هسته قرار گرفته، شار هسته را تعیین کنید و اندوکتانس آن را حساب کنید. (سطح مقطع هسته مربعی، نفوذپذیری هسته ۱۰۰۰ برابر هوا باشد و جریان سیم پیچی ۱۰۰ دوری برابر ۲ آمپر میباشد و فاصله هوایی نیز ۵ میلی متر است).

برای حل مثال ابتدا مدار معادل الکتریکی سیستم را رسم میکنیم. برای کل هسته یک مقاومت و برای فاصله هوایی نیز یک مقاومت دیگر در نظر میگیریم که به مدار روبرو میرسیم.



$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g} = \frac{5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 25 \times 10^{-4}} = 1.6 \times 10^6$$

مقاومت شکاف هوا:

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 25 \times 10^{-4}} = 0.32 \times 10^6$$

مقاومت هسته:

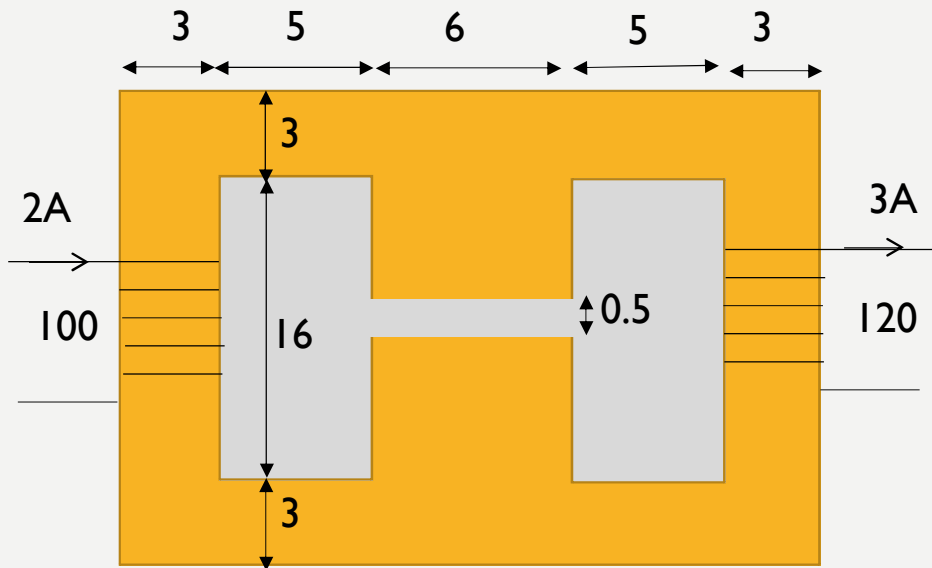
ولتاژ مدار:  $NI = 2 \times 100 = 200 \text{ (A.turn)}$

با استفاده از  $KVL$  جریان مدار که همان شار سیستم مغناطیسی باشد به دست می آید:

$$\varphi = \frac{NI}{R_c + R_g} = 104 \times 10^{-6} \text{ (wb)} = 0.1 \text{ (mwb)}$$

اندوکتانس سیستم عبارت است از:

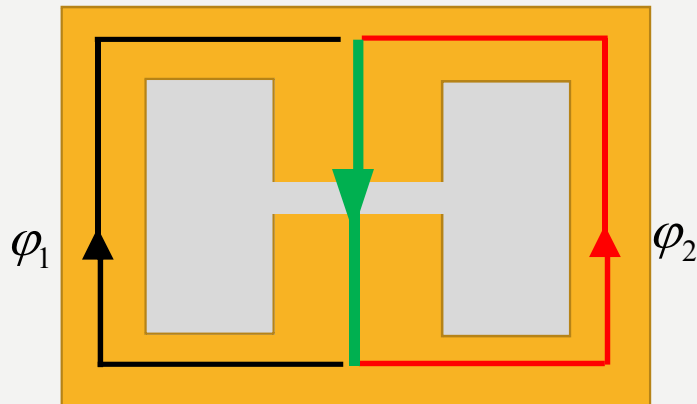
$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\varphi}{i} = \frac{100 \times 104 \times 10^{-6}}{2} = 52 \times 10^{-4} = 5.2 \text{ mH}$$



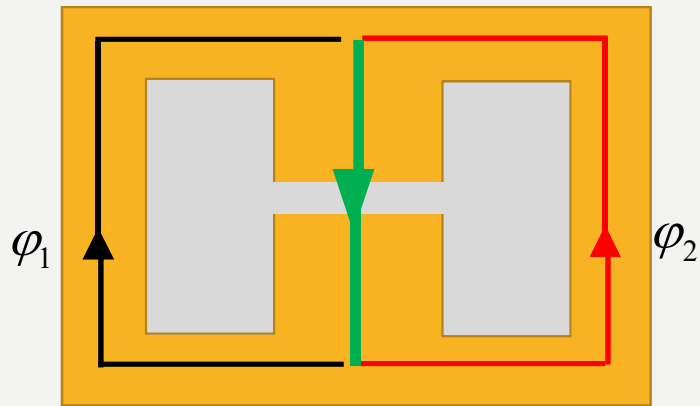
مثال: در ساختار مغناطیسی روبرو شار فاصله هوایی را تعیین کنید. سطح مقطع هسته مربعی است، نفوذپذیری نسبی هسته ۱۵۰۰ و تمامی ابعاد بر حسب سانتی متر هستند.

برای حل مسئله ابتدا لازم است مدار معادل را به دست آوریم. برای تعیین مقاومت‌های مدار، مانند حل مدارهای الکتریکی شار هر مسیر را نامگذاری می‌کنیم ( شکل روبرو).

مسیرهایی که شار یکسانی دارند را می‌توان تنها با یک مقاومت نمایش داد.







فرض میکنیم شار دقیقا از وسط هسته عبور میکند.

طول مسیر ۱ (سبز رنگ):  $l_1 = 9.5 + 19 + 9.5 = 0.38 \text{ m}$

طول مسیر ۲ (قرمز) نیز دقیقا مشابه ۱ و برابر آن است.

طول مسیر ۳ (سبز):  $l_3 = 16 + 1.5 + 1.5 = 0.19 \text{ m}$

سطح مقطع هسته در مسیرهای ۱ و ۲ برابرند با:

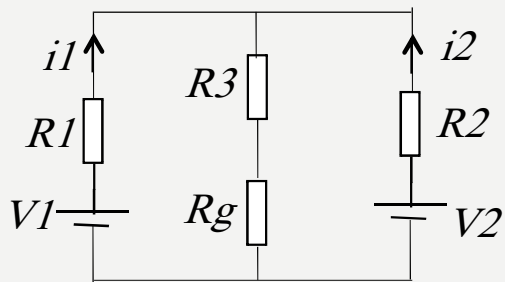
$$A_1 = A_2 = 3\text{cm} \times 3\text{cm} = 9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

سطح مقطع ستون وسط (مسیر ۳) و فاصله هوایی برابر است با:

$$A_3 = A_g = 3\text{cm} \times 6\text{cm} = 18 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

نفوذپذیری هوا  $\mu_0$  و هسته  $1500\mu_0$  میباشد.

برای هر یک از مسیرهای ۱، ۲، ۳ و فاصله هوایی یک مقاومت لحاظ میکنیم.



$$R_1 = R_2 = \frac{l_1}{\mu_c \cdot A_1} = \frac{0.38}{4\pi \times 10^{-7} \times 1500 \times 9 \times 10^{-4}} = 2.24 \times 10^5 \quad \text{رلوکتانس ۱ که برابر با رلوکتانس ۲ است:}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu_c \cdot A_3} = \frac{0.19}{4\pi \times 10^{-7} \times 1500 \times 18 \times 10^{-4}} = 5.6 \times 10^4 \quad \text{رلوکتانس ۳:}$$

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 \cdot A_g} = \frac{5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 18 \times 10^{-4}} = 2.23 \times 10^6 \quad \text{رلوکتانس شکاف هوایی:}$$

$$V_1 = N_1 I_1 = 200 \quad , \quad V_2 = N_2 I_2 = 360 \quad \text{آمپر-دور سیم پیچی ها نیز برابرند با:}$$

با استفاده از kvl در دو حلقه مدار، میتوان شار دو مسیر را پیدا کرد.

$$\begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + (R_3 + R_g)(i_1 + i_2) \\ V_2 = R_2 i_2 + (R_3 + R_g)(i_1 + i_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 = -0.32 \times 10^{-3} \\ i_2 = 0.13 \times 10^{-3} \end{cases}$$

مثال: در مثال قبل اندوکتانس سیم پیچی ۱۰۰ دوری را حساب کنید.

برای تعیین اندوکتانس نیاز به محاسبه شار-دور سیم پیچی مورد نظر داریم. ولی شار دور هر سیم پیچی ناشی از جریان هر دو سیم پیچی می باشد.

اندوکتانس خودی: با محاسبه شار دور سیم پیچی ناشی از جریان خود سیم پیچی

اندوکتانس متقابل: با محاسبه شار دور سیم پیچی ناشی از جریان سیم پیچی دیگر

محاسبه اندوکتانس خودی: جریان سیم پیچی دوم صفر فرض شده و شار دور را حساب می کنیم.

$$\begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + (R_3 + R_g)(i_1 + i_2) \\ 0 = R_2 i_2 + (R_3 + R_g)(i_1 + i_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 = 0.87 \times 10^{-3} \text{ (wb)} \\ i_2 = -0.02 \times 10^{-3} \text{ (wb)} \end{cases}$$

$$L_{11} = \frac{\lambda_{11}}{i_1} = N_1 \frac{\phi_1}{i_1} = 100 \frac{0.87 \times 10^{-3}}{2} = 43.5 \text{ mH}$$

پس اندوکتانس خودی میشود:

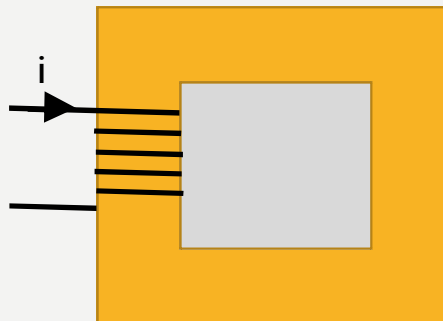
محاسبه اندوکتانس متقابل: جریان سیم پیچی اول صفر فرض شده و شار دور را حساب می کنیم.

$$\begin{cases} 0 = R_1 i_1 + (R_3 + R_g)(i_1 + i_2) \\ V_2 = R_2 i_2 + (R_3 + R_g)(i_1 + i_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 = -0.0012 \text{ (wb)} \\ i_2 = 0.0002 \text{ (wb)} \end{cases}$$

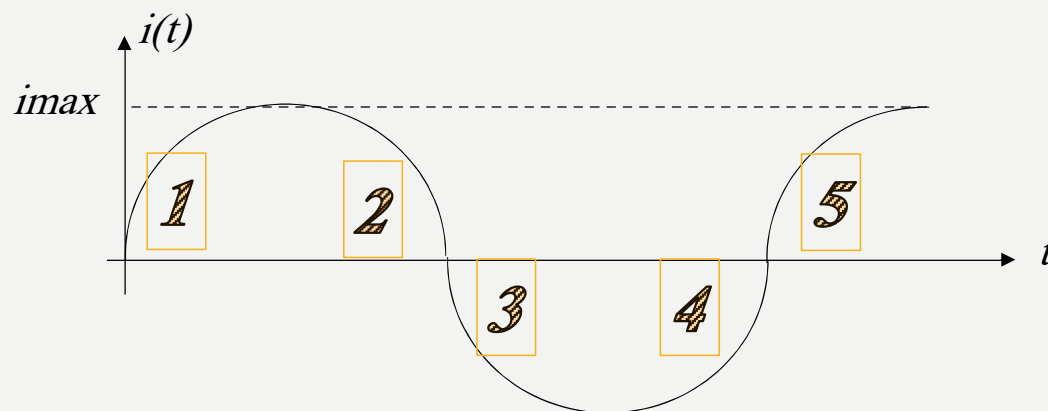
پس اندوکتانس خودی میشود:

$$L_{12} = \frac{\lambda_{12}}{i_2} = N_1 \frac{\phi_1}{i_2} = 100 \frac{0.0012}{3} = 40 \text{ mH}$$

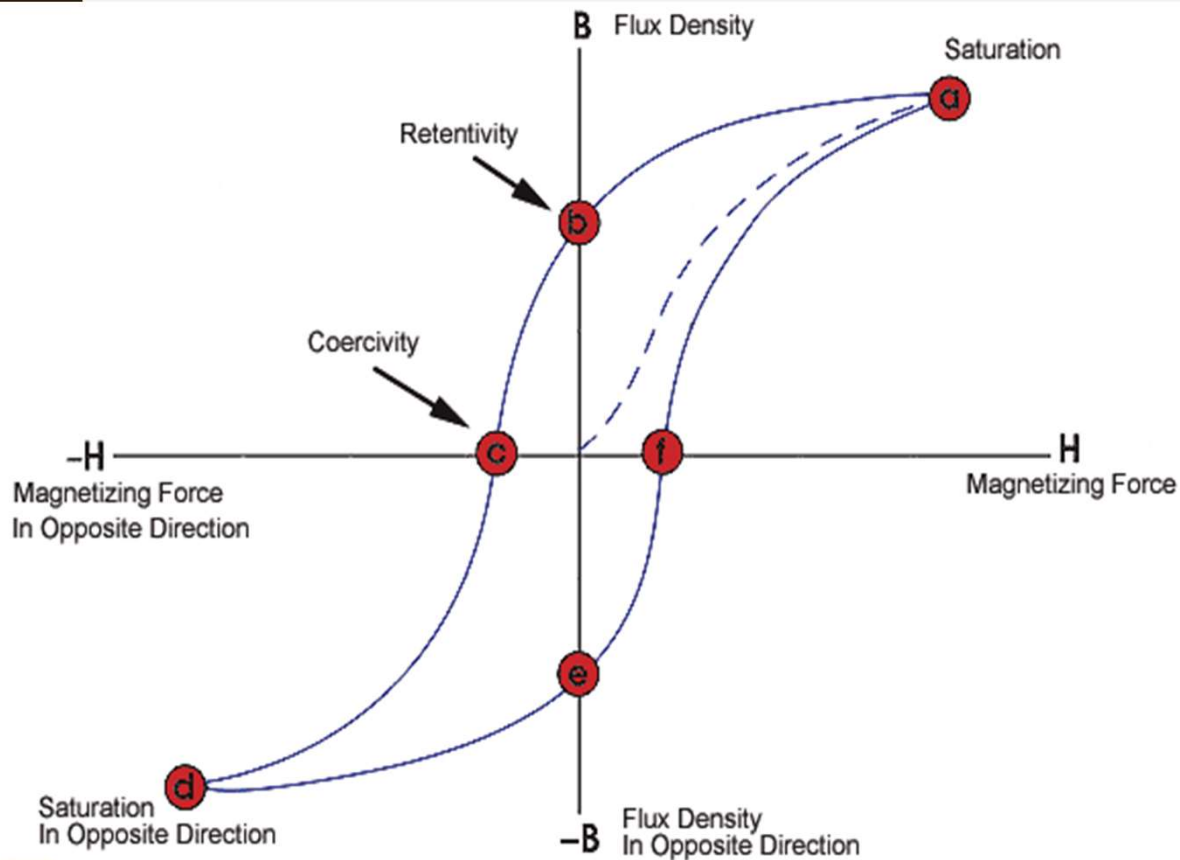
## پسماند



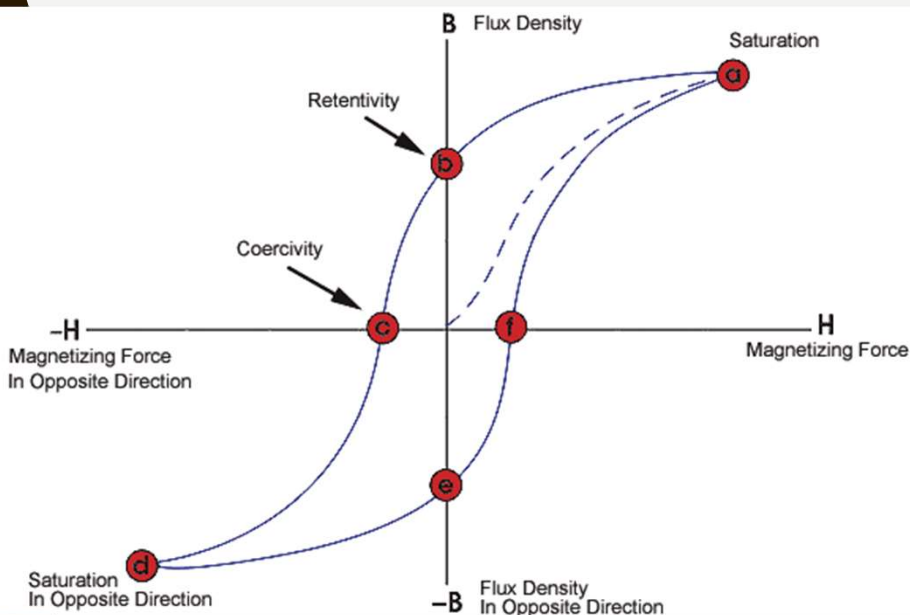
- یک سیستم مغناطیسی ساده مانند روبرو در نظر بگیرید.
- با اعمال جریان به سیم پیچی، میدان و شار متناسب با جریان در هسته بوجود می آید.
- چنانچه جریان تغییرات سینوسی داشته باشد، تغییرات چگالی شار هسته نیز سینوسی میگردد. میخواهیم یک سیکل این تغییرات را از ناحیه ۱ تا ۵ بررسی کنیم.



