



## مقدمه و پیشینه پژوهش

در صنعت هواپیمایی، سود خطوط هوایی بستگی به میزان در دسترس بودن هواپیما دارد و یکی از عوامل مهم برای در دسترس بودن هواپیما، در دسترس بودن قطعات یدکی می باشد به این معنی که قطعات معیوب در یک هواپیما باید در مدت زمان بسیار کوتاهی تعمیر یا تعویض شود. در دسترس بودن قطعه یدکی باعث کاهش زمان زمین گیر بودن هواپیما و انجام به موقع پرواز ها شده و در نهایت باعث افزایش سودآوری می گردد. از طرفی تعداد موجودی قطعات یدکی نیز با توجه به سرمایه گذاری مورد نیاز عامل مهمی در مدیریت هزینه ها می باشد. چنانچه بتوان ظرفیت بهینه برای نگهداری قطعات یدکی را با توجه به در دسترس بودن قطعه محاسبه کرد اقدام اثربخشی در کاهش هزینه ها خواهد بود. همچنین با توجه به اینکه قطعات یدکی تعمیر شده هواپیما می تواند در انبار نگهداری شده و بجای قطعه نو روی هواپیما نصب شود، می توان از مفاهیم صف برای محاسبه ظرفیت مورد نیاز نگهداری قطعه یدکی و تعداد ایستگاه های تعمیرات استفاده کرد. مدل های مبتنی بر صف می تواند با تقریب نسبتاً دقیقی متغیر هایی مانند طول صف، تعداد سرور و سایر متغیر ها را محاسبه نماید.

یک سیستم صف را می توان این گونه توصیف کرد که مشتریان برای خدمت وارد می شوند، اگر ارائه خدمت به فوریت و بدون انتظار امکان نداشته باشد منتظر می مانند و سیستم را بعد از دریافت خدمت ترک می کنند. واژه مشتری یک مفهوم کلی است و صرفاً به یک فرد (انسان) اطلاق نمی شود. برای مثال یک مشتری می تواند یک بلبرینگ باشد که برای پولیش شدن در انتظار است. (محمد علی پور اهری، ۱۴۰۲)

ترمز های کربنی نسل جدیدی از ترمز ها می باشند که برای اولین بار در سال ۱۹۷۳ بر روی هواپیمای جت ما فوق صوت کنکوردر مورد استفاده قرار گرفت و در دهه های اخیر برای هواپیماهای نظامی، مسافربری، ماشین های مسابقه و قطار های سریع السیر نیز استفاده شده اند. ترمز های کربنی دارای صفحات کربنی می باشد که پس از چندین پرواز و انجام فرایند های نشست و برخاست<sup>۱</sup> به علت ساییدگی نیاز به تعمیر یا بازیابی پیدا می کنند. بازیابی ترمز ها شامل عملیاتی است به نام ریفربیشد<sup>۲</sup> یا رفرش ترمز شناخته می شود. کالای ریفربیشد شده در واقع کالایی است که به هر دلیل دچار نقص فنی شده و کمپانی با رفع آن مشکل محصول را مجدداً با قیمتی کمتر و برچسب "Refurbished" راهی بازار می کند. از نظر فنی کالای ریفربیشد شده هیچ تفاوتی با محصول اصلی ندارد و تنها یک بار تعمیر یا بازسازی مجدد شده است. طی مراحل تعمیر، تعدادی از صفحات ترمز که بعلت ساییدگی نازک شده اند و مجموع این صفحات ضخامتی کمتر از ضخامت استاندارد دارد را کنار یکدیگر قرار داده و ضخامت کل را به مقدار استاندارد می رسانند. ترمز های رفرش شده از نظر عملکرد فنی تقریباً تفاوتی با ترمز های نو ندارند.

در این تحقیق از یک مدل مبتنی بر تئوری صف (Srivathsan and Viswanathan, 2017) استفاده شده که هدف آن کمینه کردن هزینه های یک کارگاه تعمیراتی از طریق محاسبه دقیق تعداد واحد های تعمیراتی مورد نیاز و ظرفیت مورد نیاز برای نگهداری ترمز های رفرش شده می باشد. در این مدل تعداد نیروی انسانی مورد نیاز نیز کمینه می گردد زیرا تعداد نیروی انسانی مورد نیاز تابعی از تعداد واحد تعمیراتی می باشد. نوآوری این مقاله در این است که از یک مدل ابداع شده در کاربردی

<sup>1</sup> Take off and Landing

<sup>2</sup> Refurbished

جدید استفاده شده و دلیل بکارگیری این مدل نیز خاصیت این مدل تعمیرات در استفاده مجدد از قطعات تعمیری بجا ب قطعه نو می باشد که این خاصیت در صنعت تعمیرات هواپیما و ترمز کاربرد دارد.

ترمز های کربنی از جنس کامپوزیت های کربن-کربن (CCCs) از الیاف کربنی ساخته شده اند که در یک ماتریس کربن جاسازی شده اند. آنها به طور گسترده ای در صنعت هوافضا به عنوان نازل های موشک، نوک های ورود مجدد، لبه های بال، محفظه های رانش و دیسک های ترمز به دلیل پایداری حرارتی بالا، پایین انبساط حرارتی، مقاومت در برابر شوک حرارتی بالا، ظرفیت حرارتی بالا و دو برابر شدن عمر مفید با ۶۰ درصد وزن دیسک های فولادی استفاده می شوند.

