



کد اختصاصی:

۰۴۲۵۰-۲۸۲۲۵

اولین همایش ملی

ساختمان‌ها و زیرساخت‌های عمرانی تاب‌آور و زیست‌بوم پایدار

دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

۸ و ۹ بهمن ۱۴۰۴



بررسی فاصله‌ی نقاط کمکی در حل ورق‌های نازک به روش نقاط محدود

محمد صادق توکلیان^۱، محمد نجار^۲، پرهام معمارزاده^{۳،۴}، تاده زیرکیان^۵

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران؛ sadegh.tavakoliyan@iau.ac.ir

^۲ استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران؛ mnajar@iau.ac.ir

^۳ دانشیار، گروه مهندسی عمران، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران؛ Parham.memarzadeh@iau.ac.ir

^۴ دانشیار، مرکز تحقیقات توسعه پایدار در مهندسی عمران، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران؛ Parham.memarzadeh@iau.ac.ir

^۵ دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه ایالتی کالیفرنیا، نورتریج، کالیفرنیا، آمریکا؛ tadeh.zirakian@csun.edu

* نویسنده مسئول: پرهام معمارزاده

چکیده

تحلیل ورق‌های نازک تحت اثر نیروهای جانبی همواره مورد توجه محققین بوده است. روش قدرتمند اجزاء محدود پاسخ چنین ورق‌هایی را با دقت مطلوب محاسبه می‌کند. در کنار روش مذکور امروزه روش‌های بدون شبکه هم در تحلیل سازه‌ها رواج یافته‌اند. روش نقاط محدود از جمله روش‌های بدون شبکه خالص است که بدون نیاز به ایجاد المان و همچنین انتگرال‌گیری عددی، هزینه کمتری نسبت به روش اجزاء محدود خواهد داشت و در صورت حصول دقت کافی می‌تواند جایگزین آن شود.

در تحقیق حاضر روش نقاط محدود برای تحلیل ورق‌های نازک تحت خمش در محدوده رفتاری الاستیک خطی و تغییر شکل‌های کوچک با تمرکز بر استفاده از نقاط کمکی برای اضافی شرایط مرزی در آن‌ها به کار گرفته شده است. در روش نقاط محدود به دلیل انتگرال‌گیری مستقیم نمی‌توان هر دو رابطه‌ی مربوط به شرایط مرزی را در یک نقطه مرزی اعمال کرد، بنابر این نیاز است که از نقطه‌ی دیگر به عنوان نقطه‌ی کمکی استفاده کرد. فاصله‌ی نقاط کمکی در مقدار خطای تقریب جواب بسیار موثر است. بنابر این در این تحقیق سعی شده، با بررسی ورق تحت شرایط مرزی مختلف توسط روش نقاط محدود، فاصله‌ی بهینه‌ای برای نقاط کمکی بدست آید.

کلمات کلیدی: روش نقاط محدود، نقاط کمکی، ورق‌های نازک، روش بدون شبکه.

Investigation of Auxiliary Point Spacing in the Solution of Thin Plates Using the Finite Point Method

Sadegh Tavakoliyan¹, Mohamad Najar², Parham Memarzadeh^{3,4}, Tadeh Zirakian⁵

¹ PhD Student, Department of Civil Engineering, Isf.C, Islamic Azad University, Isfahan, Iran; sadegh.tavakoliyan@iau.ac.ir

² Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Isf.C, Islamic Azad University, Isfahan, Iran; mnajar@iau.ac.ir

³ Associate Professor, Department of Civil Engineering, Na.C., Islamic Azad University, Najafabad, Iran; Parham.memarzadeh@iau.ac.ir

⁴ Associate Professor, Sustainable Development in Civil Engineering Research Center, Na.C., Islamic Azad University, Najafabad, Iran; Parham.memarzadeh@iau.ac.ir

⁵ Associate Professor, Department of Civil Engineering and Construction Management, California State University, Northridge, CA, USA; tadeh.zirakian@csun.edu

* Corresponding author: Parham Memarzadeh

ABSTRACT

Analysis of thin plates has always been an attractive issue for structural and mechanical Engineers. So the powerful finite element method (FEM) emerged and developed to discover thin plate response against lateral loads. The method was accurate and resilient enough to dominate the plate numerical analysis scope for decades. Eliminating element mesh and numerical integration which are the main drawbacks of the finite element method, the meshless family method evolved. Among this family members, the finite point method which is a pure meshless one is focused in the present study and applied for thin plates analysis. The plate material is linear and elastic and lateral displacements are



