

ترمودینامیک کاربردی به زبان ساده

فهرست مطالب

فصل اول: مروری بر ترمودینامیک ۱	۱
۱-۱- فرآیند آیزنتروپیک	۲
۲-۱- کمپرسور	۲
۱-۲-۱- روش ظرفیت گرمایی ثابت (روش تقریبی)	۳
۲-۲-۱- روش ظرفیت گرمایی متغیر (روش دقیق)	۴
۳-۱- توربین	۷
۱-۳-۱- توربین گازی	۸
۲-۳-۱- توربین بخار	۱۴
۴-۱- پمپ	۱۸
۵-۱- خلاصه‌ای از سیکل‌های ترمودینامیکی	۲۰
۱-۵-۱- سیکل قدرت ماشین گرمایی	۲۰
۲-۵-۱- سیکل یخچال	۲۲
۳-۵-۱- پمپ گرما	۲۴
فصل دوم: سیکل‌های قدرت گازی	۲۷
۱-۲- ارزش سیکل کارنو در کاربردهای مهندسی	۲۸
۲-۲- سیکل برایتون	۲۹
۳-۲- نسبت پس‌کار	۳۶
۴-۲- راه‌های افزایش بازده سیکل برایتون	۳۷
۱-۴-۲- سیکل برایتون همراه با بازیاب	۳۷
۲-۴-۲- سیکل برایتون با سرمایش میانی و بازگرمایش	۴۸
۵-۲- سیکل ایده‌آلی پیش‌رانی جتی	۵۹
۱-۵-۲- نیروی وارد شده به هواپیما	۶۱
۶-۲- سیکل موتورهای چهار زمانه	۶۲
۱-۶-۲- موتورهای رفت و برگشتی	۶۳

۶۵	۲-۶-۲- سیکل اتو (سیکل ایده‌آلی برای موتورهای اشتعال- جرقه‌ای)
۷۰	فصل سوم سیکل‌های قدرت بخاری و ترکیبی
۷۱	۳-۱-سیکل رانکین
۷۸	۳-۲- راه‌های افزایش بازده سیکل رانکین
۷۸	۳-۳- راه‌کارهای عملی برای افزایش بازده سیکل رانکین
۷۸	۳-۳-۱- سیکل رانکین همراه بازگرمایش
۸۴	۳-۳-۲- سیکل ایده‌آلی بازیابی رانکین
۱۰۴	۳-۴- همزایی
۱۱۱	۳-۵- سیکل‌های قدرت گازی- بخاری (برایتون- رانکین)
۱۲۰	فصل چهارم: سیکل تبرید
۱۲۱	۴-۱- یخچال
۱۲۲	۴-۲- سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل
۱۲۷	۴-۳- پمپ‌های گرما
۱۳۷	۴-۴- سیستم‌های تبرید جذبی
۱۴۰	فصل پنجم: روابط بین خواص ترمودینامیکی
۱۴۱	۵-۱- وابستگی تابع تک متغیره در مقابل دو متغیره
۱۴۴	۵-۲- تابع دیفرانسیل کامل
۱۴۵	۵-۳- رابطه تقابل و سیکلی
۱۴۶	۵-۴- رابطه ماکسول
۱۴۷	۵-۵- معادله کلاپرون
۱۴۸	۵-۶- رابطه‌های کلی برای محاسبه تغییرات آنتروپی، انرژی درونی، آنتالپی گازها
۱۴۸	۵-۶-۱- محاسبه تغییرات آنتروپی، انرژی درونی، آنتالپی گازهای ایده‌آل
۱۵۲	۵-۶-۲- تغییرات انرژی درونی، آنتالپی و آنتروپی برای گازهای واقعی
۱۵۸	فصل ششم: مخلوط گازها
۱۵۹	۶-۱- یادآوری

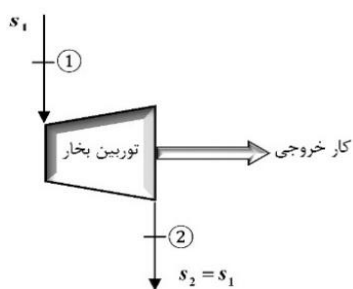
- ۱۶۲..... ۲-۶- رفتار مخلوط گاز ایده‌آل و حقیقی
- ۱۶۲..... ۱-۲-۶- قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون
- ۱۶۲..... ۲-۲-۶- قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات
- ۱۶۳..... ۳-۲-۶- مخلوط گازهای ایده‌آل
- ۱۶۸..... ۳-۶- مخلوط گازهای حقیقی
- ۱۶۸..... ۱-۳-۶- قانون دالتون
- ۱۶۹..... ۲-۳-۶- قانون آماگات
- ۱۶۹..... ۳-۳-۶- قانون کی
- ۱۷۱..... ۴-۶- محاسبه خواص ترمودینامیکی مخلوط
- ۱۸۴..... فصل هفتم: مخلوط هوا و بخار
- ۱۸۵..... ۱-۷- مقدمه
- ۱۸۶..... ۲-۷- طریقه محاسبه آنتالپی هوای مرطوب
- ۱۸۸..... ۳-۷- دمای نقطه شبنم
- ۱۸۸..... ۴-۷- دمای اشباع آدیاباتیک و دمای حباب-خیس
- ۱۸۹..... ۵-۷- نمودار رطوبت سنجی یا سایکرومتریک
- ۱۹۳..... ۶-۷- فرآیندهای تهویه مطبوع
- ۱۹۴..... ۱-۶-۷- گرمایش و سرمایش ساده
- ۱۹۶..... ۲-۶-۷- گرمایش با رطوبت‌زنی و سرمایش همراه با رطوبت‌گیری
- ۲۰۸..... ۳-۶-۷- فرآیند رطوبت‌زنی
- ۲۱۳..... ۴-۶-۷- ترکیب دو هوا
- ۲۱۸..... فصل هشتم: واکنش‌های شیمیایی
- ۲۱۹..... ۱-۸- سوخت‌ها و احتراق
- ۲۲۰..... ۲-۸- موازنه کردن
- ۲۲۱..... ۳-۸- نسبت هوا به سوخت
- ۲۲۳..... ۴-۸- فرآیندهای احتراق نظری و واقعی

- ۸-۴-۱ احتراق سوخت گازی با هوای مرطوب ۲۲۶
- ۸-۵-۱ آنتالپی ۲۳۳
- ۸-۶-۱ بررسی میزان انتقال حرارت در فرآیندهای احتراق ۲۳۴
- ۸-۷-۱ دمای شعله آدیاباتیک ۲۴۶
- منابع و مراجع ۲۵۲
- پیوست: جداول و نمودارهای مورد نیاز ۲۵۳

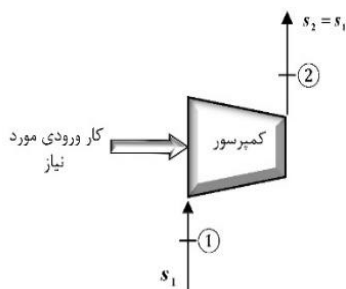
فصل اول: مروری بر ترمودینامیک ۱

۱-۱- فرآیند آیزنتروپیک

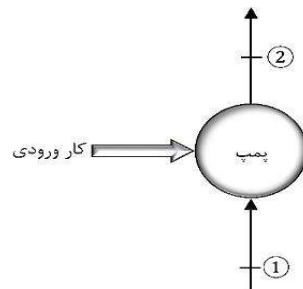
فرآیند آیزنتروپیک فرآیندی است که در آن آنتروپی ثابت باقی می‌ماند. فرآیند برگشت پذیر آدیاباتیکی (بی دررو) یک فرآیند آیزنتروپیک خواهد بود. فرآیندی که در کمپرسورها، توربین‌ها و پمپ‌ها در حالت ایده‌آل اتفاق می‌افتد فرآیند آیزنتروپیک می‌باشد.



شکل ۱-۳: توربین بخار



شکل ۱-۲: کمپرسور



شکل ۱-۱: پمپ

۱-۲- کمپرسور

کار و توان مورد نیاز کمپرسور را می‌توان مطابق با قانون اول ترمودینامیک به ترتیب از روابط (۱-۱) و (۲-۱) بدست آورد.

$$w_c = (h_2 - h_1) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (1-1)$$

$$\dot{W}_c = \dot{m}(h_2 - h_1) [kW] \quad (2-1)$$

اگر گاز ورودی به کمپرسور گاز ایده‌آل باشد، کار و توان ورودی به کمپرسور به ترتیب از روابط (۳-۱) و (۴-۱) محاسبه می‌شود.

$$w_c = c_p(T_2 - T_1) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (3-1)$$

$$\dot{W}_c = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) [kW] \quad (4-1)$$

لازم به ذکر است که روابط (۱-۱) و (۲-۱) دقیق و روابط (۳-۱) و (۴-۱) تقریبی هستند. بازده کمپرسور از رابطه (۵-۱) بدست می‌آید.

$$\eta = \frac{\text{کار ایده آل}}{\text{کار واقعی}} = \frac{w_s}{w_a} \quad (5-1)$$

به دو طریق می‌توان خروجی کمپرسور را تعیین کرد:

۱- روش ظرفیت گرمایی ثابت (روش تقریبی)

۲- روش ظرفیت گرمایی متغیر (روش دقیق)

۱-۲-۱- روش ظرفیت گرمایی ثابت (روش تقریبی)

در این روش شرایط دمای خروجی از کمپرسور با بازده ۱۰۰ درصد (کمپرسور ایده‌آل) توسط معادله (۶-۱) مشخص می‌شود:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (6-1)$$

اگر بازده کمپرسور ۱۰۰ درصد نباشد (کمپرسور واقعی) به کمک معادله (۷-۱) ابتدا دمای ایده‌آل خروجی (T_{2s}) بدست می‌آید. سپس با داشتن بازده و به کمک رابطه (۸-۱)، می‌توان دمای خروجی کمپرسور را در حالت واقعی بدست آورد:

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (7-1)$$

$$\eta = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (8-1)$$

در هر دو حالت کار و توان مورد نیاز کمپرسور به ترتیب از روابط (۳-۱) و (۴-۱) بدست می‌آید.

مثال ۱-۱: هوا با دمای ورودی $300[K]$ و فشار $100[kPa]$ وارد یک کمپرسور با نسبت فشار $r_p = \frac{P_2}{P_1} = 6$ می‌شود. شرایط خروجی و میزان توان مورد نیاز کمپرسور را برای دو حالت زیر بیابید. دبی هوا را $1.5 \left[\frac{kg}{s}\right]$ ، نسبت گرماهای ویژه را ۱.۴ و گرمای ویژه در فشار ثابت (c_p) را $1.005 \left[\frac{kJ}{kg.K}\right]$ در نظر بگیرید.

الف) بازده کمپرسور ۱۰۰ درصد باشد.

حل قسمت الف مسئله.

با توجه به رابطه (۶-۱) می‌توان دمای خروجی کمپرسور را بدست آورد:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_2}{300} = 6^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_2 = 500.55 [K]$$

توان مورد نیاز نیز از رابطه (۴-۱) بدست می‌آید.

$$\dot{W}_C = 1.5 \times 1.005 \times (500.55 - 300) = 302.33 [kW]$$

ب) بازده کمپرسور ۸۰ درصد باشد.

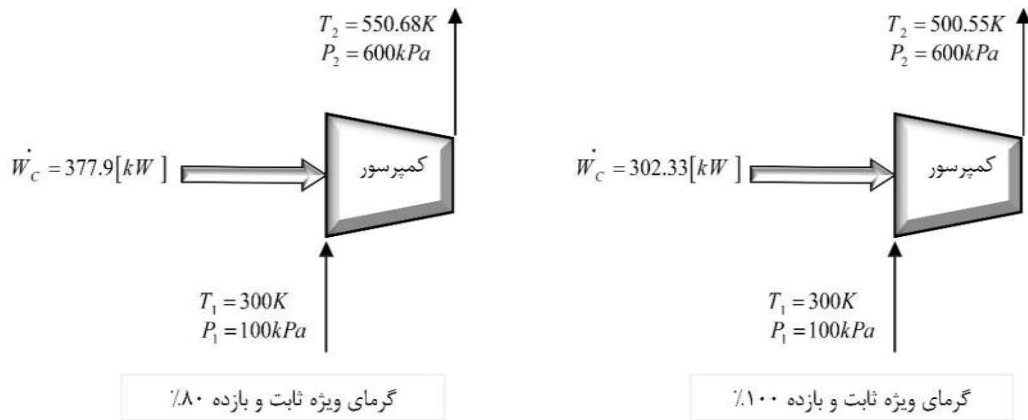
حل قسمت ب مسئله.

با توجه به حل قسمت الف، دمای خروجی از کمپرسور در حالت ایده‌آل $T_{2s} = 500.55 [K]$ بدست آمد. با توجه به رابطه (۸-۱) می‌توان دمای واقعی خروجی (T_2) را بدست آورد:

$$\eta = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \rightarrow 0.8 = \frac{500.55 - 300}{T_2 - 300} \rightarrow T_2 = 550.68 [K]$$

$$\dot{W}_C = 1.5 \times 1.005 \times (550.68 - 300) = 377.9 [kW]$$

در شکل زیر هر دو کمپرسور مقایسه شده‌اند. با کاهش بازده از ۱۰۰ درصد به ۸۰ درصد کار ورودی کمپرسور از ۳۰۲/۳ کیلووات به ۳۷۷/۹ کیلووات افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۱: تأثیر بازده بر کار ورودی کمپرسور در گرمای ویژه ثابت

وظیفه اصلی کمپرسور افزایش فشار می‌باشد. به شکل ۴-۱ دقت کنید. در هر دو مورد فشار از ۱۰۰ به ۶۰۰ کیلوپاسکال افزایش یافته است. یعنی هر دو کمپرسور وظیفه اصلی خود را انجام داده‌اند. کمپرسور ایده‌آل با مصرف ۳۰۲/۳ توان ورودی و کمپرسور واقعی با صرف ۳۷۷/۹ کیلووات توان ورودی، فشار را از ۱۰۰ به ۶۰۰ کیلوپاسکال می‌رسانند.

توان بیشتری که کمپرسور واقعی مصرف می‌کند صرف چه چیزی می‌شود؟

با مشاهده شکل ۴-۱ می‌توان مشاهده نمود که دمای خروجی در حالت ایده‌آل ۵۰۰/۵۵ کلوین و در حالت واقعی ۵۵۰/۶۸ کلوین می‌باشد. بنابراین در کمپرسور واقعی توان بیشتری که مصرف می‌شود به جای افزایش فشار صرف افزایش دما می‌شود. افزایش دما مطلوب نیست. به عبارتی کمپرسوری ایده‌آل می‌باشد که کمترین افزایش دما را به سیال اعمال کند.

۴-۲-۱- روش ظرفیت گرمایی متغیر (روش دقیق)

اگر فرآیند کمپرسور آیزنتروپیک و گرمای ویژه متغیر باشد، با توجه به دمای هوای ورودی (T_1)، مقادیر h_1 و P_{r1} از جدول A-10 استخراج می‌شود.

$$T_1 = \text{معلوم} \xrightarrow{A-10} \begin{cases} P_{r1} = \checkmark \\ h_1 = \checkmark \end{cases}$$

از طرفی با داشتن نسبت فشار خروجی به ورودی $\left[r_p = \frac{P_2}{P_1}\right]$ و P_{r1} می‌توان آنتالپی و دمای هوای خروجی از کمپرسور را بدست آورد.

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \quad P_{r1} \xrightarrow{A-10} \begin{cases} T_2 = \checkmark \\ h_2 = \checkmark \end{cases}$$

نسبت فشار

اگر بازده ۱۰۰٪ نباشد، باید ابتدا آنتالپی ایده‌آل h_{2s} مشخص شده و سپس از رابطه (۹-۱) آنتالپی واقعی خروجی (h_2) را تعیین کرد.

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \quad P_{r1} \xrightarrow{A-10} \begin{cases} T_{2s} = \checkmark \\ h_{2s} = \checkmark \end{cases}$$

نسبت فشار

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (9-1)$$

در هر دو حالت کار و توان مورد نیاز کمپرسور به ترتیب از روابط (۱-۱) و (۲-۱) بدست می‌آید.

مثال ۲-۱: هوا با دمای ورودی $300[K]$ و فشار $100[kPa]$ وارد یک کمپرسور با نسبت فشار $r_p = \frac{P_2}{P_1} = 6$ می‌شود. شرایط خروجی و میزان توان مورد نیاز کمپرسور را در دو حالت زیر بیابید. دبی هوا را $1.5 \left[\frac{kg}{s}\right]$ در نظر بگیرید.

الف) کمپرسور ایده‌آل باشد.

حل قسمت الف مسئله.

با توجه به اینکه دمای ورودی مشخص است می‌توان مقادیر h_1 و P_{r1} را از جدول $A-10$ استخراج کرد:

$$T_1 = 300[K] \xrightarrow{A-10} \begin{cases} P_{r1} = 1.3860 \\ h_1 = 300.19 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \end{cases}$$

از طرفی مقدار P_{r2} از رابطه $\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}}$ بدست می‌آید.

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \times P_{r1} = 6 \times 1.3860 = 8.316$$

با مشخص شدن مقدار $P_{r2} = 8.316$ می‌توان با کمک جدول $A-10$ و با میانجی مقدار (T_2) و (h_2) را تعیین کرد.

$$P_{r2} = 8.316 \xrightarrow{A-10} \begin{cases} T_2 = 498.61[K] \\ h_2 = 501.35 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \end{cases}$$

حال می‌توان با استفاده از رابطه (۲-۱) توان مورد نیاز کمپرسور را محاسبه نمود:

$$\dot{W}_C = \dot{m}(h_2 - h_1) = 1.5 \times (501.35 - 300.19) = 301.74 [kW]$$

ب) بازده کمپرسور ۸۰ درصد باشد.

حل قسمت ب مسئله.

به طور کلی برای حل کمپرسور واقعی باید ابتدا مقادیر خروجی برای کمپرسور ایده‌آل را بدست آورد. حل کمپرسور ایده‌آل در قسمت الف مسئله ذکر شد. آنتالپی هوای خروجی در حالت ایده‌آل $h_{2s} = 501.35$ بدست آمد. با کمک رابطه (۹-۱) آنتالپی واقعی خروجی از کمپرسور (h_2) تعیین خواهد شد.

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow 0.8 = \frac{501.35 - 300.19}{h_2 - 300.19} \rightarrow h_2 = 551.64 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

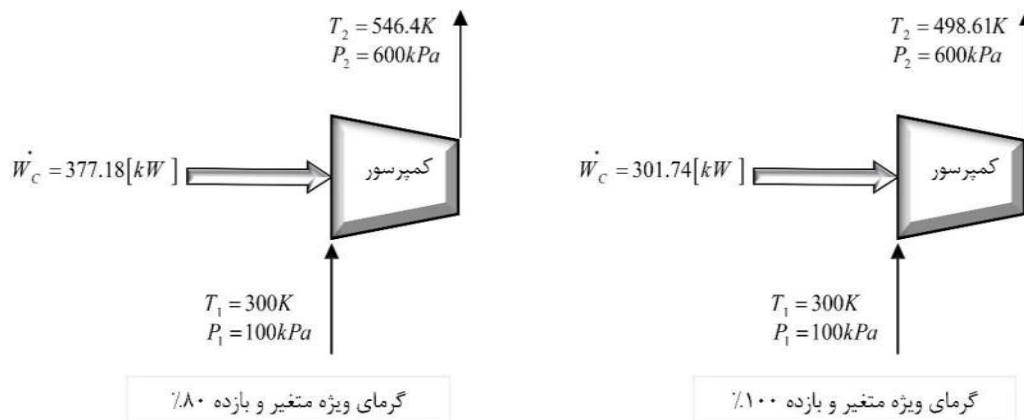
با توجه به مقدار $h_2 = 551.64 \frac{kJ}{kg}$ و با مراجعه به جدول $A - 10$ دمای واقعی (T_2) تعیین می‌شود.

$$h_2 = 551.64 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \xrightarrow{A-10} T_2 = 546.4[K]$$

حال می‌توان با استفاده از رابطه (۲-۱) توان مورد نیاز کمپرسور را محاسبه کرد:

$$\dot{W}_C = \dot{m}(h_2 - h_1) = 1.5 \times (551.64 - 300.19) = 377.18 [kW]$$

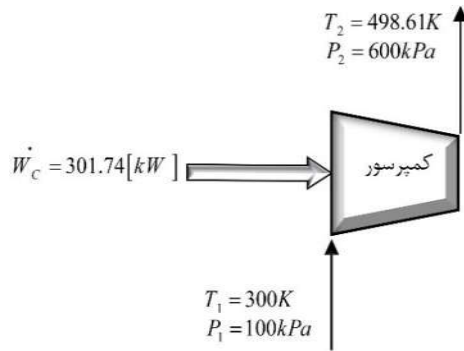
در شکل ۵-۱ نتایج اثر بازده در روش دقیق ترسیم شده است.



شکل ۵-۱: تأثیر بازده بر کار ورودی کمپرسور در گرمای ویژه متغیر

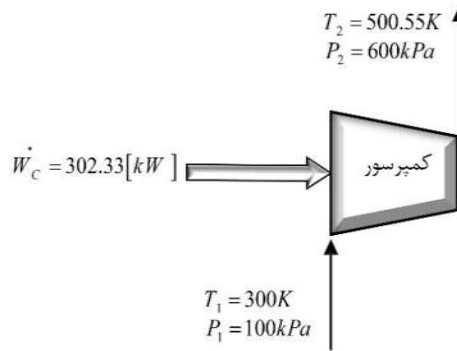
همانطور که در شکل ۵-۱ مشاهده می‌شود، اگر کمپرسور از حالت ایده‌آل خارج شود کار مورد نیاز برای افزایش فشار، افزایش می‌یابد. دقت شود که در هر دو مورد فشارهای خروجی با هم برابر هستند.

در شکل ۶-۱ حل دقیق و حل تقریبی مقایسه شده است. همانطور که در شکل ۶-۱ مشاهده می‌شود، حل دقیق و حل تقریبی رفتار به صورت قابل قبولی بر هم منطبق هستند. در این کتاب از هر دو روش استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که با افزایش نسبت فشار اختلاف بین روش دقیق و تقریبی بیشتر خواهد شد.



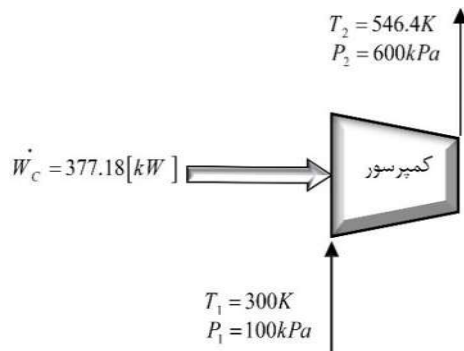
گرمای ویژه متغیر و بازده ۱۰۰٪

روش دقیق



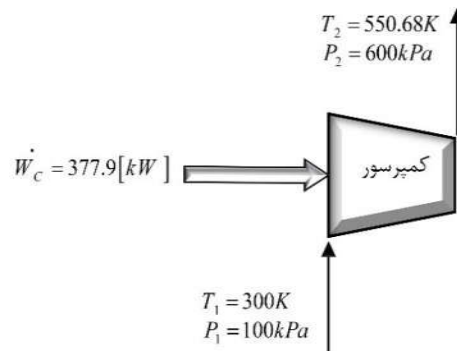
گرمای ویژه ثابت و بازده ۱۰۰٪

روش تقریبی



گرمای ویژه متغیر و بازده ۸۰٪

روش دقیق



گرمای ویژه ثابت و بازده ۸۰٪

روش تقریبی

شکل ۶-۱: مقایسه روش تقریبی و دقیق در کمپرسورها

جمع بندی

با توجه به شکل ۶-۱ می‌توان نتایج زیر را استخراج نمود:

فشار خروجی کمپرسور ایده آل = فشار خروجی کمپرسور واقعی

دمای خروجی کمپرسور ایده آل > دمای خروجی کمپرسور واقعی

کار کمپرسور ایده آل > کار کمپرسور واقعی

۳-۱- توربین

توربین بخشی از انرژی ورودی (که بیشتر بصورت آنتالپی است) را به کار خروجی تبدیل می‌کند. بنابراین همواره

دما و فشار خروجی توربین از ورودی آن کمتر است. کار و توان خروجی توربین به ترتیب از روابط (۱۰-۱) و (۱۱-۱) بدست می‌آید.

$$w_T = (h_1 - h_2) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (10-1)$$

$$W_T = \dot{m}(h_1 - h_2) \quad [kW] \quad (11-1)$$

اگر گاز ورودی به توربین گاز ایده‌آل (با ظرفیت گرمایی ثابت) باشد، کار و توان خروجی از توربین به ترتیب از روابط (۳-۱) و (۴-۱) محاسبه می‌شود.

$$w_T = c_p(T_1 - T_2) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (12-1)$$

$$W_T = \dot{m}c_p(T_1 - T_2) \quad [kW] \quad (13-1)$$

توربین به دو نوع توربین بخاری و گازی تقسیم می‌شود.