(Hadar-Shanny and et al, 2021)

کامپوزیت های کربن-کربن دسته جدیدی از مواد مهندسی هستند که ماهیت سرامیکی دارند اما رفتاری شکننده تا شبه پلاستیک از خود نشان می دهند. مواد کربن-کربن یک کامپوزیت منحصر به فرد تمام کربن با فیبر کربنی است که در ماتریس کربن جاسازی شده است و به عنوان یک کامپوزیت معکوس شناخته می شود. کامپوزیت های کربن-کربن به دلیل خواص حرارتی-ساختاری عالی خود در کاربردهای تخصصی مانند نوک دماغه های ورودی مجدد، لبه های جلویی، نازل های موشک و دیسک های ترمز هواپیما به جز کاربرد های فراوان در صنعت و زیست پزشکی استفاده می شوند. (Windhorst and et al, 1997)

در سیستم های خدماتی که در دسترس بودن محصولات یا زمان تحویل سریع ( $TAT^3$ ) را تضمین می کنند، مشتریان انتظار دارند یک محصول یا خدمات جایگزین در همان روز به آنها ارائه شود. این ویژگی ها در صنایع رایانه نیز رایج می باشد بطوریکه مشتریان انتظار دارند محصول سالم را در همان زمان ارائه محصول خراب تحویل بگیرند. تعمیرات معمولاً شامل شناسایی اجزای معیوب (مانند هارد دیسک، مانیتور، یا یک کارت خاص یا کارتریج) و تعمیر یا تعویض آن است. تعمیر واقعی یک قطعه معیوب بسیار بیشتر از TAT قرارداد شده طول می کشد. بنابراین، مراکز خدمات شرکت ها معمولاً برای ارائه خدمات سریع از طریق تعویض فوری قطعه معیوب، قطعات تعمیر شده را در انبار نگه می دارند. قطعه معیوب که از محصول خارج می شود به مرکز تعمیر ارسال می شود. البته تعمیر قطعات معیوب به جای استفاده از قطعات جدید تنها در صورتی انجام می شود که هزینه تعمیر یک قطعه معیوب به طور قابل توجهی کمتر از هزینه ساخت یک قطعه جدید باشد و عملکرد قطعه تعمیر شده نزدیک به یک قطعه جدید باشد. با توجه به اینکه در سال های اخیر مباحث محیط زیستی و کاهش تولید دی اکسید کربن و سایر گاز های گلخانه ای اهمیت روز افزونی پیدا کرده است، استفاده از قطعات کارکرده تعمیر شده ممکن است بیشتر در چرخه اقتصاد مورد توجه قرار گیرد. برای هر جزء از محصول که تعمیر و سرویس می شود، مدیریت خدمات پس از فروش مستلزم مدیریت موجودی قطعات تعمیر شده و همچنین قطعات معیوب برگشتی است که در صف انتظار تعمیر هستند.

سیستم موجودی اقلام قابل تعمیر (RIIS)<sup>۴</sup> یک سیستم بسته است که شامل تعداد ثابتی اقلام مانند تانک ها (در ارتش)، جرثقیل ها و تجهیزات خاکبرداری (در ساخت و ساز) و غیره است. این اقلام ممکن است در مکان ها یا انبارهای مختلف قرار گیرند. علاوه بر اقلام مورد استفاده، موجودی اقلام یدکی نیز نگهداری می شود. هنگامی که برای یک مورد در حال استفاده خرابی رخ می دهد، برای تعمیر فرستاده شده و با یک کالای یدکی جایگزین می شود. هنگامی که هیچ اقلام یدکی در

<sup>3</sup> Turn around Time

<sup>4</sup> Repairable Item Inventory System

دسترس نباشد، سفارشات تعمیر عقب می افتد. هدف از این پژوهش تعیین تعداد واحدهای یدکی است، به طوری که هزینه کل (شامل هزینه نگهداری و سفارش مجدد) به حداقل برسد. (Srivathsan and Viswanathan, 2017)

توران و همکاران در خصوص مساله برنامه ریزی نیروی کار چند ماهه برای ایجاد یک شبکه خدمات تعمیر و نگهداری انعطاف پذیر برای دارایی های با ارزش مطالعه نموده اند. ظرفیت نیروی کار و سطوح موجودی قطعات یدکی با یک تقریب صف در این تحقیق بهینه شده است. برای یافتن جواب بهینه از الگوریتم های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک<sup>۵</sup>، جستجوی همسایگی متغیر<sup>۶</sup>، و الگوریتم های خوشه بندی مبتنی بر برنامه نویسی عدد صحیح<sup>۷</sup> استفاده شده است. (Turan and et al, 2021)

در پژوهشی دیگر توران و همکاران به مساله طراحی یک تعمیرگاه در یک سیستم تامین قطعات یدکی چند موردی قابل تعمیر پرداخته اند. یک مدل برای ادغام منابع، تخصیص موجودی و تعیین سطح ظرفیت تعمیرگاه با خرابی تصادفی و زمان تعمیر موارد قابل تعمیر پیشنهاد شده که با در نظر گرفتن زمان تعمیر و هزینه نگهداری هر قطعه یدکی قابل تعمیر تعمیرگاه با خوشه بندی سیستم های فرعی، پیچیدگی مساله را کاهش داده و با استفاده از تقریب های نظری صف برای بهینه سازی سطح موجودی و ظرفیت اقدام شده است. اثربخشی روش پیشنهادی با چندین آزمایش عددی تحلیل شده است. طرح های تعمیرگاه پیشنهاد شده توسط این رویکرد، به ترتیب در مقایسه با طرح های کاملاً انعطاف پذیر و کاملاً اختصاصی، حدود ۱۰٪ و ۳۰٪ کاهش هزینه ها را به طور متوسط ارائه می کنند. (Turan and et al, 2018)

اقسامی و همکاران در یک پژوهش یک فرآیند تولید ناقص را در یک سیستم صف M/M/1 با موجودی پیوسته که توسط یک بازرس تازه کار غربال شده است، مورد مطالعه قرار می دهد. نتایج این پژوهش برای مطالعه موردی واقعی مدیریت موجودی خون در بیمارستانی در تهران بکار برده شده است. این سیستم تولید از فرآیند پواسون پیروی می کند و ممکن است اقلام معیوب تولید کند که قرار است با یک فرآیند بازرسی شناسایی شوند. اقلام یک صف M/M/1 در سیستم بازرسی تشکیل می دهند. علاوه بر این، بازرس مستعد طبقه بندی نادرست نوع ۱ و نوع ۲ است. طبق یک فرآیند پواسون، مشتریان به سیستم می رسند و پس از خدمات دقیقاً با یک مورد آن را ترک می کنند. تعداد مشتریان در سیستم، موجودی و تعداد اقلام در سیستم بازرسی مستقل هستند، یک مدل برنامه ریزی غیرخطی تک متغیری (SVNLPM) برای به حداقل رساندن هزینه کل مورد انتظار در مورد نرخ تولید با استفاده از معیارهای عملکرد بلند مدت ایجاد شده است. (Aghsami and et al, 2021)