- در ناحیه ۱ جریان از ۰ تا مقدار ماکزیمم تغییر می کند، پس میدان  $H$  نیز متناسب با آن از صفر تا ماکزیمم تغییر میکند.
- با تغییر میدان، چگالی شار نیز از صفر تا ماکزیمم تغییر میکند ولی با توجه به اشباع این تغییر صرفاً خطی نیست (از مبدا تا نقطه a).



- در ناحیه ۲ جریان از ماکزیمم دوباره به صفر بر میگردد و شدت میدان هم همینطور رفتار میکند و میدان درون هسته صفر میشود.
- ولی با توجه به شکل روبرو چگالی شار از a به b میرسد. یعنی با حذف میدان، خاصیت مغناطیسی هسته حذف نشده و به اندازه b خاصیت مغناطیسی حفظ میگردد. به این پسماند مغناطیسی میگویند.



- در ناحیه ۳ مجدداً جریان و میدان از صفر به ماکزیمم میروند ولی در خلاف جهت قبل.
- در اینصورت هسته ابتدا خاصیت مغناطیسی قبلی خود را از دست میدهد (از b تا c) و سپس در جهت عکس شروع به زیاد شدن میکند (از c تا d).
- نقطه c جایی است که خاصیت مغناطیسی قبلی هسته از بین رفته است.

• در ناحیه ۴ جریان و میدات از ماکزیمم منفی به صفر بر میگردند.

• در اینصورت چگالی شار (خاصیت مغناطیسی) هسته نیز کاهش میباید ولی کاملاً از بین نمیرود حتی با صفر شدن میدان (از d تا e).

• در ناحیه ۵ جریان و میدان مانند ناحیه ۲ دوباره ماکزیمم میگردند.

• پس چگالی شار ابتدا صفر شده (از e تا f) و سپس در جهت مثبت به ماکزیمم میرسد (از f تا a).

به این حلقه حاصل از تغییرات سینوسی میدان، حلقه پسماند یا هیستریزیس میگویند.

## تلفات مغناطیسی

- تلفات مغناطیسی یا هسته یا آهنی به مقدار توان تلف شده به واسطه میدان مغناطیسی درون هسته میگویند.
- این تلفات به دو عامل تقسیم میشوند.

۱- تلفات پسماند یا هیستریزیس: هنگامی که میدان درون هسته تغییرات سینوسی داشته باشد، ذرات درون ماده (دوقطبی های مغناطیسی) نیز متناسب با آن تغییر وضعیت میدهند. پس بخشی از انرژی میدان صرف چرخاندن ذرات درون ماده متناسب با تغییرات میدان میشود. این انرژی یا توان را تلفات هیستریزیس میگوییم.

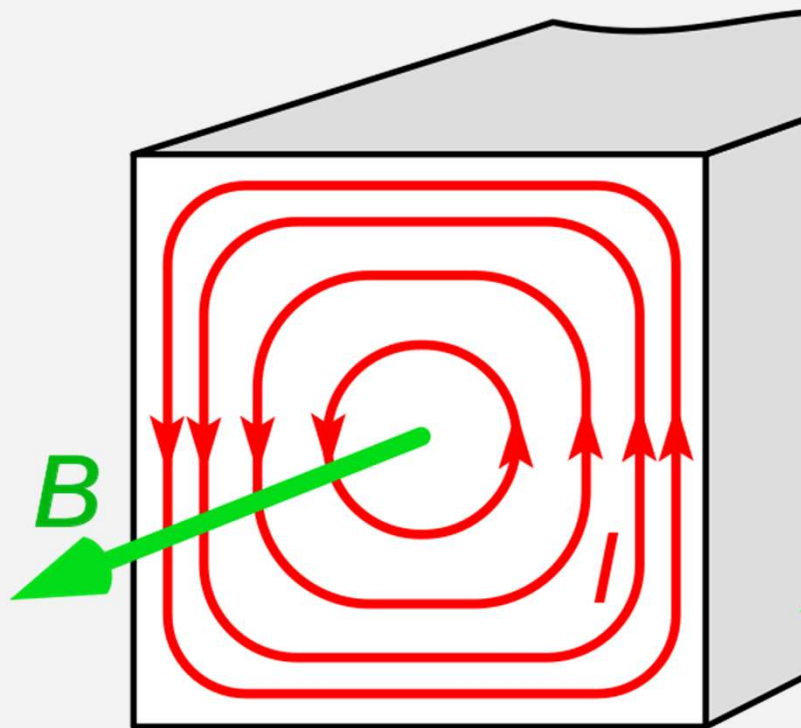
- تلفات هیستریزیس متناسب با فرکانس جریان، حجم ماده، چگالی شار ماکزیمم هسته و مساحت حلقه هیستریزیس ماده میباشد.

$$P_h = K_h \cdot f \cdot B_m^n$$

- در این رابطه  $k_h$  و  $n$  ضرایب متناسب با جنس ماده،  $f$  فرکانس میدان و  $B_m$  نیز چگالی شار ماکزیمم است.



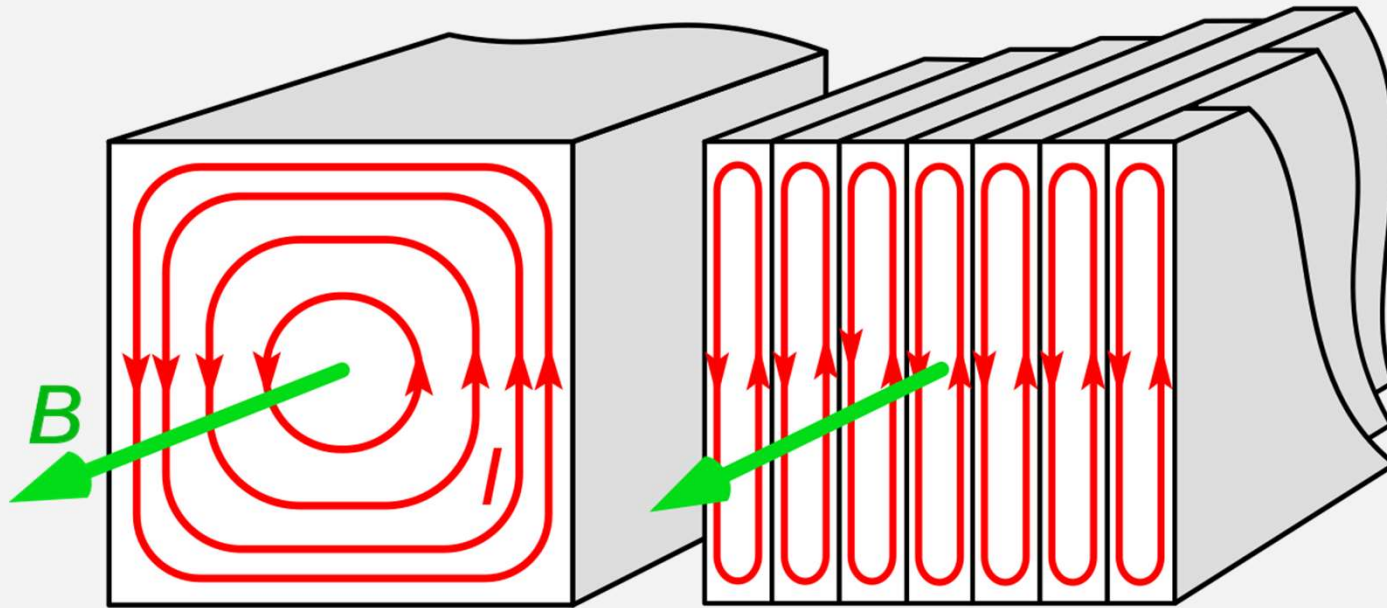
۲- تلفات گردابی یا فوکو: طبق قانون فارادی میدان متغیر با در زمان در هادی ولتاژ القا میکند. این هادی میتواند سیم پیچی دور هسته باشد و یا خود هسته ( به شرط اینکه هسته از جنس رسانا باشد). با القا شدن ولتاژ در هسته جریانهایی گردابی نیز در هسته ایجاد میشوند که این جریانهها باعث تلفات میشوند. این تلفات همان تلفات فوکو هستند.



$$P_e = K_e \cdot f^2 \cdot B_m^2$$

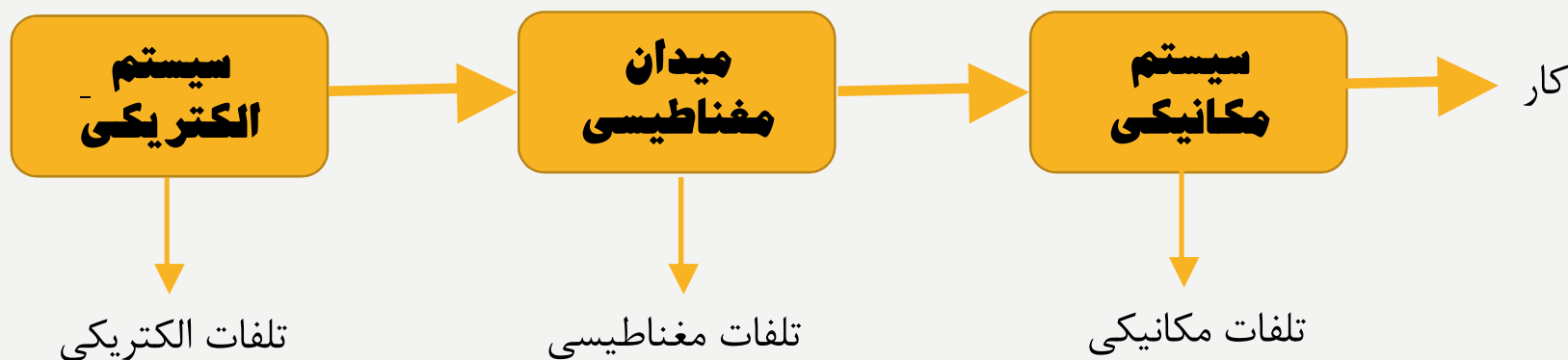
در این رابطه  $k_e$  ضریب متناسب با جنس ماده،  $f$  فرکانس میدان و  $B_m$  نیز چگالی شار ماکزیمم است.

- در یک هسته مغناطیسی با میدان سینوسی هر دو نوع تلفات حضور دارند و تلفات هسته مجموعه آنها میباشد.
- برای کاهش تلفات پسماند، جنس ماده را اصلاح میکنند مثلاً با افزودن مقدار کمی سیلیسیوم به آلیاژ هسته تا حلقه هیستریزیس ماده لاغرتر شده و سطح آن کوچکتر گردد.
- برای کاهش تلفات گردابی، جنس هسته را به نحوی تغییر میدهند تا رسانایی آن کمتر شده و جریان گردابی کوچکتری تولید گردد. به علاوه با ورقه ورقه کردن هسته و عایق کردن آنها نسبت به هم میتوان از تولید جریانهای بزرگ اجتناب کرد.



# فصل دوم: تبدیل انرژی الکترومکانیکی

- مبدل های انرژی الکترومکانیکی عموماً از ۳ جزء ساخته شده اند.
- ۱- سیستم الکتریکی      ۲- سیستم مکانیکی      ۳- میدان مغناطیسی



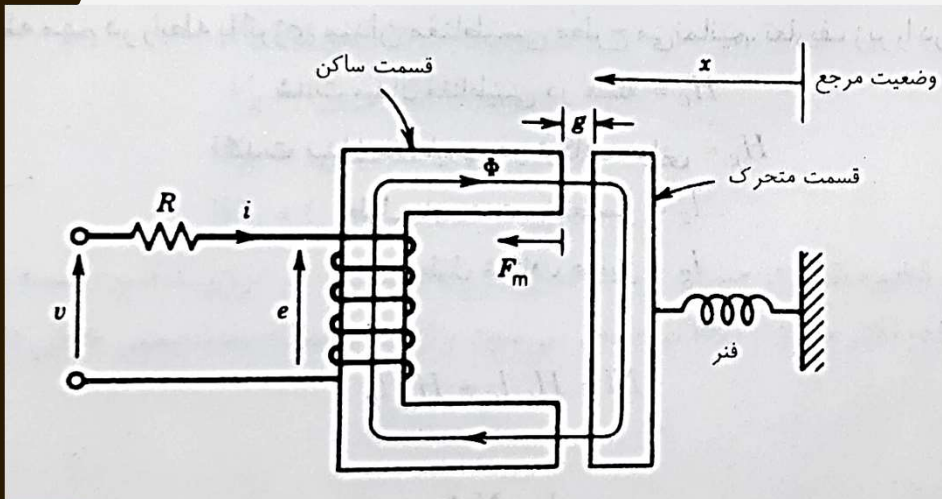
مجموع انرژی الکتریکی سیستم = مجموع انرژی مکانیکی + مجموع انرژی میدان مغناطیسی

پس کوچکترین تغییر در انرژی الکتریکی = تغییر در انرژی میدان + تغییر در انرژی مکانیکی  
یعنی:

$$dW_e = dW_f + dW_m$$

### انرژی میدان مغناطیسی:

در شکل روبرو فرض کنید که قسمت متحرک نتواند حرکت کند. پس کار مکانیکی انجام نشده و کل انرژی دریافتی از منبع ولتاژ در میان مغناطیسی ذخیره میگردد.



$$dW_m = 0 \rightarrow dW_e = dW_f$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

طبق قانون فارادی:

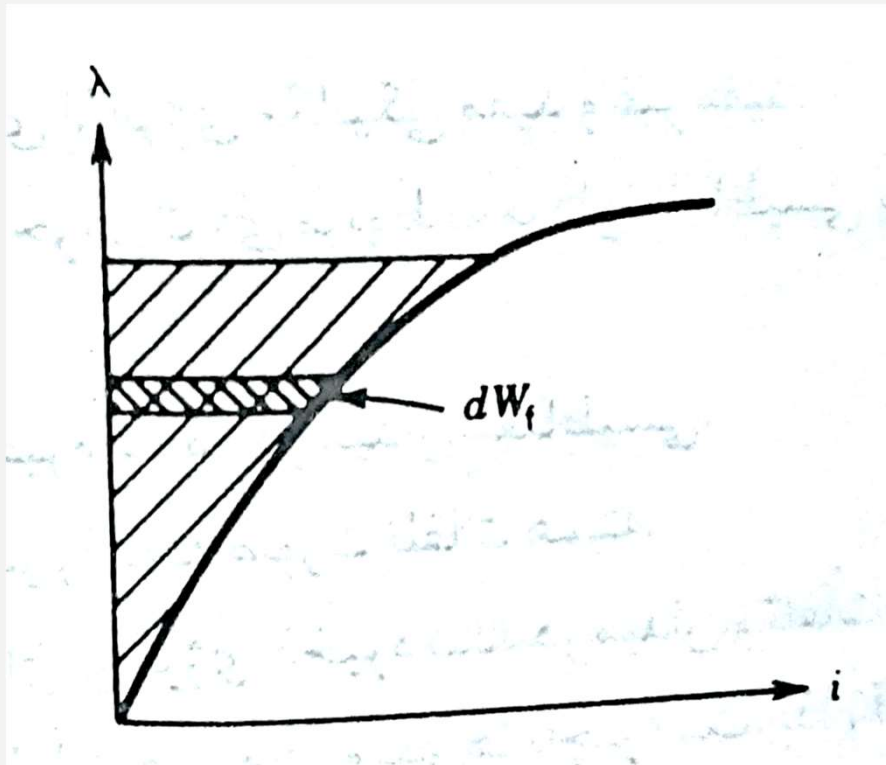
$$dW_e = e \cdot i \cdot dt = \frac{d\lambda}{dt} i dt = id\lambda \rightarrow dW_f = id\lambda$$

انرژی الکتریکی برابر است با:

پس انرژی ذخیره شده در میدان با تغییر جریان از صفر به  $i$  میشود:

$$W_f = \int dW_f = \int_0^\lambda i d\lambda$$

از آنجا که نمودار  $\lambda$ - $i$  مشابه نمودار B-H است. انرژی میدان برابر سطح زیر نمودار خواهد بود.



$$\lambda = N\phi = NAB$$

$$i = \frac{Hl}{N}$$

$$Ni = H_c l_c + H_g l_g$$

برای سیستم مغناطیسی شکل زیر:

$H_c$  شدت میدان درون هسته،  $H_g$  شدت میدان درون فاصله هوایی،  $L_c$  طول هسته و  $L_g$  طول فاصله هوایی

$$\lambda = N\phi = NAB \quad \text{می دانیم که:}$$

$$W_f = \int_0^\lambda id\lambda = \int_0^B \frac{H_c l_c + H_g l_g}{N} NAdB \quad \text{پس انرژی برابر است با:}$$