۱-۳-۱- توربین گازی

در توربین گازی سیال عامل در حالت گازی وارد توربین شده و سپس از آن خارج می‌شود. در اکثر توربین های گازی هوای خروجی از محفظه احتراق به عنوان سیال عامل در نظر گرفته می‌شود. اگر بازده توربین ۱۰۰ درصد نباشد، بازده از رابطه (۱۴-۱) بدست می‌آید.

$$\eta = \frac{\text{کار واقعی}}{\text{کار ایده آل}} = \frac{w_a}{w_s} \quad (14-1)$$

به دو طریق می‌توان خروجی توربین گازی را تعیین نمود:

۱- روش ظرفیت گرمایی ثابت (روش تقریبی)

۲- روش ظرفیت گرمایی متغیر (روش دقیق)

۱-۳-۱- روش ظرفیت گرمایی ثابت برای توربین گازی (روش تقریبی)

در حالت ایده‌آل فرآیند داخل توربین یک فرایند آیزونتروپیک ($s_{\text{خروجی}} = s_{\text{ورودی}}$) فرض می‌شود. با ثابت در نظر گرفتن گرماهای ویژه برای گاز درون توربین، می‌توان شرایط ورودی و خروجی توربین را از رابطه (۱۵-۱) تعیین کرد.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (15-1)$$

که در رابطه (۱۵-۱)، T_1 و P_1 به ترتیب دما و فشار جریان گاز ورودی به توربین و T_2 و P_2 به ترتیب دما و فشار جریان گاز خروجی از توربین و $k = \frac{c_p}{c_v}$ نسبت گرماهای ویژه است.

اگر بازده توربین گازی ۱۰۰ درصد نباشد به کمک معادله (۱۶-۱) ابتدا دمای ایده‌آل خروجی (T_{2s}) بدست می‌آید. سپس با داشتن بازده و به کمک رابطه (۱۷-۱)، می‌توان دمای خروجی توربین گازی را در حالت واقعی بدست آورد:

$$\frac{T_1}{T_{2s}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (16-1)$$

$$\eta = \frac{T_{2a} - T_1}{T_{2s} - T_1} \quad (17-1)$$

در هر دو حالت کار و توان مورد نیاز توربین گازی به ترتیب از روابط (۱۲-۱) و (۱۳-۱) بدست می‌آید.

مثال ۳-۱: هوا با دمای ۱۳۰۰ کلوین و فشار ۶۰۰ کیلوپاسکال وارد یک توربین گازی با نسبت فشار ۶ به ۱ می‌شود (به عبارتی فشار خروجی ۱۰۰ کیلوپاسکال می‌باشد). با استفاده از روش ظرفیت گرمایی ثابت، در دو حالت زیر شرایط هوای خروجی و توان توربین را محاسبه نمایید. (نسبت گرماهای ویژه برای هوا ۱/۴ می‌باشد).

الف) ظرفیت گرمایی ثابت و بازده ۱۰۰ درصد می‌باشد.

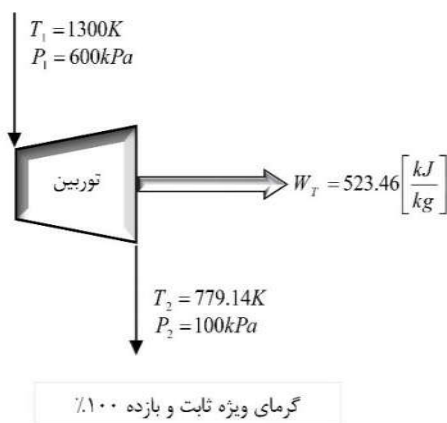
حل قسمت الف مسئله.

ابتدا از رابطه (۱۵-۱) دمای خروجی توربین بدست می‌آید:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{1300}{T_2} = \left(\frac{6}{1}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_2 = 779.14[K]$$

سپس می‌توان کار خروجی توربین گازی را مطابق رابطه (۱۲-۱) محاسبه نمود:

$$w_T = c_p(T_1 - T_2) = 1.005 \times (1300 - 779.14) = 523.46 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$



شکل ۷-۱: توربین گازی با بازده ۱۰۰ درصد و گرمای ویژه ثابت

ب) ظرفیت گرمایی ثابت و بازده ۸۵ درصد می‌باشد.

حل قسمت ب مسئله.

ابتدا به کمک معادله (۱۶-۱) دمای ایده آل خروجی (T_{2s}) بدست می آید.

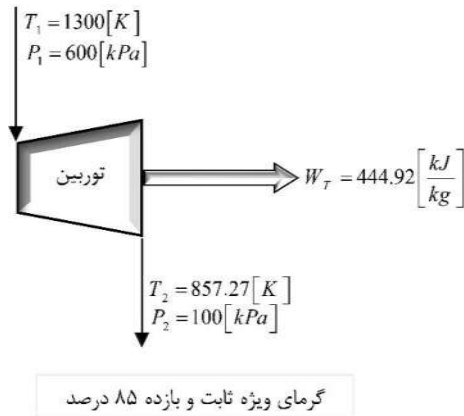
$$\frac{T_1}{T_{2s}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{1300}{T_{2s}} = \left(\frac{6}{1}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{2s} = 779.14[K]$$

سپس با داشتن بازده و به کمک رابطه (۱۷-۱)، می توان دمای خروجی توربین گازی را در حالت واقعی بدست آورد:

$$\eta = \frac{T_{2a} - T_1}{T_{2s} - T_1} \rightarrow 0.85 = \frac{T_{2a} - 1300}{779.14 - 1300} \rightarrow T_{2a} = 857.27[K]$$

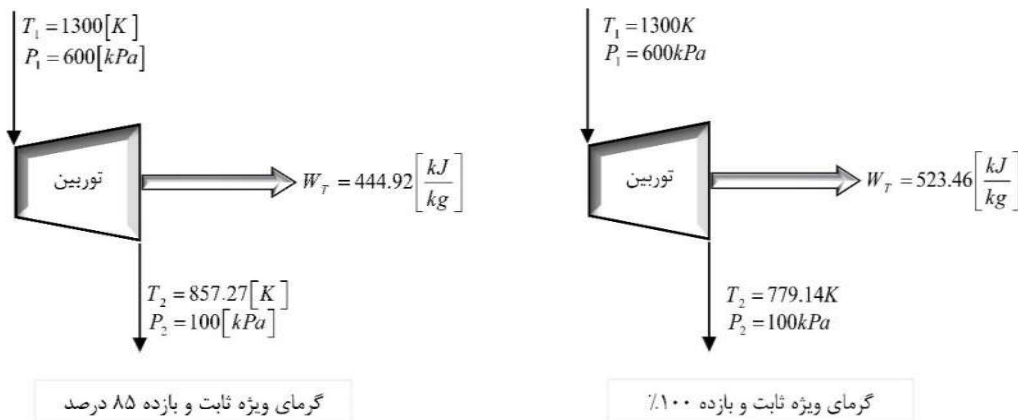
سپس می توان کار خروجی توربین گازی را مطابق رابطه (۱۲-۱) محاسبه نمود:

$$w_T = c_p(T_1 - T_2) = 1.005 \times (1300 - 857.27) = 444.92 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$



شکل ۸-۱: توربین گازی با بازده ۸۵ درصد و گرمای ویژه ثابت

در شکل ۹-۱ اثر بازده بر دمای خروجی توربین گازی و کار تولیدی ترسیم شده است.



شکل ۹-۱: مقایسه تأثیر بازده بر کار خروجی توربین گازی

با مراجعه به شکل ۹-۱ مشاهده می‌شود که:

- ۱- همانطور که اشاره شد توربین بخشی از انرژی ورودی را به کار تبدیل می‌کند. به همین دلیل انرژی خروجی از انرژی ورودی باید کمتر باشد. مطابق با شکل ۹-۱ فشار و دما در خروجی از ورودی توربین کمتر است.
- ۲- هنگامی که توربین از حالت ایده‌آل خارج شود، کار کمتری تولید می‌کند. مطابق با شکل ۹-۱ کار حالت ایده‌آل ۵۲۳/۴۶ و لی کار واقعی ۴۴۴/۹۲ کیلوژول بر کیلوگرم می‌باشد.
- ۳- در حالت واقعی و ایده‌آل فشار خروجی با هم برابرند:

$$\frac{\text{فشار خروجی توربین ایده آل}}{100 [kPa]} = \frac{\text{فشار خروجی توربین واقعی}}{100 [kPa]}$$

۴- دمای خروجی توربین واقعی از توربین ایده‌آل بیشتر است:

$$\frac{\text{دمای خروجی توربین ایده آل}}{779.14 [K]} > \frac{\text{دمای خروجی توربین واقعی}}{857.27 [K]}$$

۲-۱-۳-۱ روش ظرفیت گرمایی متغیر برای توربین گازی (روش دقیق)

اگر فرآیند درون توربین گازی آیزنتروپیک و گرمای ویژه متغیر باشد، می‌توان با توجه به دمای هوای ورودی (T_1)، مقادیر h_1 و p_{r1} را از جدول $A-10$ استخراج نمود:

$$T_1 = \text{معلوم} \xRightarrow{A-10} \begin{cases} p_{r1} = \checkmark \\ h_1 = \checkmark \end{cases}$$

از طرفی با داشتن نسبت فشار خروجی به ورودی $r_p = \frac{P_2}{P_1}$ و p_{r1} می‌توان آنتالپی و دمای هوای خروجی از توربین را بدست آورد:

$$p_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \quad p_{r1} \xRightarrow{A-10} \begin{cases} T_2 = \checkmark \\ h_2 = \checkmark \end{cases}$$

نسبت فشار

اگر بازده توربین گازی ۱۰۰٪ نباشد، باید ابتدا آنتالپی ایده‌آل h_{2s} مشخص شده و سپس از رابطه (۱۸-۱) آنتالپی واقعی خروجی (h_2) را تعیین کرد.

$$p_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \quad p_{r1} \xRightarrow{A-10} \begin{cases} T_{2s} = \checkmark \\ h_{2s} = \checkmark \end{cases}$$

نسبت فشار

$$\eta = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} \quad (18-1)$$

در هر دو حالت کار و توان مورد نیاز کمپرسور به ترتیب از روابط (۱۰-۱) و (۱۱-۱) بدست می‌آید.

مثال ۱-۴: هوا با دمای ۱۳۰۰ کلوین و فشار ۶۰۰ کیلوپاسکال وارد یک توربین گازی با نسبت فشار ۶ به ۱ می‌شود

(به عبارتی فشار خروجی ۱۰۰ کیلوپاسکال می‌باشد). با استفاده از روش دقیق ظرفیت گرمایی متغیر، در دو حالت زیر شرایط هوای خروجی و توان توربین را محاسبه نمایید.

الف) ظرفیت گرمایی ویژه متغیر و بازده ۱۰۰ درصد می‌باشد.

حل قسمت الف مسئله.

$$T_1 = 1300[K] \xRightarrow{A-10} \begin{cases} p_{r1} = 330.9 \\ h_1 = 1395.97 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

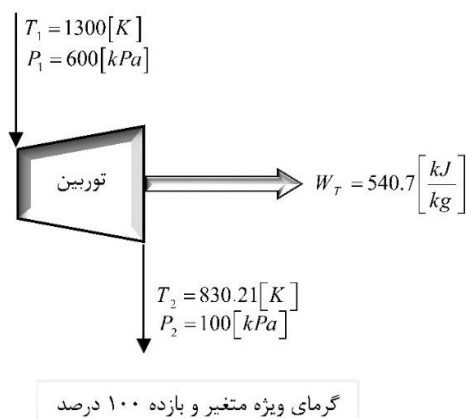
$$p_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \times p_{r1}$$

$$p_{r2} = \frac{100}{600} \times 330.9 = 55.15 \xRightarrow{A-10} \begin{cases} T_2 = 830.21[K] \\ h_2 = 855.27 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

نسبت فشار

سپس می‌توان کار خروجی توربین گازی را مطابق رابطه (۱۰-۱) محاسبه نمود:

$$w_T = (h_1 - h_2) = (1395.97 - 855.27) = 540.7 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$



شکل ۱۰-۱: توربین گازی با بازده ۱۰۰ درصد و گرمای ویژه متغیر

ب) ظرفیت گرمایی ویژه متغیر و بازده ۸۵ درصد می‌باشد.

حل قسمت ب مسئله.

$$T_1 = 1300[K] \xRightarrow{A-10} \begin{cases} p_{r1} = 330.9 \\ h_1 = 1395.97 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

$$p_{r2} = \underbrace{\frac{100}{600}}_{\text{نسبت فشار}} \times 330.9 = 55.15 \xrightarrow{A-10} \begin{cases} T_{2s} = 830.21[K] \\ h_{2s} = 855.27 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

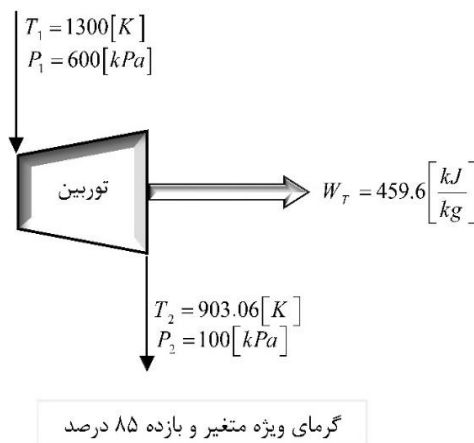
حال با استفاده از رابطه (۱۸-۱) آنتالپی واقعی خروجی (h_2) تعیین می‌شود.

$$\eta = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} \rightarrow 0.85 = \frac{h_2 - 1395.97}{855.27 - 1395.97} \rightarrow h_2 = 936.37 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \rightarrow T_2 = 903.06[K]$$

سپس می‌توان کار خروجی توربین گازی را مطابق رابطه (۱۰-۱) محاسبه نمود:

$$w_T = (h_1 - h_2) = (1395.97 - 936.37) = 459.6 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

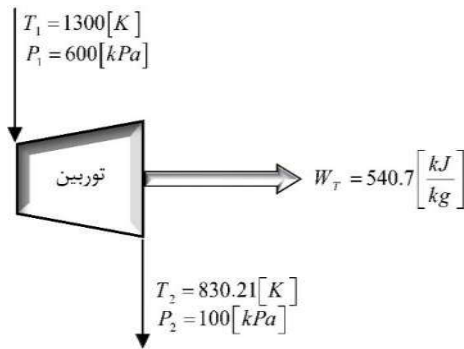
در شکل ۱۱-۱ ورودی و خروجی برای توربین واقعی ترسیم شده است. در شکل ۱۲-۱ روش گرمای ویژه متغیر و ثابت ترسیم و با هم مقایسه شده‌اند.



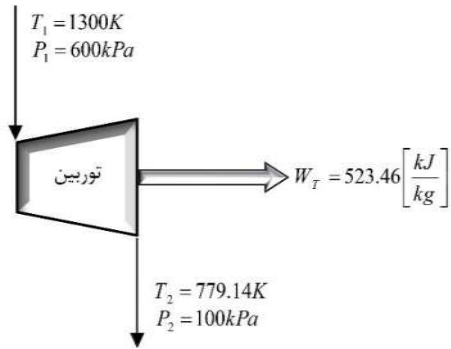
شکل ۱۱-۱: توربین گازی با بازده ۸۵ درصد و گرمای ویژه متغیر

حال نتایج **مثال ۳-۱** و **مثال ۴-۱** در شکل ۱۲-۱ با هم مقایسه می‌شوند.

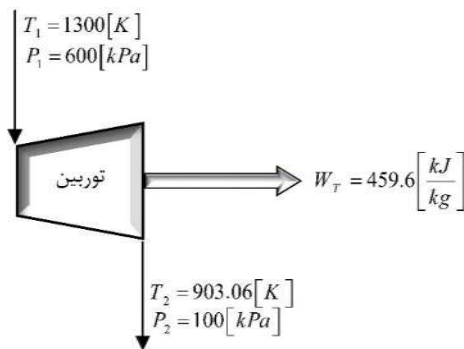
با مراجعه به شکل ۱۲-۱ مشاهده می‌شود که روش تقریبی با رفتار روش دقیق رفتاری مشابه دارد. دقت روش تقریبی زیاد نیست. بنابراین بهتر است در مورد توربین‌های گازی حتی المقدور از روش دقیق برای تخمین شرایط توربین گازی استفاده شود. به طور کلی هرچقدر دما بیشتر باشد، انحراف روش تقریبی از روش دقیق بیشتر است. در عمل دماهای کاری در توربین گازی بیشتر از کمپرسور می‌باشد. بنابراین روش تقریبی در توربین‌های گازی نسبت به کمپرسورها دقت کمتری دارد.



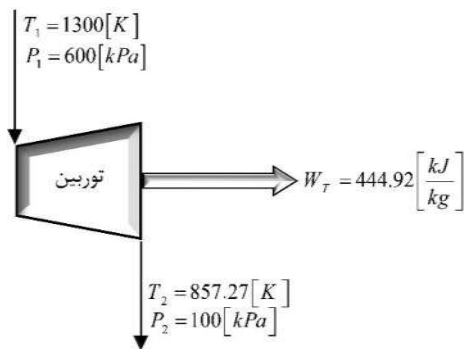
گرمای ویژه متغیر و بازده ۱۰۰ درصد



گرمای ویژه ثابت و بازده ۱۰۰٪



گرمای ویژه متغیر و بازده ۸۵ درصد



گرمای ویژه ثابت و بازده ۸۵ درصد

شکل ۱-۲: مقایسه روش دقیق و تقریبی در توربین گازی

۱-۲-۳- توربین بخار

در توربین بخار، سیال عامل، در حالت بخار قرار دارد. شرایط خروجی توربین به دو صورت زیر بدست می‌آید:

۱-۲-۳-۱ توربین بخار آیزنتروپیک (بازده ۱۰۰ درصد)

در این نوع توربین، با داشتن دما و فشار بخار ورودی و به مراجعه به جدول $A-5$ ، آنتالپی و آنتروپی خروجی از توربین بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} T_1 = \text{معلوم} \\ P_1 = \text{معلوم} \end{bmatrix} \xRightarrow{A-5} \begin{cases} h_1 = \checkmark \\ s_1 = \checkmark \end{cases}$$

از آنجایی که در توربین بخار آیزنتروپیک آنتروپی ورودی با آنتروپی خروجی برابر است و نیز با معلوم بودن فشار خروجی، با مراجعه به جدول $A-4$ می‌توان آنتالپی و دمای خروجی از توربین را بدست آورد:

$$\begin{bmatrix} P_2 = \text{معلوم} \\ s_2 = s_1 \end{bmatrix} \xRightarrow{A-4} \begin{cases} h_2 = \checkmark \\ T_2 = \checkmark \end{cases}$$

کار و توان خروجی توربین به ترتیب از روابط (۱۰-۱) و (۱۱-۱) محاسبه می‌شوند.

۱-۳-۲ توربین بخار واقعی (بازده ۱۰۰ درصد نیست)

در این نوع توربین، با داشتن دما و فشار بخار ورودی و به مراجعه به جدول $A-5$ ، آنتالپی و آنتروپی خروجی از توربین بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} T_1 = \text{معلوم} \\ P_1 = \text{معلوم} \end{bmatrix} \xRightarrow{A-5} \begin{cases} h_1 = \checkmark \\ s_1 = \checkmark \end{cases}$$

ابتدا باید طبق مراحل طی شده برای توربین بخار آیزنتروپیک، آنتالپی ایده‌آل h_{2s} مشخص شده و سپس از رابطه (۱۸-۱) آنتالپی واقعی خروجی (h_2) را تعیین کرد.

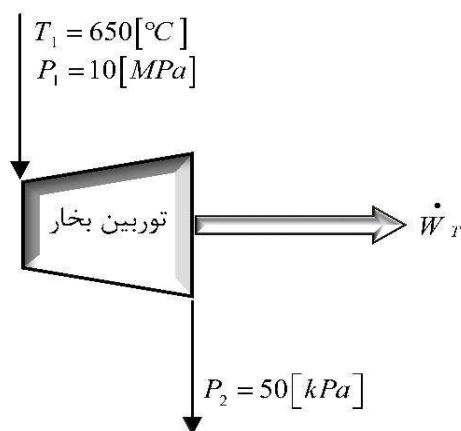
$$\begin{bmatrix} P_2 = \text{معلوم} \\ s_2 = s_1 \end{bmatrix} \xRightarrow{A-5} \begin{cases} h_{2s} = \checkmark \\ T_{2s} = \checkmark \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه (۱۸-۱)، آنتالپی واقعی خروجی از توربین محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} \Rightarrow h_2 = \eta \times (h_{2s} - h_1) + h_1$$

کار و توان خروجی توربین به ترتیب از روابط (۱۰-۱) و (۱۱-۱) محاسبه می‌شوند.

مثال ۵-۱: بخار با دبی جرمی ۰/۵ کیلوگرم بر ثانیه و شرایط ورودی نشان داده شده در شکل ۱۳-۱ را در نظر بگیرید. اگر فشار خروجی ۵۰ کیلوپاسکال باشد، دما و قدرت خروجی توربین را در شرایط زیر بیابید.



شکل ۱۳-۱: توربین بخاری

الف) اگر توربین ایده‌آل باشد.

حل قسمت الف مسئله.

با استفاده از جدول A-6 مقادیر آنتالپی و آنترופی ورودی مشخص می‌شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 10 \text{ [MPa]} \\ T_1 = 650 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{array} \right\} \xrightarrow{A-5} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 3748 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_1 = 7.038 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\}$$

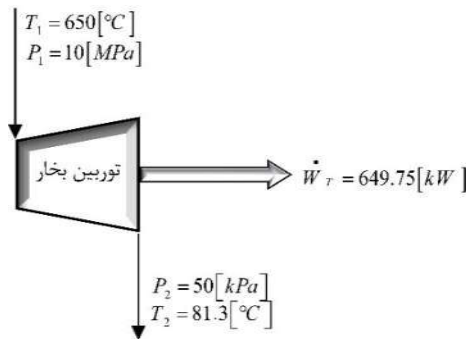
حال با برابر در نظر گرفتن آنترופی ورودی و خروجی توربین و با مراجعه به جدول A-4، دما و آنتالپی خروجی توربین بدست می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 50 \text{ [kPa]} \\ s_2 = s_1 = 7.038 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{A-4} \left\{ \begin{array}{l} T_2 = 81.3 \text{ [}^\circ\text{C]} \\ h_2 = 2448.5 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ x = 0.91 \end{array} \right\}$$

حال با استفاده از رابطه (۱۱-۱) توان خروجی توربین محاسبه می‌شود:

$$\dot{W} = \dot{m} (h_1 - h_2) = 0.5 \times (3748 - 2448.5) = 649.75 \text{ [kW]}$$

در شکل ۱۴-۱ شرایط ورودی و خروجی توربین نشان داده شده است.



توربین بخار با بازده ۱۰۰ درصد

شکل ۱۴-۱: توربین بخاری با بازده ۱۰۰ درصد

ب) اگر بازده توربین ۸۵ درصد باشد، دما و قدرت خروجی از توربین بخار را بیابید.

حل قسمت ب مسئله.

مانند قسمت الف مسئله، ابتدا آنتالپی و دمای ایده‌آل خروجی از توربین بدست می‌آیند:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 10 \text{ [kPa]} \\ T_1 = 650 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{array} \right\} \xrightarrow{A-5} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 3748 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_1 = 7.038 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 50 [kPa] \\ s_{2s} = s_1 = 7.038 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{A-4} \left\{ \begin{array}{l} T_{2s} = 81.3 [^{\circ}C] \\ h_{2s} = 2448.5 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ x_{2s} = 0.91 \end{array} \right\}$$

سپس به کمک رابطه (۱۸-۱)، آنتالپی خروجی واقعی از توربین بدست می‌آید:

$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{3748 - h_2}{3748 - 2448.5} \rightarrow h_2 = 2643.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

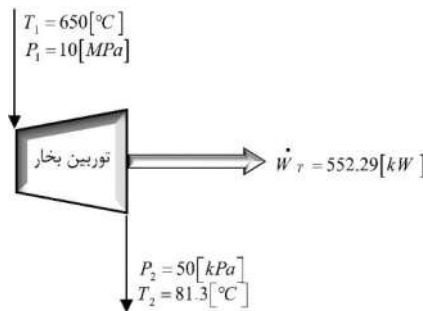
با توجه به اینکه فشار خروجی ۵۰ کیلوپاسکال است، می‌توان با کمک آنتالپی شرایط خروجی را بدست آورد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 50 kPa \\ h_2 = 2643.42 \end{array} \right\} \xrightarrow{A-4} \left\{ \begin{array}{l} T_2 = 81.3^{\circ}C \\ x_2 = 0.99 \end{array} \right\}$$

حال با استفاده از رابطه (۱۱-۱)، توان خروجی توربین محاسبه می‌شود:

$$\dot{W} = \dot{m}(h_1 - h_2) = 0.5 \times (3748 - 2643.42) = 552.29 [kW]$$

در شکل ۱۵-۱ شرایط خروجی از توربین واقعی ترسیم شده است.