توران و همکاران یک سیستم تعمیر و نگهداری متشکل از یک مرکز تعمیر را مدل سازی نموده اند، که در آن موارد قابل تعمیر در موجودی انبار نگهداری می شوند تا به دارایی ها کمک کنند تا از خرابی جلوگیری شود و در دسترس بودن افزایش یابد. متغیر ها در این مدل مقادیر بهینه موجودی قطعات یدکی قابل تعمیر و ظرفیت نیروی کار در مرکز تعمیر می باشد بگونه ای که هزینه کل کمینه گردد. در این مدل به سیستم صف بندی قطعات توجه ای نشده و برای تعیین ظرفیت نیروی کار و موجودی قطعات یدکی صرفاً با استفاده از مدل سازی ریاضی تعیین شده است. (Turan and et al, 2020)

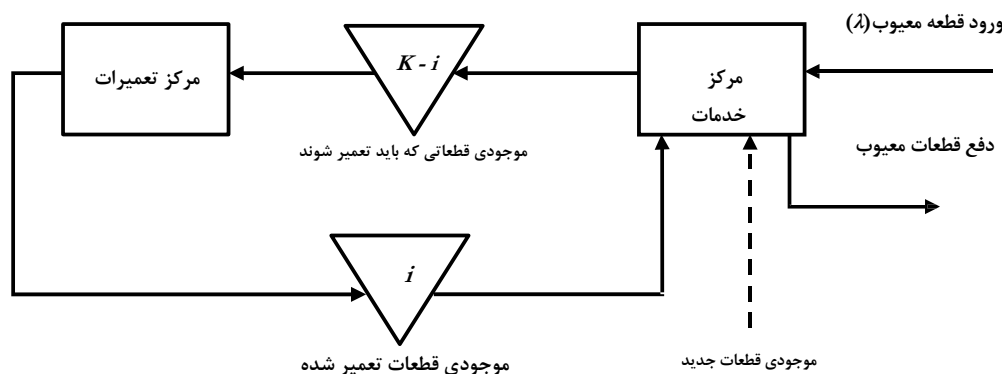
صبری لقایی و همکاران یک سیستم تولیدی را که در آن ماشین های یکسان «m» محصولات غیریکسان را با یک نرخ مشخص تولید می کنند مطالعه نمودند. محصولات ساخته شده توسط هر دستگاه از طرف دیگر با نرخ تقاضای خاصی مصرف می شوند. ماشین ها ممکن است تحت تأثیر خرابی های ناخواسته قرار گیرند. ماشین ها بر اساس توزیع پواسون با نرخ های مساوی خراب

<sup>5</sup> genetic algorithm (GA)

<sup>6</sup> variable neighbourhood search (VNS)

<sup>7</sup> integer programming-based clustering (IPBC)





شکل ۱: سیستم موجودی قطعات تعمیر شده

متغیرهای تصمیم گیری در این مساله حداکثر موجودی (قطعات تعمیر شده و اجزای معیوب)،  $K$  و تعداد سرورها (تعداد واحد های تعمیراتی)،  $c$  هستند، زیرا این دو پارامتر کل هزینه تحمیل شده توسط سیستم را تعیین می کنند. تابع هزینه کل مورد انتظار از احتمالات حالت پایدار و طول صف مورد انتظار برای مدل صف اساسی استفاده می کند. در این مدل ویژگی های تابع هزینه کل استخراج شده و مرزهای مفیدی بر روی متغیرهای تصمیم بدست می آید، سپس این مرز ها به طور موثری برای توسعه الگوریتم های کارآمد برای به دست آوردن سطح موجودی بهینه اجزای تعمیر شده و همچنین تعداد سرورها در مرکز تعمیر استفاده می شوند.

نماد های استفاده شده در کل مقاله بصورت جدول ۲ معرفی می گردد:

جدول ۲: تعریف پارامتر های مدل

| پارامتر های مدل | تعریف                                                             |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------|
| $\lambda$       | نرخ ورود قطعات خراب                                               |
| $\mu$           | نرخ تعمیر هر واحد تعمیراتی در کارگاه                              |
| $\alpha$        | نسبت تعمیر پذیری قطعات خراب                                       |
| $C_n$           | واحد هزینه خرید یک قطعه جدید                                      |
| $C_r$           | واحد هزینه تعمیر قطعات خراب ( $C_r < C_n$ )                       |
| $C_p$           | واحد هزینه هر واحد تعمیراتی در کارگاه                             |
| $R_{s1}$        | درآمد فروش یک قطعه خراب بدون انجام تعمیر ( $C_n - R_{s1} > C_r$ ) |
| $R_{s2}$        | درآمد فروش یک قطعه خراب غیر قابل تعمیر ( $C_n - R_{s2} > C_r$ )   |
| $h_r$           | هزینه نگهداری قطعات تعمیر شده                                     |
| $h_f$           | هزینه نگهداری قطعات خراب ( $h_f < h_r$ )                          |
| $Z_n$           | هزینه مورد انتظار خالص استفاده از یک قطعه جدید                    |
| $Z_r$           | هزینه مورد انتظار خالص تعمیر یک قطعه خراب در واحد زمان            |
| $Z_{h1}$        | هزینه مورد انتظار نگهداری قطعات تعمیر شده در واحد زمان            |
| $Z_{h2}$        | هزینه مورد انتظار نگهداری قطعات قابل تعمیر در واحد زمان           |



|                                                                            |                      |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| هزینه هر واحد تعمیراتی در واحد زمان                                        | $Z_s(C)$             |
| هزینه مورد انتظار کل عملیات                                                | $Z(K, C)$            |
| تعداد قطعات خراب در سیستم تعمیرات (در صف یا در حال تعمیر)                  | $I_F$                |
| تعداد قطعات تعمیر شده                                                      | $I_R$                |
|                                                                            | $\alpha\lambda/C\mu$ |
| درصد ارضای تقاضای تعمیر با قطعات جدید                                      | $f_n$                |
| احتمال وجود $n$ ترمز خراب در سیستم $[P(I_F = n)]$                          | $P_n$                |
| احتمال وجود $i$ قطعه خراب قابل تعمیر و $j$ موجودی قطعات تعمیر شده در سیستم | $\pi_{ij}$           |
| ماکسیمم موجودی مجموع قطعات تعمیر شده و خراب در سیستم $(I_F + I_R)$         | $K$                  |
| تعداد واحد های تعمیراتی (سرویس ها)                                         | $C$                  |

### اجزای هزینه در مدل عبارتند از

(الف) هزینه خالص مورد انتظار استفاده از قطعات جدید، زمانی که موجودی قطعات تعمیر شده صفر می باشد، (یعنی زمانی که تعداد قطعات در سیستم صف تعمیر  $K$  است) این هزینه شامل هزینه قطعات جدید منهای درآمد مورد انتظار از فروش مستقیم قطعه معیوب (که تعمیر نشده است) می باشد.