کد اختصاصی:

۰۴۲۵۰-۲۸۲۲۵

اولین همایش ملی

ساختمان‌ها و زیرساخت‌های عمرانی تاب‌آور و زیست‌بوم پایدار

دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

۸ و ۹ بهمن ۱۴۰۴



small. The main challenge is the boundary condition satisfaction. As there is only one degree of freedom for the points of the finite point method, applying to components of boundary conditions is not possible. With regard to the finite difference method, close to each boundary point of the model an additional (auxiliary) point is placed. So one component of boundary condition satisfies using the main boundary point and the other satisfies using the auxiliary one. The stand place of the auxiliary points is focused in present study and their optimum distances from the main boundary points is recommended.

Keywords: Finite point method, Auxiliary Points, thin plate, meshless methods.

۱- مقدمه

تجزیه و تحلیل صفحات نازک یکی از تلاش‌های مهم مهندسی سازه و مکانیک است، به ویژه به دلیل کاربرد گسترده آنها در زمینه‌های مختلف از جمله هوافضا، عمران و مهندسی مکانیک. روش‌های سنتی برای تجزیه و تحلیل رفتار صفحه، مانند روش اجزای محدود (FEM)، به طور گسترده توسعه و اجرا شده است. با این حال، این روش‌ها اغلب بر تولید شبکه و ادغام عددی تکیه می‌کنند، که می‌تواند عوارضی را ایجاد کند، به ویژه در حضور هندسه‌ها و ناپیوستگی‌های پیچیده مانند نوارهای تمرکز برش یا ترک.

مطالعات اخیر تطبیق پذیری روش‌های بدون مش را برجسته کرده‌اند، از جمله رویکردهای مختلفی مانند هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) [2,1]، روش بدون المان گالرکین (EFG) [3] و روش نقاط محدود (FPM) [6,5,4]. به عنوان مثال، لیو و همکاران (۲۰۱۰) [7] کاربرد هیدرودینامیک ذرات هموار را در حل مسائل مربوط به برهمکنش سیال-ساختار نشان داد و بر توانایی آن برای مدیریت شرایط مرزی پیچیده بدون نیاز به شبکه تأکید کرد. به طور مشابه، روش بدون المان گالرکین برای مسائل مختلف مکانیک جامدات اصلاح شده و به کار گرفته شده است که اثربخشی آن را در برخورد با مشکلات صفحه و پوسته نشان می‌دهد [9,8].

روش نقاط محدود (FPM) به عنوان یک جایگزین امیدوارکننده ظاهر می‌شود و یک روش بدون شبکه ارائه می‌کند که فرآیند تحلیل عددی را ساده می‌کند، که در اصل برای کاربردهای دینامیک سیالات توسعه یافته بود [5,4]. یک سری اصلاحات در نسخه اصلی روش اعمال شد که دقت آن را افزایش داد و ناکارآمدی‌های آن را حذف کرد، زیرا ماتریس‌های اصلی دچار واگرایی نامطلوبی می‌شوند. هر دو روش اصلی و اصلاح شده با موفقیت برای مسائل الاستیسیته دو بعدی استفاده می‌شوند [16-10]. همانطور که مشاهده می‌شود، تنها مطالعات کمی در زمینه مکانیک جامدات، به ویژه رفتار خمشی صفحات انجام شده است. پیشرفت‌های اخیر برای رفع این شکاف [12,11] آغاز شده است، اما چالش‌های اصلی آن را مورد توجه قرار نداده است. بنابراین به نظر می‌رسد که نیاز مبرمی به گسترش روش، به ویژه در شکل اصلی آن برای تجزیه و تحلیل صفحات تحت بارگذاری عرضی وجود دارد.

هدف این مقاله پر کردن برخی از این شکاف‌ها با ارائه یک مطالعه جامع از روش نقاط محدود برای تحلیل ورق‌های نازک است. ورق از نظر مواد، الاستیک و خطی است و تحت شرایط مرزی مختلف بررسی خواهد شد. شکل قوی معادله حاکم که یک معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم است [18,17] باید در هر نقطه داخلی ارضا شود و شرایط مرزی بر گره‌های مرزی حاکم است. از آنجایی که طبق معادله تعادل حاکم تنها یک درجه آزادی برای گره‌ها وجود دارد، ارضای دو جزء از شرایط مرزی در نقاط مرزی چالش اصلی است. تکنیک‌هایی برای اعمال بیش از یک شرط مرزی برای گره‌های واقع در مرزها وجود دارد. ضریب لاگرانژ [19] و روش پنالتی [20] دو روش شناخته شده از این روش هستند. مشابه روش تفاضل محدود برای غلبه بر این مشکل، از یک نقطه اضافی در مجاورت هر نقطه مرزی استفاده می‌شود. بنابراین اولین جزء شرط مرزی با استفاده از گره مرزی اصلی و دیگری با استفاده از گره اضافی متناظر آن ارضا می‌شود [21].