توربین بخار با بازده ۸۵ درصد

شکل ۱۵-۱: توربین بخاری با بازده ۸۵ درصد

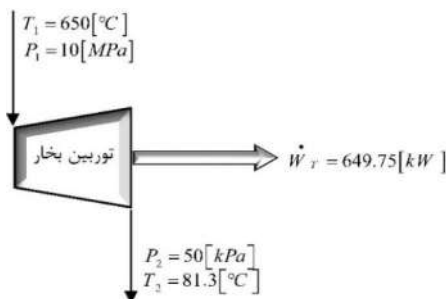
در شکل ۱۶-۱ می‌توان نتایج دو توربین واقعی و ایده‌آل را مقایسه نمود.

همانطور که مشاهده می‌شود در توربین ایده‌آل توان خروجی بیشتر است. به عبارتی توربین ایده‌آل کار بیشتری نسبت به توربین واقعی تولید می‌کند.

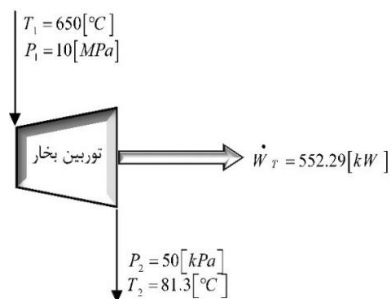
کار توربین واقعی > کار توربین ایده‌آل

توجه شود که برای توربین بین کار واقعی و کار ایده‌آل رابطه زیر برقرار است:

$$\text{کار ایده‌آل} \times \text{بازده} = \text{کار واقعی} \quad (۱۹-۱)$$



توربین بخار با بازده ۱۰۰ درصد



توربین بخار با بازده ۸۵ درصد

شکل ۱-۱۶: تأثیر بازده بر کار خروجی توربین بخاری

۱-۴- پمپ

پمپ همانند کمپرسور برای افزایش فشار به کار می‌رود. پمپ‌ها برای افزایش فشار مایعات و کمپرسور برای افزایش فشار گازها مورد استفاده قرار می‌گیرد. کار مورد نیاز پمپ از رابطه (۱-۲۰) بدست می‌آید.

$$w_{pump} = \frac{v_{ورودی} \times (P_{خروجی} - P_{ورودی})}{\eta_p} \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۱-۲۰)$$

$$\dot{W}_{pump} = \dot{m} \times \frac{v_{ورودی} \times (P_{خروجی} - P_{ورودی})}{\eta_p} \quad [kW] \quad (۱-۲۱)$$

آنتالپی خروجی پمپ از رابطه (۱-۲۲) بدست می‌آید.

$$h_{خروجی} = h_{ورودی} + \frac{v_{ورودی} (P_{خروجی} - P_{ورودی})}{\eta_p} \quad \text{یا} \quad h_{خروجی} = h_{ورودی} + w_{پمپ} \quad (۱-۲۲)$$

مثال ۱-۶: اگر فشار ورودی به پمپ ۱۰۰ کیلوپاسکال و فشار خروجی از آن ۵ مگاپاسکال باشد، مطلوبست تعیین: الف) کار مورد نیاز و آنتالپی خروجی پمپ، اگر پمپ ایده‌آل باشد.

حل قسمت الف مسئله.

در تحلیل سیکل‌های ترمودینامیکی، ورودی پمپ مایع اشباع در نظر گرفته می‌شود (مگر اینکه در مساله غیر از این مطرح باشد). بنابراین شرایط ورودی پمپ با مراجعه به جدول ۴-۱ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 100 [kPa] \\ \text{Saturation Liquid} \end{array} \right\} \xrightarrow{A-4} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 417.4 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_1 = 0.0010 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{array} \right\}$$

اگر بازده پمپ ۱۰۰ درصد باشد، کار مورد نیاز پمپ از رابطه (۱-۲۰) محاسبه می‌شود:

$$w_p = v_1(P_2 - P_1) = 0.0010 \times (5000 - 100) = 4.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حال به کمک رابطه (۲۲-۱) آنتالپی خروجی از پمپ محاسبه می‌شود:

$$h_2 = h_1 + w_p \Rightarrow h_2 = 417.4 + 4.9 = 422.3 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بنابراین کار مورد نیاز پمپ برابر $4.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ می‌باشد.

ب) کار مورد نیاز و آنتالپی خروجی پمپ، اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد.

حل قسمت ب مسئله.

مانند قسمت الف مسئله ابتدا شرایط ورودی به پمپ باید مشخص شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 100[kPa] \\ \text{saturation Liquid} \end{array} \right\} \xrightarrow{A-4} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 417.4 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_1 = 0.0010 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{array} \right\}$$

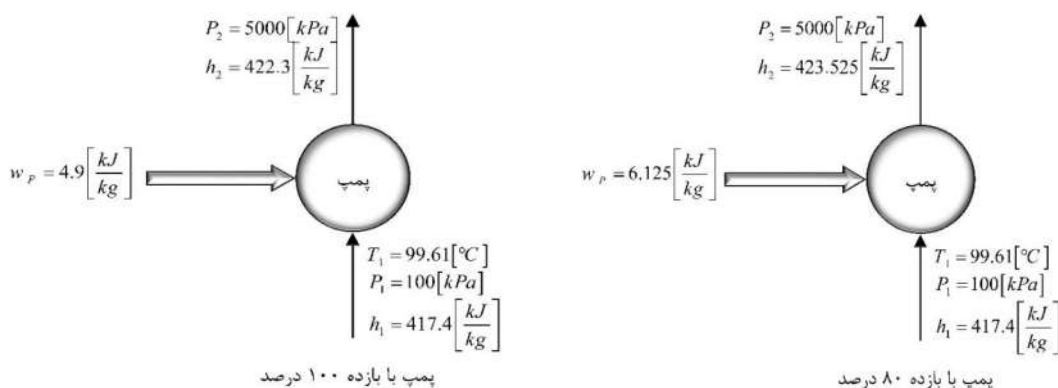
اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، کار مورد نیاز پمپ از رابطه (۲۰-۱) محاسبه می‌شود:

$$w_p = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_p} \Rightarrow w_p = \frac{0.0010(5000 - 100)}{0.8} = 6.125 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حال به کمک رابطه (۲۲-۱) آنتالپی خروجی از پمپ محاسبه می‌شود:

$$h_2 = h_1 + w_p \Rightarrow h_2 = 417.4 + 6.125 = 423.525 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

در شکل ۱۷-۱ پمپ واقعی و ایده‌آل مقایسه شده است.



شکل ۱۷-۱: تأثیر بازده بر کار ورودی پمپ

مطابق با شکل ۱۷-۱ وقتی پمپ از حالت ایده‌آل خود خارج شود، کار مورد نیاز از $4.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ به $6.125 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ افزایش می‌یابد. بنابراین پمپ واقعی کار بیشتری مصرف می‌کند تا فشار از ۱۰۰ به ۵۰۰۰ کیلوپاسکال برسد.

توجه شود که در پمپ بین کار واقعی و ایده‌آل رابطه زیر برقرار است:

$$(۲۳-۱) \quad \text{کار ایده آل} = \frac{\text{کار واقعی}}{\text{بازده}}$$

با توجه به شکل ۱-۱۷، با کاهش بازده کار ورودی به پمپ افزایش می‌یابد.

توجه شود که در توربین نامساوی زیر برقرار است:

کار ایده آل خروجی $\leq$ کار واقعی خروجی

و به همین ترتیب نیز در کمپرسور و پمپ نامساوی زیر برقرار است:

کار ایده آل ورودی $\geq$ کار واقعی ورودی

۱-۵- خلاصه‌ای از سیکل‌های ترمودینامیکی

تولید قدرت و تبرید دو مورد از کاربردهای مهم ترمودینامیک هستند. هر دو توسط سیستم‌هایی که در سیکل ترمودینامیکی کار می‌کنند انجام می‌شود.

سیکل‌های ترمودینامیکی را می‌توان به دو دسته زیر تقسیم‌بندی نمود:

۱- سیکل‌های قدرت^۱

۲- سیکل‌های تبرید^۲

به وسایل یا دستگاه‌هایی که برای تولید قدرت خالص خروجی به کار می‌روند، موتور گفته می‌شود و سیکل‌های ترمودینامیکی که برای این منظور به کار می‌روند را سیکل‌های قدرت می‌نامند. به همین ترتیب وسایل و دستگاه‌هایی که برای تبرید به کار می‌روند را یخچال^۳، تهویه مطبوع^۴، پمپ گرما^۵ و سیکل‌های عملیات آن‌ها را سیکل‌های تبرید می‌گویند.

۱-۵-۱- سیکل قدرت ماشین گرمایی

به طور کلی سیکل قدرت در بین دو دمای بالا (T_H) و دمای پایین (T_L) مطابق شکل ۱-۱۸ کار می‌کند.

وظیفه و ورودی مورد نیاز موتور گرمایی به شرح زیر است:

وظیفه موتور گرمایی (هدف مطلوب) تولید کار (W) می‌باشد.

^۱ Power Cycle

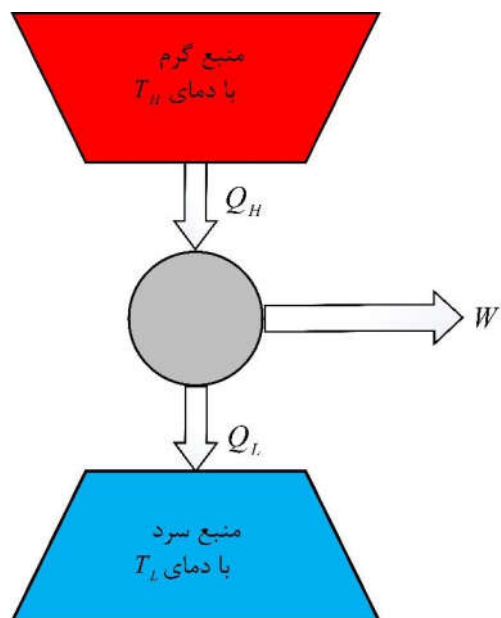
^۲ Refrigeration Cycle

^۳ Refrigerator

^۴ Air Conditioners

^۵ Heat Pumps

ورودی مورد نیاز موتور گرمایی، گرمای ورودی (Q_H) می‌باشد.



شکل ۱-۸: موتور گرمایی

مطابق با قانون اول ترمودینامیک انرژی از بین نمی‌رود بنابراین (انرژی خروجی = انرژی ورودی) است.

$$\underbrace{\text{انرژی خروجی}}_{Q_H} = \underbrace{\text{انرژی ورودی}}_{W + Q_L}$$

مطابق با رابطه $\left[\text{بازده} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} \right]$ می‌توان بازده را از رابطه زیر بدست آورد:

$$\text{بازده} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \quad (۲۴-۱)$$

مطابق با قانون دوم ترمودینامیک بازده ماشین گرمایی هیچ‌گاه صد درصد نیست؛ یعنی هیچ سیکل قدرتی نمی‌توان یافت که تمام گرما را به کار تبدیل کند و باید حتماً قسمتی از گرما به محیط پس داده شود.

چند نکته

❖ مطابق با قانون دوم ترمودینامیک در هیچ سیکلی همه گرما به کار تبدیل نمی‌شود. ولی فرآیندهایی وجود دارند که در آن‌ها تمام گرما به کار تبدیل می‌شوند. به طور مثال فرآیند هم‌دمای گاز ایده‌آل درون پیستون و سیلندر را در نظر بگیرید. برای گاز ایده‌آل در فرآیند هم‌دمای تغییرات انرژی درونی برابر صفر می‌باشد ($\Delta U = 0$). مطابق با قانون اول ترمودینامیک $Q - W = \Delta U$ بوده و چون ($\Delta U = 0$) است لذا، $Q = W$ خواهد بود. به عبارتی همه گرما به کار یا بالعکس همه کار به گرما در یک فرایند می‌تواند به هم تبدیل

شوند.

❖ از میان تمام موتورهای گرمایی که قادر هستند گرما را به کار تبدیل کنند، موتور گرمایی کارنو بیشترین بازده را دارد؛ یعنی موتور گرمایی کارنو بیشترین کار را تولید کرده و لذا بیشترین بازده را دارد. سیکل کارنو دارای برگشت‌پذیری خارجی و برگشت‌پذیری داخلی است.

❖ بازده سیکل کارنو از (۲۵-۱) رابطه بدست می‌آید. بنابراین حداکثر بازده یک موتور گرمایی فقط به دما وابسته است.

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (25-1)$$

مثال ۷-۱: یک موتور گرمایی بین دو دمای ۳۰۰ درجه سانتیگراد و ۲۵ درجه سانتیگراد کار می‌کند. آیا می‌توان انتظار داشت که ۷۰٪ گرمای ورودی به کار تبدیل شود؟

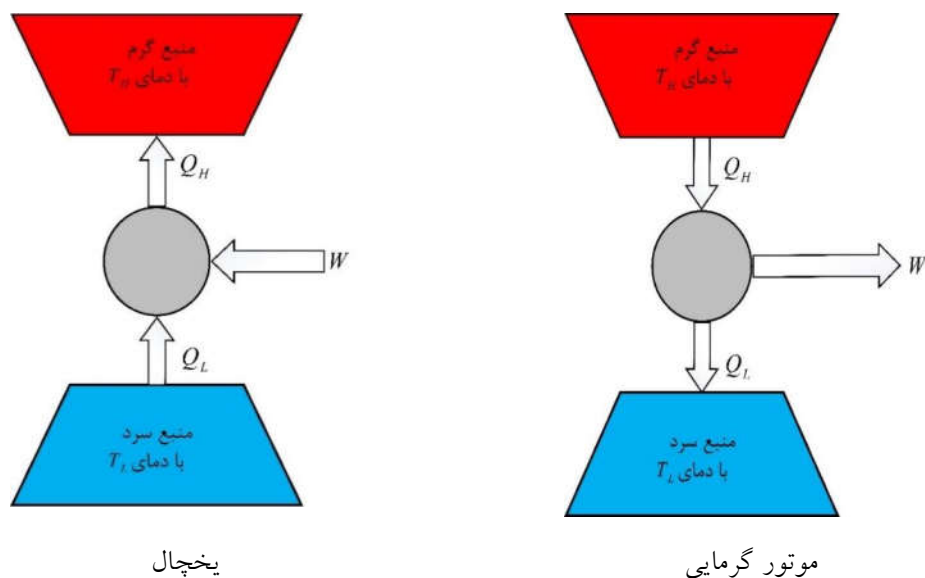
مطابق با رابطه (۲۵-۱) ابتدا حداکثر بازده محاسبه می‌شود.

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \rightarrow \eta = 1 - \frac{25 + 273.15}{300 + 273.15} = 0.48$$

به عبارتی در بهترین حالت فقط ۴۸٪ از گرمای ورودی به کار تبدیل می‌شود. بنابراین نمی‌توان بازده ۷۰٪ را از هیچ موتوری در این محدوده دمایی انتظار داشت.

۱-۵-۲- سیکل یخچال

سیکل یخچال نیز مشابه با سیکل موتور گرمایی در بین دو دما کار می‌کند. محیط سرد که در دمای (T_L) و محیط گرم که در دمای (T_H) قرار دارد. گرما از محیط سرد در دمای (T_L) گرفته شده و به محیط گرم در دمای (T_H) انتقال می‌یابد.



شکل ۱-۱۹: مقایسه جهت انتقال حرارت و توان ورودی برای سیکل ماشین گرمایی و یخچال

وظیفه سیکل یخچال (هدف مطلوب) خنک نگه‌داشتن محیط در دما پایین می‌باشد. برای خنک نگه‌داشتن محیط سرد باید همواره از این محیط حرارت (Q_L) برداشت شود. **ورودی مورد نیاز سیکل یخچال** قدرت الکتریکی (W) و یا به عبارتی الکتریسیته می‌باشد. برای سیکل‌های یخچال به جای بازده از ضریب عملکرد استفاده می‌شود. ضریب عملکرد^۱ سیکل یخچال از رابطه (۱-۲۶) بدست می‌آید.

$$\text{ضریب عملکرد} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{Q_L}{W} \quad (۱-۲۶)$$

مطابق با قانون اول ترمودینامیک انرژی از بین نمی‌رود بنابراین انرژی خروجی = انرژی ورودی است.

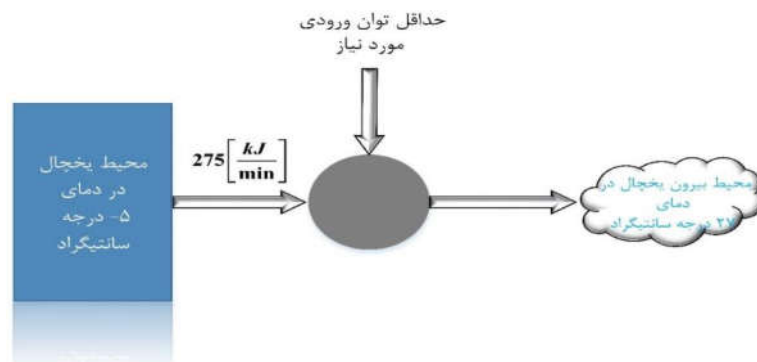
$$\underbrace{\text{انرژی خروجی}}_{W+Q_L} = \underbrace{\text{انرژی ورودی}}_{Q_H}$$

❖ طراحی یخچال‌های به گونه‌ای در عمل انجام می‌شود که مقدار ضریب عملکرد آن همواره عددی بزرگتر از یک باشد. یخچال‌های ایده‌آل قادرند با کمترین الکتریسیته مصرفی بیشترین حرارت را از منبع سرد بگیرند. یخچال‌های ایده‌آل در سیکل کارنو فعالیت می‌کنند. یخچال کارنو دارای برگشت‌پذیری داخلی و خارجی است.

❖ بازده یخچال کارنو از رابطه (۱-۲۷) بدست می‌آید. بنابراین حداکثر بازده یخچال کارنو فقط به دما وابسته است.

$$\text{COP} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad (۱-۲۷)$$

مثال ۱-۸: یک یخچال برای نگه‌داشتن فضای سرد در دمای ۸- درجه سانتیگراد به کار می‌رود. اگر آهنگ حرارت دفع شده از یخچال ۲۷۵ کیلوژول بر دقیقه باشد، در دو حالت زیر توان مصرفی یخچال را بیابید:



شکل ۱-۲۰: یخچال

^۱ Coefficient of Performance

الف) کمترین توان مورد نیاز یخچال.

ب) کمترین توان مورد نیاز اگر ضریب عملکرد یخچال ۵ باشد.

حل قسمت الف مسئله.

ابتدا با استفاده از رابطه (۲۷-۱) ضریب عملکرد یخچال محاسبه می‌شود:

$$T_H = 27 + 273.15 = 300.15 \quad \text{و} \quad T_L = -5 + 273.15 = 268.15$$

$$COP = \frac{T_L}{T_H - T_L} \rightarrow COP = \frac{268.15}{300.15 - 268.15} = 8.38$$

حال با استفاده از رابطه (۲۶-۱) کمترین توان ورودی مورد نیاز پمپ گرما محاسبه می‌شود:

$$COP = \frac{Q_L}{W} \rightarrow 8.38 = \frac{\frac{275}{60}}{W} \rightarrow W = 0.54 [kW]$$

حل قسمت ب مسئله.

با استفاده از رابطه (۲۶-۱) کمترین توان ورودی مورد نیاز پمپ گرما محاسبه می‌شود:

$$COP = \frac{Q_L}{W} \rightarrow 5 = \frac{\frac{275}{60}}{W} \rightarrow W = 0.91 [kW]$$

در این مثال مشاهده شد که با کاهش ضریب عملکرد، کار ورودی مورد نیاز یخچال افزایش می‌یابد.

کار مورد نیاز یخچال واقعی

$$0.91$$

کار مورد نیاز یخچال ایده‌آل

$$0.54$$

۱-۵-۳- پمپ گرما

سیکل پمپ گرما نیز مشابه با سیکل یخچال در بین دو دما کار می‌کند. محیط سرد که در دمای (T_L) و محیط گرم که در دمای (T_H) قرار دارد. گرما از محیط سرد در دمای (T_L) گرفته شده و به محیط گرم در دمای (T_H) انتقال می‌یابد. تفاوت پمپ گرما با یخچال در وظیفه‌ای که آن‌ها به عهده دارند، می‌باشد.

جدول ۱-۱: مقایسه سیکل پمپ گرما و یخچال

وظیفه یخچال	وظیفه پمپ گرما
خنک نگه داشتن محیط در دمای پایین می‌باشد	گرم نگه داشتن محیط در دمای بالا می‌باشد

ورودی مورد نیاز پمپ گرما: قدرت الکتریکی (W)

مشابه با آنچه که برای سیکل یخچال ارائه شد، ضریب عملکرد پمپ گرما از رابطه (۲۸-۱) بدست می‌آید.

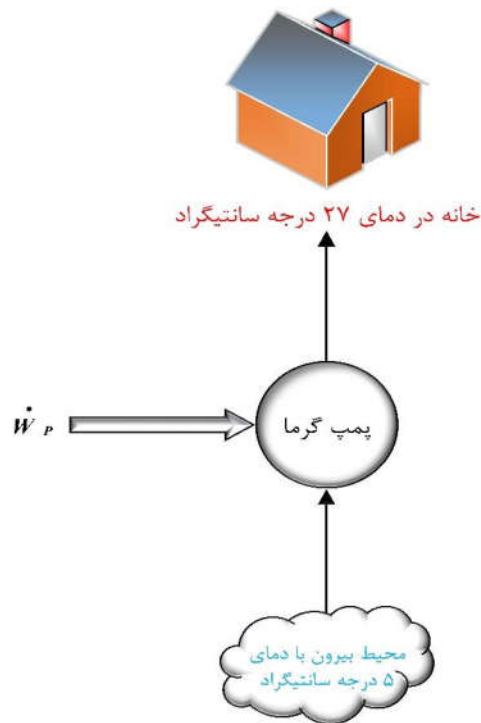
$$\text{ضریب عملکرد} = \frac{\text{هدف مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{Q_H}{W} \quad (28-1)$$

پمپ گرمای ایده‌آل پمپی است که با کمترین مصرف الکتریسیته بیشترین حرارت را به محیط گرم می‌دهد. پمپی که در سیکل کارنو فعالیت می‌کند، دارای بیشترین ضریب عملکرد می‌باشد. بازده پمپ گرما کارنو از رابطه (۲۹-۱) بدست می‌آید. بنابراین حداکثر بازده پمپ گرما کارنو فقط به دما وابسته است.

$$\text{COP} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad (29-1)$$

مثال ۹-۱: یک پمپ گرما را در نظر بگیرید که قرار است دمای خانه را در ۲۷ درجه سانتیگراد ثابت نگه دارد. این پمپ از محیط با دمای ۵ درجه سانتیگراد حرارت را گرفته و به خانه تحویل می‌دهد. آهنگ دفع حرارت از این خانه ۱۰۰۰۰۰ کیلووات بر ساعت تخمین زده می‌شود. اگر حرارت مورد نیاز خانه ۱۵۰۰۰۰ کیلوژول بر ساعت باشد در دو حالت زیر توان مصرفی پمپ گرما را بیابید:

الف) کمترین توان مورد نیاز پمپ گرما.



شکل ۲۱-۱: پمپ گرمایی

حل قسمت الف مسئله.

ابتدا با استفاده از رابطه (۲۹-۱) ضریب عملکرد پمپ گرما محاسبه می‌شود:

$$T_H = 27 + 273.15 = 300.15 \quad \text{و} \quad T_L = 5 + 273.15 = 278.15$$

$$COP = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{300.19}{300.19 - 278.15} = 13.64$$

حال با استفاده از رابطه (۲۸-۱) کمترین توان ورودی مورد نیاز پمپ گرما محاسبه می‌شود:

$$COP = \frac{Q_H}{W} \rightarrow 13.64 = \frac{150000}{W} \times \left(\frac{1}{3600} \right) \rightarrow W = 3.05 [kW]$$

ب) کمترین توان مورد نیاز اگر ضریب عملکرد پمپ گرما ۵ باشد.

حل قسمت ب مسئله.

با استفاده از رابطه (۲۸-۱) کمترین توان ورودی مورد نیاز پمپ گرما محاسبه می‌شود:

$$COP = \frac{Q_H}{W} \rightarrow 5 = \frac{\frac{150000}{3600}}{W} \rightarrow W = 8.33 [kW]$$

در این مثال مشاهده شد که با کاهش ضریب عملکرد، کار ورودی مورد نیاز پمپ گرما افزایش می‌یابد.