(ب) هزینه مورد انتظار تعمیر قطعات معیوب،

(ج) هزینه نگهداری موجودی مورد انتظار اجزای تعمیر شده

(د) هزینه نگهداری موجودی مورد انتظار اجزای معیوب (برای تعمیر)

(ه) هزینه کارکرد سرورهای C.

(الف) هنگامی که  $I_F = K$  باشد از قطعات جدید برای ارضای تقاضا استفاده می شود. بنابراین، هزینه مورد انتظار در واحد زمان اجزای جدید  $C_n \lambda P_K$  است. به همین ترتیب، اجزای معیوب برای تعمیر وارد صف نمی شوند (در غیر این صورت صف تعمیر در حالت پایدار بی نهایت بزرگ می شود). بنابراین درآمد مورد انتظار در واحد زمان از دفع اجزای معیوب  $R_{S1} \lambda$  است. بنابراین، هزینه خالص مورد انتظار استفاده از یک جزء جدید بصورت زیر است:

$$Z_n = (C_n - R_{SL}) \lambda P_K \quad (1)$$

(ب) فقط زمانی که  $I_R > 0$  باشد، اجزای معیوب وارد شده برای تعمیر انتخاب می شوند (و تقاضا با یک قطعه تعمیر شده برآورده می شود). بنابراین هزینه مورد انتظار در واحد زمان تعمیر قطعات معیوب بصورت زیر می باشد:

$$Z_r = C_r \lambda^{(1-P_r)} \quad (2)$$

(ج) هزینه مورد انتظار در واحد زمان برای نگهداری موجودی قطعات تعمیر شده بصورت زیر است:

$$Z_{k1} = h_p E [I_p] = h_p (K - E [I_p]) \quad (3)$$

(د) هزینه مورد انتظار در واحد زمان برای نگهداری موجودی قطعات معیوب برای انجام تعمیر بصورت زیر می باشد:

$$Z_{h2} = h_F E [I_F] \quad (4)$$

(ه) هزینه هر واحد زمان برای راه اندازی سرورهای  $c$  (یا ماشین آلات و نیروی انسانی) برای تعمیر بصورت زیر است:

$$\mathbf{Z}_s(c) = \mathbf{C}_s c \quad (5)$$

بیان هزینه کل مورد انتظار  $Z(K, c)$  برای مقدار ثابت  $K$  و  $c$  را می توان با جمع عبارات (۱) تا (۵) به صورت زیر بدست آورد:

$$Z(K, c) = C_r \lambda + (C_n - C_r - R_{s1}) \lambda P_K + h_R (K - E[IF]) + h_F E[IF] + C_P c \tag{6}$$

از آنجایی که مرکز تعمیر به عنوان یک سیستم صف  $M/M/c/K$  مدل سازی می شود، توزیع تعداد اجزای معیوب (در صف یا در فرآیند) را می توان به صورت زیر بدست آورد. (Turan and et al, 2021)

$$P_n = \begin{cases} \frac{(c\rho)^n}{n!} P_0 & ; 1 < n < c \\ \frac{c^c \rho^n}{c!} & ; c + 1 < n < c \end{cases} \tag{7}$$

در صورتیکه:

$$P_0 = \begin{cases} \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \left( \frac{(c\rho)^n}{n!} + \frac{(c\rho)^c}{c!(1-\rho)} - \frac{c^c \rho^{K+1}}{c!(1-\rho)} \right) \right]^{-1} & \rho \neq 1 \\ \left[ \sum_{n=1}^{c+1} \left( \left( \frac{c\rho^n}{n!} \right) + \frac{(c\rho)^c}{c!(1-\rho)} - \frac{c^c \rho^{K+1}}{c!(1-\rho)} \right) \right]^{-1} & \rho = 1 \end{cases} \tag{8}$$

با استفاده از روابط (۷) و (۸)، احتمال پر بودن سیستم صف تعمیر،  $P_K$  را می توان به صورت زیر بدست آورد.

$$P_K = \frac{c^c \rho^K}{c!} P_0 \tag{9}$$

موجودی مورد انتظار اجزاء (در صف یا در فرآیند) برای تعمیر،  $E[IF]$ ، با عبارت زیر ارائه می شود.

$$E[IF] = \frac{P_0 (c\rho)^c}{c!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{(K-c+1)} - (1-\rho)(K-c+1)\rho^{(K-c)} - c\rho^{(K-c)}(1-\rho)^2] + c\rho \tag{10}$$

با جایگزینی روابط (۸)، (۹) و (۱۰) در رابطه (۶)، عبارت هزینه مورد انتظار  $Z(K, c)$  را به عنوان تابعی از  $K$  و  $c$  به صورت زیر بدست می آوریم:

$$Z(K, c) = C_r \lambda + \frac{(C_n - C_r - R_{s1}) \lambda c^c \rho^K}{c! \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^n}{n!} + \frac{(c\rho)^c}{c!(1-\rho)} - \frac{c^c \rho^{K+1}}{c!(1-\rho)} \right]} + C_P c + K h_R - (h_R - h_F) \left\{ \frac{(c\rho)^c \rho [1 - \rho^{(K-c+1)} - (1-\rho)(K-c+1)\rho^{(K-c)} - c\rho^{(K-c)}(1-\rho)^2] + c\rho}{c!(1-\rho)^2 \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^n}{n!} + \frac{(c\rho)^c}{c!(1-\rho)} - \frac{c^c \rho^{K+1}}{c!(1-\rho)} \right]} \right\} \tag{11}$$