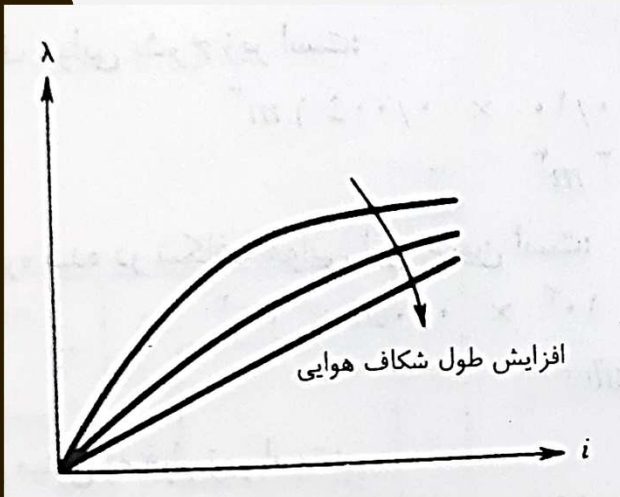
$$H_g = \frac{B}{\mu_0} \quad \text{چون در هوا داریم:}$$

$$W_f = \int_0^B (H_c l_c + H_g l_g) AdB = \int_0^B H_c dBAl_c + \int_0^B \frac{B_g}{\mu_0} dBAl_g = \int_0^B H_c dBAl_c + \frac{B_g^2}{2\mu_0} V_g \quad \text{پس:}$$

## انرژی و شبه انرژی:

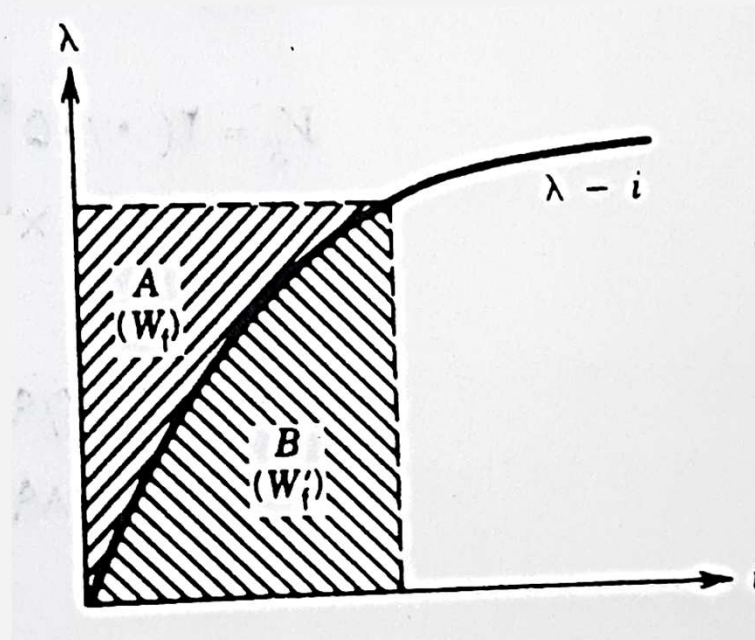
مشخصه  $\lambda-i$  در یک سیستم الکترومغناطیسی به مشخصه B-H هسته و فاصله هوایی بستگی دارد.

شکاف هوایی بزرگتر در نتیجه نمودار خطی تر



$$W_f = \int_0^\lambda id\lambda$$

انرژی مغناطیسی:



$$W_f'(J) = \int_0^i \lambda di$$

شبه انرژی:

$$W_f' + W_f = \lambda i$$

## نیروی مکانیکی:

در شکل روبرو قسمت متحرک می تواند حرکت کند و از موقعیت  $x_1$  به  $x_2$  برود.

پس منحنی  $\lambda-i$  عوض میشود.

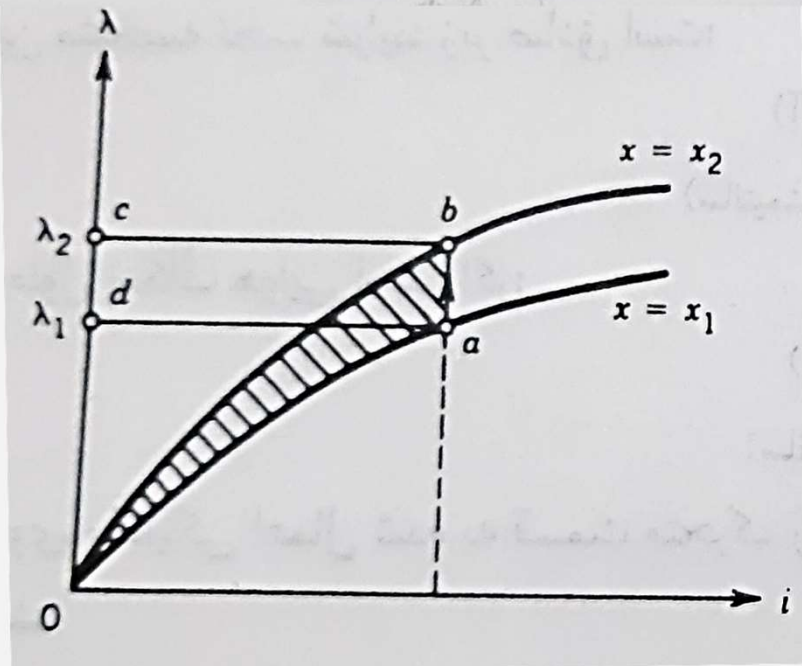
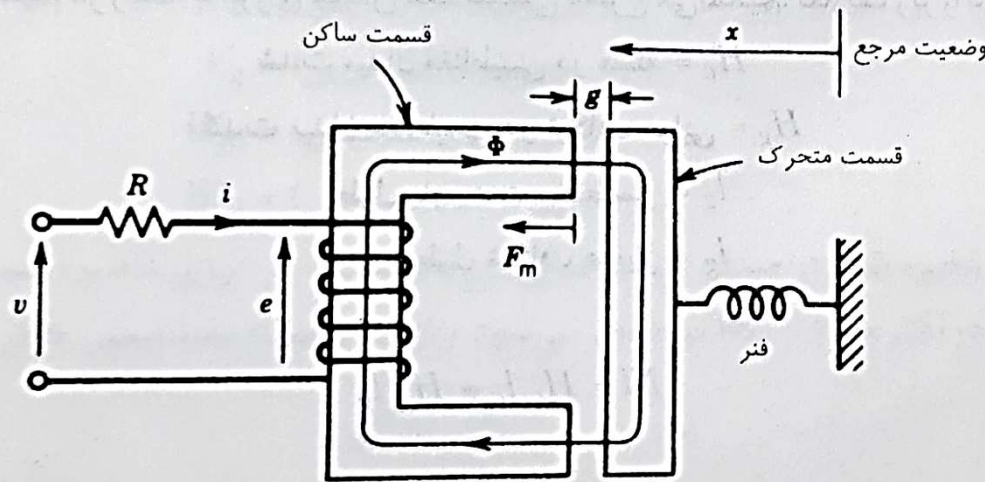
جریان ماندگار در هر دو حالت  $V/R$  می باشد.

اگر حرکت آرام باشد: جریان ثابت میماند.

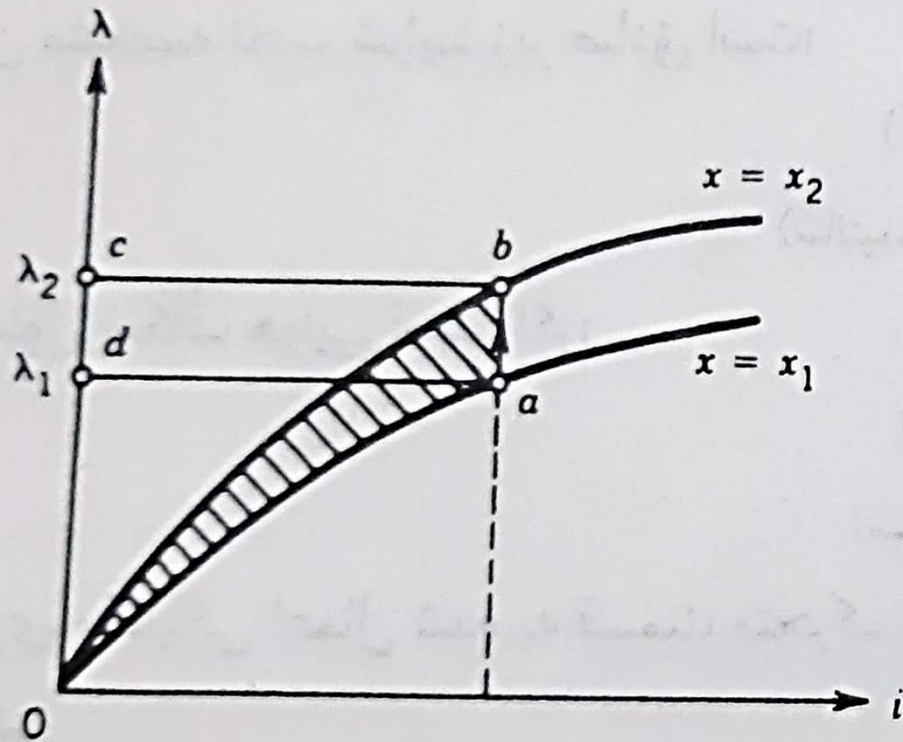
پس نقطه کار از  $a$  به  $b$  میرسد.

$$dW_e = \int e \cdot i \cdot dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = abcd$$

$$dW_f = obc - oad$$







$$dW_e = \int e \cdot i \cdot dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = abcd$$

$$dW_f = obc - oad$$

$$dW_m = dW_e - dW_f =$$

$$abcd - obc + oad =$$

$$oab$$

$$dW_m = dW'_f$$

پس در حرکت کند ( جریان ثابت ) کار مکانیکی برابر شبه انرژی می باشد.

نیروی مکانیکی برابر است با:

$$f_m = \frac{dW_m}{dx} \rightarrow f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \right|_{i=cte}$$

اگر حرکت بسیار تند باشد پس هنگام تغییر موقعیت شار ثابت می ماند پس انرژی الکتریکی صفر شده و داریم:

$$dW_e = dW_f + dW_m \rightarrow dW_m = -dW_f$$

و نیروی مکانیکی برابر است با:

$$f_m = \frac{dW_m}{dx} = - \frac{\partial W_f(\lambda, x)}{\partial x} \Big|_{\lambda=cte}$$

(مثال) مشخصه  $\lambda$ - $i$  یک سیستم الکترومغناطیسی به قرار زیر است که  $g$  طول شکاف هوایی و برابر ۵ سانتی متر و جریان نیز ۳ آمپر است. نیروی اعمالی به قسمت متحرک را با هر دو رابط انرژی و شبه انرژی بیابید.

$$i = \left( \frac{\lambda g}{0.09} \right)^2$$

انرژی در این سیستم عبارت است از:

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda = \int_0^\lambda \left( \frac{\lambda g}{0.09} \right)^2 d\lambda = \frac{g^2}{0.09^2} \frac{\lambda^3}{3}$$

$$f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, g)}{\partial g} \right|_{\lambda=cte} = - \frac{\lambda^3 2g}{3 \times 0.09^2}$$

نیرو برابر است با:

$$\lambda = \frac{0.09 \times 3^{0.5}}{0.05} = 3.12 \rightarrow f_m = -124.7 Nm$$

$$W'_f = \int_0^i \lambda di = \int_0^i \frac{0.09i^2}{g} di = \frac{0.09}{g} \frac{2}{3} i^{\frac{3}{2}}$$

شبه انرژی در این سیستم عبارت است از:

$$f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, g)}{\partial g} \right|_{i=cte} = 0.09 \times \frac{2}{3} i^{\frac{3}{2}} \frac{1}{g^2} \rightarrow f_m = -124.7 Nm$$

نیرو برابر است با:

سیستم خطی:  $\lambda = L(x) \cdot i$

$$W_f = \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L(x)} d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L(x)} = \frac{1}{2} L(x) \cdot i^2$$

انرژی مغناطیسی:  
نیروی مکانیکی:

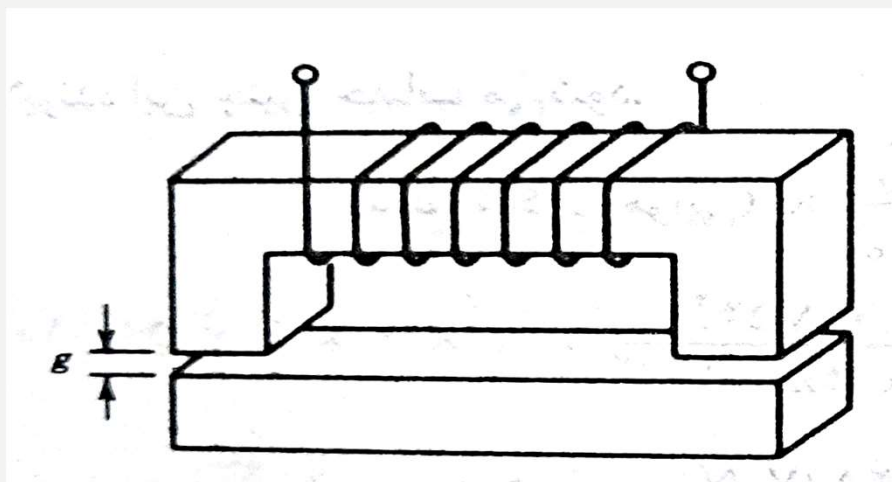
$$f_m = - \frac{\partial W_f(\lambda, x)}{\partial x} \Big|_{\lambda=cte} = - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda^2}{2L(x)} \right) \Big|_{\lambda=cte} = \frac{\lambda^2}{2L^2(x)} \frac{dL(x)}{dx} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

$$W'_f = \int_0^\lambda L(x) i di = \frac{L(x)}{2} i^2$$

شبه انرژی مغناطیسی:  
نیروی مکانیکی:

$$f_m = \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \Big|_{i=cte} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{L(x)}{2} i^2 \right) \Big|_{i=cte} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

سیستم خطی:



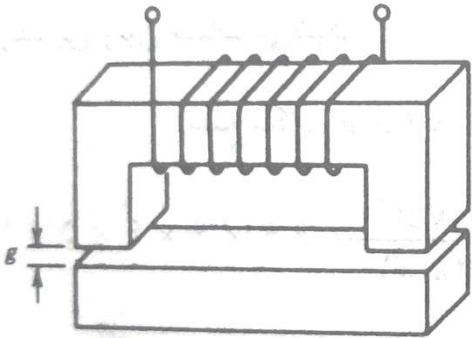
چنانچه در یک سیستم مغناطیسی از رلوکتانس قسمت آهنی در برابر رلوکتانس فاصله هوایی صرفنظر کنیم پس فقط انرژی مغناطیسی در فاصله هوایی ذخیره میشود.

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} V_g = \frac{B_g^2}{2\mu_0} A_g \cdot 2g$$

در اینصورت نیروی الکترومغناطیسی عبارت است از:

$$f_m = \frac{\partial W_f}{\partial g} = \frac{B_g^2}{2\mu_0} (2A_g)$$

**مثال:** یک سیستم بالابر مغناطیسی در شکل نشان داده شده است. رلوکتانس هسته قابل صرفنظر بوده و سطح مقطع آن  $6 \times 6$  سانتی متر است. سیم پیچی هسته  $300$  دور بوده و مقاومت آن  $6$  اهم است. اگر طول شکاف هوایی  $5$  میلیمتر بوده و سیم پیچی به  $120$  ولت  $dc$  وصل شود، انرژی میدان و نیروی بالا برنده را حساب کنید.



$$i = \frac{120}{6} = 20 A$$

جریان سیم پیچی:

$$B_g = \mu_0 H_g = \mu_0 Ni / l = \mu_0 Ni / 2g = 0.754(T)$$

چگالی شار هسته:

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} V_g = \frac{0.754^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} \times 2 \times 5 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-2} = 8.14 J$$

انرژی هسته:

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} 2A_g = 1628.7 N$$

نیروی بالا برنده:

ماشین های الکتریکی دوار:

قسمت ساکن: استاتور

قسمت متحرک: رتور

چون هر دو سیم پیچی دارای جریان هستند پس:

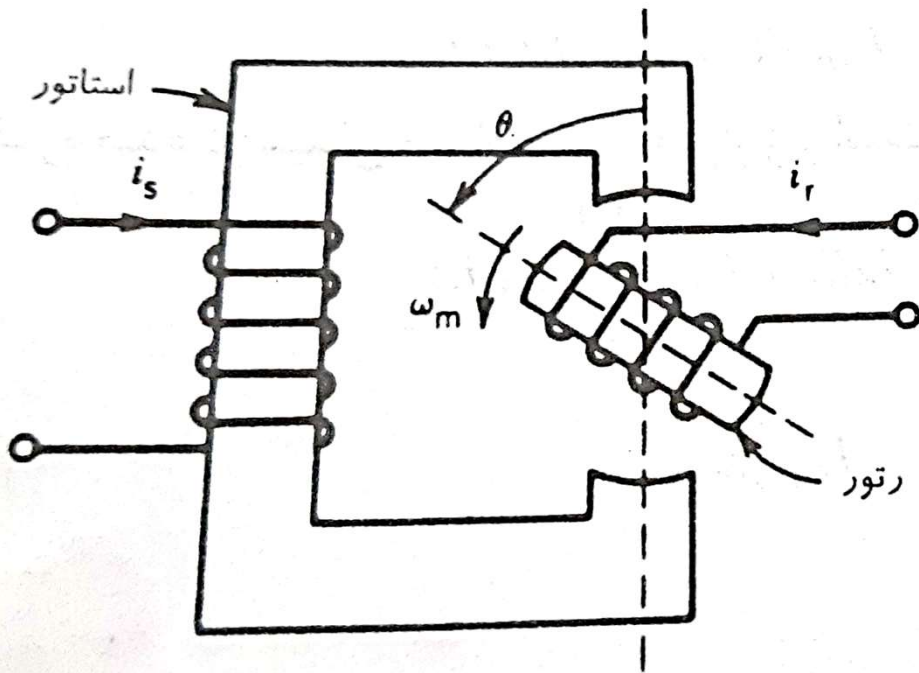
$$dW_f = i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r$$

برای سیستم خطی در رتور و استاتور داریم:

$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$

$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

که  $L_{ss}$  و  $L_{rr}$  اندوکتانس های خودی استاتور و رتور بوده،  $L_{sr}$  و  $L_{rs}$  اندوکتانس متقابل بین رتور و استاتور هستند که عموماً با هم برابرند. این ۴ اندوکتانس تابعی از موقعیت رتور نسبت به استاتور  $\theta$  می باشند.