به طور خلاصه می‌توان سیکل‌های ارائه شده را به صورت زیر طبقه‌بندی کرد:

جدول ۲-۱: بازده سیکل‌های موتور گرمایی، یخچال و پمپ گرما در حالت واقعی و ایده‌آل

سیکل	حداکثر بازده یا ضریب عملکرد سیکل بازده یا ضریب عملکرد	
	در حالت واقعی	در حالت ایده‌آل (کارنو)
موتور گرمایی	$\frac{W}{Q_H}$	$1 - \frac{T_L}{T_H}$
یخچال	$\frac{Q_L}{W}$	$\frac{T_L}{T_H - T_L}$
پمپ گرما	$\frac{Q_H}{W}$	$\frac{T_H}{T_H - T_L}$

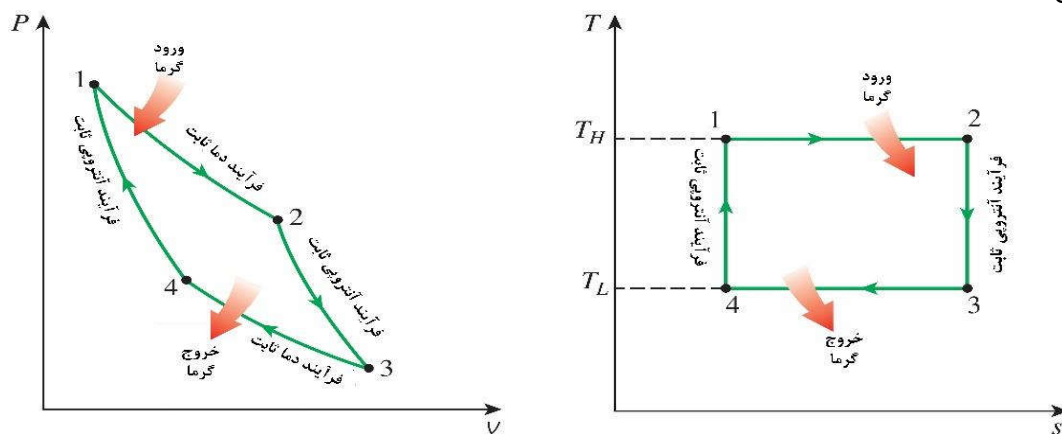
فصل دوم: سیکل‌های قدرت گازی

در فصل قبل نشان داده شد که ماشین‌های گرمایی برگشت‌پذیر (همانند سیکل کارنو)، دارای بیشترین بازده گرمایی هستند؛ و این بدان معناست که طراحی سیکل با بازده بالاتر از سیکل کارنو امکان ندارد. در عمل به دلیل وجود محدودیت‌هایی نمی‌توان از سیکل کارنو استفاده نمود.

۱-۲- ارزش سیکل کارنو در کاربردهای مهندسی

سیکل کارنو از چهار فرآیند برگشت‌پذیر کلی تشکیل شده است. نمودارهای $P-V$ و $T-S$ برای سیکل کارنو در شکل ۱-۲ رسم شده‌اند.

سیکل کارنو کارآمدترین سیکلی است که می‌توان بین منبع گرماده با دمای T_H و منبع گرماگیر با دمای T_L اجرا کرد. در عمل برای سیکل کارنو ایجاد انتقال گرمایی برگشت‌پذیر تک‌دما، تقریباً فرآیند غیرممکنی است. به عبارتی بزرگترین مشکل در سیکل کارنو مطابق شکل ۱-۲ وجود فرآیندهای ۱-۲ و ۳-۴ می‌باشد که در طی آن گرما در دمای ثابت به سیستم وارد و یا از آن خارج می‌شود. بنابراین، عملاً نمی‌توان موتوری تولید نمود که در سیکل بسیار نزدیک به سیکل کارنو کار کند. از سیکل کارنو می‌توان به عنوان استاندارد برای حداکثر عملکرد و یا بازده سیکل‌های واقعی استفاده نمود. بازده گرمایی سیکل کارنو فقط تابعی از دماهای منابع گرماده و گرماگیر است. همانطور که در فصل قبل اشاره شد بازده سیکل کارنو به دمای منبع گرم (T_H) و دمای منبع سرد (T_L) وابسته است، به طوری که با افزایش دمای متوسطی که تحت آن به سیستم گرما داده می‌شود $(T_H \uparrow)$ ، و یا با کاهش دمای متوسطی که تحت آن از سیستم گرما دفع می‌شود $(T_L \downarrow)$ بازده سیکل افزایش می‌یابد.

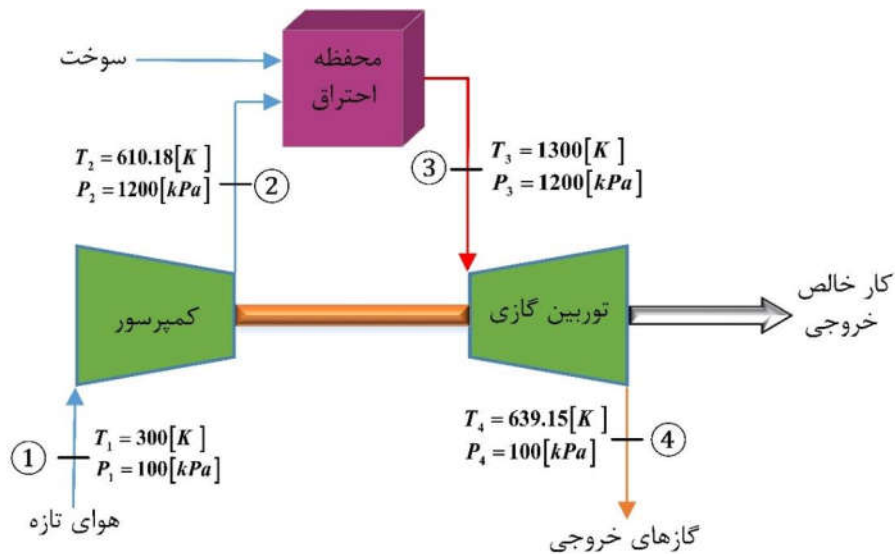


شکل ۱-۲: بلوک دیاگرام و نمودارهای $T-S$ و $P-V$ سیکل کارنو

همانطور که اشاره شد در عمل نمی‌توان به سیکل کارنو رسید. بنابراین باید سیکل ایده‌آلی تعریف کرد که از نظر عملی بتوان به آن نزدیک شد. در ادامه سیکل برای تون معرفی می‌شود. این سیکل به عنوان سیکل ایده‌آل برای سیکل‌های قدرت گازی معرفی شده و مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۲- سیکل برایتون^۱

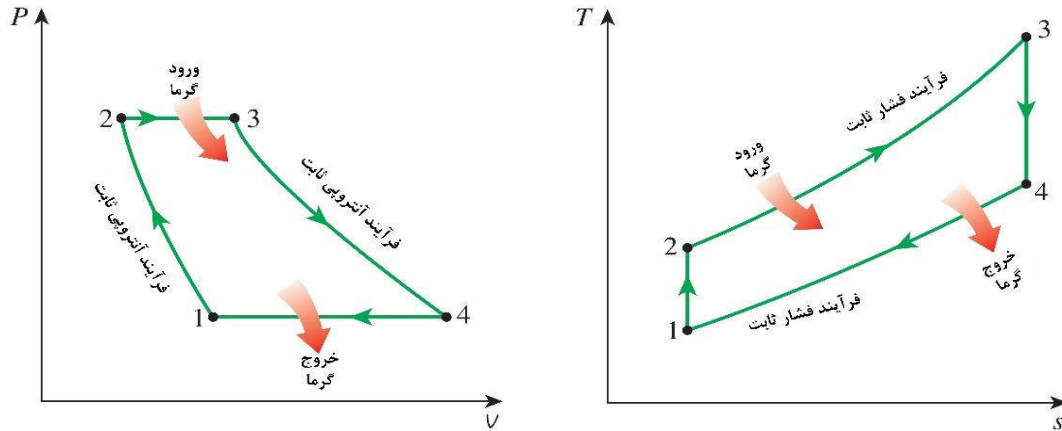
همانطور که اشاره شد، سیکل کارنو دارای بیشترین بازده است ولی بدلیل محدودیت‌های عملی، دستیابی به این سیکل امکان‌پذیر نیست. سیکل برایتون سیکل ایده‌آل موتورهای قدرت گازی است که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد. سیکل برایتون ابتدا توسط جورج برایتون در سال ۱۸۷۰ ابداع شد. هوای تازه در شرایط محیط به داخل کمپرسور مکیده شده و در آن دما و فشار افزایش می‌یابد. ولی هدف اصلی کمپرسور افزایش فشار می‌باشد. سپس هوا با فشار زیاد وارد محفظه احتراق شده و در فشار ثابت می‌سوزد. در محفظه احتراق دما افزایش زیادی پیدا می‌کند. بنابراین به کمک کمپرسور و محفظه احتراق به ترتیب فشار و دمای هوا افزایش می‌یابد. همانطور که می‌دانیم انرژی به دما و فشار وابسته بوده و بنابراین در خروجی محفظه احتراق، انرژی هوا در مقایسه با هوای ورودی به سیکل بسیار بیشتر است. هوای پر انرژی وارد توربین شده و انرژی خود را از دست می‌دهد. بنابراین هوای خروجی از توربین در دما و فشار پایین‌تری قرار دارد. انرژی از دست رفته هوا بصورت کار از توربین خارج می‌شود. در خروجی توربین هوا به اتمسفر تخلیه شده و هوای تازه به سیکل وارد می‌شود. از این‌رو این سیکل‌ها در مدار باز فعالیت می‌کنند. در شکل ۲-۲ نمونه‌ای از سیکل توربین گازی با دما و شرایط کاری نشان داده شده است.



شکل ۲-۲: سیکل برایتون باز

سیکل برایتون مطابق شکل ۲-۳ از چهار فرآیند برگشت‌پذیر داخلی تشکیل شده است:

^۱ Brayton



شکل ۳-۲: بلوک دیاگرام و نمودارهای T-S و P-V سیکل برایتون

- فرآیند ۱-۲: تراکم تک آنتروپی در کمپرسور (در این فرآیند فشار و دما افزایش می‌یابد).
- فرآیند ۲-۳: جذب گرما در فشار ثابت (در این فرآیند دما افزایش می‌یابد).
- فرآیند ۳-۴: انبساط تک آنتروپی در توربین (در این فرآیند فشار و دما کاهش می‌یابد).
- فرآیند ۴-۱: دفع گرما در فشار ثابت (در این فرآیند دما کاهش می‌یابد).

در شکل (۳-۲)، نمودارهای $T-S$ و $P-V$ سیکل ایده‌آل برایتون نشان داده شده‌اند. می‌توان اثبات نمود که بازده گرمایی سیکل ایده‌آل برایتون با فرض ثابت ماندن ظرفیت گرمایی از رابطه (۱-۲) محاسبه می‌شود.

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (۱-۲)$$

اگر نسبت فشار ایجاد شده در کمپرسور $r_p = \frac{P_2}{P_1}$ نام‌گذاری شود، و با توجه به فرآیند کمپرسور که در آن رابطه $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$ برقرار است، می‌توان رابطه (۱-۲) را بصورت زیر نوشت:

$$\eta = 1 - (r_p)^{\frac{1-k}{k}} \quad (۲-۲)$$

در سیکل برایتون، مقادیر گرما و کار در هر یک از اجزاء سیکل طبق روابط (۳-۲) تا (۶-۲) محاسبه می‌شوند.

$$q_H = (h_3 - h_2) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۳-۲)$$

$$q_L = (h_4 - h_1) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۴-۲)$$

$$w_C = (h_2 - h_1) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۵-۲)$$

$$w_T = (h_3 - h_4) \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۶-۲)$$

برای یک گاز ایده‌آل، تغییرات آنتالپی به طور تقریبی مطابق رابطه (۷-۲) بدست می‌آید.

$$\Delta h = c_p \Delta T \quad (۷-۲)$$

با توجه به رابطه (۷-۲)، مقادیر نرخ گرما و توان در هر یک از اجزاء سیکل طبق روابط (۸-۲) تا (۱۱-۲) به صورت تقریبی محاسبه می‌شوند.

$$\dot{Q}_H = \dot{m} c_p (T_3 - T_2) \text{ [kW]} \quad (۸-۲)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{m} c_p (T_4 - T_1) \text{ [kW]} \quad (۹-۲)$$

$$\dot{W}_C = \dot{m} c_p (T_2 - T_1) \text{ [kW]} \quad (۱۰-۲)$$

$$\dot{W}_T = \dot{m} c_p (T_3 - T_4) \text{ [kW]} \quad (۱۱-۲)$$

کار خالص خروجی سیکل از رابطه (۱۲-۲) محاسبه می‌شود.

$$w_{net} = w_T - w_C \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۱۲-۲)$$

لازم به ذکر است که بازده موتورهای گرمایی از جمله سیکل برایتون را می‌توان از رابطه (۱۳-۲) محاسبه نمود.

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_H} \quad (۱۳-۲)$$

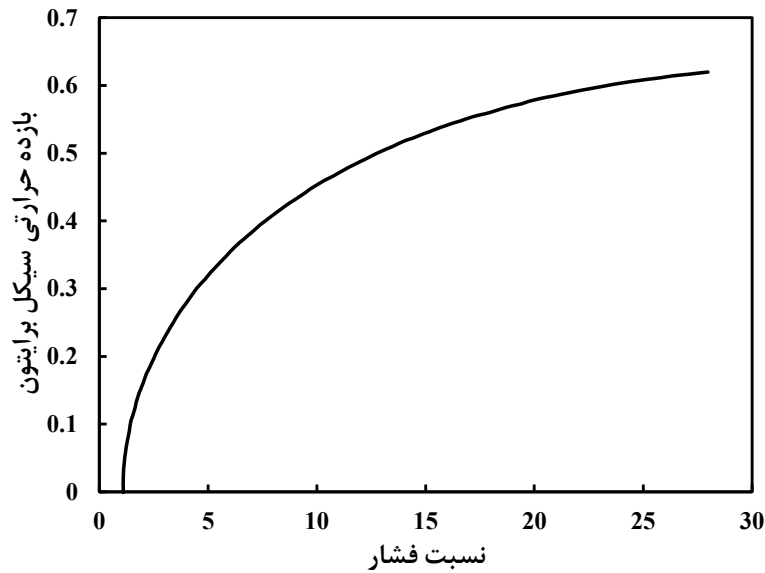
نکته ۱: اگر در سیکل کارنو به جای فرآیندهای دما ثابت ۱-۲ و ۳-۴، فرآیندهای فشار ثابت جایگزین شود، سیکل برایتون به دست می‌آید.

نکته ۲: سیکل برایتون از نظر داخلی برگشت‌پذیر بوده ولی از نظر خارجی برگشت‌پذیر نیست. لذا بازده آن از سیکل کارنو کمتر می‌باشد.

نکته ۳: همانطور که در شکل ۲-۴ مشاهده می‌شود، بازده سیکل برایتون به نسبت فشار وابسته بوده به طوری که با افزایش نسبت فشار، بازده افزایش می‌یابد.

با توجه به شکل ۲-۴ با افزایش نسبت فشار، بازده افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش نسبت فشار، دمای خروجی از کمپرسور افزایش یافته و بدین ترتیب دمای ورودی به توربین نیز افزایش می‌یابد (حداکثر دمای سیکل در ورودی توربین اتفاق می‌افتد).

با افزایش نسبت تراکم، دمای ورودی به توربین افزایش می‌یابد. از نظر عملی، دمای ورودی به توربین در محدوده خاصی قرار گرفته و لذا نمی‌توان به طور دلخواه نسبت فشار را افزایش داد.



شکل ۲-۴: تاثیر نسبت فشار بر بازده سیکل برایتون

برای هر بیشینه دما (T_{max}) در سیکل، یک نسبت فشار بهینه تعریف می‌شود که در آن کار خالص خروجی (W_{net}) بیشینه بوده و از رابطه (۲-۱۴) محاسبه می‌شود.

$$r_p = \left[\frac{T_{max}}{T_{min}} \right]^{\frac{k}{2(k-1)}} \quad (2-14)$$

در مثال بعدی کاربرد این معادله توضیح داده شده است. در طرحهای متداول، نسبت فشار در توربین‌های گازی از حدود ۱۱ تا ۱۶ می‌باشد.

نکته ۴: دو مورد از کاربردهای مهم توربین‌های گازی عبارتند از:

- ۱- تولید قدرت در نیروگاه‌ها: هدف تولید کار است.
- ۲- پیشراندن هواپیما: هدف تولید کار نیست، بلکه هدف به حرکت درآوردن هواپیما می‌باشد.

مثال ۲-۱: هوا با دمای ۳۰۰ کلوین و فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال وارد یک کمپرسور با نسبت فشار ۱۲ می‌شود. اگر حداکثر دما برابر ۱۳۰۰ کلوین باشد، مطلوب است:

الف) محاسبه بازده سیکل (اگر ظرفیت گرمایی ثابت باقی بماند)

حل قسمت الف مسئله.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_2}{300} = (12)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_2 = 610.18 [K]$$

$$w_c = c_p(T_2 - T_1) = 1.005 \times (610.18 - 300) = 311.73 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$q_h = c_p(T_3 - T_2) = 1.005 \times (1300 - 610.18) = 693.26 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{1300}{T_4} = (12)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_4 = 639.15 [K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} h_4 \sim 649 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

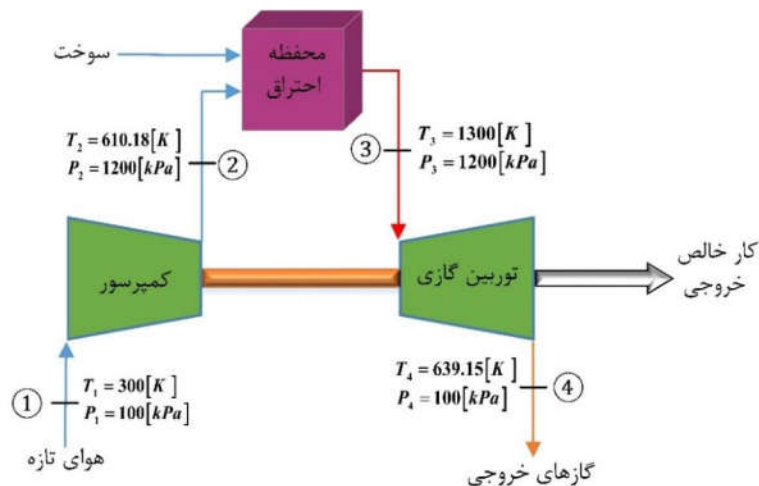
$$w_T = c_p(T_3 - T_4) = 1.005 \times (1300 - 639.15) = 664.15 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار خالص خروجی نیز از رابطه [کار کمپرسور - کار توربین = کار خالص خروجی] بدست می‌آید.

$$w_{net} = 664.15 - 311.73 = 352.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بازده گرمایی نیز برابر است با:

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_h} = \frac{664.15 - 311.73}{693.26} = 0.508 = 50.8\%$$



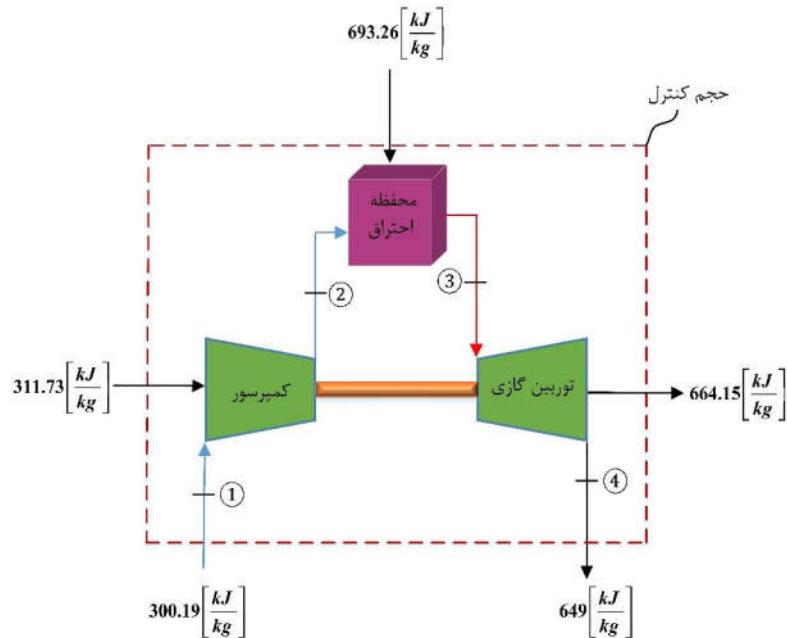
شکل ۲-۵: تغییرات دما و فشار در سیکل برایتون باز

انرژی‌های ورودی و خروجی در حجم کنترل شکل ۲-۶ نشان داده شده‌اند. لازم به ذکر است که مجموع انرژی‌های ورودی و خروجی با هم برابرند:

$$\underbrace{w_T}_{664.15} + \underbrace{h_4}_{649} = \underbrace{w_C}_{311.73} + \underbrace{q_h}_{693.26} + \underbrace{h_1}_{300.19}$$

بازده را می‌توان از رابطه (۲-۲) نیز بدست آورد.

$$\eta = 1 - \left(r_p \right)^{\frac{1-k}{k}} = 1 - (12)^{\frac{1-k}{k}} = 0.508$$



شکل ۶-۲: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل برای تون باز

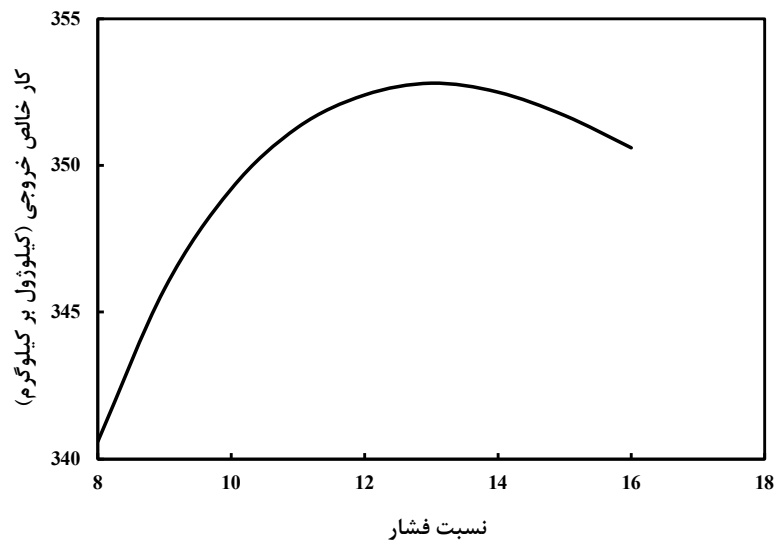
ب) در چه نسبت فشاری قدرت خروجی بیشینه می‌شود؟

حل قسمت ب مسئله.

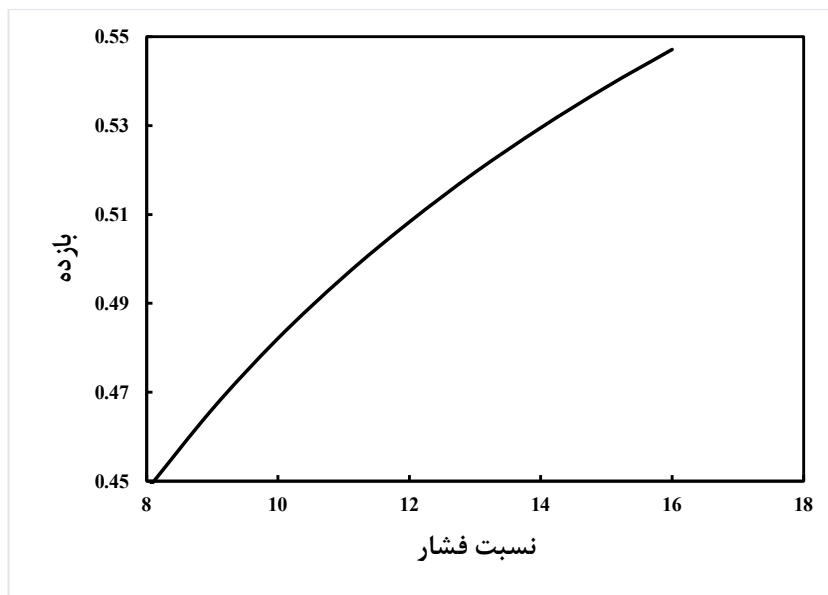
تغییرات بازده و قدرت ماکزیمم بر حسب نسبت فشار در جدول زیر محاسبه و در شکل ۷-۲ و شکل ۸-۲ ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود کار خالص خروجی در نسبت فشار $r_p = 13$ به مقدار بیشینه خود می‌رسد.