نشان داده شده که  $Z(K, c)$  نسبت به  $K$  محدب است و بنابراین مساله کمینه سازی تابع هزینه کل یک راه حل بهینه دارد. این موضوع با مشتق گیری از این عبارت ثابت می شود. این موضوع کمک می کند تا مقدار بهینه  $K^*(c)$ ، و همچنین هزینه بهینه  $c$  برای تعداد ثابتی از سرورها تعیین شود. کران پایین  $c$  با عبارت  $z(K^*(C^*), C^*) \leq Z^u = Z(K^*(0), 0) = (C_n - R_{s1}) \lambda$  بدست می آید و کران بالای  $c$  نیز بوسیله رابطه زیر:

$$c^u = \frac{Z^u}{c_p} = \frac{(C_n - R_{s1})}{c_p} \tag{12}$$

مقدار بهینه ای برای  $C$  و  $K$  بوسیله برنامه نویسی یک الگوریتم محاسبه شده است و سپس برای مقادیر مختلف از پارامترها یک مطالعه عددی جامع بر روی این مدل، با هدف مطالعه اثر پارامترهای مختلف هزینه و همچنین پارامترهایی مانند نرخ ورود اجزای معیوب و درصد اجزای قابل تعمیر بر روی راه حل بهینه، در محدوده ای از مقادیر پارامتر انجام شده. هزینه واحد برای یک قطعه جدید ( $C_n$ )، درآمد حاصل از فروش یک قطعه معیوب قابل تعمیر  $R_{s1}$ ، درآمد حاصل از فروش یک قطعه معیوب که قابل تعمیر نیست  $R_{s2}$  و نرخ هزینه نگهداری یک قطعه معیوب جزء ( $h_f$ ) به ترتیب ۱۲۰، ۲۰، ۰ و ۱۰ واحد هزینه در نظر گرفته شده، نرخ تعمیر هر سرور در مرکز تعمیر ( $\mu$ )، ۱۰۰ واحد، مقادیر استفاده شده برای هزینه واحد تعمیر یک قطعه

معیوب  $C_r$  اعداد 75، 50 و 25 و هزینه نگهداری ترمز های تعمیر شده ( $h_r$ ) اعداد 20، 30 و 40 در نظر گرفته شد. مقادیر هزینه در واحد زمان کارکرد سرور در مرکز تعمیرات ( $C_p$ ) مورد استفاده 60، 120 و 1800 در نظر گرفته شده. مقادیر استفاده شده برای نرخ ورود اجزای معیوب مورد استفاده  $\lambda$  اعداد 60 و 200 در نظر گرفته شده، مقادیر مورد استفاده برای درصد قطعات معیوب قابل تعمیر  $\alpha$  اعداد 25٪، 75٪، 95٪ و 100٪ نظر گرفته شده، نتایج مقادیر بهینه برای  $c$  و  $K$  برای  $\lambda = 60$  و 200 و برای  $\alpha = 25\%$ ، 75٪، 95٪ و 100٪ به ترتیب در جدول 3 و 4 ارائه شده است. اعداد پررنگ شده در جدول در واقع نشان دهنده هزینه های بالا، به صرفه نبودن انجام تعمیرات و ارجحیت 100٪ خرید قطعات نو می باشد.

جدول 3: خط مشی بهینه برای مدل مرکز تعمیر ( $\lambda = 60$ ،  $\alpha = 25\%, 75\%, 95\%, 100\%$ )

| $C_r$ | $C_p$ | $h_r$ | $\alpha = 25\%$ |             |             | $\alpha = 75\%$ |             |             | $\alpha = 95\%$ |             |             | $\alpha = 100\%$ |             |             |
|-------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|-------------|------------------|-------------|-------------|
|       |       |       | $(c^*, K^*)$    | $Z^*$       | $fn^*$      | $(c^*, K^*)$    | $Z^*$       | $fn^*$      | $(c^*, K^*)$    | $Z^*$       | $fn^*$      | $(c^*, K^*)$     | $Z^*$       | $fn^*$      |
| 75    | 60    | 20    | (1, 7)          | 6592        | 0.75        | (1, 13)         | 5273        | 0.25        | (1, 8)          | 4787        | 0.05        | (1, 6)           | 4696        | 0.02        |
|       |       | 30    | (1, 7)          | 6595        | 0.75        | (1, 13)         | 5289        | 0.25        | (1, 7)          | 4823        | 0.06        | (1, 5)           | 4735        | 0.03        |
|       |       | 40    | (1, 7)          | 6598        | 0.75        | (1, 13)         | 5304        | 0.25        | (1, 6)          | 4855        | 0.06        | (2, 3)           | 4766        | 0.03        |
|       | 120   | 20    | (1, 7)          | 6652        | 0.75        | (1, 13)         | 5333        | 0.25        | (1, 8)          | 4847        | 0.05        | (1, 6)           | 4756        | 0.02        |
|       |       | 30    | (1, 7)          | 6655        | 0.75        | (1, 13)         | 5349        | 0.25        | (1, 7)          | 4883        | 0.06        | (1, 5)           | 4795        | 0.03        |
|       |       | 40    | (1, 7)          | 6658        | 0.75        | (1, 13)         | 5364        | 0.25        | (1, 6)          | 4915        | 0.06        | (1, 4)           | 4832        | 0.06        |
|       | 1800  | 20    | <b>(0, 0)</b>   | <b>6900</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>   | <b>6300</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>   | <b>6060</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>    | <b>6000</b> | <b>1.00</b> |
|       |       | 30    | <b>(0, 0)</b>   | <b>6900</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>   | <b>6300</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>   | <b>6060</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>    | <b>6000</b> | <b>1.00</b> |
|       |       | 40    | <b>(0, 0)</b>   | <b>6900</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>   | <b>6300</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>   | <b>6060</b> | <b>1.00</b> | <b>(0, 0)</b>    | <b>6000</b> | <b>1.00</b> |
| 50    | 60    | 20    | (1, 7)          | 6217        | 0.75        | (1, 13)         | 4148        | 0.25        | (1, 13)         | 3364        | 0.05        | (2, 4)           | 3220        | 0.01        |
|       |       | 30    | (1, 7)          | 6220        | 0.75        | (1, 13)         | 4164        | 0.25        | (1, 10)         | 3404        | 0.05        | (2, 4)           | 3253        | 0.01        |
|       |       | 40    | (1, 7)          | 6223        | 0.75        | (1, 13)         | 4179        | 0.25        | (1, 8)          | 3443        | 0.05        | (2, 4)           | 3287        | 0.01        |
|       | 120   | 20    | (1, 7)          | 6277        | 0.75        | (1, 13)         | 4208        | 0.25        | (1, 13)         | 3424        | 0.05        | (1, 7)           | 3281        | 0.01        |
|       |       | 30    | (1, 7)          | 6280        | 0.75        | (1, 13)         | 4224        | 0.25        | (1, 10)         | 3464        | 0.05        | (1, 6)           | 3332        | 0.02        |
|       |       | 40    | (1, 7)          | 6283        | 0.75        | (1, 13)         | 4239        | 0.25        | (1, 8)          | 3503        | 0.05        | (1, 6)           | 3379        | 0.02        |
|       | 1800  | 20    | <b>(0, 0)</b>   | <b>6900</b> | <b>1.00</b> | (1, 13)         | 5888        | 0.25        | (1, 13)         | 5104        | 0.05        | (1, 7)           | 4961        | 0.01        |
|       |       | 30    | <b>(0, 0)</b>   | <b>6900</b> | <b>1.00</b> | (1, 13)         | 5904        | 0.25        | (1, 10)         | 5144        | 0.05        | (1, 6)           | 5012        | 0.02        |
|       |       | 40    | <b>(0, 0)</b>   | <b>6900</b> | <b>1.00</b> | (1, 13)         | 5919        | 0.25        | (1, 8)          | 5183        | 0.05        | (1, 6)           | 5059        | 0.02        |
| 25    | 60    | 20    | (1, 7)          | 5842        | 0.75        | (1, 13)         | 3023        | 0.25        | (1, 15)         | 1940        | 0.05        | (2, 5)           | 1725        | 0.00        |
|       |       | 30    | (1, 7)          | 5845        | 0.75        | (1, 13)         | 3039        | 0.25        | (1, 13)         | 1980        | 0.05        | (2, 4)           | 1767        | 0.01        |
|       |       | 40    | (1, 7)          | 5848        | 0.75        | (1, 13)         | 3054        | 0.25        | (2, 9)          | 2020        | 0.05        | (2, 4)           | 1800        | 0.01        |
|       | 120   | 20    | (1, 7)          | 5902        | 0.75        | (1, 13)         | 3083        | 0.25        | (1, 15)         | 2000        | 0.05        | (1, 8)           | 1797        | 0.01        |
|       |       | 30    | (1, 7)          | 5905        | 0.75        | (1, 13)         | 3099        | 0.25        | (1, 13)         | 2040        | 0.05        | (1, 7)           | 1854        | 0.01        |