هدف کاوش این پیکربندی‌ها افزایش درک چگونگی تأثیر فاصله‌ی نقاط کمکی بر ثبات و دقت تجزیه و تحلیل FPM است. از این طریق، می‌توان امیدوار بود که به پیشرفت روش‌های بدون شبکه در مکانیک جامدات کمک شود و پایه‌ای برای اکتشافات و کاربردهای آینده روش نقطه محدود در تجزیه و تحلیل صفحات نازک و مشکلات مرزهای گوناگون فراهم شود.

۲- نظریه‌ی صفحات نازک

محاسبه توزیع تنش در یک ورق نازک که صفحه xy در وسط ضخامت آن قرار می‌گیرد. مجموعه‌ای از قوانین منطقی به عنوان فرضیه صفحات نازک به شرح زیر وجود دارد:

۱- جابجایی قائم صفحه وسط در مقایسه با ضخامت صفحه بسیار کوچک است، بنابراین شیب تابع انحراف کوچک است.

۲- صفحه میانی پس از خمش یک سطح بدون کرنش است.



کد اختصاصی:

۰۴۲۵۰-۲۸۲۲۵

اولین همایش ملی

ساختمان‌ها و زیرساخت‌های عمرانی تاب‌آور و زیست‌بوم پایدار

دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

۸ و ۹ بهمن ۱۴۰۴



سطوح مسطح عمود به صفحه میانی، پس از کرنشی خمشی، مسطح و عمود بر سطح میانی باقی می‌مانند.
۳- مولفه تنش نرمال به سطح میانی در مقایسه با سایر اجزای تنش بسیار کوچک است و بنابراین می‌توان از آن صرف نظر کرد.
این قوانین ساده‌سازی مشابه مفروضات خمشی ساده در تیرها هستند. معادله حاکم بر صفحات نازک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\nabla^4 w = \frac{p}{D} \quad (1)$$

که در آن:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

w میدان جابجایی، p شدت نیروی خارجی اعمال شده، t ضخامت ورق، E مدول الاستیسیته و ν نسبت پواسون است.
عملگر ∇^4 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (3)$$

کاملاً واضح است که کلید یافتن پاسخ صفحات نازک حل رابطه‌ی (۱) است.

۳- روش نقاط محدود

روش اجزای محدود به دلیل انعطاف پذیری آن به طور گسترده‌ای به عنوان یک روش عددی برای حل مسائل مکانیکی استفاده شده است. با این حال، در کنار این مزیت قابل توجه، گسسته سازی مدل با اجزاء محدود دشوار است. محاسبه ماتریس سختی کل و نیروهای گرهی، نیز در این روش یک کار وقت گیر هستند. محققین برای از بین بردن این مشکلات، مجموعه‌ای از روش‌ها را در دهه‌های گذشته به وجود آوردند و روش‌های بدون شبکه نام گذاری کردند. ایده اصلی این روش‌ها از بین بردن المان‌بندی در مدل مکانیکی است. روش نقاط محدود [6,5,4] مهمترین عضو این دسته است.

در این مقاله حل صفحات نازک با استفاده از روش نقاط محدود ارائه شده است. مدل تحلیلی صفحه با پخش مجموعه ای از نقاط در صفحه میانی ایجاد می‌شود و فرم قوی حاکم بر مسئله (رابطه ۱) برآورده می‌شود. اجرای معادلات حاکم بر نقاط ابتدا نیاز به تقریب تابع اصلی w در همسایگی نقاط دارد. بنابراین در همسایگی هر کدام از گره‌های مدل که گره مرکزی یا اصلی نامیده می‌شوند، زیر ناحیه‌ی کوچکی (کلود) که شامل تعداد کافی از گره‌های مدل است ایجاد می‌شود. به طور کلی یک تابع u بر روی کلود با استفاده از روش حداقل مربعات وزنی تقریب می‌شود. در این رویکرد تابع تقریب $\hat{u}$ به صورت ایجاد خواهد شد.