جدول ۱-۲: تغییرات کار خالص خروجی با نسبت فشار و بازده

نسبت فشار	بازده	کار خالص خروجی
r_p	η	w_{net}
۸	۰/۴۴۸	۳۴۰/۶
۹	۰/۴۶۶۲	۳۴۵/۸
۱۰	۰/۴۸۲۱	۳۴۹/۲
۱۱	۰/۴۹۶	۳۵۱/۳
۱۲	۰/۵۰۸۳	۳۵۲/۴
۱۳	۰/۵۱۹۵	۳۵۲/۸
۱۴	۰/۵۲۹۵	۳۵۲/۵
۱۵	۰/۵۳۸۷	۳۵۱/۷
۱۶	۰/۵۴۷۱	۳۵۰/۶



شکل ۲-۷: تغییرات کار خالص خروجی در سیکل برایتون با نسبت فشار



شکل ۲-۸: تغییرات بازده با نسبت فشار

با استفاده از رابطه (۲-۱۴) نیز می‌توان نسبت فشار بهینه را پیدا کرد.

$$r_p = \left[\frac{T_{max}}{T_{min}} \right]^{\frac{k}{2(k-1)}} = \left[\frac{1300}{300} \right]^{\frac{1.4}{2(1.4-1)}} = 13$$

همانطور که مشاهده می‌شود هر دو روش به جواب یکسانی منتهی می‌شود. لازم به ذکر است که در نسبت فشار ذکر شده، کار خالص خروجی به مقدار بیشینه خود رسیده ولی بازده در این نسبت فشار به مقدار بیشینه خود نمی‌رسد.

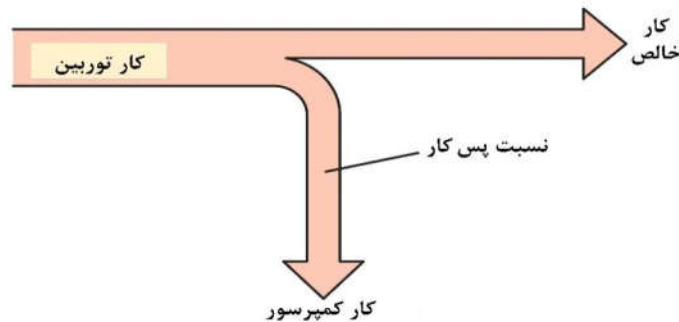
بازده با افزایش نسبت فشار همواره با توجه به شکل ۲-۸ افزایش می‌یابد.

۳-۲- نسبت پس‌کار

نسبت پس‌کار از رابطه (۲-۱۵) بدست می‌آید:

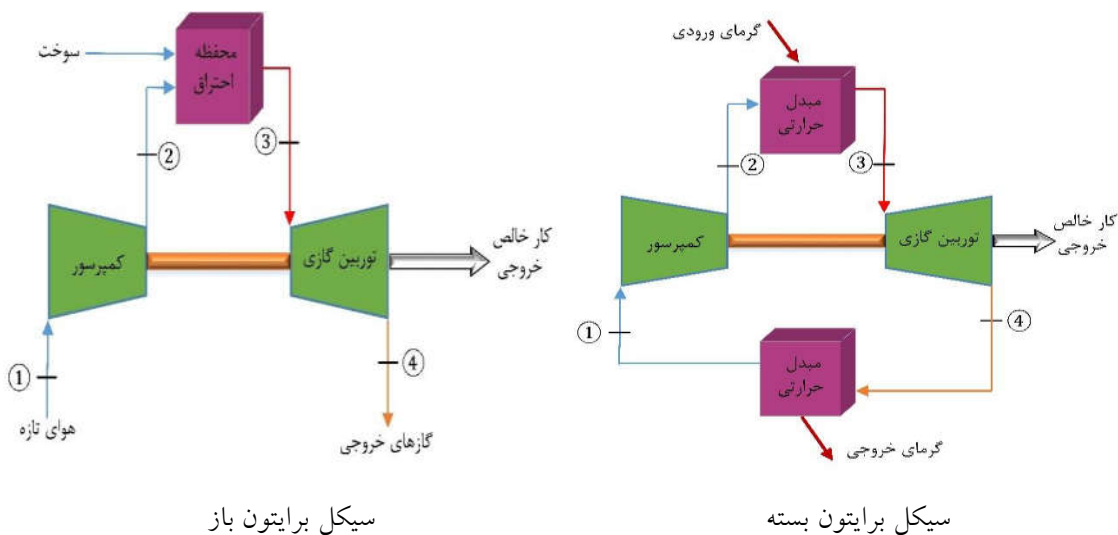
$$\text{نسبت پس کار} = \frac{\text{کار کمپرسور}}{\text{کار توربین}} \quad (۲-۱۵)$$

معمولا مقدار نسبت پس‌کار بیش از ۵۰ درصد است، یعنی حداقل ۵۰ درصد کار مفید توربین صرف چرخش کمپرسور می‌شود. به همین دلیل بازده سیکل توربین‌های گازی معمولا پایین است.



شکل ۲-۹: نسبت پس کار

نکته: در عمل، در محفظه احتراق هوای متراکم با سوخت ترکیب شده و سپس محترق می‌شوند. بدلیل وجود احتراق، گازهای خروجی از محفظه احتراق شامل دود می‌باشند. این گازهای داغ که شامل دود بوده، وارد توربین شده و پس از انجام کار بر روی توربین از آن خارج و به محیط برگردانده می‌شوند. لذا سیکل توربین‌های گازی باز می‌باشد.

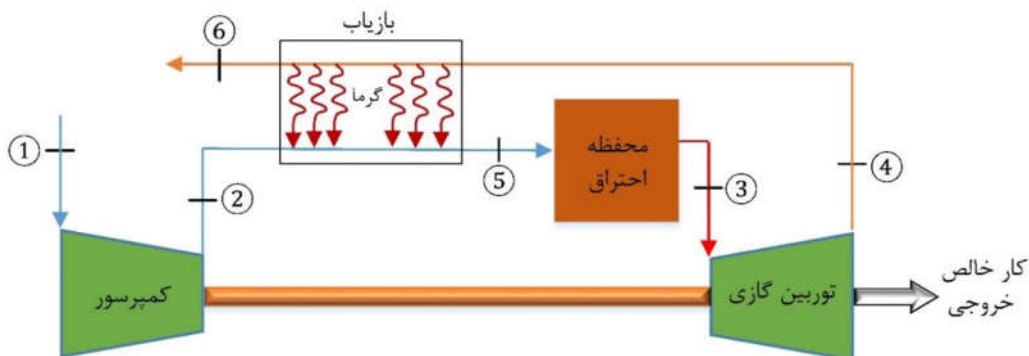


شکل ۲-۱۰: سیکل برایتون باز و بسته

۲-۴- راه‌های افزایش بازده سیکل برایتون

۲-۴-۱- سیکل برایتون همراه با بازیاب^۱

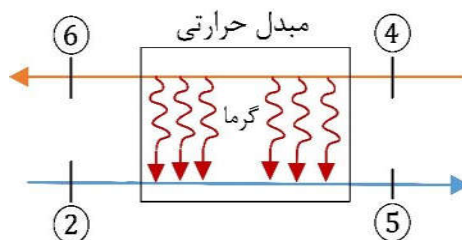
در عمل معمولاً دمای گازهای خروجی از توربین (نقطه ۴) زیاد می‌باشد. در **مثال ۱-۲** مشاهده شد که دمای خروجی گاز از توربین در نقطه ۴ برابر $T_4 = 639.15[K]$ می‌باشد. خروج این گازهای داغ به محیط باعث هدر رفتن انرژی زیادی به محیط خواهد شد. اگر از انرژی نقطه ۴ برای گرم کردن دمای گازهای ورودی به محفظه احتراق استفاده شود، بازده افزایش می‌یابد.



شکل ۱۱-۲: سیکل برایتون باز همراه با بازیاب

با استفاده از بازیاب می‌توان از انرژی گازهای داغ نقطه ۴ استفاده نمود. در شکل ۱۱-۲ نمونه‌ای از سیکل برایتون با بازیاب ترسیم شده است. در بازیاب انرژی خروجی توربین (نقطه ۴) برای گرم کردن ورودی بویلر مورد استفاده قرار می‌گیرد. بهترین بازیاب، بازیابی است که تمام انرژی نقطه ۴ را به نقطه ۵ تحویل دهد یا به عبارتی $T_4 = T_5$ ولی در عمل برای انتقال گرما باید اختلاف دما بین سیال گرم و سرد وجود داشته باشد، لذا $T_5 < T_4$ خواهد بود. با کمک بازده بازیاب می‌توان T_4 و T_5 را به هم مربوط کرد:

$$\eta = \frac{\text{دما سیال سرد ورودی} - \text{دما سیال سرد خروجی}}{\text{دما سیال سرد ورودی} - \text{دما سیال گرم ورودی}} \sim \frac{\text{آنتالپی سیال سرد ورودی} - \text{آنتالپی سیال سرد خروجی}}{\text{آنتالپی سیال سرد ورودی} - \text{آنتالپی سیال گرم ورودی}} \quad (۱۶-۲)$$



شکل ۱۲-۲: مبدل حرارتی

^۱ Regeneration

با توجه به مبدل حرارتی شکل ۲-۱۲، بازده مبدل (بازیاب) از رابطه (۲-۱۷) محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \approx \frac{T_5 - T_2}{T_4 - T_2} \quad (۲-۱۷)$$

با نصب بازیاب گرمای مورد نیاز در محفظه احتراق (Q_H) کاهش می‌یابد. لذا بازده ($\eta = \frac{W_{net}}{Q_H}$) افزایش خواهد یافت. توجه شود که در این حالت قدرت خروجی از سیکل (W_{net}) تغییری نخواهد کرد.

گرمای ورودی به محفظه احتراق مطابق رابطه (۲-۱۸) بدست می‌آید.

$$q_H = \underbrace{h_3}_{\text{ورودی به بویلر}} - \underbrace{h_2}_{\text{خروجی از بویلر}} \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۲-۱۸)$$

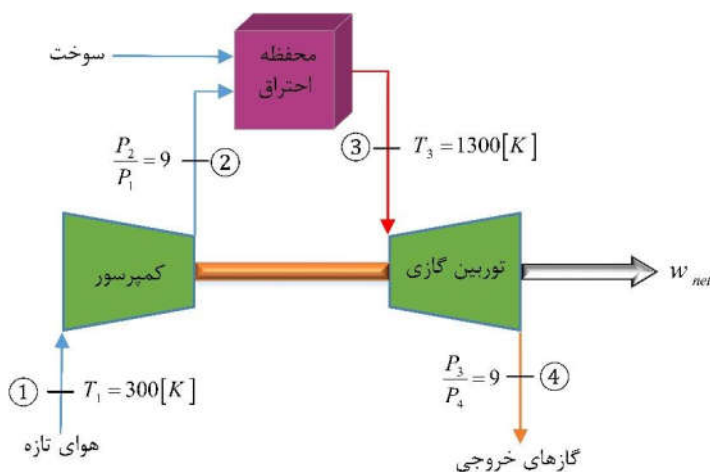
مثال ۲-۲: نیروگاه ساکنی مطابق با شکل ۲-۱۳ با سیکل برایتون را در نظر بگیرید. این سیکل دارای نسبت فشار ۹ می‌باشد. اگر دمای ورودی کمپرسور برابر ۳۰۰ کلوین و ورودی توربین ۱۳۰۰ کلوین باشد مطلوب است محاسبه:

الف) دمای گاز در خروجی کمپرسور و توربین، نسبت پس‌کار و بازده

حل قسمت الف مسئله.

برای خواندن خواص، از جدول A-10 استفاده می‌شود.

تحلیل کمپرسور.



شکل ۲-۱۳: نیروگاه ساکن با سیکل برایتون باز

ورودی کمپرسور:

$$T_1 = 300[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} P_{r1} = 1.386 \\ h_1 = 300.19 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

خروجی کمپرسور:

با داشتن نسبت فشار خروجی به ورودی در کمپرسور، P_{r2} بدست آمده و سپس با مراجعه به جدول $A-10$ و با میانمایی، دما و آنتالپی خروجی از کمپرسور بدست می‌آید:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \rightarrow 9 = \frac{P_{r2}}{1.386} \rightarrow P_{r2} = 12.47 \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} T_2 = 557.62 [K] \\ h_2 = 562.93 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

تحلیل توربین.

ورودی توربین:

$$T_3 = 1300 [K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} P_{r3} = 330.9 \\ h_3 = 1395.97 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

خروجی توربین:

با داشتن نسبت فشار خروجی به ورودی در توربین، P_{r4} بدست آمده و سپس با مراجعه به جدول $A-10$ دما و آنتالپی خروجی از توربین بدست می‌آید:

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_{r3}}{P_{r4}} \Rightarrow 9 = \frac{330.9}{P_{r4}} \Rightarrow P_{r4} = 36.76 \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} T_4 = 746.81 [K] \\ h_4 = 763.83 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

کار ورودی به کمپرسور و کار خروجی توربین به ترتیب از روابط (۵-۲) و (۶-۲) بدست می‌آید:

$$w_C = h_2 - h_1 = 562.93 - 300.19 = 262.74 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_T = h_3 - h_4 = 1395.97 - 763.83 = 632.14 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار خالص خروجی مطابق رابطه (۱۲-۲) محاسبه می‌شود:

$$w_{net} = w_T - w_C = 369.4 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

مقدار گرمای ورودی به مبدل از رابطه (۳-۲) محاسبه می‌شود:

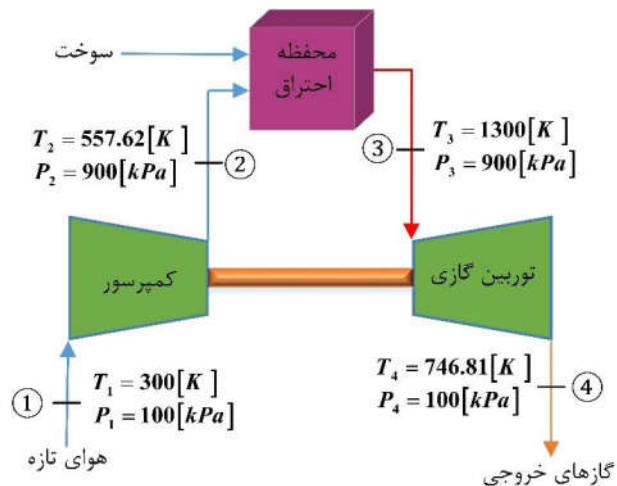
$$q_h = h_3 - h_2 = 1395.97 - 562.93 = 833.04 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بازده سیکل برایتون از رابطه (۱۳-۲) محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_H} \Rightarrow \eta = \%44$$

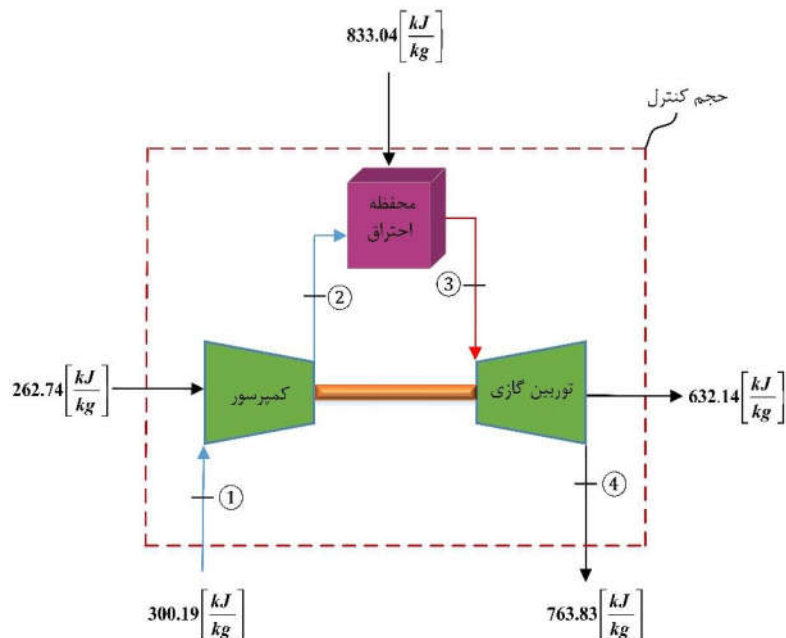
نسبت پس‌کار از رابطه (۱۵-۲) بدست می‌آید:

$$\frac{w_C}{w_T} = \frac{262.74}{632.14} = 0.42$$



شکل ۱۴-۲: تغییرات دما و فشار در سیکل برایتون ایده‌آل

انرژی‌های ورودی و خروجی به سیکل در شکل ۱۵-۲ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که مجموع انرژی‌های ورودی و خروجی مطابق شکل ۱۵-۲ با هم برابرند:



شکل ۱۵-۲: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل برایتون ایده‌آل

$$\underbrace{300.19}_{h_1} + \underbrace{262.74}_{w_C} + \underbrace{833.04}_{q_h} = \underbrace{632.14}_{w_T} + \underbrace{763.83}_{h_4}$$

ب) اگر بازده کمپرسور ۸۰ درصد و بازده توربین ۸۵ درصد باشد، دمای خروجی کمپرسور و توربین و بازده را بیابید.

حل قسمت ب مسئله.

تحلیل کمپرسور.

ابتدا باید حالت ایده‌آل کمپرسور مشخص شود. حالت ایده‌آل مساله در قسمت الف مساله تشریح و آنتالپی خروجی ایده‌آل برابر $h_{2s} = 562.93 \frac{kJ}{kg}$ بدست آمد. با داشتن بازده کمپرسور و با استفاده از رابطه (۹-۱) آنتالپی و دمای واقعی خروجی از کمپرسور بدست می‌آید:

$$\eta_{\text{کمپرسور}} = \frac{w_{\text{ایده آل}}}{w_{\text{واقعی}}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow 0.8 = \frac{562.93 - 300.19}{h_{2a} - 300.19} \rightarrow h_{2a} = 628.61 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} T_{2a} = 620.51[K]$$

در این قسمت، دمای واقعی خروجی از کمپرسور ۶۲۰/۵۱ کلوین بدست آمد. این در حالی است که در قسمت الف مسئله، دمای خروجی از کمپرسور در حالت ایده‌آل ۵۵۷/۶۲ کلوین بدست آمد.

تحلیل توربین.

ابتدا حالت ایده‌آل خروجی توربین باید مشخص شود. خروجی توربین در حالت ایده‌آل در قسمت الف مساله تشریح و آنتالپی خروجی ایده‌آل برابر $h_{4s} = 763.83 \frac{kJ}{kg}$ بدست آمد. با داشتن بازده توربین و با استفاده از رابطه (۱۷-۱)، آنتالپی و دمای واقعی خروجی از توربین بدست می‌آید:

$$\eta_{\text{توربین}} = \frac{w_{\text{واقعی}}}{w_{\text{ایده آل}}} = \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow 0.85 = \frac{1395.97 - h_{4a}}{1395.97 - 763.83} \rightarrow h_{4a} = 858.65 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} T_{4a} = 833.27[K]$$

در این قسمت، دمای واقعی خروجی از توربین ۸۳۳/۲۷ کلوین بدست آمد. این در حالی است که در قسمت الف مسئله، دمای خروجی از توربین در حالت ایده‌آل ۷۶۳/۸۳ کلوین بدست آمد.

حال مقدار کار واقعی کمپرسور و توربین به ترتیب مطابق روابط (۵-۱) و (۱۴-۱) محاسبه می‌شود:

$$\eta_C = 0.8 = \frac{262.74}{w_{\text{واقعی}}} \rightarrow w_{\text{واقعی کمپرسور}} = 328.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\eta_T = 0.85 = \frac{w_{\text{واقعی}}}{632.14} \rightarrow w_{\text{واقعی توربین}} = 537.32 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

نسبت پس‌کار از رابطه (۱۵-۲) بدست می‌آید:

$$\frac{w_C}{w_T} = \frac{328.42}{537.32} = 0.61$$

نسبت پس‌کار

مقدار گرمای ورودی به سیکل از رابطه (۳-۲) محاسبه می‌شود:

$$q_h = h_3 - h_2 = 1395.97 - 628.61 = 767.36 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

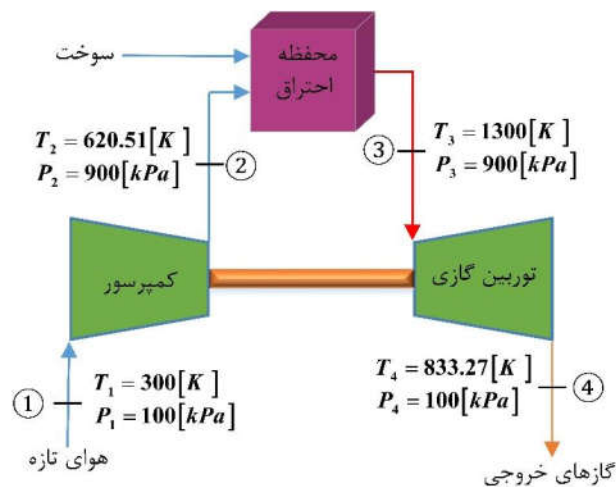
کار خالص خروجی مطابق رابطه (۱۲-۲) محاسبه می‌شود:

$$w_{net} = w_T - w_C = 537.32 - 328.42 = 208.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بازده سیکل از رابطه (۱۳-۲) محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{w_{net}}{q_H} = \frac{208.9}{767.36} = \%27$$

در شکل ۱۶-۲ شرایط ترمودینامیکی سیکل نمایش داده شده است.

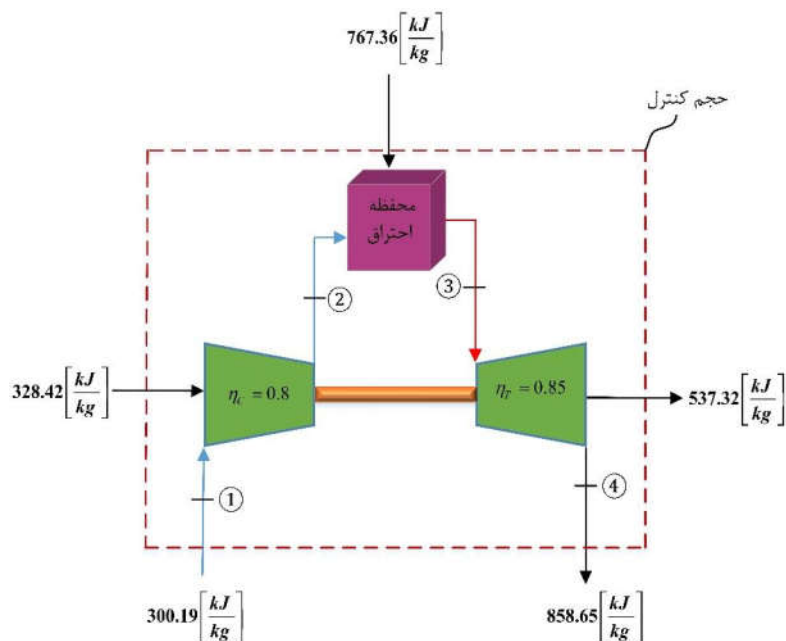


شکل ۱۶-۲: تغییرات دما و فشار در سیکل برای تون واقعی

انرژی‌های خروجی و ورودی به سیکل در شکل ۱۷-۲ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که مجموع انرژی‌های ورودی و خروجی مطابق شکل ۱۷-۲ با هم برابرند.

$$\frac{w_C}{\text{کب}} + \frac{q_h}{\text{کب}} + \frac{h_1}{\text{کب}} = \frac{w_T}{\text{کب}} + \frac{h_4}{\text{کب}}$$

328.42 767.36 300.19 537.32 858.65



شکل ۲-۱۷: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل برای تون واقعی

در جدول ۲-۲ دو حالت سیکل واقعی و ایده‌آل مقایسه شده‌اند.

جدول ۲-۲: مقایسه سیکل برای تون واقعی و ایده‌آل

	سیکل ایده‌آل $[\eta_c = 100\%, \eta_T = 100\%]$	سیکل واقعی $[\eta_c = 80\%, \eta_T = 85\%]$
کار ورودی کمپرسور	$262.74 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$328.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
کار خروجی توربین	$632.14 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$537.32 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
کار خالص سیکل	$369.4 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$208.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
حرارت مورد نیاز محفظه احتراق	$833.04 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$767.36 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
بازده کل	44%	27%

مقایسه:

با توجه به جدول بالا اگر سیکل ایده‌آل با سیکل واقعی مقایسه شود:

۱- کار ورودی کمپرسور در حالت واقعی بیش از کار ایده‌آل می‌باشد. (اثر نامطلوب)

- ۲- کار خروجی توربین کاهش می‌یابد (اثر نامطلوب)
 ۳- کار خالص خروجی کاهش می‌یابد (اثر نامطلوب)
 ۴- گرمای مورد نیاز در محفظه احتراق کاهش می‌یابد (اثر مطلوب). اگر دمای ورودی به محفظه احتراق در دو حالت بررسی شود خواهیم داشت:

جدول ۳-۲: مقایسه دمای ورودی به محفظه احتراق در سیکل برایتون واقعی و ایده‌آل

سیکل واقعی	سیکل ایده‌آل
$[\eta_c = 80\%, \eta_T = 85\%]$	$[\eta_c = 100\%, \eta_T = 100\%]$
620.51[K]	557.62[K]
دمای ورودی به محفظه احتراق	

وقتی کمپرسور از حالت ایده‌آل خود خارج شود دمای خروجی آن افزایش می‌یابد. بنابراین سیال گرمتری وارد محفظه احتراق می‌شود. این پدیده دو اثر دارد:

- ۱- اثر نامطلوب: توان مورد نیاز کمپرسور افزایش می‌یابد
 ۲- اثر مطلوب: باعث کاهش مصرف انرژی در محفظه احتراق می‌شود.