پس:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطه انرژی در سیستم خطی داریم:

$$dW_f = i_s d(L_{ss} i_s + L_{sr} i_r) + i_r d(L_{rs} i_s + L_{rr} i_r) = \\ L_{ss} i_s di_s + L_{rr} i_r di_r + L_{sr} d(i_s i_r)$$

پس انرژی میدان میشود:

$$W_f = L_{ss} \int i_s di_s + L_{rr} \int i_r di_r + L_{sr} \int d(i_s i_r) = \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r$$

گشتاور از مشتق انرژی نسبت به جابجایی به دست می آید:

$$T = \left. \frac{\partial W_f}{\partial \theta} \right|_{i=cte} = \frac{1}{2} \frac{dL_{ss}}{d\theta} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{rr}}{d\theta} i_r^2 + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

# فصل سوم: ماشینهای DC

- **ماشین الکتریکی:** سیستم که انرژی الکتریکی و مکانیکی را به یکدیگر تبدیل کند ماشین الکتریکی نام دارد.
- **تبصره:** این تبدیل باید حتما در حضور میدان مغناطیسی باشد.

مکانیکی به الکتریکی = ژنراتور (ac یا dc)

الکتریکی به مکانیکی = موتور (dc یا ac)

انواع مهم تر ماشینها:

- ۱- ماشین dc
- ۲- ماشین القایی (آسنکرون)
- ۳- ماشین سنکرون

پارامترهای سیستم الکتریکی: ولتاژ، جریان، فرکانس و توان  
پارامترهای سیستم مغناطیسی: شار، چگالی شار، شار-دور  
پارامترهای سیستم مکانیکی: سرعت، موقعیت و گشتاور

۲ قانون مهم تبدیل انرژی:

۱- قانون القای ولتاژ فارادی: هرگاه یک هادی در معرض میدان مغناطیسی متغیر با زمان قرار گیرد، در دو سر آن **ولتاژ القا** می‌گردد.

۲- قانون نیروی لورنتز: هرگاه یک هادی حامل جریان در میدان مغناطیسی قرار گیرد به آن **نیرو** وارد میشود.

• هر دو قانون فوق همزمان در موتورها و ژنراتورها اتفاق می‌افتند.

**سیم پیچ میدان (تحریک):** سیم پیچی که میدان مغناطیسی اصلی موتور را ایجاد میکند.

**سیم پیچ آرمیچر:** سیم پیچی که ولتاژ در آن القا میشود.

## در یک موتور:

سیم پیچی میدان، یک میدان مغناطیسی در موتور ایجاد میکند. با تزریق جریان به سیم پیچی آرمیچر، به این سیم پیچی طبق قانون لورنتز نیرو وارد میشود و شروع به چرخش میکند.

با چرخش آرمیچر در میدان، طبق قانون فارادی در آن ولتاژ القا میشود. ولتاژ القا شده با ولتاژ اعمالی مخالفت کرده (قانون لنز) و جریان را کنترل میکند.

## در یک ژنراتور:

سیم پیچی میدان، یک میدان مغناطیسی در موتور ایجاد میکند. با چرخاندن سیم پیچی آرمیچر، طبق قانون فارادی ولتاژ درون آن القا میشود. اگر مصرف کننده به سیم پیچی آرمیچر وصل شود، جریان جاری شده و طبق قانون لورنتز به سیم پیچی آرمیچر نیرو وارد میگردد.

این نیرو با نیروی اعمالی به آرمیچر مخالفت کرده (قانون لنز) و ژنراتور سخت تر میچرخد.

## ساختمان ماشین های الکتریکی:

۱- قسمت ثابت: استاتور شامل هسته مغناطیسی و سیم پیچی عموماً بخش بیرونی (در ماشین dc نقش تحریک)

۲- قسمت دوار: رتور شامل هسته مغناطیسی و سیم پیچی و عموماً بخش داخلی (در ماشین dc نقش آرمیچر)

این دو با فاصله هوایی از هم جدا شده اند.



## ساختمان ماشین dc:

ماشین dc علاوه بر رتور و استاتور دارای کموتاتور و جاروبک نیز میباشد.

**کموتاتور** یک سری تیغه مسی غیرمتصل بوده که هر یک به یک سر از دو کلاف سیم پیچی رتور متصل هستند.

**جاروبک** میله های گرافیتی (ذغال) هستند که وظیفه انتقال انرژی به رتور یا از رتور را به عهده دارند.



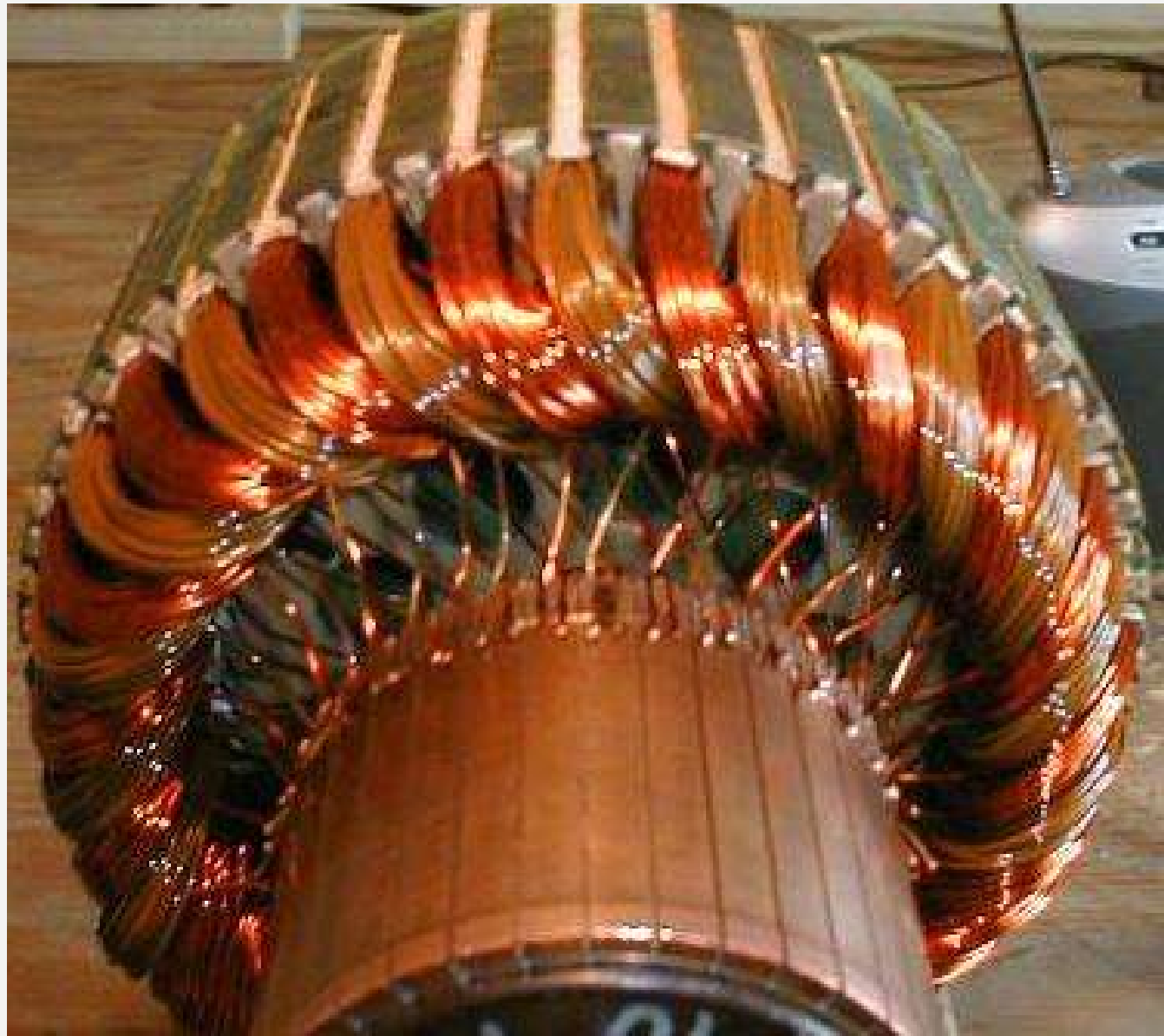


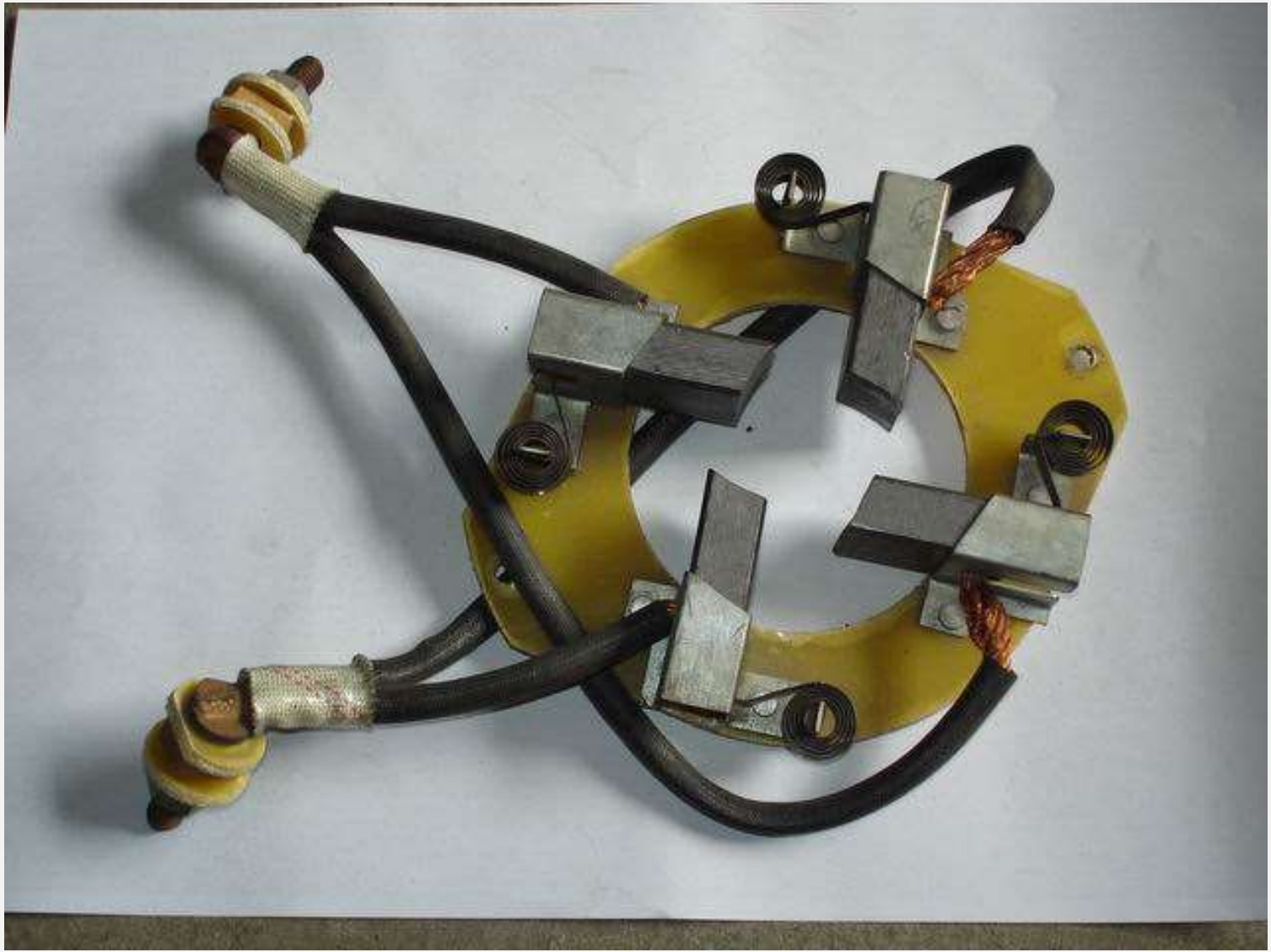
[szjiarun.en.alibaba.com](http://szjiarun.en.alibaba.com)