$$\hat{u} = \mathbf{p}^T \mathbf{a} \quad (4)$$

که در آن $\mathbf{p}$ بردار تک جمله‌هایی است که به طور کامل یا حداقل به طور متقارن از مثلث پاسکال انتخاب شده است. برای تک جملات کامل مرتبه چهارم، این بردار به صورت زیر است:

$$\mathbf{p}^T = [1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3, x^4, x^3y, x^2y^2, xy^3, y^4]^T \quad (5)$$

در این تحقیق تعداد تک جمله‌ها ۱۵ در نظر گرفته شده است. بردار $\mathbf{a}$ در رابطه‌ی ۴ بردار مجهولات است. با اعمال روش حداقل مربعات وزن دار خطا، $\mathbf{a}$ به دست می‌آید:

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \bar{\mathbf{u}} \quad (6)$$

در صورتی که $\bar{\mathbf{u}}$ بردار مقدار گرهی تابع u است، ماتریس‌های $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \mathbf{w}(x_i) \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T \quad (7)$$

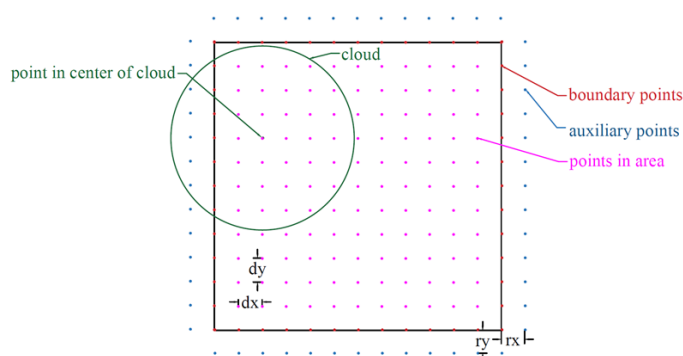
$$\mathbf{B} = [\mathbf{w}(x_1) \mathbf{p}_1 \quad \mathbf{w}(x_2) \mathbf{p}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{w}(x_n) \mathbf{p}_n] \quad (8)$$

در نهایت با جایگزینی بردار $\mathbf{a}$ از رابطه‌ی ۶ در معادله‌ی ۴ بهترین تابع تقریب به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{u} = p^T A^{-1} B \bar{u}$$

(۹)

برای حل مسائل ورق نازک، در نظر گرفتن رابطه ۱ به عنوان معادله حاکم الزامی است. این معادله شکل کلی معادله تعادل است و بدون هیچ محدودیتی برای ورق‌های نازک با شرایط مرزی دلخواه قابل اعمال است. تابع جابجایی w باید درون یابی شود و جایگزین رابطه‌ی (۱) شود. از آنجایی که تنها یک درجه آزادی برای گره‌ها وجود دارد، اجرای شرایط مرزی چالش اصلی است. راه‌های مختلفی برای غلبه بر این چالش وجود دارد مانند ضرب کننده‌های لاگرانژ، تابع پناستی و استفاده از گره‌های اضافی. برای این مقاله روش سوم اتخاذ شده است. مانند شکل ۱، در این روش نزدیک به هر گره مرزی یک گره اضافی در خارج از مدل قرار می‌گیرد. این گره اضافی همراه با گره مرزی اصلی مانند یک گره مرزی منحصر به فرد با دو درجه آزادی عمل می‌کند و هر کدام یکی از شرایط مرزی را برآورده می‌کند. این روش دقیقاً مشابه آنچه در روش تفاضل محدود اتفاق افتاد است.



شکل ۱- محل قرارگیری نقاط کمکی

۴- مثال‌های عددی

مشخصات عمومی مثال‌های حل شده در این تحقیق، در جدول (۱) بیان شده است. برای درک بهتر پارامترهای بیان شده می‌توان به شکل ۲ رجوع کرد.

جدول ۱- مشخصات ورق

ابعاد ورق (m)	تعداد چندجمله‌ای	نسبت پواسون (ν)	نیرو (KN) q	ضخامت ورق (m)	مدول الاستیسیته E (KN/m ²)
1×1	15	0.3	-1	0.001	1×10^6

در این مثال، ورق تحت شرایط مرزی متفاوت بررسی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، ورق تحت اثر بار توزیع شده مثلثی خطی در راستای محور y و ثابت در راستای محور x و بار دیگر تحت اثر بار گسترده یکنواخت بررسی شده است. بنابراین، معادله بار خارجی را می‌توان دو به صورت زیر نوشت:

$$Q(x, y) = \frac{qy}{a} \quad \text{مثلثی} \quad (۹)$$

$$Q(x, y) = q \quad \text{یکنواخت} \quad (۱۰)$$

در این بخش، تمرکز اصلی بر موقعیت و فاصله نقاط مرزی کمکی از لبه‌های ورق قرار دارد. تغییر مکان دقیق ورق در حالات مختلف در مرجع (تیموشینکو و همکاران، ۱۹۵۹) به صورت جدول ۲، گزارش شده است:

جدول ۲- مقدار w در حالات مختلف

حالات	الف	ب	ج	د
w (m)	$x = 0.5, y = 0.5$	$x = 0.5, y = 0.5$	$x = 0.5, y = 0.5$	$x = 0, y = 0.5$
	$0.000994 \frac{qa^4}{D}$	$0.00063 \frac{qa^4}{D}$	$0.00280 \frac{qa^4}{D}$	$0.0113 \frac{qa^4}{D}$

همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، در هر دو حالت الف و ب روش المان محدود و روش نقاط محدود، ناحیه آبی‌رنگ در راستای



کد اختصاصی:

۰۴۲۵۰-۲۸۲۲۵

اولین همایش ملی

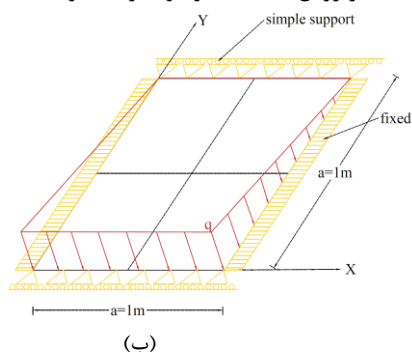
ساختمان‌ها و زیرساخت‌های عمرانی تاب‌آور و زیست‌بوم پایدار

دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

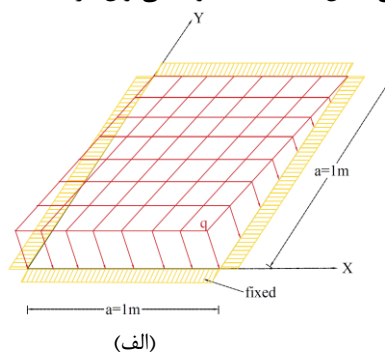
۸ و ۹ بهمن ۱۴۰۴



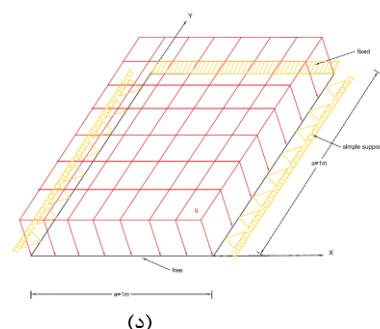
تکیه‌گاه‌های ساده کشیده‌تر شده است که رفتاری قابل قبول به شمار می‌آید. همچنین، در هر دو حالت الف و ب، نقطه‌ی دارای ماکسیمم تغییرمکان به سمت چپ جابه‌جا شده است که این موضوع ناشی از اعمال بیشینه بار مثالی در مرز سمت چپ ورق می‌باشد. به طور کلی با بررسی شکل‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ می‌توان دریافت که رفتار ورق در تمام حالات، در روش نقاط محدود و اجزا محدود با یکدیگر برابری.



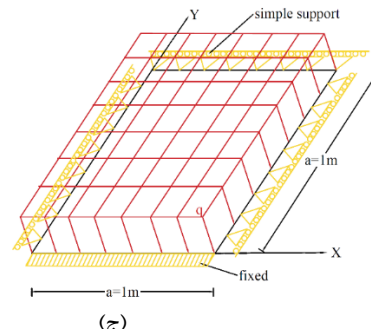
(ب)



(الف)

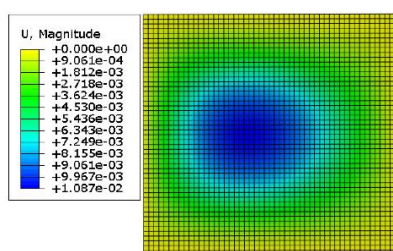


(د)

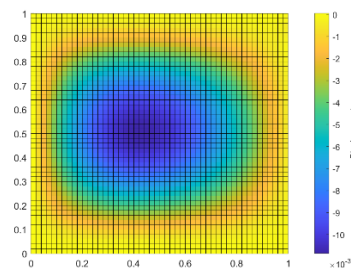


(ج)

شکل ۲- ورق تحت بار توزیع شده و شرایط مرزی مختلف

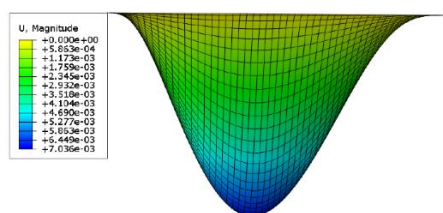


(ب)