همواره اثر نامطلوب بر اثر مطلوب غلبه داشته و لذا بازده کلی سیکل کاهش خواهد داشت.

ج) اگر بازده کمپرسور ۸۰ درصد و بازده توربین ۸۵ درصد و بازده بازیاب ۸۰ درصد باشد، مقدار بازده کل را حساب کنید.

حل قسمت ج مسئله.

در این قسمت سعی می‌شود حل به طور کامل ارائه شود (بدون در نظر گرفتن حل مسأله در حالت الف و ب)

تحلیل کمپرسور.

ورودی کمپرسور:

$$T_1 = 300[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} P_{r1} = 1.386 \\ h_1 = 300.19 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

خروجی کمپرسور در حالت ایده‌آل:

با داشتن نسبت فشار خروجی به ورودی در کمپرسور، P_{r2} بدست آمده و سپس با مراجعه به جدول A-10 دما و آنتالپی خروجی از کمپرسور بدست می‌آید:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r_2}}{P_{r_1}} \rightarrow 9 = \frac{P_{r_2}}{1.386} \rightarrow P_{r_2} = 12.47 \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} T_{2s} = 557.62 [K] \\ h_{2s} = 562.93 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

خروجی کمپرسور در حالت واقعی:

با داشتن بازده کمپرسور و با استفاده از رابطه (۹-۱) آنتالپی و دمای واقعی خروجی از کمپرسور بدست می‌آید:

$$\eta_{\text{کمپرسور}} = \frac{w_{\text{ایده آل}}}{w_{\text{واقعی}}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow 0.8 = \frac{562.93 - 300.19}{h_{2a} - 300.19} \rightarrow h_{2a} = 628.6 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} T_{2a} = 620.51 [K]$$

تحلیل توربین.

ورودی توربین:

$$T_3 = 1300 [K] \rightarrow \begin{cases} P_{r_3} = 330.9 \\ h_3 = 1395.97 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

خروجی توربین در حالت ایده‌آل:

با داشتن نسبت فشار خروجی به ورودی در توربین، P_{r_4} بدست آمده و سپس با مراجعه به جدول $A-10$ دما و آنتالپی خروجی از توربین بدست می‌آید:

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{P_{r_3}}{P_{r_4}} \Rightarrow 9 = \frac{330.9}{P_{r_4}} \Rightarrow P_{r_4} = 36.76 \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} T_{4s} = 746.81 [K] \\ h_{4s} = 763.83 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

خروجی توربین در حالت واقعی:

با داشتن بازده توربین و با استفاده از رابطه (۱۷-۱)، آنتالپی و دمای واقعی خروجی از توربین بدست می‌آید:

$$\eta_{\text{توربین}} = \frac{w_{\text{واقعی}}}{w_{\text{ایده آل}}} = \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow 0.85 = \frac{1395.97 - h_{4a}}{1395.97 - 763.83} \rightarrow h_{4a} = 858.65 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} T_{4a} = 833.27 [K]$$

تحلیل بازیاب.

با داشتن بازده بازیاب و استفاده از رابطه (۱۷-۲)، دما و آنتالپی ورودی به محفظه احتراق بدست می‌آید:

$$\eta = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \Rightarrow 0.8 = \frac{h_5 - 628.61}{858.65 - 628.61} \Rightarrow h_5 = 812.64 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} T_5 = 791.5 [K]$$

در قسمت قبل دمای ورودی به محفظه احتراق ۶۲۰/۵۱ کلوین بود، ولی با نصب بازیاب دمای ورودی به محفظه احتراق به ۷۹۱/۵ کلوین تغییر یافت.

آنتالپی نقطه ۶ از نوشتن قانون اول برای بازیاب بدست می‌آید:

$$h_5 + h_6 = h_2 + h_4 \rightarrow h_6 = 674.62 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار ورودی به کمپرسور و کار خروجی توربین به ترتیب از روابط (۵-۲) و (۶-۲) بدست می‌آید:

$$w_C = h_2 - h_1 = 628.61 - 300.19 = 328.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_T = h_3 - h_4 = 1395.97 - 858.65 = 537.32 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار خالص خروجی و نسبت پس کار برابر است با:

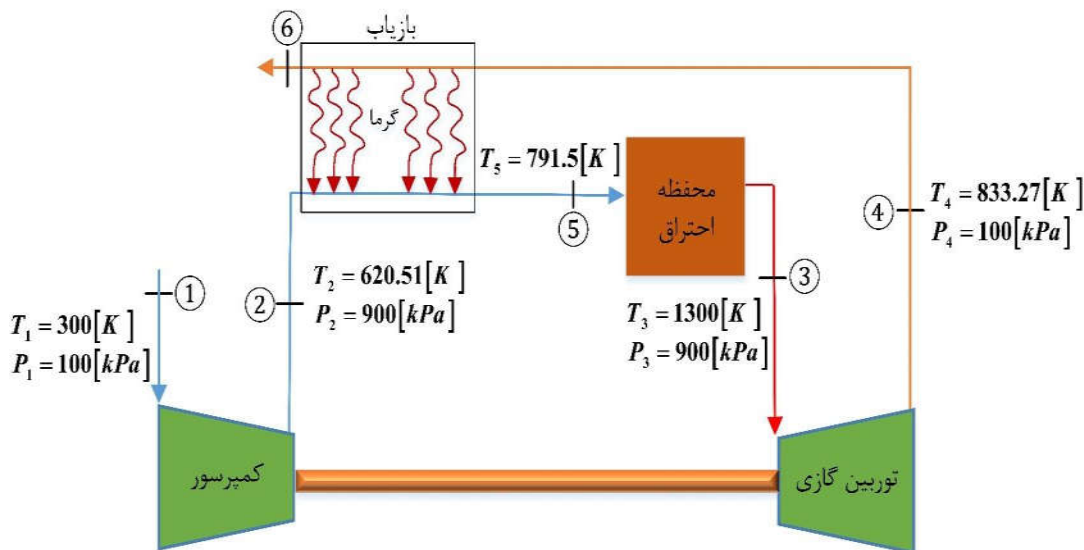
$$w_{net} = w_T - w_C = 537.32 - 328.42 = 208.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right], \quad \frac{w_C}{w_T} = \frac{328.42}{537.32} = 0.61$$

گرمای ورودی به محفظه احتراق از رابطه (۱۸-۲) بدست می‌آید:

$$q_h = h_3 - h_5 = 1395.97 - 812.64 \Rightarrow q_h = 583.33 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بازده از رابطه (۱۳-۲) محاسبه می‌شود:

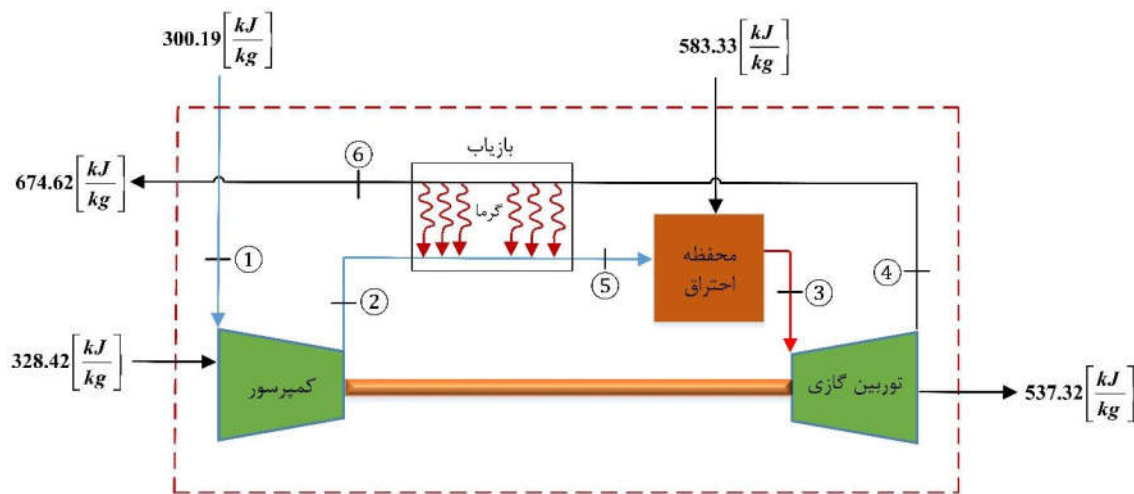
$$\eta = \frac{w_{net}}{q_H} = \frac{208.9}{583.33} \Rightarrow \eta = \%36$$



شکل ۱۸-۲: تغییرات دما و فشار در سیکل برایتون واقعی با بازیاب

انرژی‌های خروجی و ورودی به سیکل در شکل ۱۹-۲ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که مجموع انرژی‌های ورودی و خروجی با هم برابرند:

$$\frac{w_c}{328.42} + \frac{q_h}{583.33} + \frac{h_1}{300.19} = \frac{w_T}{537.32} + \frac{h_6}{674.62}$$



شکل ۱۹-۲: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل برایتون واقعی با بازیاب

در جدول ۴-۲ اثر نصب بازیاب در یک سیکل واقعی نشان داده شده است.

جدول ۴-۲: مقایسه سیکل برایتون واقعی با و بدون بازیاب

	سیکل واقعی بدون بازیاب	سیکل واقعی با بازیاب
کار ورودی کمپرسور	$328.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$328.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
کار خروجی توربین	$537.32 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$537.32 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
کار خالص سیکل	$208.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$208.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
دمای ورودی به محفظه احتراق	$620.51 [K]$	$791.5 [K]$
حرارت مورد نیاز محفظه احتراق	$767.36 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$583.33 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
بازده کل	27%	36%

همانطور که مشاهده می‌شود:

۱- با نصب بازیاب، تأثیری در کمپرسور مشاهده نمی‌شود.

۲- با نصب بازیاب، تاثیری در توربین مشاهده نمی‌شود.

۳- با نصب بازیاب دمای سیال ورودی به محفظه احتراق افزایش می‌یابد. از اینرو گرمای مورد نیاز محفظه احتراق کاهش خواهد داشت.

۴- با نصب بازیاب بازده کلی سیکل افزایش خواهد داشت.

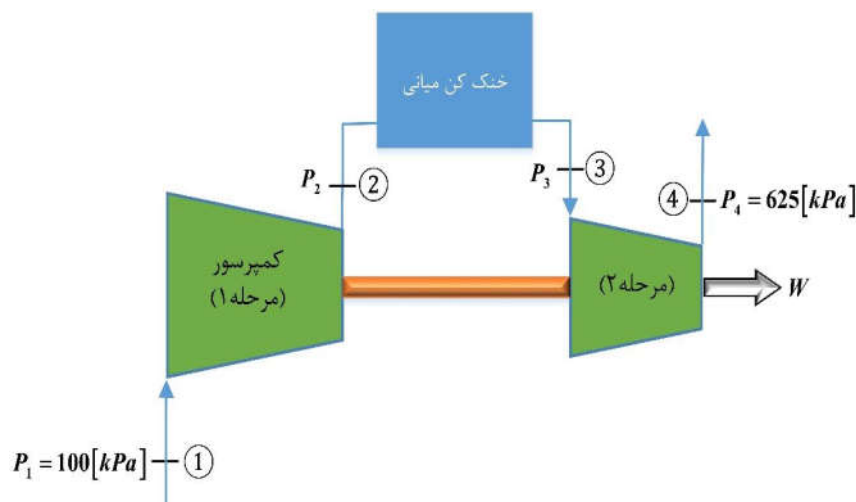
۲-۴-۲- سیکل برایتون با سرمایش میانی^۱ و بازگرمایش^۲

همانطور که اشاره شد، در این سیکل‌ها کمپرسور بیش از ۵۰ درصد کار خروجی توربین را مصرف می‌کند و به همین دلیل بازده این سیکل‌ها پایین می‌باشد. ولی با تکنیک‌هایی می‌توان کار مصرفی کمپرسور را کاهش و کار تولیدی توربین را افزایش داد. می‌توان نشان داد که کار توربین و کار کمپرسور از رابطه (۱۹-۲) محاسبه می‌شود:

$$w_T, w_C = \int v dp \quad (19-2)$$

طبق رابطه (۱۹-۲)، کار به حجم مخصوص وابسته است. بنابراین برای کاهش کار کمپرسور باید حجم مخصوص گاز را در طی فرآیند تراکم پایین نگه داشت. به این منظور معمولاً کمپرسورها به صورت دو یا سه مرحله‌ای ساخته می‌شوند، به طوری که بین هر مرحله گاز سرد می‌شود. برای افزایش کار توربین طبق رابطه (۱۹-۲)، باید حجم مخصوص گاز طی فرآیند انبساط بالا نگه داشته شود. به این منظور توربین‌ها چندمرحله‌ای بوده و در بین مراحل سیال گرم می‌شود.

یک کمپرسور دو مرحله‌ای مطابق شکل ۲-۲۰ را در نظر بگیرید. فشار ورودی ۱۰۰ کیلوپاسکال و فشار خروجی آن ۶۲۵ کیلوپاسکال می‌باشد.



شکل ۲-۲۰: کمپرسور دو مرحله‌ای با خنک‌کن میانی

^۱ Intercooling

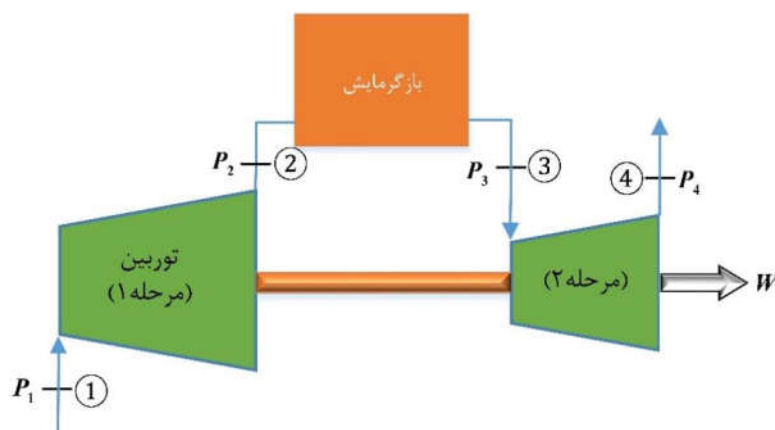
^۲ Reheating

مطابق با شکل ۲۰-۲ بهترین فشار در نقطه ۲ چه فشاری است؟ یا به عبارتی (P_2) چقدر باشد تا کار ورودی کمپرسور کمترین مقدار باشد؟

می‌توان نشان داد که کمترین کار ورودی در یک کمپرسور دو مرحله‌ای موقعی اتفاق می‌افتد که رابطه $(۲۰-۲)$ حاصل شود:

$$P_2 = P_3 = \sqrt{P_1 P_4} \quad (۲۰-۲)$$

مطابق با اعداد یادداشت شده در شکل ۲۰-۲ اگر گاز در فشار $P_2 = P_3 = \sqrt{P_1 P_4} = \sqrt{100 \times 625} = 250 \text{ kPa}$ کمپرسور اول خارج شده و سپس خنک شود و دوباره با همین فشار وارد کمپرسور دوم شود و سپس تا فشار ۶۲۵ کیلوپاسکال فشرده شود؛ کار کمتری مصرف می‌شود. همین موضوع برای توربین نیز صادق است. می‌توان نشان داد که بیشترین کار خروجی در یک توربین دو مرحله‌ای موقعی اتفاق می‌افتد که رابطه $(۲۰-۲)$ حاصل شود.



شکل ۲۰-۲: توربین دو مرحله‌ای با بازگرمایش

اگر رابطه $P_2 = P_3 = \sqrt{P_1 P_4}$ برقرار باشد در اینصورت کار کمپرسور ۱ و ۲ با هم برابر و کار توربین ۱ و ۲ نیز با هم برابر هستند.

$$W_{\text{مرحله اول}} = W_{\text{مرحله دوم}} \quad (۲۱-۲)$$

نکته:

- وجود سرمایش میانی (دو مرحله‌ای کردن کمپرسور) باعث کاهش کار کمپرسور می‌شود ($W_C \downarrow$).
- وجود بازگرمایش (دو مرحله‌ای کردن توربین) باعث افزایش کار توربین می‌شود ($W_T \uparrow$).
- بواسطه کاهش کار کمپرسور و افزایش کار توربین، قدرت خالص خروجی (W_{net}) افزایش می‌یابد.

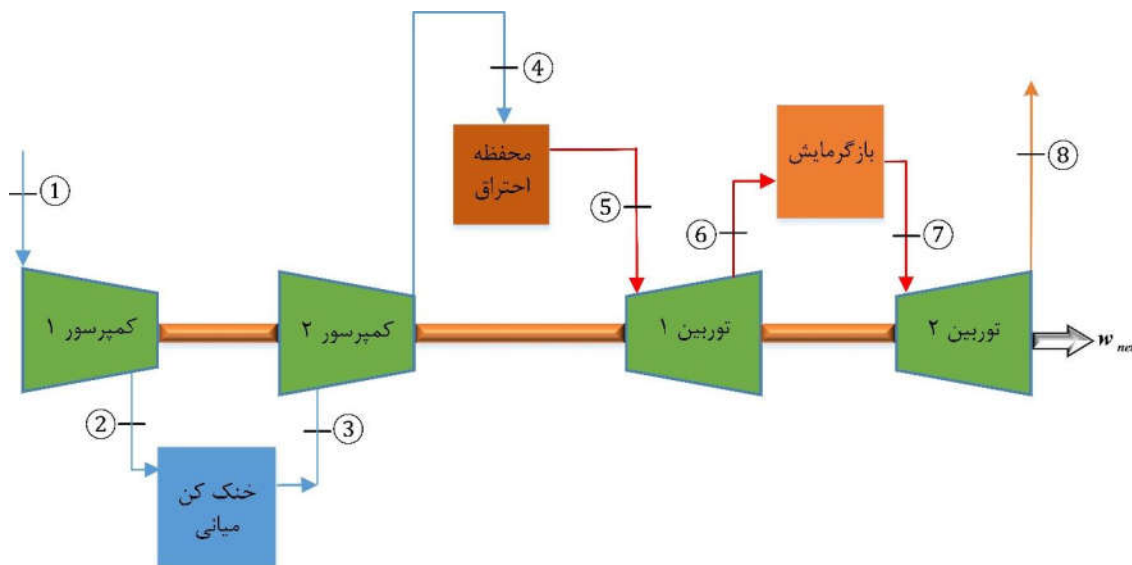
$$(W_{net} = W_T - W_C \uparrow \uparrow)$$
- گرمای مورد نیاز سیکل با به کارگیری سرمایش میانی و بازگرمایش، افزایش دو چندان خواهد داشت؛ زیرا وجود سرمایش میانی باعث کاهش دمای هوای خروجی از کمپرسور شده و بنابراین باید سوخت بیشتری

در محفظه احتراق سوزانده شود. علاوه بر این، وجود بازگرمایش نیز باعث افزایش q_H خواهد شد.

- در کل بازده با وجود بازگرمایش و سرمایش میانی کاهش خواهد یافت ($\eta = \frac{W_{net}}{Q_H} \downarrow$).
- اگر بازیاب در این سیکل استفاده شود، بازده افزایش می‌یابد. زیرا نصب بازیاب باعث کاهش Q_H و وجود بازگرمایش و سرمایش میانی باعث افزایش W_{net} و لذا بازده افزایش می‌یابد ($\eta \uparrow = \frac{W_{net} \uparrow}{Q_H \downarrow}$).

مثال ۲-۳: سیکل گازی ایده‌آل با بازگرمایش و سرمایش میانی با دو مرحله تراکم و دو مرحله انبساط دارای نسبت فشار کلی ۹ است. هوا در دمای ۳۰۰ کلوین وارد هر یک از طبقات کمپرسور و با دمای ۱۳۰۰ کلوین وارد هر یک از طبقات توربین می‌شود. نسبت پس‌کار و بازده گرمایی این سیکل گازی را با فرض‌های زیر بیابید:

الف) بازیاب وجود نداشته باشد.



شکل ۲-۲: سیکل گازی ایده‌آل با گرمایش و سرمایش میانی و بدون بازیاب

تحلیل.

نسبت فشار کلی سیکل برابر ۹ است یعنی:

$$\begin{cases} \frac{P_4}{P_1} = 9 \\ \frac{P_5}{P_8} = 9 \end{cases}$$

برای تراکم و انبساط دو مرحله‌ای، زمانی که هر دو طبقه کمپرسور و توربین دارای نسبت فشار یکسان باشند، کار داده شده به کمپرسور به حداقل و کار خروجی از توربین به حداکثر مقادیر خود می‌رسند. از اینرو:

$$\begin{cases} \frac{P_5}{P_6} = \sqrt{9} = 3 \\ \frac{P_7}{P_8} = \sqrt{9} = 3 \end{cases}$$

هوا با دمای یکسان وارد هر یک از طبقات کمپرسور می‌شود و هر طبقه دارای بازده آدیاباتیک است (در این حالت بازده ۱۰۰ درصد است). بنابراین دما و آنتالپی هوا در خروجی هر مرحله تراکم یکسان است. همین بحث را برای توربین می‌توان مطرح کرد. از اینرو

در ورودی‌ها

$$\begin{cases} T_1 = T_3 \\ h_1 = h_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_5 = T_7 \\ h_5 = h_7 \end{cases}$$

در خروجی‌ها

$$\begin{cases} T_2 = T_4 \\ h_2 = h_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_6 = T_8 \\ h_6 = h_8 \end{cases}$$

در این شرایط، کار داده شده به هریک از طبقات کمپرسور و نیز کار خروجی از هر طبقه توربین یکسان است.

حل قسمت الف مسئله.

با نبود بازیاب، نسبت پس‌کار و بازده گرمایی با استفاده از داده‌های جدول A-10 به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$T_1 = 300[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_1 = 300.19 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ P_{r1} = 1.386 \end{cases}$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \times P_{r1} \rightarrow P_{r2} = \sqrt{9} \times (1.386) = 4.16$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_2 = 411.31 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ T_2 = 410.18[K] \end{cases}$$

$$T_5 = 1300[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_5 = 1395.97 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ P_{r5} = 330.9 \end{cases}$$

$$P_{r6} = \frac{P_6}{P_5} \times P_{r5} \rightarrow P_{r6} = \frac{1}{\sqrt{9}} \times (330.9) = 110.3$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_6 = 1036.46 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ T_6 = 991.59[K] \end{cases}$$

کار ورودی به کمپرسور:

$$w_C = 2 \times (h_2 - h_1) = 2 \times (411.31 - 300.19) = 222.24 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار خروجی از توربین و کار خالص خروجی برابرند با

$$w_T = 2 \times (h_5 - h_6) = 2 \times (1395.97 - 1036.46) = 719.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_{net} = w_T - w_C = 719.02 - 222.24 = 496.78 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

گرمای ورودی به سیکل:

$$q_{in} = (h_5 - h_4) + (h_7 - h_6) = (1395.97 - 411.31) + (1395.97 - 1036.46) = 1344.17 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

گرمای اتلافی از خنک‌کن میانی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_{intercooler} = (h_2 - h_3) = (411.31 - 300.19) = 111.12 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

نسبت پس‌کار و بازده به ترتیب عبارتند از:

$$r_{bw} = \frac{w_C}{w_T} = \frac{222.24}{719.02} = 0.31$$

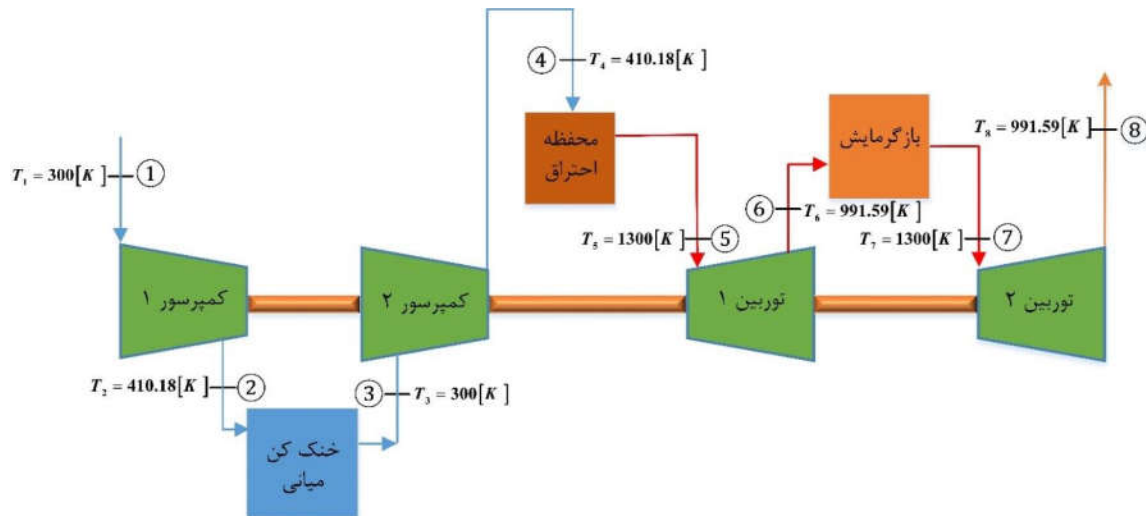
$$\eta = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{496.78}{1344.17} = 0.37$$

جدول ۵-۲: مقایسه سیکل گازی فاقد بازیاب با و بدون توربین و کمپرسور دو مرحله‌ای

	کمپرسور دو مرحله‌ای توربین دو مرحله‌ای فاقد بازیاب	کمپرسور یک مرحله‌ای توربین یک مرحله‌ای فاقد بازیاب
کار کمپرسور $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$	222.24	262.74
کار توربین $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$	719.02	632.14
کار خالص $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$	496.78	369.4
گرمای ورودی $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$	1344.17	833
نسبت پس‌کار	31%	42%
بازده کل	37%	44%

مقایسه این نتایج با آنچه که در **مثال ۲-۲** بدست آمد (تراکم و انبساط یک مرحله‌ای)، نشان می‌دهد که تراکم چند مرحله‌ای با سرمایش میانی و انبساط چند مرحله‌ای با بازگرمایش باعث بهبود نسبت پس‌کار می‌شود (از ۴۰ درصد

به ۳۱ درصد کاهش می‌یابد). اما بازده گرمایی را کاهش می‌دهد (از ۴۲/۶ به ۳۷ درصد کاهش می‌یابد). بنابراین سرمایش میانی و بازگرمایش در نیروگاه‌های گازی توصیه نمی‌شوند مگر اینکه همراه با بازیاب استفاده شوند.