|  |      |    |        |      |      |         |      |      |         |      |      |        |      |      |
|--|------|----|--------|------|------|---------|------|------|---------|------|------|--------|------|------|
|  |      | 40 | (1, 7) | 5908 | 0.75 | (1, 13) | 3114 | 0.25 | (1, 11) | 2081 | 0.05 | (1, 6) | 1908 | 0.02 |
|  | 1800 | 20 | (0, 0) | 6900 | 1.00 | (1, 13) | 4763 | 0.25 | (1, 15) | 3680 | 0.05 | (1, 8) | 3477 | 0.01 |
|  |      | 30 | (0, 0) | 6900 | 1.00 | (1, 13) | 4779 | 0.25 | (1, 13) | 3720 | 0.05 | (1, 7) | 3534 | 0.01 |
|  |      | 40 | (0, 0) | 6900 | 1.00 | (1, 13) | 4794 | 0.25 | (1, 11) | 3761 | 0.05 | (1, 6) | 3588 | 0.02 |

جدول ۴: خط مشی بهینه برای مدل مرکز تعمیر ( $\lambda = 200$ ,  $\alpha = 25\%, 75\%, 95\%, 100\%$ )

| $C_r$ | $C_p$ | $h_r$ | $\alpha = 25\%$ |       |         | $\alpha = 75\%$ |       |         | $\alpha = 95\%$ |       |         | $\alpha = 100\%$ |       |         |
|-------|-------|-------|-----------------|-------|---------|-----------------|-------|---------|-----------------|-------|---------|------------------|-------|---------|
|       |       |       | $(c^*, K^*)$    | $Z^*$ | $f_n^*$ | $(c^*, K^*)$    | $Z^*$ | $f_n^*$ | $(c^*, K^*)$    | $Z^*$ | $f_n^*$ | $(c^*, K^*)$     | $Z^*$ | $f_n^*$ |
| 75    | 60    | 20    | (1, 14)         | 21826 | 0.75    | (2, 21)         | 17441 | 0.26    | (3, 10)         | 15790 | 0.06    | (3, 10)          | 15397 | 0.01    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 21829 | 0.75    | (2, 21)         | 17466 | 0.26    | (3, 10)         | 15841 | 0.06    | (4, 7)           | 15463 | 0.01    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 21832 | 0.75    | (2, 21)         | 17490 | 0.26    | (4, 10)         | 15886 | 0.05    | (4, 7)           | 15512 | 0.01    |
|       | 120   | 20    | (1, 14)         | 21886 | 0.75    | (2, 21)         | 17561 | 0.26    | (2, 34)         | 15953 | 0.06    | (3, 10)          | 15577 | 0.01    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 21889 | 0.75    | (2, 21)         | 17586 | 0.26    | (3, 10)         | 16021 | 0.06    | (3, 9)           | 15644 | 0.01    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 21892 | 0.75    | (2, 21)         | 17610 | 0.26    | (3, 9)          | 16068 | 0.06    | (3, 8)           | 15705 | 0.02    |
|       | 1800  | 20    | (0, 0)          | 23000 | 1.00    | (1, 9)          | 20415 | 0.50    | (2, 34)         | 19313 | 0.06    | (2, 18)          | 19138 | 0.05    |
|       |       | 30    | (0, 0)          | 23000 | 1.00    | (1, 9)          | 20424 | 0.50    | (2, 34)         | 19408 | 0.06    | (2, 15)          | 19218 | 0.06    |
|       |       | 40    | (0, 0)          | 23000 | 1.00    | (1, 9)          | 20434 | 0.50    | (2, 34)         | 19504 | 0.06    | (2, 14)          | 19288 | 0.07    |
| 50    | 60    | 20    | (1, 14)         | 20576 | 0.75    | (2, 21)         | 13694 | 0.26    | (4, 10)         | 11055 | 0.05    | (4, 9)           | 10426 | 0.00    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 20579 | 0.75    | (2, 21)         | 13718 | 0.26    | (4, 10)         | 11098 | 0.05    | (4, 8)           | 10492 | 0.01    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 20582 | 0.75    | (2, 21)         | 13743 | 0.26    | (4, 10)         | 11140 | 0.05    | (4, 8)           | 10551 | 0.01    |
|       | 120   | 20    | (1, 14)         | 20636 | 0.75    | (2, 21)         | 13814 | 0.26    | (3, 13)         | 11239 | 0.05    | (3, 12)          | 10611 | 0.00    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 20639 | 0.75    | (2, 21)         | 13838 | 0.26    | (3, 11)         | 11297 | 0.05    | (3, 11)          | 10693 | 0.01    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 20642 | 0.75    | (2, 21)         | 13863 | 0.26    | (3, 10)         | 11352 | 0.05    | (3, 10)          | 10767 | 0.01    |