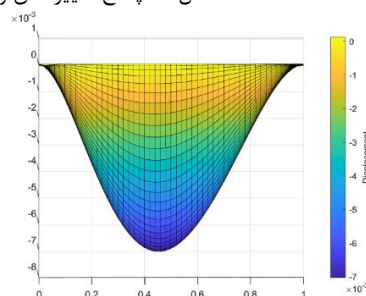


(الف)

شکل ۳- پاسخ تغییرمکان ورق در حالت (الف). (الف) (FPM)، (ب) (FEM)



(ب)



(الف)

شکل ۴- پاسخ تغییرمکان ورق در حالت (ب) (در صفحه X-Z). (الف) (FPM)، (ب) (FEM)



کد اختصاصی:

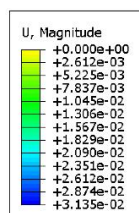
۰۴۲۵۰-۲۸۲۲۵

اولین همایش ملی

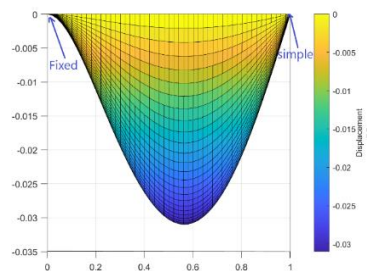
ساختمان‌ها و زیرساخت‌های عمرانی تاب‌آور و زیست‌بوم پایدار

دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

۸ و ۹ بهمن ۱۴۰۴

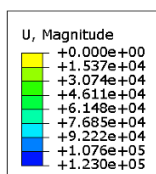


(ب)

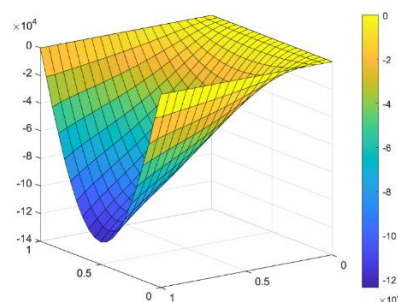


(الف)

شکل ۵- تغییر مکان حالت (ج) در صفحه $x-z$. (الف) (FPM)، (ب) (FEM)



(ب)



(الف)

شکل ۶- جابجایی ورق در حالت (د). (الف) (FPM)، (ب) (FEM)

در جدول ۳، تغییر مکان مرکز هندسی ورق در حالات مختلف که به ترتیب از حل دقیق، روش المان محدود و روش نقاط محدود به دست آمده‌اند، ارائه شده است.

جدول ۳- تغییر مکان در مرکز ورق در حالات مختلف برای نقاط کمکی با فواصل مختلف از مرزها