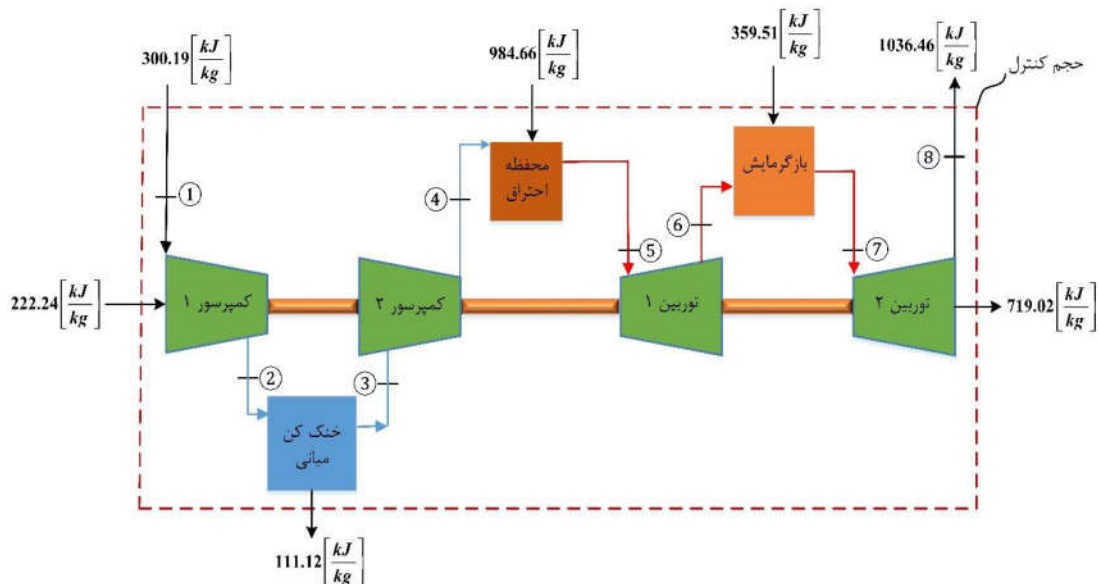


شکل ۲-۲۳: تغییرات دما در سیکل گازی ایده‌آل با گرمایش و سرمایش میانی و بدون بازیاب

در شکل ۲-۲۴ موازنه انرژی نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که مجموع انرژی‌های ورودی و خروجی مطابق شکل ۲-۲۴ با هم برابرند:

$$\dot{w}_C + \dot{q}_{in} + \dot{h}_1 = \dot{w}_T + \dot{h}_8 + \dot{q}_{intercooler}$$

$$222.24 + 984.66 + 359.51 = 719.02 + 1036.46 + 111.12$$



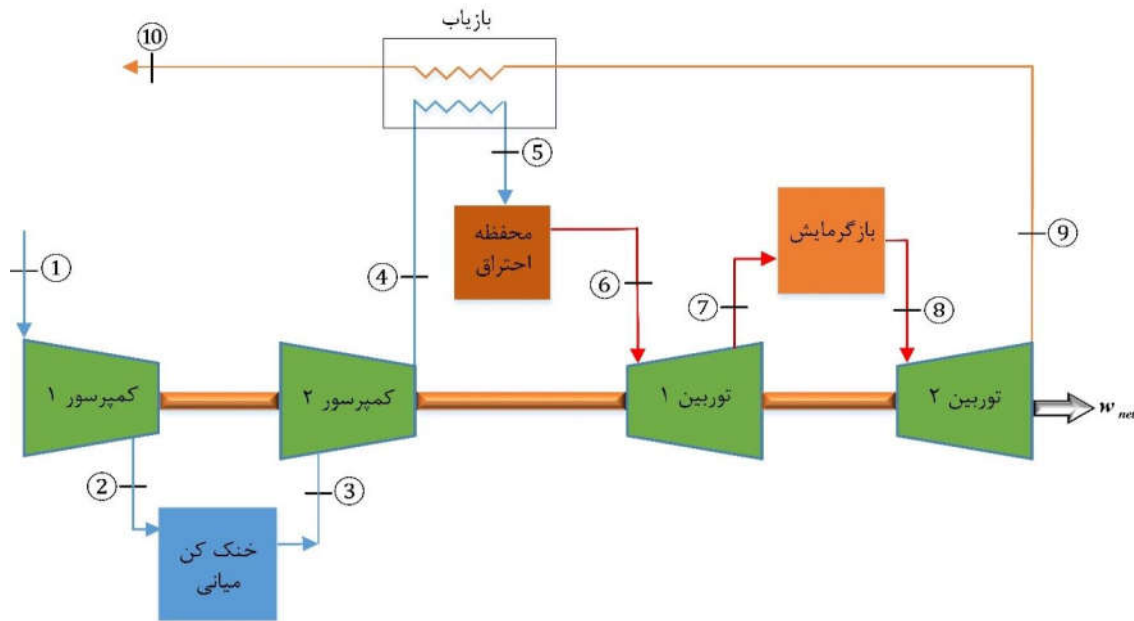
شکل ۲-۲۴: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل گازی ایده‌آل با گرمایش و سرمایش میانی و بدون بازیاب

(ب) از بازیاب ایده‌آل با بازده ۱۰۰ درصد استفاده شود.

تحلیل.

نسبت فشار کلی سیکل برابر ۹ است یعنی:

$$\begin{cases} \frac{P_4}{P_1} = 9 \\ \frac{P_6}{P_9} = 9 \end{cases}$$



شکل ۲-۲۵: سیکل گازی ایده‌آل با گرمایش و سرمایش میانی و دارای باز یاب ایده‌آل

برای تراکم و انبساط دو مرحله‌ای، زمانی که هر دو طبقه کمپرسور و توربین دارای نسبت فشار یکسان باشند، کار داده شده به کمپرسور به حداقل و کار خروجی از توربین به حداکثر مقادیر خود می‌رسند. از اینرو:

$$\begin{cases} \frac{P_6}{P_7} = \sqrt{9} = 3 \\ \frac{P_8}{P_9} = \sqrt{9} = 3 \end{cases}$$

هوا با دمای یکسان وارد هر یک از طبقات کمپرسور می‌شود و هر طبقه دارای بازده آدیاباتیک است (در این حالت بازده ۱۰۰ درصد است). بنابراین دما و آنتالپی هوا در خروجی هر مرحله تراکم یکسان است. همین بحث را برای توربین می‌توان مطرح کرد. از اینرو:

در ورودی‌ها:

$$\begin{cases} T_1 = T_3 \\ h_1 = h_3 \end{cases}, \begin{cases} T_6 = T_8 \\ h_6 = h_8 \end{cases}$$

در خروجی‌ها:

$$\begin{cases} T_2 = T_4 \\ h_2 = h_4 \end{cases}, \begin{cases} T_7 = T_9 \\ h_7 = h_9 \end{cases}$$

در این شرایط، کار داده شده به هریک از طبقات کمپرسور و نیز کار خروجی از هر طبقه توربین یکسان است.

حل قسمت ب مسئله.

وارد کردن یک بازیاب ایده‌آل تأثیری بر کار کمپرسور و کار توربین ندارد. بنابراین کار خالص خروجی و نسبت پس‌کار در سیکل گازی بستگی به وجود بازیاب ندارد. ولی بازیاب با پیش گرمایش هوای خروجی از کمپرسور و با استفاده از گازهای داغ خروجی از توربین، گرمای ورودی مورد نیاز را کاهش می‌دهد.

نسبت پس‌کار و بازده گرمایی با استفاده از داده‌های جدول $A-10$ به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$T_1 = 300[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_1 = 300.19 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ P_{r1} = 1.386 \end{cases}$$

$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} \times P_{r1} \rightarrow P_{r2} = \sqrt{9} \times (1.386) = 4.16, \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_2 = 411.31 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ T_2 = 410.18[K] \end{cases}$$

$$T_6 = 1300[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_6 = 1395.97 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ P_{r6} = 330.9 \end{cases}$$

$$P_{r7} = \frac{P_7}{P_6} \times P_{r6} \rightarrow P_{r7} = \frac{1}{\sqrt{9}} \times (330.9) = 110.3$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_7 = 1036.46 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ T_7 = 991.59[K] \end{cases}$$

کار ورودی به کمپرسور:

$$w_C = 2 \times (h_2 - h_1) = 2 \times (411.31 - 300.19) = 222.24 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار خروجی از توربین:

$$w_T = 2 \times (h_6 - h_7) = 2 \times (1395.97 - 1036.46) = 719.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

کار خالص خروجی از سیکل:

$$w_{net} = w_T - w_C = 719.02 - 222.24 = 496.78 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

گرمای ورودی به سیکل:

$$q_{\text{ورودی}} = q_{\text{احتراقی}} + q_{\text{باز گرمایش}} = (h_6 - h_5) + (h_8 - h_7) \\ = (1395.97 - 1036.46) + (1395.97 - 1036.46) = 719.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

گرمای اتلافی از خنک‌کن میانی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_{\text{intercooler}} = (h_2 - h_3) = (411.31 - 300.19) = 111.12 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

همانطور که قبلاً گفته شد بازده بازیاب از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{h_5 - h_4}{h_9 - h_4} \approx \frac{T_5 - T_4}{T_9 - T_4}$$

طبق رابطه بالا اگر بازیاب ایده‌آل باشد (بازده ۱۰۰ درصد)، در اینصورت الزامای دمای نقطه ۵ و ۹ با هم برابر می‌شوند. بنابراین: $T_9 = T_5$ و $h_9 = h_5$. می‌توان قانون اول ترمودینامیک را برای بازیاب به صورت زیر نوشت:

$$h_9 + h_4 = h_5 + h_{10} \rightarrow 1036.46 + 411.31 = 1036.46 + h_{10} \rightarrow h_{10} = 411.31 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

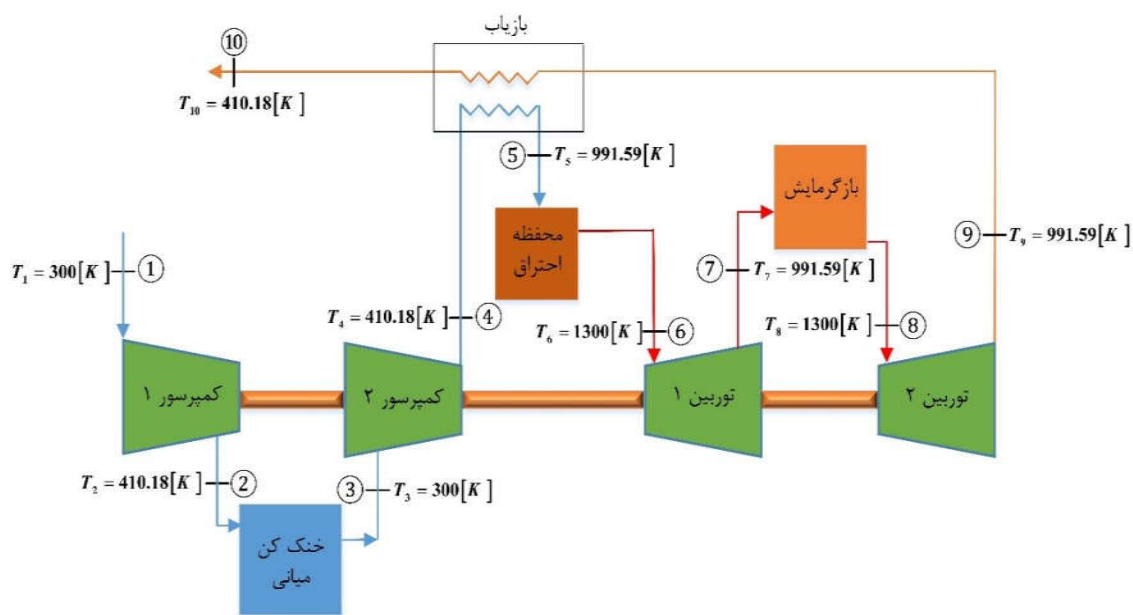
گرمای اتلافی از سیکل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_{\text{out}} = (h_{10} - h_1) = (411.31 - 300.19) = 111.12 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

در نتیجه بازده گرمایی برابر است با:

$$\eta = \frac{w_{\text{net}}}{q_{\text{in}}} = \frac{496.78}{719.02} = 0.69 \text{ یا } 69\%$$

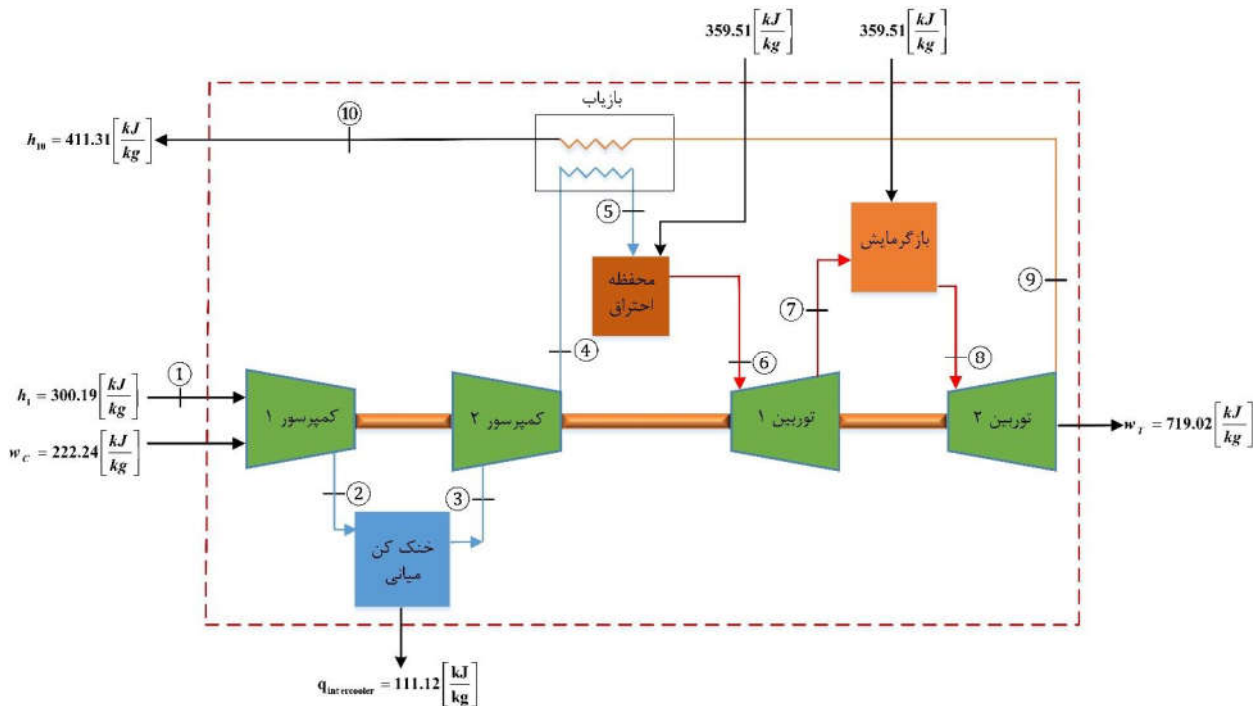
در شکل ۲-۲۶ شرایط ترمودینامیکی نشان داده شده است.



شکل ۲-۲۶: تغییرات دما در سیکل گازی ایده‌آل با گرمایش و سرمایش میانی و دارای بازیاب ایده‌آل

در شکل ۲-۲۷ موازنه انرژی ترسیم شده است. لازم به ذکر است که مجموع انرژی‌های ورودی و خروجی مطابق شکل ۲-۲۷ با هم برابرند:

$$\frac{h_1}{300.19} + \frac{w_c}{222.24} + \frac{q_{in}}{359.51+359.51} = \frac{w_T}{719.02} + \frac{h_{10}}{411.31} + \frac{q_{intercooler}}{111.12}$$



شکل ۲-۲۷: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل گازی ایده‌آل با گرمایش و سرمایش میانی و دارای بازیاب ایده‌آل

در جدول ۲-۶ هر سه حالت با هم مقایسه شده‌اند.

❖ اثر دو مرحله‌ای کردن کمپرسور و توربین مطابق با اعداد ثبت شده در جدول برابر است با

- ۱- وجود سرمایش میانی (دو مرحله‌ای کردن کمپرسور) باعث کاهش کار کمپرسور می‌شود ($W_C \downarrow$) کار کمپرسور از $262/74$ به $222/24$ کیلوژول بر کیلوگرم کاهش می‌یابد.
- ۲- وجود بازگرمایش (دو مرحله‌ای کردن توربین) باعث افزایش کار توربین می‌شود ($W_T \uparrow$) کار توربین از $632/14$ به $719/02$ کیلوژول بر کیلوگرم افزایش می‌یابد.
- ۳- در نتیجه قدرت خالص خروجی (W_{net}) افزایش می‌یابد (قدرت خالص خروجی از $369/4$ به $496/78$ کیلوژول بر کیلوگرم افزایش می‌یابد). ($W_{net} = W_T - W_C \uparrow$)
- ۴- گرمای احتراق از $833 \frac{kJ}{kg}$ به $1344.17 \frac{kJ}{kg}$ افزایش می‌یابد. بنابراین گرمای مورد نیاز افزایش می‌یابد.
- ۵- بازده از 44 درصد به 37 درصد کاهش می‌یابد.

❖ اثر نصب بازیاب با توجه به اعداد ثبت شده در جدول

- ۱- کار کمپرسور، توربین و کار خالص خروجی تغییری نمی‌کنند.
- ۲- گرمای مورد نیاز محفظه احتراق از $1344.17 \frac{kJ}{kg}$ به $719.02 \frac{kJ}{kg}$ کاهش می‌یابد. به عبارتی گرمای مورد نیاز سیکل کاهش می‌یابد.

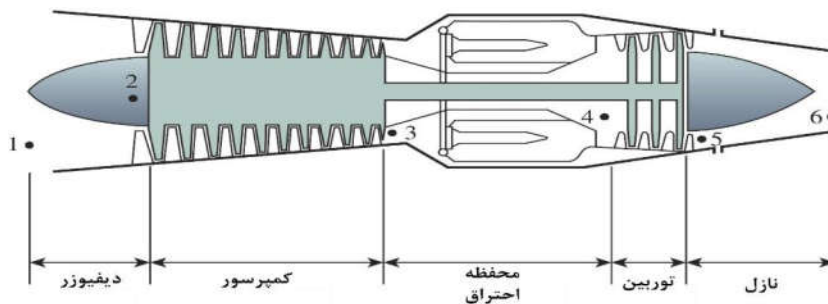
۳- بازده سیکل از ۳۷ درصد به ۶۹ درصد افزایش می‌یابد.

جدول ۶-۲: مقایسه سیکل گازی ایده‌آل با و بدون بازیاب

کمپرسور دو مرحله‌ای	کمپرسور دو مرحله‌ای	کمپرسور یک مرحله‌ای
توربین دو مرحله‌ای	توربین دو مرحله‌ای	توربین یک مرحله‌ای
مجهز به بازیاب	فاقد بازیاب	فاقد بازیاب
$222.24 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$222.24 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$262.74 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
$719.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$719.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$632.14 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
$496.78 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$496.78 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$369.4 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
$719.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$1344.17 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$833 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
31%	31%	42%
69%	37%	44%
بازده کل		

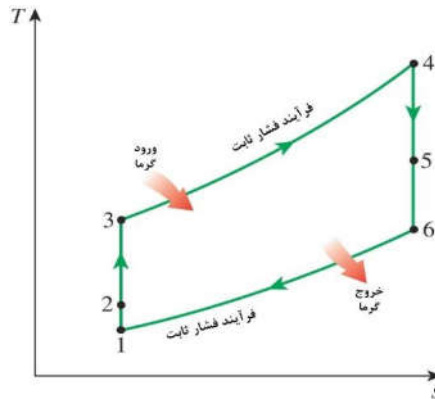
۲-۵- سیکل ایده‌آلی پیشرانی جتی^۱

طرحواره موتور توربوجت و نمودار $T-S$ سیکل ایده‌آلی توربوجت در شکل ۲-۲۸ و شکل ۲-۲۹ نشان داده شده است.



شکل ۲-۲۸: سیکل موتور جت

^۱ Jet Propulsion



شکل ۲-۲۹: دیاگرام T-S سیکل پیشرانی جتی

از توربین‌های گازی درموتور هواپیماها به طور گسترده‌ای استفاده می‌شود. زیرا توربین‌های گازی سبک و فشرده‌اند و نسبت قدرت به وزن در آنها زیاد است. توربین‌های گازی هواپیماها در یک سیکل باز به نام سیکل پیشرانی جتی کار می‌کنند. سیکل پیشرانی ایده‌آلی جتی با سیکل ساده برایتون تفاوت اندکی دارد.

جدول ۲-۷: مقایسه سیکل برایتون و سیکل پیشرانی جتی

سیکل برایتون	سیکل پیشرانی جتی
فشار خروجی در توربین تقریباً با فشار محیط برابر است. هدف این سیکل‌ها تولید کار می‌باشد.	فشار خروجی در توربین به اندازه‌ای است که قدرت تولیدشده توسط توربین با کار ورودی کمپرسور و وسایل کمکی از قبیل پمپ‌های هیدرولیک و... برابر باشد. به عبارتی هدف تولید کار نیست. هدف تأمین نیروی لازم برای حرکت هواپیماست.

همچنین توربین‌های گازی هواپیما، در نسبت‌های فشار زیاد (معمولاً بین ۱۰ و ۲۵) کار می‌کنند و سیال ابتدا از پخش‌کن عبور کرده و در آنجا قبل از ورود به کمپرسور دچار کاهش سرعت و افزایش فشار می‌شود. در هواپیما با شتاب‌گیری سیال در جهت مخالف حرکت هواپیما، نیروی پیشرانیش به هواپیما وارد شده و باعث حرکت رو به جلوی آن می‌شود.