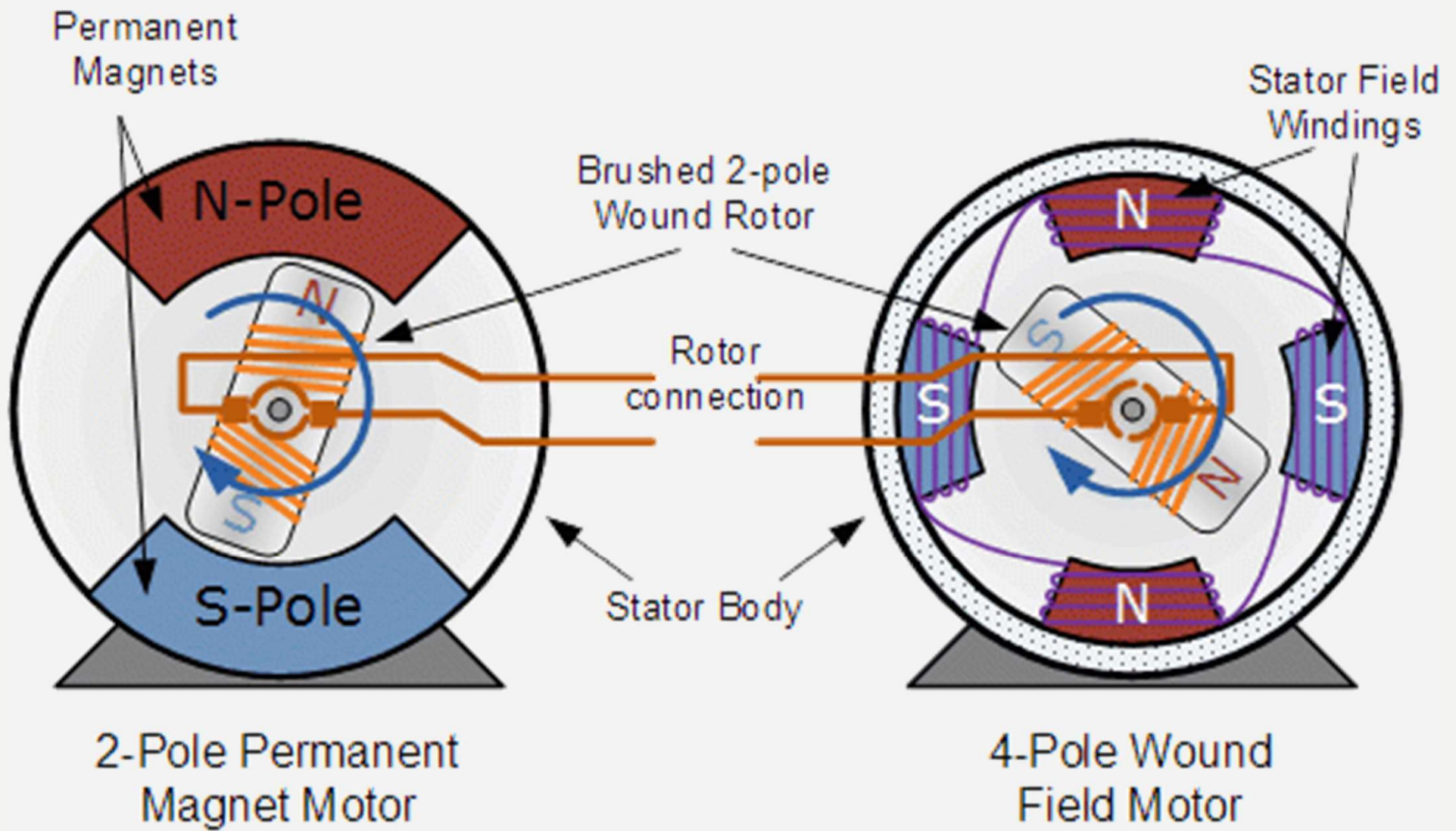






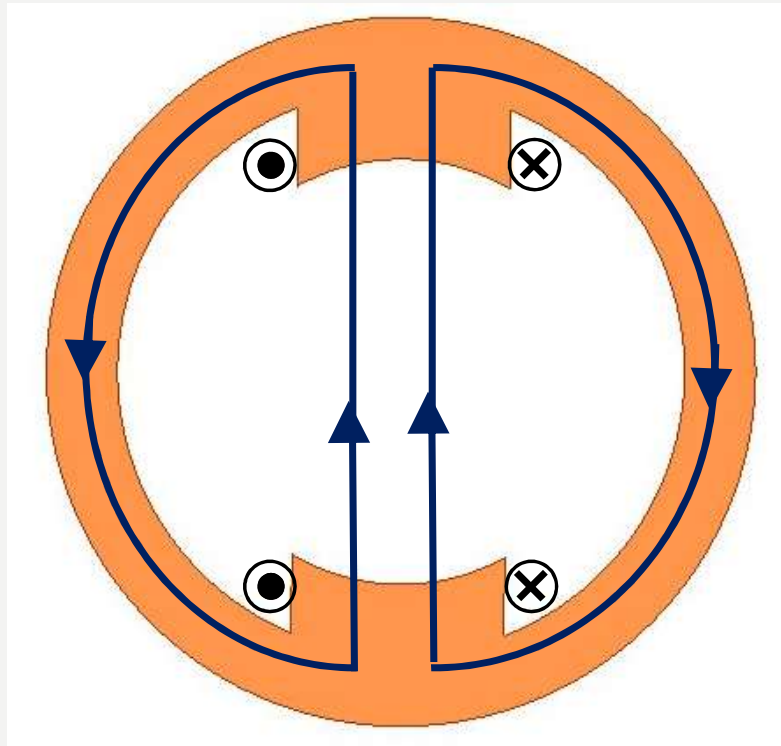


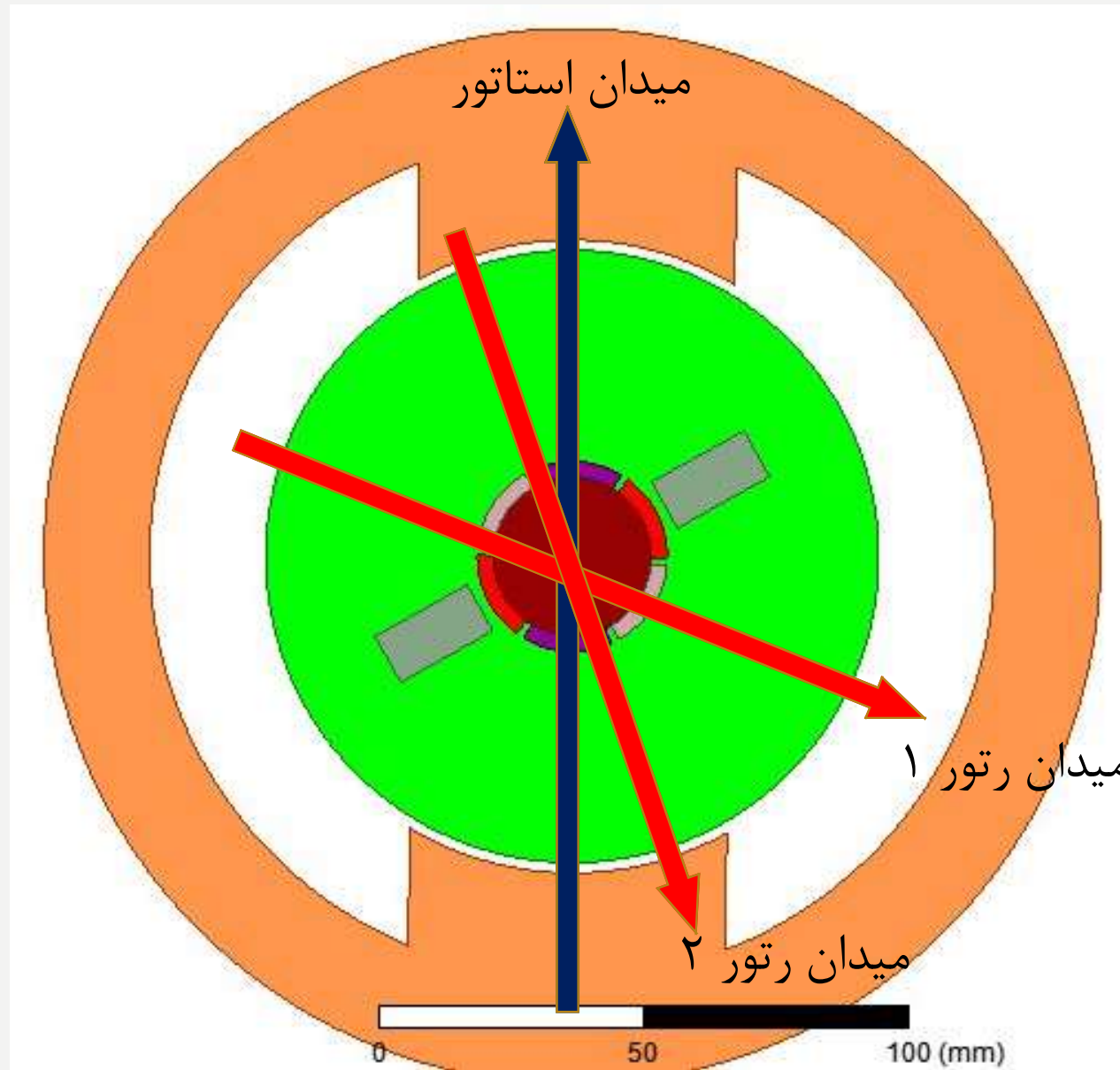




## وظیفه کموتاتور در ماشین dc:

حالت موتوری: در حالت موتوری وظیفه کموتاتور تثبیت موقعیت شار رتور در فضا می باشد.

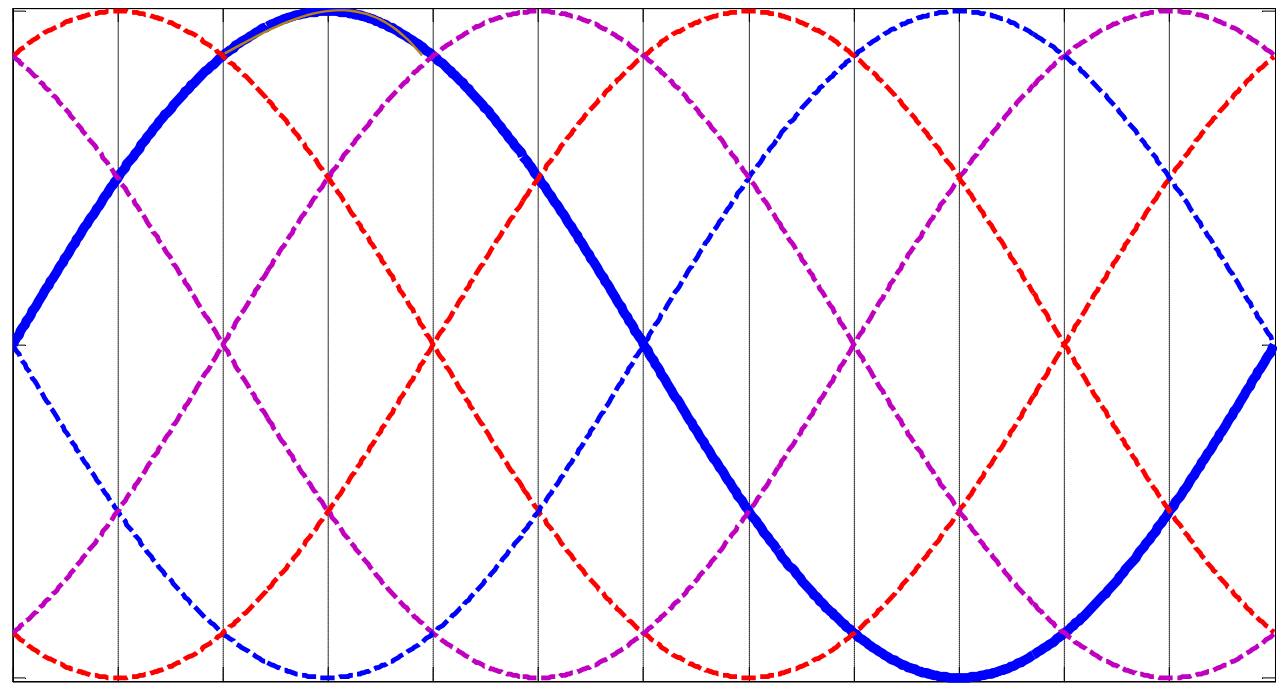
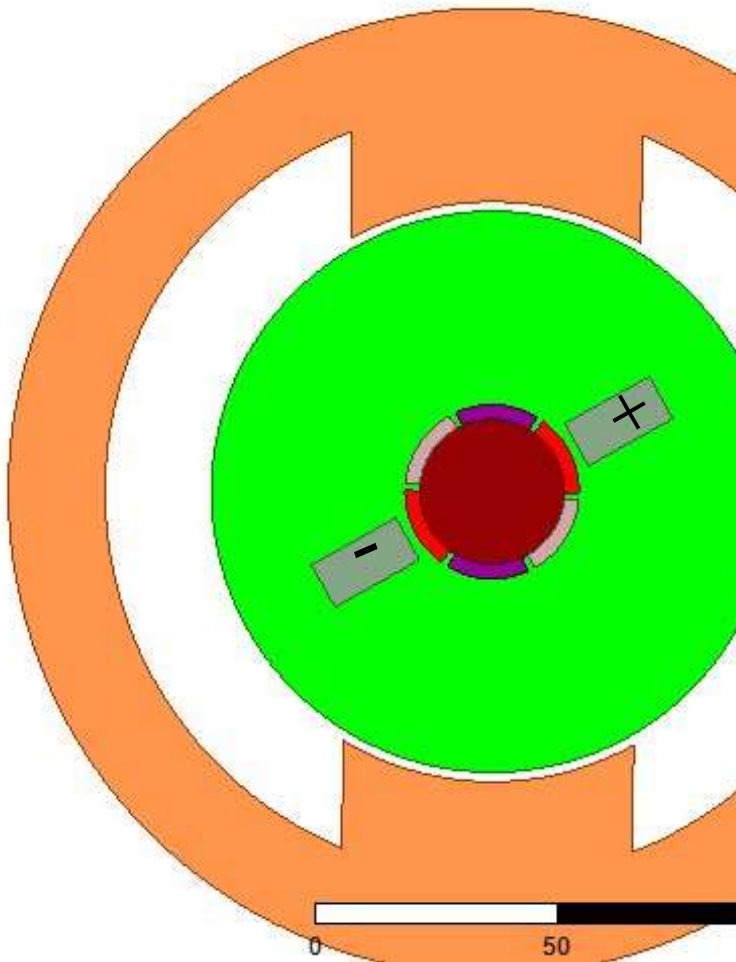






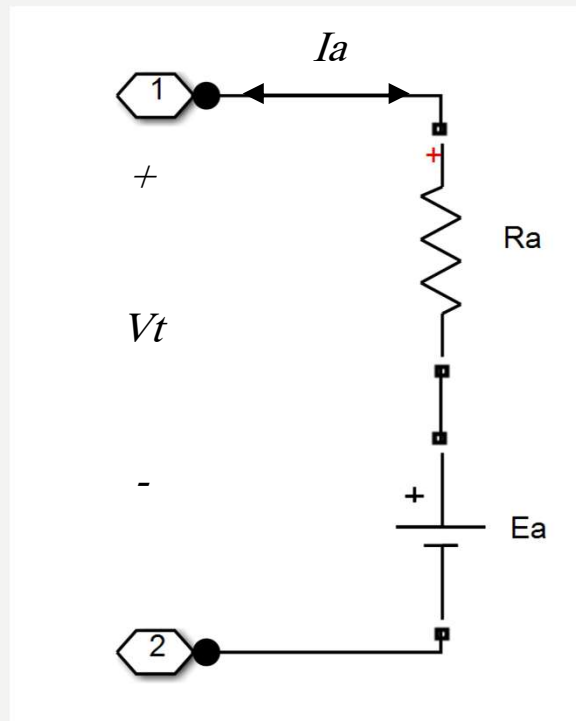
## وظیفه کموتاتور در ماشین dc:

حالت ژنراتوری: یکسوسازی ولتاژ القا شده در سیم پیچی رتور.



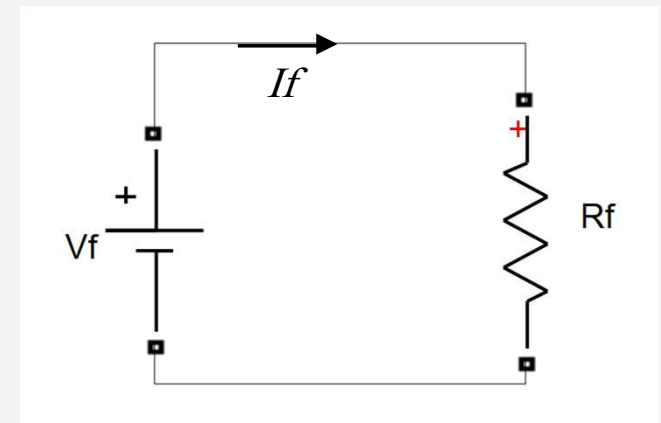
## مدار معادل ماشین dc:

رتور که سیم پیچی آرمیچر به آن متصل شده و یک ولتاژ dc در آن القا میشود با یک مقاومت و یک منبع dc مدل میگردد.

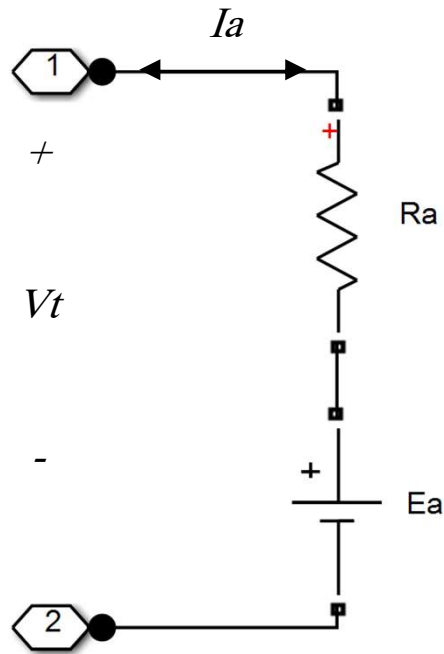


استاتور که سیم پیچی تحریک به آن متصل شده و جریان dc در آن جاری است با یک مقاومت مدل میشود.

\* جریان استاتور عامل ایجاد شار تحریک میباشد.



## روابط ماشین dc:



۱- روابط KVL و KCL مرتبط با اتصالات موتور

$$V_t = E_a \pm R_a I_a$$

جمع برای حالت موتوری و تفریق برای ژنراتوری

ژنراتوری  $E_a > V_t$       موتوری  $E_a < V_t$

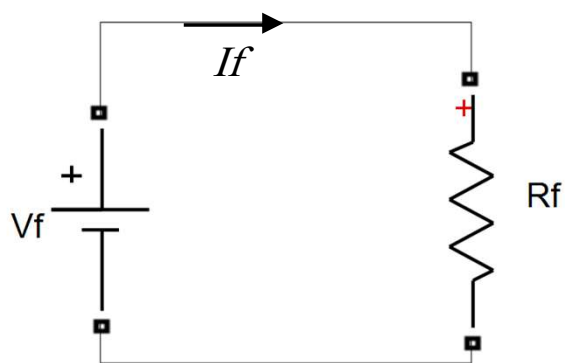
$$E_a = k\phi\omega$$

۲- ولتاژ القایی رتور

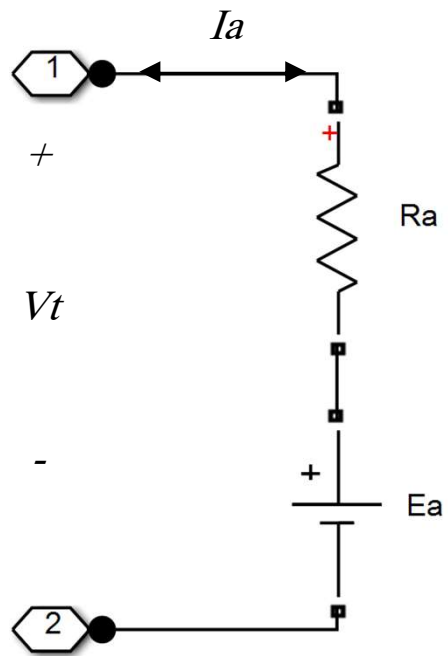
$k$  عدد ثابت بسته به نوع سیم بندی رتور، تعداد قطب استاتور و تعداد دور سیم پیچی استاتور

$\phi$  شار تحریک ناشی از جریان استاتور ( $I_f$ )