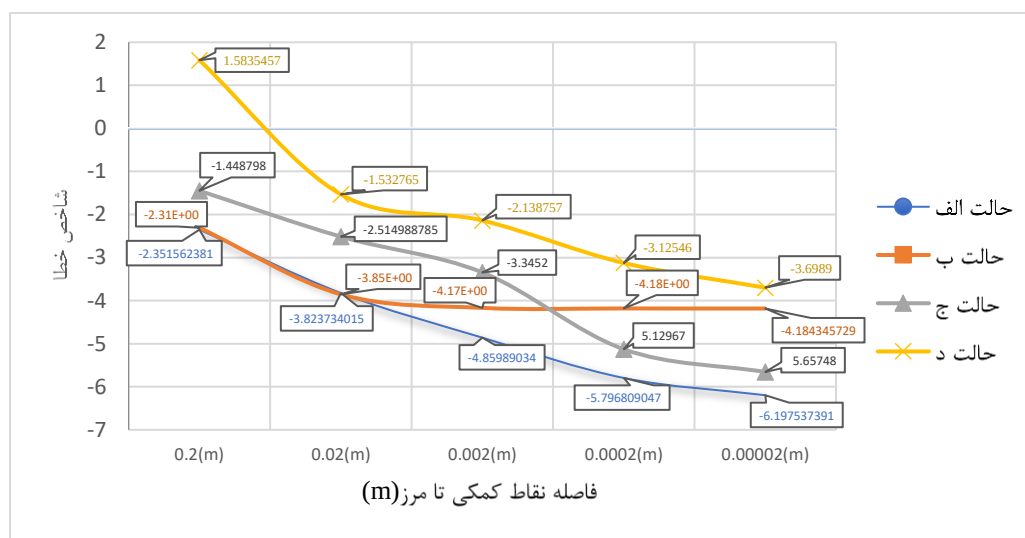
حالت	فاصله نقاط (FPM) (m)	فاصله نقاط (FEM) (m)	فاصله نقاط کمکی (m) ($r_x = r_y$)	جواب دقیق $x = 0.5, y = 0.5$ w (m)	FEM in $x = 0.5, y = 0.5$ w (m)	FPM in $x = 0.5, y = 0.5$ w (m)
الف	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۲	-۰/۰۱۰۸۵۵	-۰/۰۱۰۸۷۳	-۳۰۷۹/۵۱۱
الف	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۰۱۰۸۵۵	-۰/۰۱۰۸۷۳	-۰/۰۱۳۳۷۸
الف	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۲	-۰/۰۱۰۸۵۵	-۰/۰۱۰۸۷۳	-۰/۰۱۱۰۱۳
الف	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۲	-۰/۰۱۰۸۵۵	-۰/۰۱۰۸۷۳	-۰/۰۱۰۸۸۸
الف	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۰۲	-۰/۰۱۰۸۵۵	-۰/۰۱۰۸۷۳	-۰/۰۱۰۸۶۷
ب	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۲	-۰/۰۰۶۸۷۹	-۰/۰۰۷۰۳۵	-۹۳۳/۸۲۲۵
ب	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۰۰۶۸۷۹	-۰/۰۰۷۰۳۵	-۰/۰۰۸۱۶۳
ب	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۲	-۰/۰۰۶۸۷۹	-۰/۰۰۷۰۳۵	-۰/۰۰۷۱۳۴
ب	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۲	-۰/۰۰۶۸۷۹	-۰/۰۰۷۰۳۵	-۰/۰۰۷۰۳۸
ب	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۰۲	-۰/۰۰۶۸۷۹	-۰/۰۰۷۰۳۵	-۰/۰۰۷۰۲۹
ج	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۲	-۰/۰۳۰۵۷۶	-۰/۰۳۰۵۶۶	-۰/۰۵۱۷۸۲
ج	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۰۳۰۵۷۶	-۰/۰۳۰۵۶۶	-۰/۰۳۳۶۲۱
ج	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۲	-۰/۰۳۰۵۷۶	-۰/۰۳۰۵۶۶	-۰/۰۳۱۱۲۳
ج	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۲	-۰/۰۳۰۵۷۶	-۰/۰۳۰۵۶۶	-۰/۰۳۰۹۳۲
ج	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۰۲	-۰/۰۳۰۵۷۶	-۰/۰۳۰۵۶۶	-۰/۰۳۰۵۶۹
				$x = 0, y = 0.5$	$x = 0, y = 0.5$	$x = 0, y = 0.5$

د	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۲	-۰/۱۲۳۴	-۰/۱۲۲۹	-۴۵/۸۲۱۲
د	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۱۲۳۴	-۰/۱۲۲۹	-۰/۱۵۸۷
د	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۲	-۰/۱۲۳۴	-۰/۱۲۲۹	-۰/۱۲۹۸
د	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۲	-۰/۱۲۳۴	-۰/۱۲۲۹	-۰/۱۲۴
د	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۰۰۰۲	-۰/۱۲۳۴	-۰/۱۲۲۹	-۰/۱۲۳۱

به منظور بررسی دقیق‌تر، یک شاخص خطا مطابق با رابطه ۱۱ برای تمامی نقاط مدل تعریف شده است:

$$error\ index = \log \sum \sqrt{\frac{(w_{FPM} - w_{FEM})^2}{n}} \quad (11)$$

شکل ۷، شاخص خطای مدل‌های روش نقاط محدود را برای فواصل مختلف نقاط مرزی کمکی نشان می‌دهد، به گونه‌ای که نتایج روش المان محدود به عنوان حل دقیق در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۷- مقایسه شاخص خطا در روش نقاط محدود (FPM) نسبت به روش المان محدود (FEM)

۴- نتیجه و جمع بندی

با بررسی شکل ۷ می‌توان دریافت که به عنوان یک الزام اولیه، فاصله نقاط کمکی از لبه ورق باید در حدود فاصله بین نقاط عمومی مدل و یا کوچک‌تر از آن انتخاب شود. برای درک بهتر، همانطور که در جدول ۳ مشخص است، زمانی که فاصله نقاط کمکی از لبه‌ها در حدود فاصله نقاط عمومی مدل و یا بیشتر از آن باشد، خطاهای قابل توجهی ایجاد می‌شود. با کاهش فاصله نقاط کمکی از لبه‌ها، خطاهای عددی کاهش می‌یابند. با این حال، در صورت انتخاب فاصله‌ای بیش از حد کوچک، ماتریس سختی به سرعت به سمت تکینگی میل خواهد کرد.