|       | 1800  | 20    | (1, 14)         | 22316 | 0.75    | (2, 21)         | 17174 | 0.26    | (2, 34)         | 14612 | 0.06    | (2, 25)          | 14365 | 0.00    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 22319 | 0.75    | (2, 21)         | 17198 | 0.26    | (2, 34)         | 14707 | 0.06    | (2, 22)          | 14480 | 0.04    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 22322 | 0.75    | (2, 21)         | 17223 | 0.26    | (2, 34)         | 14803 | 0.06    | (2, 20)          | 14580 | 0.05    |
| 25    | 60    | 20    | (1, 14)         | 19326 | 0.75    | (2, 21)         | 9947  | 0.26    | (4, 10)         | 6309  | 0.05    | (4, 10)          | 5439  | 0.00    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 19329 | 0.75    | (2, 21)         | 9971  | 0.26    | (4, 10)         | 6352  | 0.05    | (4, 9)           | 5508  | 0.00    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 19332 | 0.75    | (2, 21)         | 9996  | 0.26    | (4, 10)         | 6395  | 0.05    | (4, 9)           | 5576  | 0.00    |
|       | 120   | 20    | (1, 14)         | 19386 | 0.75    | (2, 21)         | 10067 | 0.26    | (3, 13)         | 6497  | 0.05    | (3, 12)          | 5630  | 0.00    |
|       |       | 30    | (1, 14)         | 19389 | 0.75    | (2, 21)         | 10091 | 0.26    | (3, 13)         | 6560  | 0.05    | (3, 12)          | 5722  | 0.00    |
|       |       | 40    | (1, 14)         | 19392 | 0.75    | (2, 21)         | 10116 | 0.26    | (3, 11)         | 6622  | 0.05    | (3, 11)          | 5805  | 0.01    |
|       |       | 20    | (1, 14)         | 21066 | 0.75    | (2, 21)         | 13427 | 0.26    | (2, 34)         | 9911  | 0.06    | (2, 31)          | 9539  | 0.03    |

|  |      |    |         |       |      |         |       |      |         |       |      |         |      |      |
|--|------|----|---------|-------|------|---------|-------|------|---------|-------|------|---------|------|------|
|  | 1800 | 30 | (1, 14) | 21069 | 0.75 | (2, 21) | 13451 | 0.26 | (2, 34) | 10007 | 0.06 | (2, 27) | 9681 | 0.04 |
|  |      | 40 | (1, 14) | 21072 | 0.75 | (2, 21) | 13476 | 0.26 | (2, 34) | 10102 | 0.06 | (2, 24) | 9805 | 0.04 |

### بکارگیری مدل در تعیین ظرفیت کارگاه تعمیر ترمز در فرودگاه

هر هواپیما در فواصل کوتاه در ماه بطور متوسط بین ۱۰۰ تا ۱۵۰ و در فواصل بلند بین ۵۰ تا ۱۰۰ پرواز انجام می دهد که تقریبا هر ۶ ماه یکبار نیاز به تعمیر ترمز برای هواپیما می باشد زیرا در هر عملیات نشست و برخاست (Take off and Landing) از ترمز استفاده شده و مستهلک می گردد. در صورتی که یک ایرلاین را با حدود ۱۰۰ هواپیما از یک نوع مشخص (یک مدل از بوئینگ، ایرباس، فوکر یا سایر هواپیماهای تجاری) در نظر بگیریم که هر کدام بطور میانگین ۱۰۰ پرواز در ماه انجام می دهد، با توجه به دوره ۶ ماهه برای تعمیر، نیاز به سالیانه ۲۰۰ عملیات تعمیر ترمز می باشد.

با توجه به جداول ۴ که در آن  $\lambda$  معادل عدد ۲۰۰ در نظر گرفته شده است، می توان دوره زمانی را شش ماه تعریف نمود و بدین ترتیب نرخ ورود ترمز های نیازمند تعمیر به کارگاه تعمیر ترمز در فرودگاه برای هر دوره زمانی ۶ ماهه تعداد ۱۰۰ عدد ترمز می باشد. در صورتی که با توجه به اطلاعات تجربی ۷۵٪ ترمز های هواپیما را قابل تعمیر و بازیابی در نظر بگیریم، بنابراین  $\alpha$  یا نسبت تعمیر پذیری ترمز های خراب را می توان ۷۵٪ در نظر گرفت. برای هزینه های مختلف شامل هزینه تعمیر ترمز های خراب، هزینه هر واحد تعمیراتی در کارگاه تعمیر ترمز و هزینه نگهداری ترمز های تعمیر شده می توان با مراجعه به جدول ۲ میزان بهینه برای ظرفیت سیستم K و تعداد واحد های تعمیراتی را تخمین زد. بدین ترتیب در صورتیکه هزینه تعمیر هر ترمز خراب عدد ۵۰ واحد پولی باشد، هزینه هر واحد تعمیراتی نیز معادل ۱۲۰ واحد پولی و هزینه نگهداری ترمز های تعمیر شده نیز معادل ۲۰ واحد پولی باشد، با مراجعه به جدول شماره ۴ عدد بهینه برای تعداد سرور یا واحد تعمیراتی ۲ واحد و ظرفیت بهینه برای نگهدای ترمز ها نیز ۲۱ عدد محاسبه می شود. در این وضعیت هزینه کل معادل عدد ۱۰۶۱۱ و درصد ترمز های خریدی نیز صفر می باشد.