$\omega$  سرعت رتور بر حسب rad/s







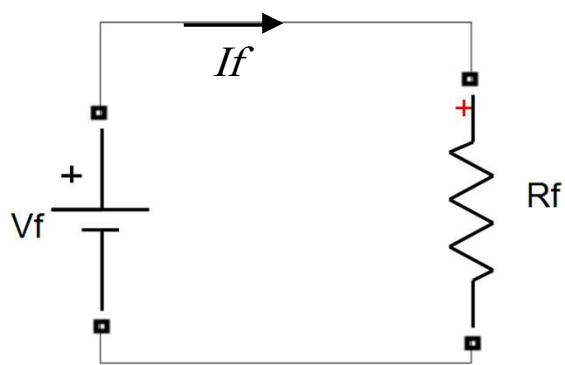
$$T = k\phi I_a$$

۳- گشتاور ماشین

$k$  عدد ثابت بسته به نوع سیم بندی رتور، تعداد قطب استاتور و تعداد دور سیم پیچی استاتور

$\phi$  شار تحریک ناشی از جریان استاتور ( $I_f$ )

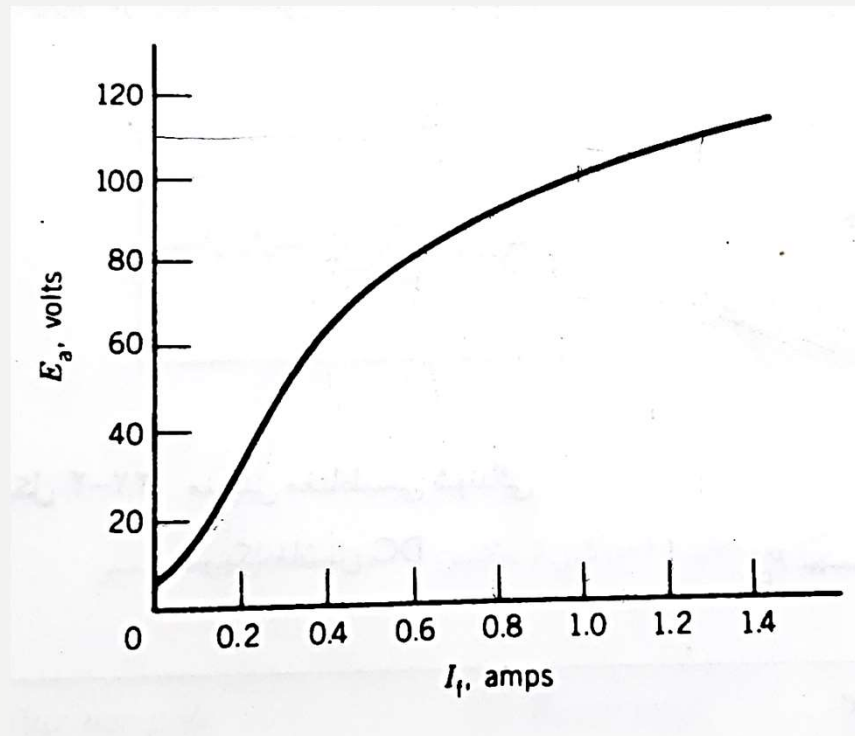
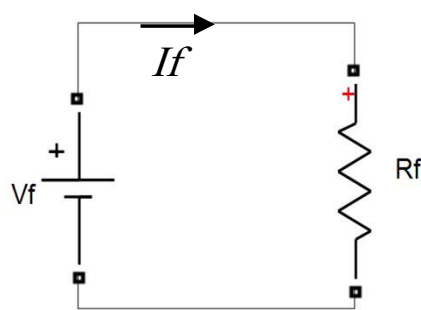
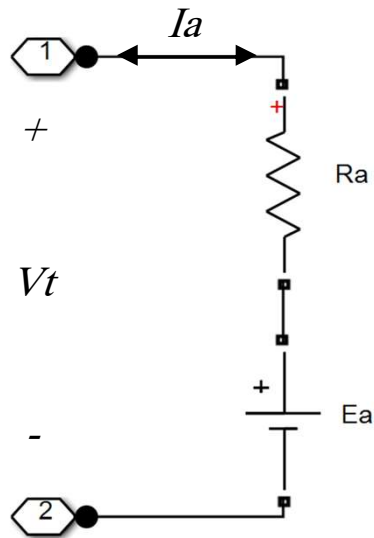
$I_a$  جریان رتور



روابط ۲ و ۳ در همه ماشینهای dc برقرار هستند.

## منحنی مغناطیس شونددگی ( اشباع ) در ماشین:

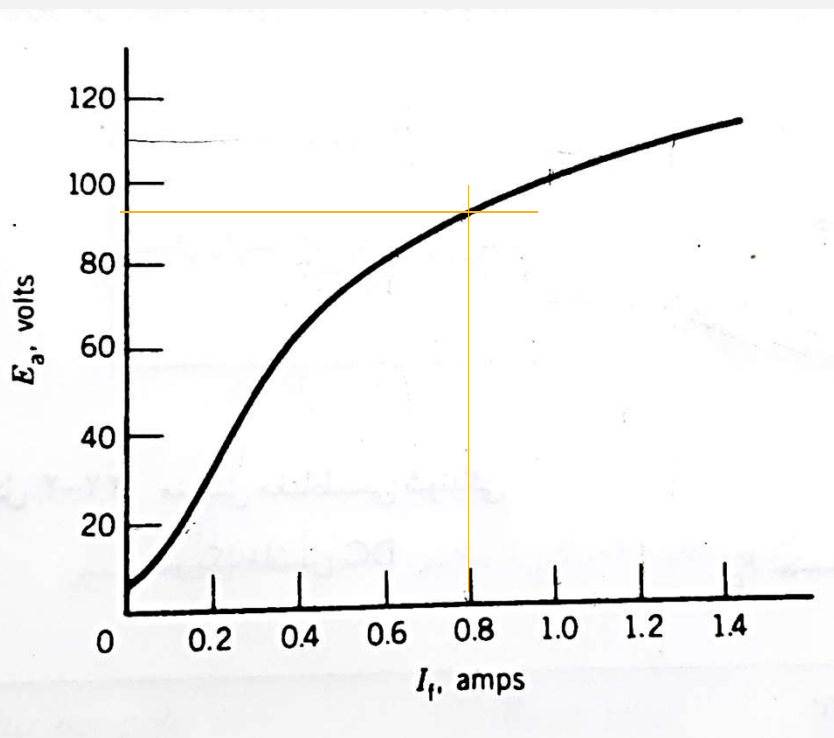
این منحنی ارتباط بین جریان استاتور ( $I_f$ ) و ولتاژ القا شده در رتور ( $E_a$ ) را مشخص میکند.  
این منحنی با آزمایش مدار باز ماشین تحت سرعت ثابت تعیین میگردد.



$$E_a = k\phi\omega$$

$$\phi \propto I_f \quad , \quad \omega = cte$$

مثال) یک موتور dc ۱ کیلو وات، ۱۲۰ ولت، ۱۰۰۰ دور بر دقیقه مفروض است. مشخصه اشباع موتور برای سرعت ۱۰۰۰ rpm در زیر داده شده است. در صورتی که موتور به ولتاژ ۱۲۰ ولت وصل باشد و جریان تحریک موتور ۰/۸ آمپر و سرعت موتور نامی باشد، جریان آرمیچر و گشتاور موتور را تعیین کنید. مقاومت رتور ۲ اهم است.



از روی مشخصه به ازای جریان تحریک ۰/۸ آمپر، ولتاژ القایی برابر ۹۳ ولت تعیین میشود (حدوداً)

$$E_a = 93V$$

$$V_t = E_a + R_a I_a \rightarrow$$

$$I_a = \frac{120 - 93}{2} = 13.5A$$

برای تعیین گشتاور

$$E_a = k\phi\omega \rightarrow k\phi = \frac{E_a}{\omega}$$

$$T = k\phi I_a = \frac{E_a}{\omega} I_a = \frac{93}{1000 \times \frac{2\pi}{60}} 13.5 = 12 Nm$$

اگر در مثال فوق جریان رتور را در سرعت ۱۲۰۰ rpm میخواست؟

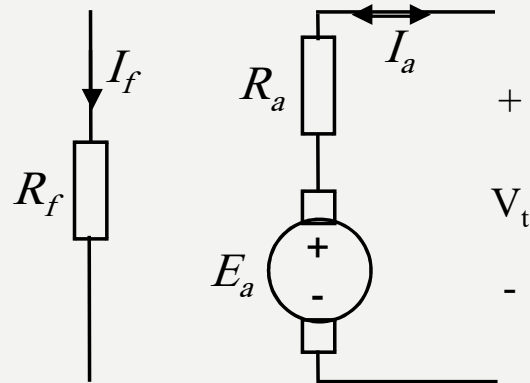
چون شار برای هر دو سرعت ثابت است پس:

$$\frac{E_{a1000}}{\omega_{1000}} = \frac{E_{a1200}}{\omega_{1200}} \rightarrow E_{a1200} = 93 \frac{1200}{1000} = 111.6V$$

$$I_a = \frac{120 - 111.6}{2} = 4.2A$$

## انواع ماشینهای dc:

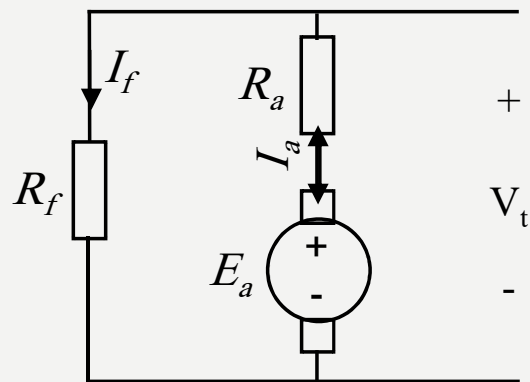
۱- ماشین dc تحریک مستقل



$$E_a = k\phi\omega \quad , \quad T = k\phi I_a$$

$$V_t = \begin{cases} E_a + R_a I_a & \text{motor} \\ E_a - R_a I_a & \text{generator} \end{cases}$$

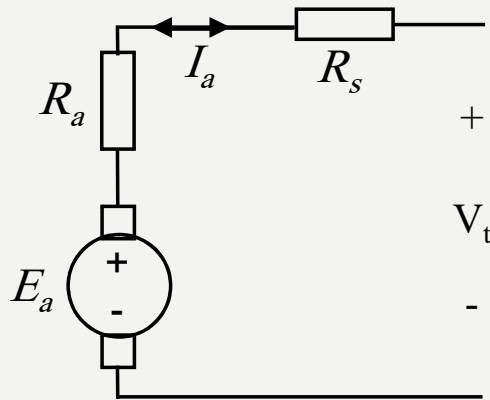
۲- ماشین dc تحریک شنت (موازی)



$$E_a = k\phi\omega \quad , \quad T = k\phi I_a$$

$$V_t = \begin{cases} E_a + R_a I_a & \text{motor} \\ E_a - R_a I_a & \text{generator} \end{cases}$$

۳- ماشین dc تحریک سری

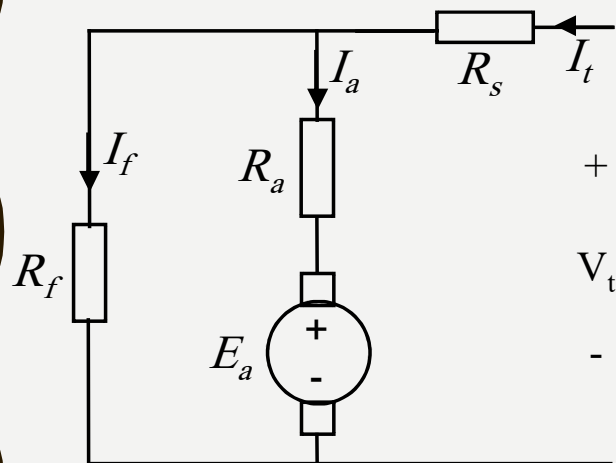


$$E_a = k\phi\omega \quad , \quad T = k\phi I_a$$

$$I_a = I_f$$

$$V_t = \begin{cases} E_a + (R_a + R_s)I_a & \text{motor} \\ E_a - (R_a + R_s)I_a & \text{generator} \end{cases}$$

۴- ماشین dc تحریک مختلط (کمپوند)



$$E_a = k\phi\omega \quad , \quad T = k\phi I_a$$

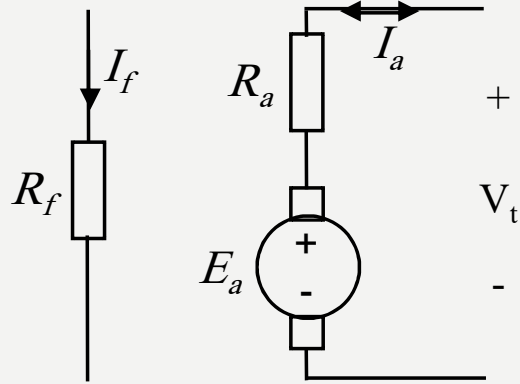
$$I_t = I_a + I_f : \text{motor}$$

$$V_t = \begin{cases} E_a + R_a I_a + R_s I_t & \text{motor} \\ E_a - R_a I_a - R_s I_t & \text{generator} \end{cases}$$

الف) اضافی

ب) نقصانی

## بررسی ژنراتورهای dc



در ژنراتور dc با اعمال جریان به استاتور و چرخاندن رتور می توان به ولتاژ dc در خروجی رتور رسید.

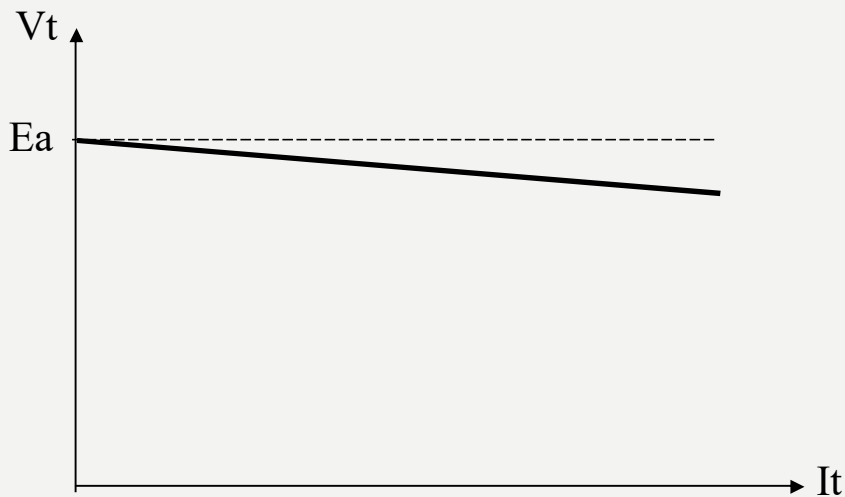
در ژنراتور مشخصه ولتاژ خروجی بر حسب جریان بار مهم است.

۱- ژنراتور تحریک مستقل

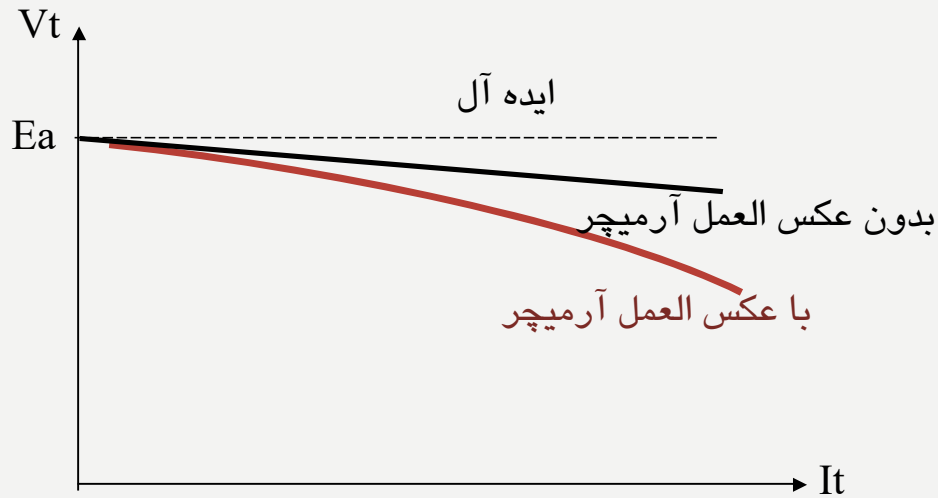
رابطه ولتاژ خروجی بر حسب جریان بار (خروجی)

$$V_t = E_a - R_a I_a$$

ولتاژ خروجی تقریباً ثابت



## اثر عکس العمل آرمیچر



- میدان اصلی موتور توسط جریان استاتور تولید میشود.
- جریان رتور هم یک میدان ثانویه ایجاد میکند.
- میدان رتور هم جهت با میدان استاتور نیست.
- میدان رتور می تواند میدان استاتور را تضعیف کند.
- این تضعیف، اثر عکس العمل آرمیچر نام دارد.

$$V_t = E_a - R_a I_a$$

- با افزایش جریان رتور، شار استاتور بیشتر کاهش می یابد پس  $E_a$  کوچکتر میشود.

$$E_a = k\phi\omega$$

- پس با افزایش  $I_a$  هم افت مقاومتی رتور بیشتر میشود هم  $E_a$  کاهش می یابد پس  $V_t$  شدیدتر از قبل کاهش می یابد.

$$I_{f(eff)} = I_{f(actual)} - I_{f(AR)}$$

- اثر عکس العمل آرمیچر با یک جریان تحریک منفی مدل میشود.