مراجع

- [1] J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics," *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, vol. 30, pp. 543–574, 1992.
- [2] J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics," *Rep. Prog. Phys.*, vol. 68, no. 8, p. 1703, 2005.
- [3] T. Belytschko, Y. Lu, and L. Gu, "Element-free Galerkin methods," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 37, pp. 229–256, 1994.
- [4] E. Oñate, S. Idelsohn, O. C. Zienkiewicz, and R. L. Taylor, "A finite point method in computational mechanics: Applications to convective transport and fluid flow," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 39, pp. 3839–3866, 1996.
- [5] E. Oñate, S. Idelsohn, O. C. Zienkiewicz, and R. L. Taylor, "A stabilized finite point method for analysis of



کد اختصاصی:

۰۴۲۵۰-۲۸۲۲۵

اولین همایش ملی

ساختمان‌ها و زیرساخت‌های عمرانی تاب‌آور و زیست‌بوم پایدار

دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد

۸ و ۹ بهمن ۱۴۰۴



- fluid mechanics problems,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 139, no. 1–4, pp. 315–347, 1996.
- [6] E. Oñate, F. Perazzo, and J. Miquel, “A finite point method for elasticity problems,” *Comput. Struct.*, vol. 79, pp. 2151–2163, 2001.
- [7] M. B. Liu and G. Liu, “Smoothed particle hydrodynamics (SPH): An overview and recent developments,” *Arch. Comput. Methods Eng.*, vol. 17, pp. 25–76, 2010.
- [8] Y. X. Mukherjee and S. Mukherjee, “On boundary conditions in the element-free Galerkin method,” *Comput. Mech.*, vol. 19, no. 4, pp. 264–270, 1997.
- [9] H. Ma, J. Chen, and J. Deng, “Analysis of the dynamic response for Kirchhoff plates by the element-free Galerkin method,” *J. Comput. Appl. Math.*, 2024, Art. no. 116093.
- [10] B. Boroomand, A. A. Tabatabaei, and E. Oñate, “Simple modifications for stabilization of the finite point method,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 63, no. 3, pp. 351–379, 2005.
- [11] A. J. M. Ferreira, C. M. C. Roque, and P. A. L. S. Martins, “Analysis of composite plates using higher-order shear deformation theory and a finite point formulation based on the multiquadric radial basis function method,” *Compos. B. Eng.*, vol. 34, no. 7, pp. 627–636, 2003.
- [12] S. Li, L. Huang, L. Jiang, and R. Qin, “A bidirectional B-spline finite point method for the analysis of piezoelectric laminated composite plates and its application in material parameter identification,” *Compos. Struct.*, vol. 107, pp. 346–362, 2014.
- [13] Y. P. Lian, X. Zhang, and Y. Liu, “Coupling of finite element method with material point method by local multi-mesh contact method,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 200, no. 47–48, pp. 3482–3494, 2011.
- [14] L. Shen, G. Lv, and Z. Shen, “A finite point method based on directional differences,” *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 47, no. 3, pp. 2224–2242, 2009.
- [15] P. Liu, K. Lin, H. Liu, and R. Qin, “Free transverse vibration analysis of axially functionally graded tapered Euler–Bernoulli beams through spline finite point method,” *Shock Vib.*, vol. 2016, Art. no. 5891030, 2016.
- [16] A. Shojaei, T. Mudric, M. Zaccariotto, and U. Galvanetto, “A coupled meshless finite point/Peridynamic method for 2D dynamic fracture analysis,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 119, pp. 419–431, 2016.
- [17] A. C. Ugural, *Stresses in Plates and Shells*. Boston, MA, USA: McGraw-Hill, 1999.
- [18] S. Timoshenko, *Theory of Plates and Shells*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1959.
- [19] R. T. Rockafellar, “Lagrange multipliers and optimality,” *SIAM Rev.*, vol. 35, no. 2, pp. 183–238, 1993.
- [20] B. W. Clark and D. C. Anderson, “The penalty boundary method,” *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 39, no. 5–6, pp. 387–401, 2003.
- [21] Y. Krongauz and T. Belytschko, “Enforcement of essential boundary conditions in meshless approximations using finite elements,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 131, no. 1–2, pp. 133–145, 1996.