در صورتی که نیاز به تعمیر ترمز هواپیما در یک دوره زمانی مشخص (یک ماه تا یک سال) برای تعداد ۶۰ عدد در دوره برآورد شود با مراجعه به جدول شماره ۳ می توان تعداد واحد عملیاتی (یا نیروی انسانی) مورد نیاز و همچنین ظرفیت مورد نیاز برای انبار یا نگهداری ترمز ها را تخمین زد. با توجه به اینکه در این پژوهش از مدلی مبتنی بر تئوری صف برای تخمین متغیر ها استفاده شده است، پژوهش های دیگری به منظور مقایسه با نتایج این تحقیق و از سایر روش ها مانند مدل سازی ریاضی و استفاده از الگوریتم های فراابتکاری می تواند مفید واقع شود.

### نتیجه گیری

در این پژوهش ابتدا یک مدل بهینه سازی برای تخمین ظرفیت یک کارگاه تعمیراتی مطابق با پژوهش انجام شده معرفی گردید. این مدل مبتنی بر مفاهیم نظریه صف می باشد که با در نظر گرفتن نرخ ورود، نرخ خدمت، هزینه های نگهداری قطعه، هزینه انجام تعمیر، هزینه خرید قطعات نو و سایر پارامتر ها می تواند میزان ظرفیت بهینه برای سیستم (K) و تعداد سرور ها یا همان ایستگاه های تعمیراتی یا نیروی انسانی مورد نیاز (C) را از طریق محاسبه و کمینه سازی هزینه ها و تعیین کران برای تعداد سرور ها و ظرفیت سیستم و در نهایت استفاده از یک الگوریتم تعیین نماید. نتایج این مدل به شکل دو جدول ارائه شده که به ازای مقادیر مختلف از پارامتر ها، متغیر ها را تعیین می نماید. پس از ارائه این مدل از نتایج ارائه شده در جداول برای

تعیین ظرفیت مورد نیاز یک کارگاه تعمیرات ترمز هواپیما در فرودگاه استفاده شده است که نوآوری این پژوهش استفاده از این مدل مبتنی بر تئوری صف برای این منظور می باشد. عاملی که باعث شده بتوان از این مدل برای موضوع ذکر شده استفاده کرد، امکان استفاده از قطعات کارکرده و تعمیر شده بجای خرید قطعه جدید می باشد. نتایج این پژوهش کاربردی می تواند در طرح های توسعه یا تاسیس ایرلاین های جدید در کشور و یا بازسازی کارگاه های تعمیراتی ترمز و یا تعیین نیروی انسانی مورد نیاز در هر واحد عملیاتی تعمیرات بکار گرفته شود.

## ۵. منابع و مآخذ

- محمد علی پور اهری، رویا، اسد پور، میلاد، (۱۴۰۲)، نظریه کاربردی صف، انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی نجف آباد، اول
- Aghsami A., Samimi Y., Aghaei A. (2021). A novel Markovian queueing-inventory model with imperfect production and inspection processes: A hospital case study. *Computers & Industrial Engineering*, 162, 107772
- Gross, D., Shortle, J.F., Thompson, J.M. & Harris, C.M. (2008). *Fundamentals of Queueing Theory*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.
- Hadar-Shanny, S.; Tartakovsky, K.; Rabaev, N.L. Influence of service fluids on carbon-carbon aircrafts brake disc oxidation. *Eng. Fail. Anal.* (2021), 125, 105403.
- Sabri-Laghaj k., Mansouri M., Motaghedi-Larijani A., Jalali-Naini G., Combining a maintenance center M/M/c/m queue into the economic production quantity model with stochastic machine breakdowns and repair, (2012), *Computers & Industrial Engineering*, 63, 864-874
- Srivathsan, S.; Viswanathan, S. A queueing-based optimization model for planning inventory of repaired components in a service center. *Computers & Industrial Engineering*. (2017), 106, 373–385.
- Turan H, Kosanoglu F, Atmis M, A multi-skilled workforce optimization in maintenance logistics networks by multi-thread simulated annealing algorithms, *International Journal of Production Research*, Volume 59, (2021)- Issue 9
- Turan H, Sleptchenko A, Pokharel S, A clustering-based repair shop design for repairable spare part supply systems, *Computers & Industrial Engineering*, Volume 125, (2018), Pages 232-244
- Turan, H. H., Atmis, M., Kosanoglu, F., Elsawah, S., & Ryan, M. J. (2020). A risk-averse simulation-based approach for a joint optimization of workforce capacity, spare part stocks and scheduling priorities in maintenance planning, *Reliability Engineering & System Safety*, 204, 107199.
- Windhorst T., Blount G., Carbon-carbon composites: a summary of recent developments and applications, *Materials' & Design*, (1997), Vol. 18, 11-15

## Using a model based on queueing theory to determine the required capacity of an aircraft brake repair shop at an airport

Shayan Shirani Bidabadi

Department of Industrial Engineering, Najaf Abad Branch, Islamic Azad University,  
Najaf Abad, Iran ([shayanshirany@gmail.com](mailto:shayanshirany@gmail.com))

Roya Mohammadalipor Ahari

Department of Industrial Engineering, Najaf Abad Branch, Islamic Azad University,  
Najaf Abad, Iran ([roya.ahari@gmail.com](mailto:roya.ahari@gmail.com))

### Abstract

One of the tools that has been widely used in recent years to determine capacities in production planning and maintenance planning is models based on queue theory. In fact, capacities are considered as variables such as the length of the queue or system and the number of servers required, and based on this, the system capacity and the number of stations (servers) required are calculated. In this study, the capacity and inventory of spare parts required for a brake repair shop are determined using a model based on queue theory and considering various parameters such as costs and rates of defective brakes entering the shop and other influential parameters. Accordingly, the results of this study indicate that if an airline with 100 aircraft is considered, two repair units with the desired equipment and 21 repaired parts in stock are needed for replacement. The results of this applied research can be used in the construction of new airports or the reconstruction of repair stations in existing airports.

**Keywords:** Queuing theory, aircraft braking, production planning, maintenance planning, capacity optimization