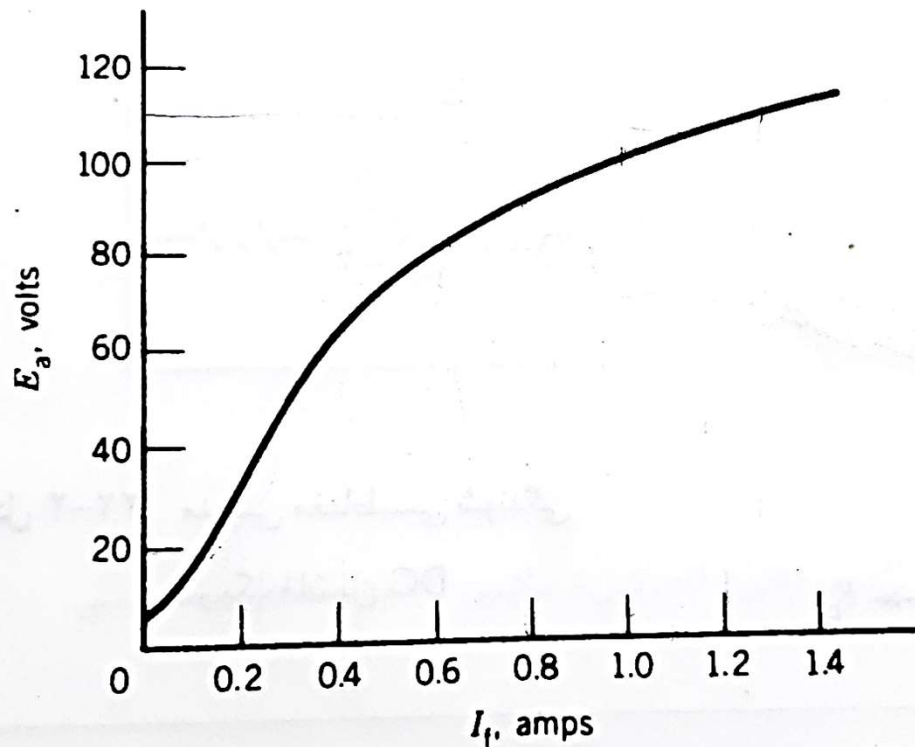
**مثال)** یک ژنراتور dc ۱۲ کیلو وات، ۱۰۰ ولتی، ۱۰۰۰ دور بر دقیقه با مقاومت آرمیچر ۰/۱ اهم و مقاومت تحریک ۱۸۰ اهم مفروض است که تعداد دور مدار تحریک ۸۰۰ دور است. جریان تحریک نامی موتور ۱ آمپر است. (مشخصه برای سرعت ۱۰۰۰ در روبرو آمده است.) این ماشین به صورت ژنراتور تحریک مستقل در سرعت ۱۰۰۰ استفاده شده و جریان تحریک نامی از استاتور میگذرد.

الف) در بار کامل ولتاژ پایانه ژنراتور را حساب کنید.

ب) اگر جریان معادل عکس العمل آرمیچر ۰/۰۶ آمپر باشد:

۱- ولتاژ پایانه ژنراتور را حساب کنید.

۲- اگر بخواهیم در بار کامل ولتاژ خروجی ۱۰۰ ولت باشد جریان تحریک را حساب کنید.



حل:

جریان تحریک ۱ آمپر که ولتاژ القایی ۱۰۰ ولتی را نتیجه می دهد.  
جریان بار کامل میشود:

$$I_{an} = \frac{12kW}{100V} = 120A$$

$$V_t = E_a - R_a I_a = 100 - 120 \times 0.1 = 88V$$

الف) پس ولتاژ ترمینال میشود:

$$I_{f(eff)} = 1 - 0.06 = 0.94A$$

ب) با کم کردن اثر عکس العمل آرمیچر از جریان تحریک داریم:

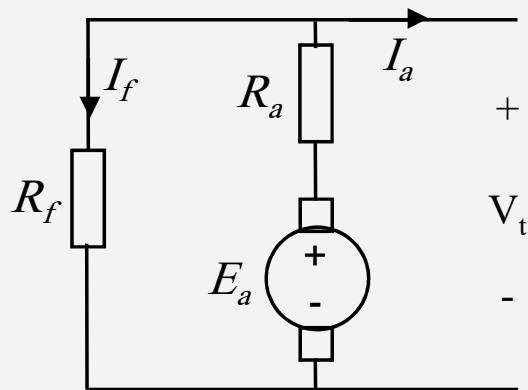
۱- این جریان تحریک می تواند ولتاژ القایی ۹۸ ولت را در ۱۰۰۰ دور بر دقیقه تولید کند. پس ولتاژ خروجی میشود:

$$V_t = E_a - R_a I_a = 98 - 120 \times 0.1 = 86V$$

$$E_a = V_t + R_a I_a = 100 + 120 \times 0.1 = 112V$$

۲- برای داشتن ۱۰۰ ولت در خروجی در بار کامل

برای داشتن ای ولتاژ القایی باید تحریک ۱/۴ آمپر باشد که چون ۰/۰۶ هم اثر آرمیچر هست پس باید جریان واقعی تحریک ۱/۴۶ آمپر باشد.



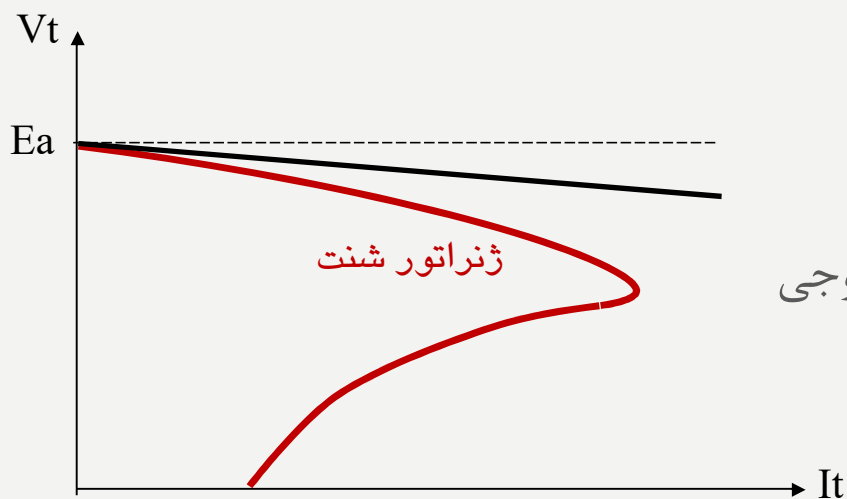
$$V_t = E_a - R_a I_a$$

۲- ژنراتور تحریک شنت

برای اینکه این ژنراتور بتواند به صورت خود تحریک کار کند باید علاوه بر چرخاندن رتور دو شرط زیر برقرار باشند:

۱- در هسته موتور پسماند مغناطیسی وجود داشته باشد.

۲- میدان ناشی از مدار تحریک، پسماند مغناطیسی را تقویت کند.

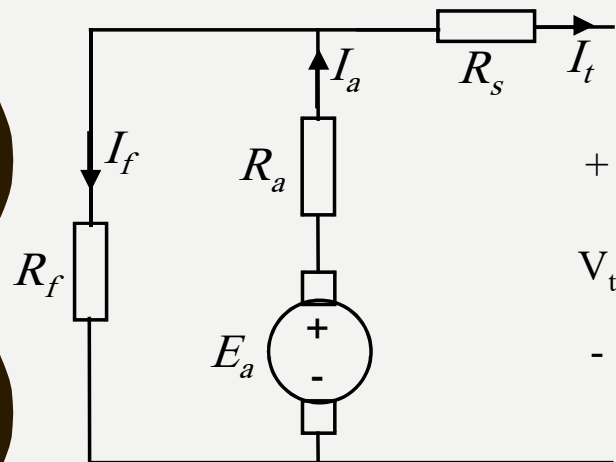


در این ژنراتور با افزایش جریان بار، ولتاژ خروجی افت میکند، پس جریان تحریک کم شده و در نتیجه  $E_a$  کاهش یافته پس ولتاژ خروجی شدیدتر افت میکند.

۲- ژنراتور تحریک مختلط

$$V_t = E_a - R_a I_a - R_s I_t$$

$$I_t = I_a - I_f$$



• شار ناشی از سیم پیچی تحریک سری میتواند شار اصلی ماشین را تقویت کند (اضافی) یا تضعیف کند (نقصانی).

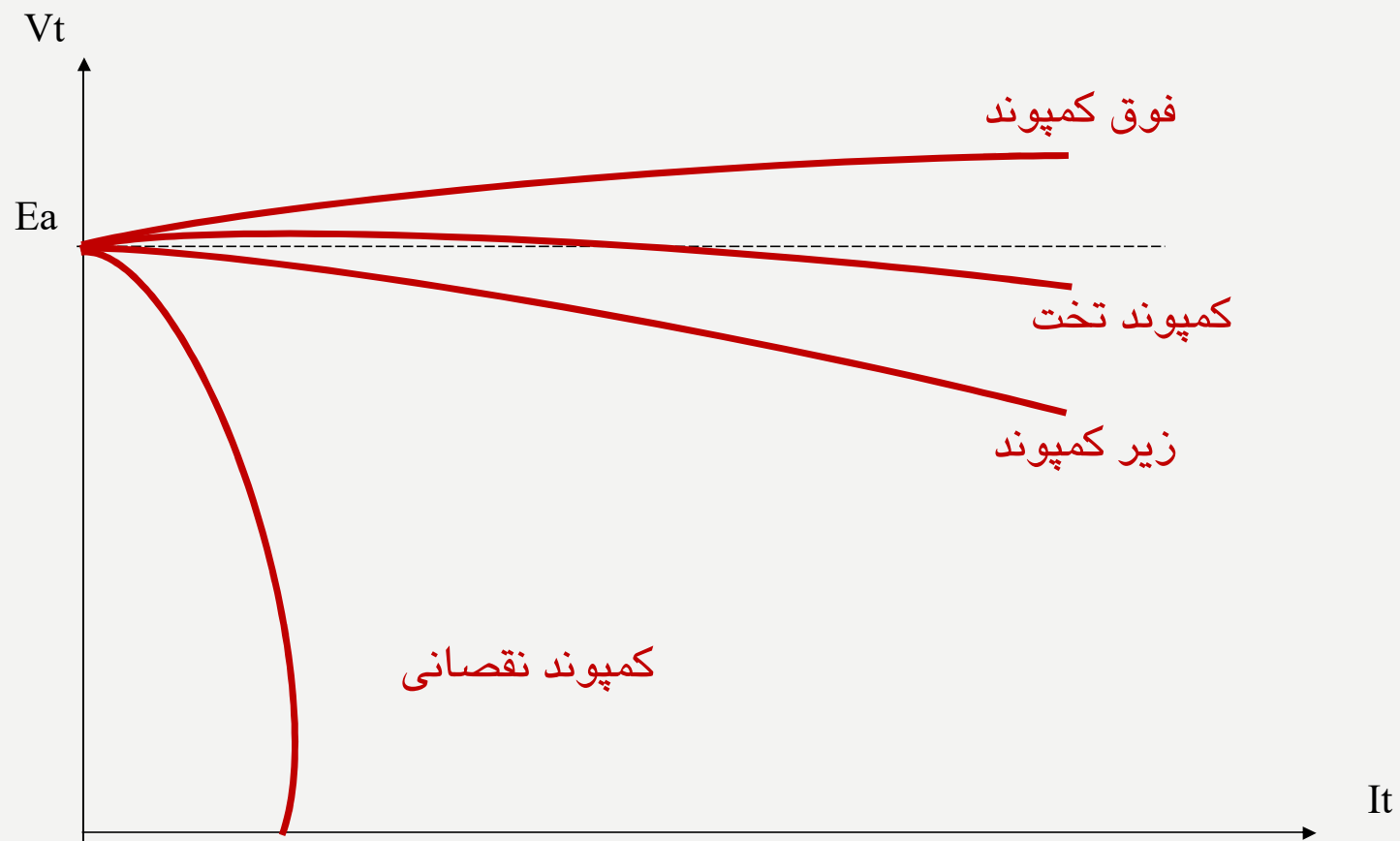
• این شار به جریان بار وابسته است.

$$E_a = k(\varphi_f \pm \varphi_s) \omega$$

$$\varphi_f \propto I_f \quad , \quad \varphi_s \propto I_t$$

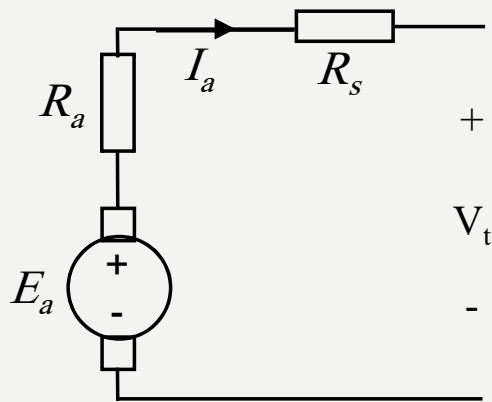
در کمپوند اضافی:

- اگر خاصیت سیم پیچ تحریک سری ضعیف باشد : مشخصه زیر کمپوند
- اگر خاصیت سیم پیچ تحریک سری در حد سیم پیچ تحریک موازی باشد: مشخصه کمپوند تخت
- اگر خاصیت سیم پیچ تحریک سری خیلی قوی باشد : مشخصه فوق کمپوند



$$I_{f(eff)} = I_f \pm \frac{N_s}{N_f} I_s$$

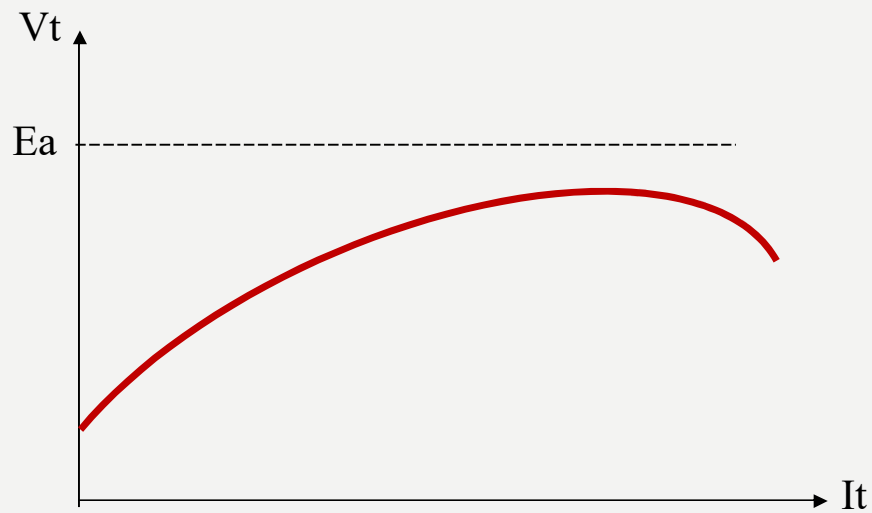
۲- ژنراتور تحریک سری



$$V_t = E_a - R_a I_a - R_s I_a$$

$$I_t = I_a = I_f$$

- برای اینکه این ژنراتور ولتاژ تولید کند باید حتما بار متصل باشد تا جریان جاری گردد.

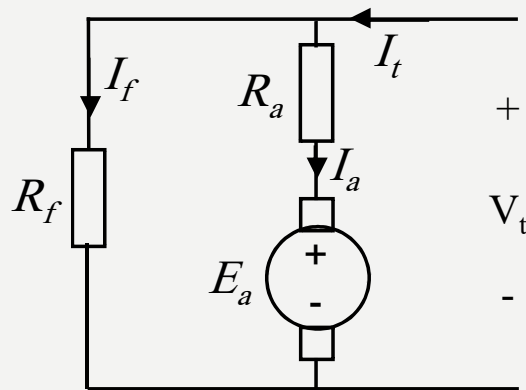


## بررسی موتورهای dc

در موتور dc با اعمال جریان به استاتور و رتور به طور همزمان می توان باعث چرخش رتور شد.

در یک موتور مشخصه سرعت بر حسب گشتاور بار مهم است.

۱- موتور تحریک شنت



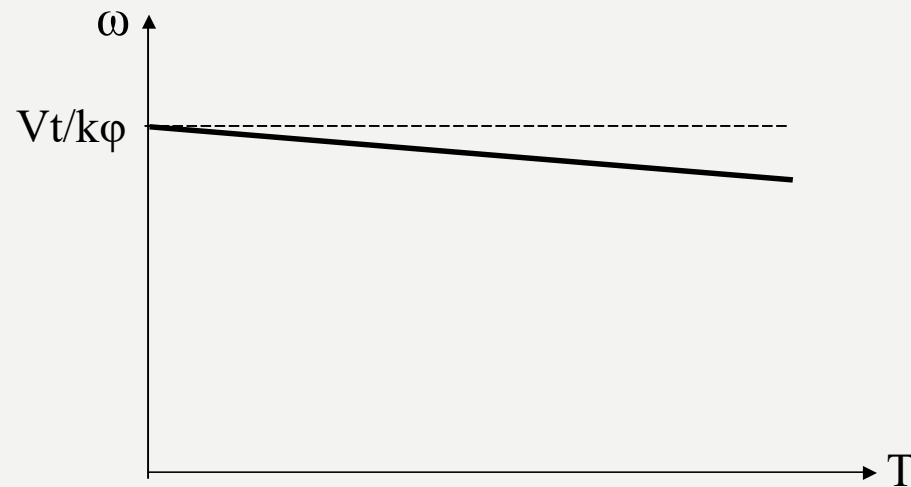
$$E_a = k\phi\omega \quad , \quad T = k\phi I_a$$

$$V_t = E_a + R_a I_a$$

برای تعیین مشخصه سرعت- گشتاور موتور:

$$E_a = k\phi\omega \rightarrow \omega = \frac{E_a}{k\phi} = \frac{V_t - R_a I_a}{k\phi} = \frac{V_t}{k\phi} - \frac{R_a}{k\phi} I_a$$

$$\xrightarrow{T=k\phi I_a} \omega = \frac{V_t}{k\phi} - \frac{R_a}{(k\phi)^2} T$$

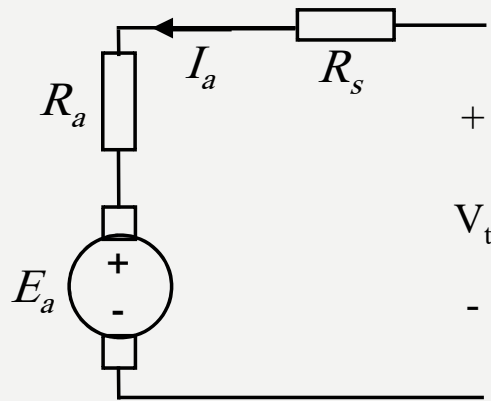


کنترل سرعت موتور:

- ۱- با تنظیم ولتاژ  $V_t$
- ۲- با تنظیم شار ( جریان  $I_f$  )
- ۳- با تنظیم مقاومت  $R_a$



۲- موتور تحریک سری



$$E_a = k\phi\omega \quad , \quad T = k\phi I_a$$

$$I_a = I_f \quad , \quad V_t = E_a + (R_a + R_s)I_a$$

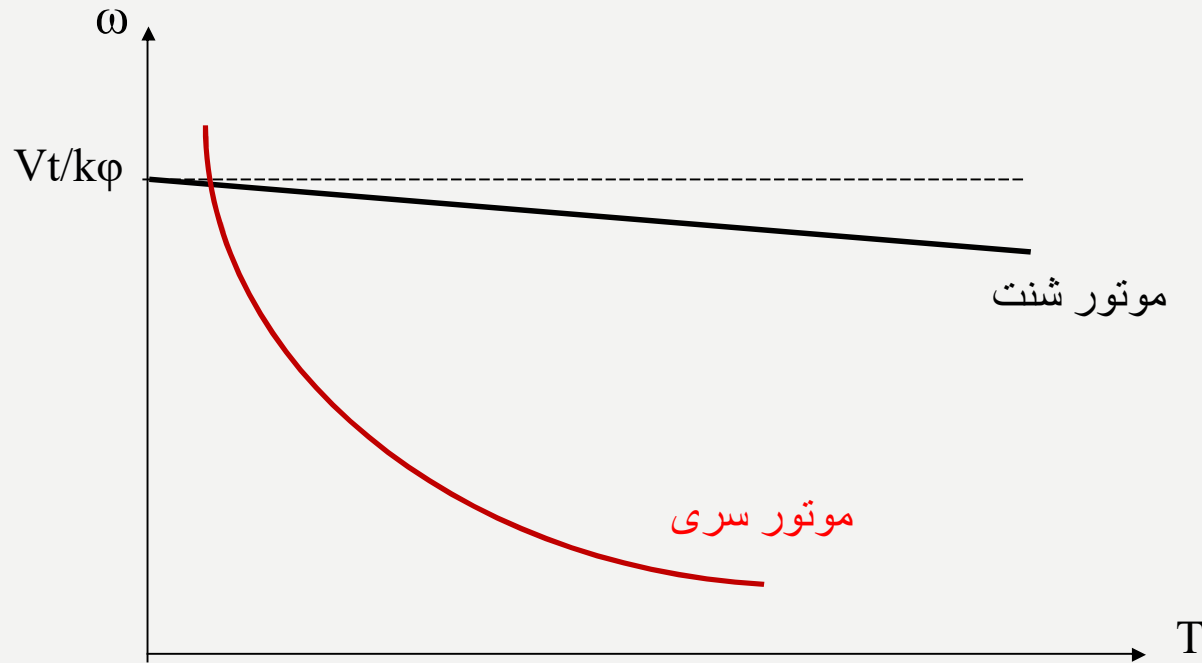
تعیین مشخصه سرعت - گشتاور:

$$I_a = I_f \rightarrow k\phi = k'I_f = k'I_a \rightarrow \begin{cases} E_a = k'I_a\omega \\ T = k'I_a^2 \end{cases}$$

$$E_a = k'I_a\omega \rightarrow \omega = \frac{E_a}{k'I_a} = \frac{V_t - (R_a + R_s)I_a}{k'I_a} = \frac{V_t}{k'I_a} - \frac{R_a + R_s}{k'}$$

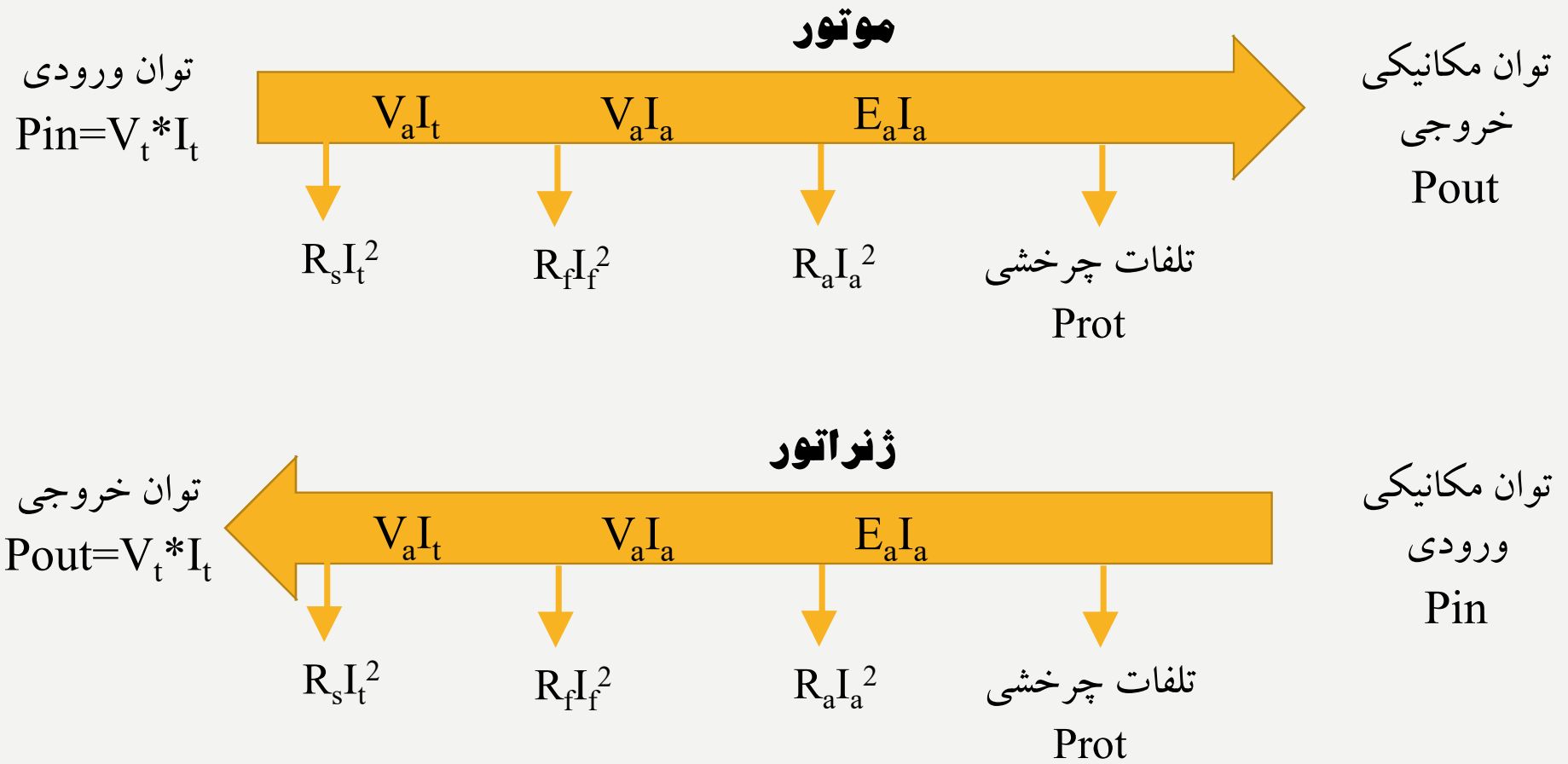
$$\xrightarrow{T = k'I_a^2} \omega = \frac{V_t}{\sqrt{k'T}} - \frac{R_a + R_s}{k'}$$

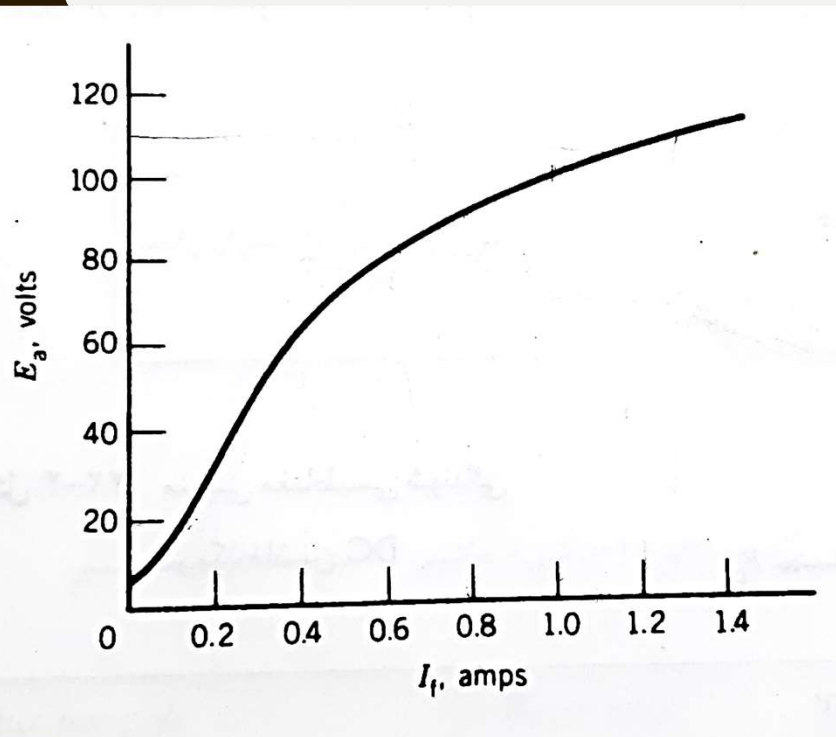
برای تعیین مشخصه سرعت- گشتاور موتور:



- گشتاور در سرعت های کم زیاد است.
- اگر بار روی روی موتور برداشته شود، موتور شدیداً سرعت میگیرد.
- گشتاور به توان دوم جریان وابسته است. ← ۱- قدرت موتور زیاد است. ۲- با برق ac هم کار میکند.

پخش توان در ماشینها:





**مثال)** یک ماشین dc ۱۲ کیلو واتی، ۱۰۰ ولتی، ۱۰۰۰ دور بر دقیقه با مقاومت آرمیچر ۰/۱ اهم و مقاومت تحریک ۸۰ اهم مفروض است. ماشین به عنوان موتور شنت به منبع ۱۰۰ ولتی متصل میگردد. در بی باری سرعت موتور ۱۰۰۰ دور بر دقیقه و جریان آرمیچر ۶ آمپر می باشد. (مشخصه برای سرعت ۱۰۰۰ در روبرو آمده است.)

الف) چه مقدار مقاومتی در مدار تحریک اضافه شده است؟

ب) در سرعت نامی تلفات چرخشی را تعیین کنید.

ج) در شرایطی که از آرمیچر جریان نامی بگذرد، سرعت، گشتاور و بازده موتور را تعیین کنید.

**حل:**

$$E_a = V_t - R_a I_a = 100 - 0.1 \times 6 = 99.4V \quad \text{ولتاژ منبع ۱۰۰ ولت بوده و جریان بر باری ۶ آمپر است.}$$

با توجه به مشخصه مغناطیس شونددگی برای داشتن ولتاژ القایی  $99/4$  ولت به جریان تحریک ۱ آمپری نیاز است. از آنجایی که ولتاژ ترمینال ۱۰۰ ولت است و جریان تحریک ۱ آمپر پس مقاومت مدار تحریک باید ۱۰۰ اهم باشد که ۸۰ اهم آن مقاومت خود سیم پیچی و ۲۰ اهم نیز مقاومت اضافه شده است.

ب) در حالت بی باری که توان خروجی نداریم، توان  $E_a I_a$  در موتور همان تلفات چرخشی است. پس:

$$P_{rot} = E_a I_a = 99.4 \times 6 = 596.4W$$

ج) در شرایط بار نامی

$$I_{an} = \frac{12kW}{100V} = 120A$$

$$E_{aNL} = 99.4V \quad , \quad E_{aFL} = V_t - R_a I_a = 100 - 0.1 \times 100 = 88V$$

$$\frac{E_{aFL}}{E_{aNL}} = \frac{k\phi_{FL} \omega_{FL}}{k\phi_{NL} \omega_{NL}} = \frac{\omega_{FL}}{\omega_{NL}} \quad \rightarrow \quad \omega_{FL} = \frac{88}{99.4} 1000 = 885.3rpm$$

$$T = \frac{E_a I_a}{\omega} = \frac{88 \times 120}{885.3 \times \frac{2\pi}{60}} = 113.9 Nm$$

$$P_{out} = E_a I_a - P_{rot} = 10560 - 596.4 = 9963.6 W$$

$$P_{in} = V_t I_t = V_t (I_a + I_f) = 12099 W$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = 82.35\%$$

**مثال)** ماشین مثال قبل به صورت موتور شنت استفاده میشود. در حالت بی باری جریان آرمیچر ۶ آمپر و سرعت موتور ۱۰۰۰ دور بر دقیقه و در حالت بار کامل ۱۲۰ آمپر و ۹۳۲ دور بر دقیقه است. الف) اثر عکس العمل آرمیچر از دیدگاه جریان تحریک چقدر است؟ ب) در هر قطب چند دور سیم پیچی تحریک سری اضافه کنیم تا ماشین کمپوند اضافی شده و سرعتش در بار کامل ۸۰۰ دور بر دقیقه شود (از RS صرف نظر شود)؟ ج) اگر سیم پیچی سری طوری وصل شود که موتور کمپوند نقصانی به دست آید، در شرایط اسمی سرعت موتور را حساب کنید. (Nf=1200)

**حل:**

از مثال قبل برای حالت بی باری جریان تحریک ۱ آمپر به دست آمد.  
برای بار نامی ولتاژ القایی در سرعت ۹۳۲ دور بر دقیقه:

$$E_a = V_t - R_a I_a = 100 - 0.1 \times 120 = 88V$$

چون مشخصه اشباع برای سرعت ۱۰۰۰ داده شده ولی سرعت ما ۹۳۲ دور است باید  $E_a$  را برای سرعت ۱۰۰۰ تعیین کنیم.

$$E_{a1000} = \frac{1000}{932} 88V = 94.4V$$

حالا با استفاده از منحنی اشباع می توان جریان تحریک را تعیین کرد که برابر است با ۰/۸۶ آمپر  
جریان تحریک در واقع همان ۱ آمپر است ولی به در بار کامل به اندازه ۰/۸۶ آمپر تاثیر دارد پس مقدار  
اثرگذاری عکس العمل آرمیچر ۰/۱۴ آمپر است.

ب) در بار نامی  $E_a$  برابر ۸۸ ولت بوده و سرعت نیز باید ۸۰۰ دور بر دقیقه باشد. اگر این  $E_a$  را به سرعت  
۱۰۰۰ منتقل کنیم میشود.

$$E_{a1000} = \frac{1000}{800} 88V = 110V$$



از منحنی اشباع برای ۱۱۰ ولت جریان تحریک میشود ۱/۳۲ آمپر

$$I_{f(eff)} = I_f + \frac{N_s}{N_f} (I_a + I_f) - I_{f(AR)} \rightarrow 1.32 = 1 + \frac{N_s}{1200} (120 + 1) - 0.14 \rightarrow N_s = 4.5$$

$$I_{f(eff)} = 1 - \frac{4.5}{1200} (120 + 1) - 0.14 = 0.4A$$

ج) برای کمپوند نقصانی داریم:

از منحنی مغناطیس شونددگی برای این تحریک در سرعت ۱۰۰۰ داریم  $E_a = 65V$

می دانیم که این ولتاژ برای سرعت ۱۰۰۰ به دست آمده ولی طبق  $k_v I$  در بار نامی ولتاژ القایی ۸۸ ولت میشود پس می توان سرعت را برای ۸۸ ولت با همین جریان تحریک به دست آورد.

$$n = \frac{88V}{65V} 1000rpm = 1344rpm$$