عمل شتاب‌گیری سیال به صورت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

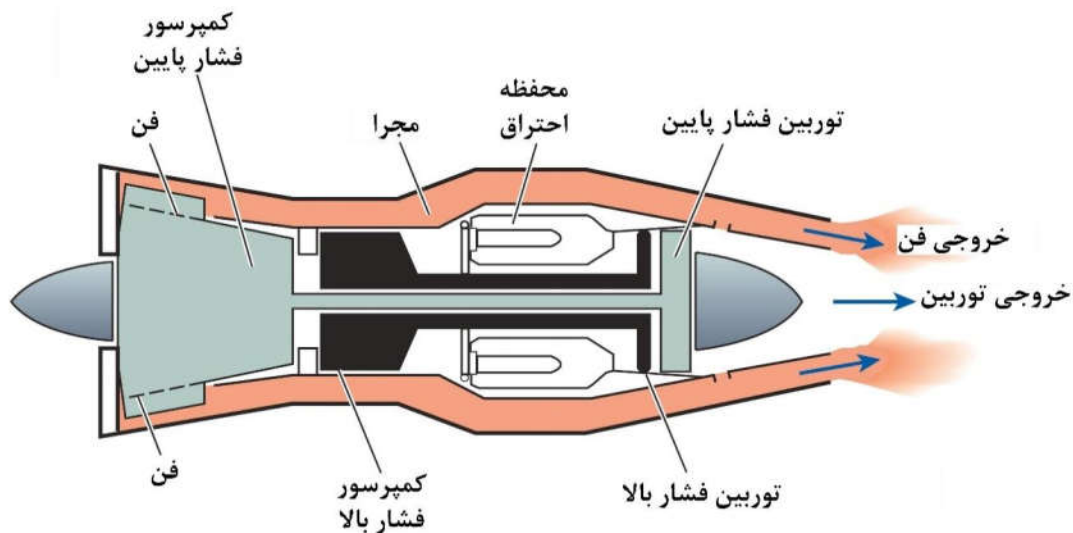
- ۱- توسط جرم بزرگی از سیال که شتاب کمی دارد انجام می‌شود (موتور ملخ‌دار)^۱
- ۲- توسط جرم کوچکی از سیال که شتاب زیادی دارد (موتور جت^۲ یا موتور توربوجت^۳) (شکل ۲-۳۰)

^۱ Propeller-driven engine

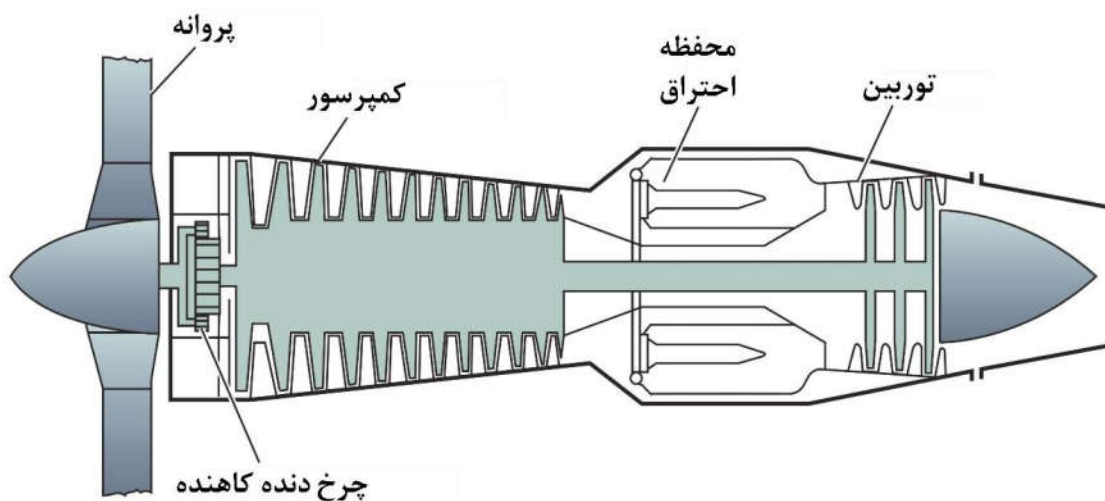
^۲ Jet

^۳ TurboJet

۳- یا توسط هر دو روش انجام می‌شود (موتور توربوپراپ^۱). (شکل ۲-۳۱)



شکل ۲-۳۰: موتور توربوفن



شکل ۲-۳۱: موتور توربوپراپ

۲-۵-۱- نیروی وارد شده به هواپیما

فشار در ورودی و فشار در خروجی موتور توربوجت برابرند (برابر با فشار محیط) از این‌رو، رانش خالص موتور از موازنه مومنوم مطابق با رابطه (۲-۲۲) بدست می‌آید:

$$F = \underbrace{(\dot{m}V)_{exit}}_{\text{مومنوم خروجی}} - \underbrace{(\dot{m}V)_{inlet}}_{\text{مومنوم ورودی}} = \dot{m}(V_{exit} - V_{inlet}) \quad (2-22)$$

در رابطه (۲-۲۲)، V_{exit} سرعت خروجی دود و V_{inlet} سرعت ورودی هوا نسبت به هواپیما است. بنابراین برای

^۱ Turboprop

هواپیمایی که در هوای ساکن حرکت می‌کند، V_{inlet} همان سرعت هواپیما می‌باشد.

نکات مهم:

۱- در واقع آهنگ‌های جریان جرمی گازها در خروجی و ورودی موتور با هم متفاوتند و اختلاف آنها با آهنگ احتراق سوخت برابر است. نسبت هوا سوخت در موتورهای با پیشرانی جتی معمولاً خیلی زیاد (جرم هوا نسبت به جرم سوخت زیاد است) و اختلاف فوق‌الذکر خیلی کوچک است. از این رو، $\dot{m}$ در رابطه (۲۲-۲) آهنگ جریان جرمی هوا در موتور در نظر گرفته می‌شود.

۲- برای هواپیمایی که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، از رانش برای غلبه بر درگ هوا استفاده می‌شود و نیروی خالص موثر بر بدنه هواپیما صفر است. هواپیماهای تجارتي با پرواز در ارتفاعات زیاد در مسافت‌های طولانی در سوخت صرفه‌جویی می‌کنند، زیرا هوا در ارتفاعات بالا رقیق است و نیروی درگ کمتری را بر هواپیما وارد می‌کند.

۳- قدرت تولیدی حاصل از رانش موتور را قدرت پیشران^۱ ($\dot{W}_p$) می‌گویند که عبارت است از نیروی پیشرانی (رانش) ضرب در فاصله‌ای که این نیرو در زمان واحد بر هواپیما اثر می‌کند؛ یعنی برابر است با رانش ضرب در سرعت هواپیما.

۴- کارخالص تولید شده توسط موتور توربوجت صفر است. از این رو، نمی‌توان بازده موتور توربوجت را به صورت بازده توربین‌های گازی ساکن تعریف نمود، بلکه باید از تعریف کلی بازده استفاده کرد، یعنی نسبت خروجی مطلوب به ورودی مورد نیاز. خروجی مطلوب در موتور توربوجت قدرت تولیدی $\dot{W}_p$ برای پیشرانند هواپیما بوده و ورودی مورد نیاز، انرژی گرمایی سوخت رها شده در فرآیند احتراق ($\dot{Q}_{in}$) می‌باشد. نسبت این دو کمیت را بازده پیشرانی^۲ می‌گویند.

$$\eta_p = \frac{\text{توان پیشرانی}}{\text{حرارت ورودی}} = \frac{\dot{W}_p}{\dot{Q}_{in}} \quad (23-2)$$

در قسمت‌های قبل سیکل نیروگاه‌های گازی و موتور جت تشریح شد. نوع دیگری از سیکل که با هوا سر و کار داشته و تولید قدرت می‌کند در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۶-۲- سیکل موتورهای چهار زمانه

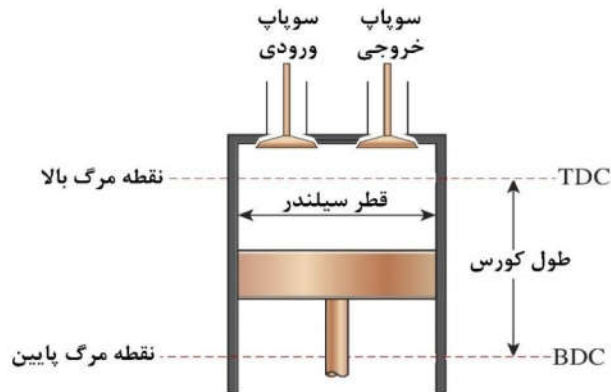
در موتورهای چهارزمانه در چهار فرآیند سیکل کامل می‌شود. این سیکل‌ها در موتورهای رفت و برگشتی به وفور استفاده می‌شوند.

^۱ Propulsive power

^۲ Propulsive Efficiency

۲-۶-۱- موتورهای رفت و برگشتی

اجزا اصلی موتور رفت و برگشتی در شکل ۲-۳۲ نشان داده شده است.



شکل ۲-۳۲: سیلندر و پیستون در موتور چهار زمانه

پیستون بین دو وضعیت ثابت به نام مرگ بالا (TDC)^۱ (مکان پیستون متناظر با کمترین حجم در سیلندر) و مرگ پایین (BDC)^۲ (مکان پیستون متناظر با بیشترین حجم) در سیلندر، رفت و برگشت می‌کند. پیستون در فاصله بین TDC و BDC حرکت می‌کند و به آن کورس موتور^۳ می‌گویند. مخلوط هوا و سوخت از طریق سوپاپ هوا به داخل سیلندر مکیده شده و گازهای احتراق از طریق سوپاپ دود از سیلندر خارج می‌شوند. حجم مینیمم در سیلندر، زمانی برقرار می‌شود که پیستون در TDC است و آن را حجم خلاصی^۴ می‌گویند. حجم جابجا شده توسط پیستون زمانی که پیستون بین TDC و BDC حرکت می‌کند را حجم جابجایی^۵ می‌گویند.

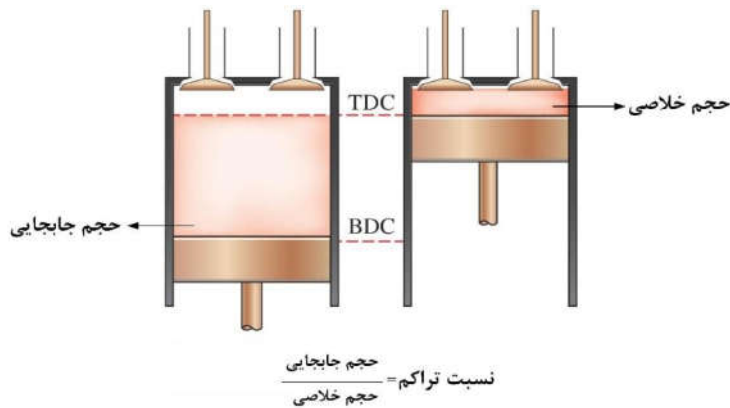
^۱ Top Dead Centet (TDC)

^۲ Below Dead Center (BDC)

^۳ Stroke

^۴ Clearance Volume

^۵ Displacement Volume



شکل ۲-۳۳: نسبت تراکم در یک موتور رفت و برگشتی

نسبت حجم بیشینه در سیلندر به حجم کمینه (حجم خلاصی) را نسبت تراکم موتور^۱ می‌گویند. نسبت تراکم موتور از رابطه (۲-۲۴) محاسبه می‌شود:

$$r = \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{v_{BDC}}{v_{TDC}} \quad (2-24)$$

توجه شود که نسبت تراکم، یک نسبت حجمی است و نباید آن را با نسبت فشار $r_p = \frac{P_2}{P_1}$ اشتباه گرفت.

واژه دیگری که در ارتباط با موتورهای رفت و برگشتی از آن استفاده می‌شود، فشار میانگین موثر^۲ (MEP) است. (MEP) یک فشار فرضی است که اگر در تمام کورس قدرت بر پیستون اثر کند، کار خالص تولید شده ناشی از آن برابر است با کاری که در یک سیکل واقعی ایجاد می‌شود. از فشار میانگین موثر به عنوان پارامتری برای مقایسه عملکرد موتورهای رفت و برگشتی با اندازه یکسان استفاده می‌شود. موتور با MEP بالاتر، کار خالص بیشتری را در هر سیکل انجام داده و بنابراین بهتر کار می‌کند.

در این مبحث دو نوع موتور رفت و برگشتی مورد بررسی قرار می‌گیرد:

- موتورهای اشتعال - جرقه ای^۳ (SI)
- موتورهای اشتعال - تراکمی^۴ (CI)

در موتورهای SI احتراق مخلوط هوا - سوخت توسط شمع جرقه‌زن^۵ شروع می‌شود. در موتورهای CI اشتعال مخلوط هوا-سوخت بر اثر تراکم مخلوط تا دمای بالاتر از دمای خود-اشتعالی روی می‌دهد.

^۱ Compression Ratio

^۲ Mean Effective Pressure (MEP)

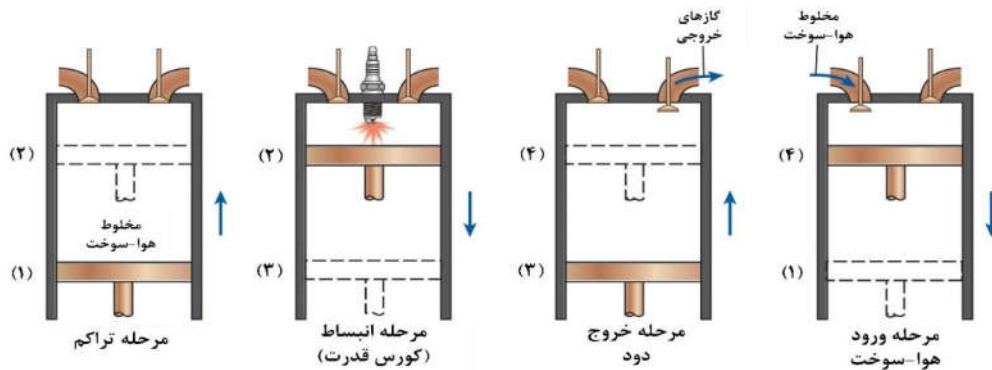
^۳ Spark-ignition (SI)

^۴ Compression-ignition (CI)

^۵ Spark Plug

۲-۶-۲- سیکل اتو^۱ (سیکل ایده‌آلی برای موتورهای اشتعال- جرقه‌ای)

سیکل اتو، ایده‌آلی برای موتورهای رفت و برگشتی اشتعال جرقه‌ای محسوب می‌شود. در بیشتر موتورهای اشتعال- جرقه‌ای، پیستون چهار کورس کامل انجام می‌دهد. میل لنگ در هر سیکل ترمودینامیکی، دو بار کامل می‌چرخد. این موتورها را موتورهای احتراق داخلی چهارزمانه^۲ می‌گویند. در شکل ۲-۳۴ سیکل واقعی ترسیم شده است.



شکل ۲-۳۴: سیکل واقعی موتورهای بنزینی

سیکل واقعی به شرح زیر می‌باشد:

سوپاپ‌های سوخت^۳ و دود^۴ هر دو بسته و پیستون در پایین‌ترین مکان خود (BDC) قرار دارد (شماره ۱). در کورس تراکم^۵ پیستون به طرف بالا حرکت کرده و مخلوط هوا-سوخت را متراکم می‌کند. کمی قبل از این که پیستون به بالاترین مکان خود (TDC) برسد، شمع جرقه زده و مخلوط مشتعل می‌شود. بدین ترتیب دما و فشار سیستم افزایش می‌یابد. در این حالت پیستون در نقطه ۲ قرار دارد. وقتی پیستون در بالاترین نقطه خود قرار دارد (نقطه ۲) دما و فشار گاز درون سیلندر در حالت ماکزیمم خود قرار دارد. به همین دلیل گاز با فشار زیاد پیستون را به طرف پایین می‌راند. با حرکت رو به پایین پیستون میل لنگ نیز می‌چرخد. حرکت رو به پایین پیستون از مرگ بالا تا مرگ پایین به کورس انبساط^۶ یا کورس قدرت مشهور است. در کورس انبساط کار مفید انجام می‌شود. پیستون در انتهای کورس انبساط در نقطه ۳ قرار دارد. پیستون بار دیگر از نقطه مرگ پایین به طرف بالا حرکت کرده کمی قبل از رسیدن به نقطه مرگ بالا سوپاپ دود باز شده و دود از طریق سوپاپ دود به بیرون رانده می‌شود. این فرایند به کورس تخلیه^۷ مشهور است. در این حالت پیستون در نقطه ۴ قرار دارد. در انتهای کورس تخلیه هنوز کمی دود در حجم مرده وجود دارد. سپس پیستون به سمت پایین حرکت کرده و همزمان هوای تازه به سیلندر وارد شده و باعث

^۱ Otto Cycle

^۲ Four Stroke

^۳ Intake Valve

^۴ Exhaust Valve

^۵ Compression Stroke

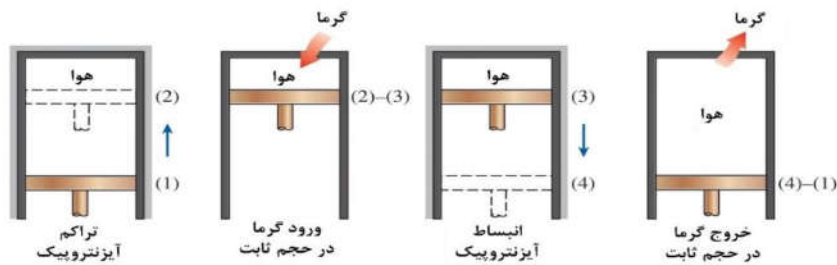
^۶ Power Stroke

^۷ Exhaust Stroke

خروج دود شده و همزمان سوپاپ دود هم بسته می‌شود. با حرکت بیشتر پیستون به سمت پایین هوای تازه بیشتری وارد سیلندر می‌شود. این فرآیند به کورس مکش^۱ معروف است. در این حالت پیستون در نقطه ۱ قرار دارد. بنابراین در هر سیکل ۴ بار طول کورس سیلندر توسط پیستون طی می‌شود. در هر کورس میل لنگ ۱۸۰ درجه می‌چرخد. بنابراین در هر سیکل چهار کورس و دو بار چرخش کامل میل لنگ وجود دارد.

۲-۶-۱-۲ تحلیل سیکل اتو

تحلیل سیکل اتو با استفاده از فرض‌های استاندارد هوا بسیار ساده می‌شود. با توجه به شکل ۲-۳۵ سیکل ایده‌آل اتو از چهار فرآیند برگشت‌پذیر داخلی تشکیل می‌شود:



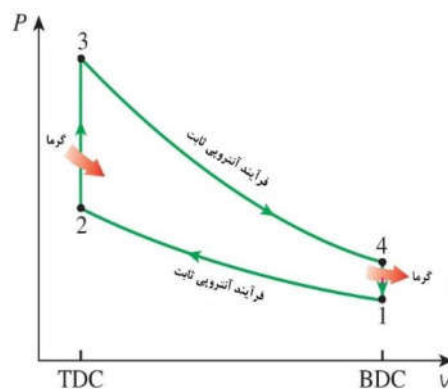
شکل ۲-۳۵: سیکل ایده‌آل اتو

فرآیند ۱-۲: تراکم تک آنترابی،

فرآیند ۲-۳: جذب گرما در حجم ثابت،

فرآیند ۳-۴: انبساط تک آنترابی و نهایتاً

فرآیند ۴-۱: دفع گرما در حجم ثابت



شکل ۲-۳۶: بلوک دیاگرام P-V سیکل ایده‌آل اتو

سیکل اتو در سیستم بسته انجام می‌شود و بازده گرمایی سیکل ایده‌آل اتو به نسبت تراکم موتور $(r = \frac{v_{max}}{v_{min}})$ و

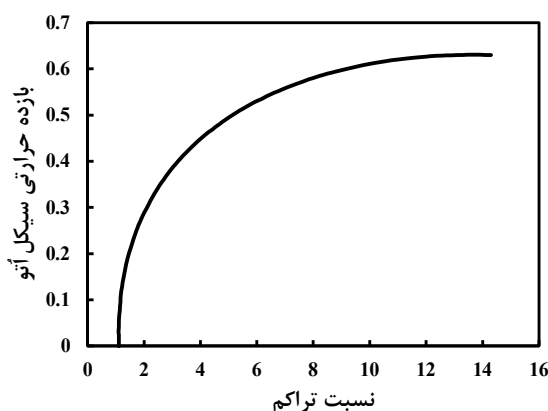
^۱ Intake Stroke

نسبت گرماهای ویژه سیال عامل ($k = \frac{c_p}{c_v}$) بستگی دارد. می‌توان اثبات کرد که بازده سیکل ایده‌آل اتو از رابطه (۲۵-۲) محاسبه می‌شود:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad (25-2)$$

$$r = \frac{v_1}{v_2} \quad (26-2)$$

ضریب $k = \frac{c_p}{c_v}$ نسبت گرماهای ویژه می‌باشد. مطابق با شکل ۲-۳۷، با افزایش نسبت تراکم، بازده افزایش می‌یابد.

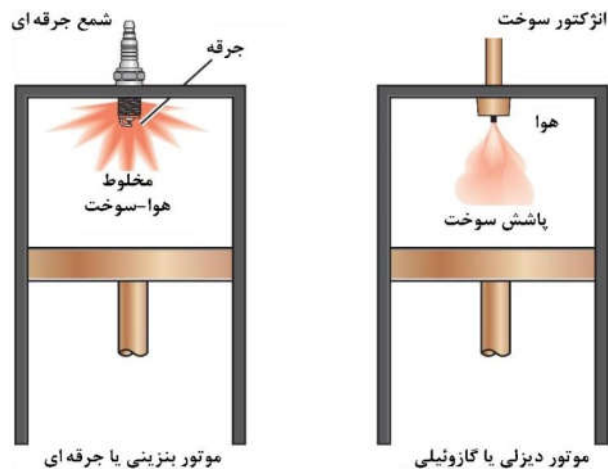


شکل ۲-۳۷: تغییرات بازده حرارتی سیکل اتو با نسبت فشار

برای هر نسبت تراکم، بازده گرمایی موتور واقعی اشتعال جرقه‌ای کمتر از بازده گرمایی سیکل اتو است. زیرا برگشت‌ناپذیری‌ها مانند اصطکاک و سایر عواملی چون احتراق ناقص باعث کاهش بازده سیکل واقعی از سیکل اتو می‌شود. از شکل ۲-۳۷ مشاهده می‌شود که منحنی بازده گرمایی در نسبت‌های تراکم پایین نسبتاً شیب‌دار است، اما زمانی که نسبت تراکم تقریباً به ۸ می‌رسد، این منحنی صاف می‌شود. بنابراین افزایش بازده گرمایی بر حسب نسبت تراکم زیاد چندان مشخص نیست. علاوه بر آن افزایش زیاد نسبت تراکم باعث بروز پدیده خودسوزی سوخت (اشتعال مخلوط سوخت و هوا قبل از اینکه جرقه زده شود) می‌شود.

۲-۲-۶-۲ سیکل دیزل (سیکل ایده‌آل برای موتورهای اشتعال-تراکمی)

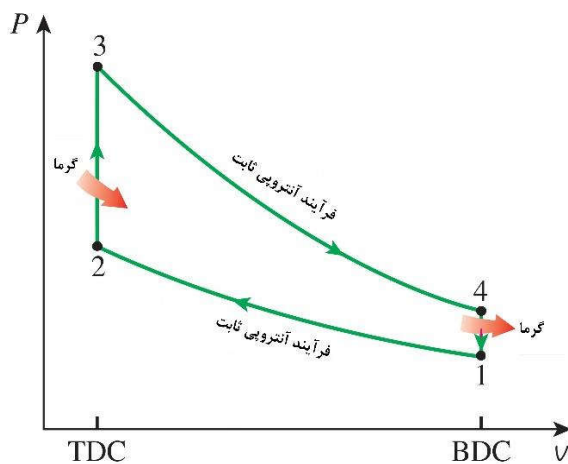
سیکل ایده‌آل موتورهای رفت و برگشتی CI ، سیکل دیزل است. این سیکل بسیار شبیه به موتور جرقه‌ای SI بوده و تفاوت اصلی آنها در نحوه آغاز احتراق است. در موتورهای اشتعال جرقه‌ای (بنزینی) مخلوط هوا-سوخت تا دمایی که کمتر از دمای خوداشتعال سوخت است، متراکم شده و فرآیند احتراق با جرقه‌زنی شمع شروع می‌شود. در موتورهای CI (دیزلی یا گازوئیلی) هوا تا دمایی که بالاتر از دمای خوداشتعال سوخت است متراکم شده و با تزریق سوخت به داخل هوای داغ، اشتعال آغاز می‌شود. بنابراین در موتورهای دیزل به جای شمع جرقه‌زن، از سوخت‌پاش استفاده می‌شود.



هوا و سوخت در فرایند مکش وارد سیلندر شده و با بالا آمدن پیستون، فشار و دمای آن افزایش یافته و سپس با ایجاد جرقه توسط شمع، اشتعال انجام می‌گیرد. از شمع در این موتور استفاده می‌شود.

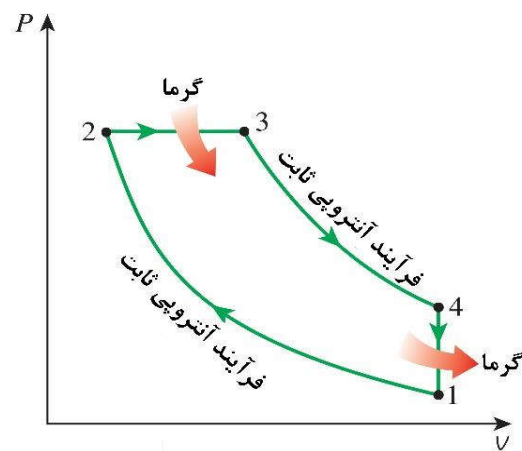
هوا در فرایند مکش وارد سیلندر شده و با بالا آمدن پیستون، فشار و دمای آن افزایش یافته و سپس با پاشش سوخت، اشتعال انجام می‌گیرد. از شمع در این موتور استفاده نمی‌شود.

شکل ۲-۳۸: مقایسه موتور دیزل و موتور بنزینی



موتور بنزینی یا جرقه‌ای

احتراق در حجم ثابت (فرآیند ۲ به ۳) انجام می‌شود



موتور دیزلی یا گازوئیلی

احتراق در فشار ثابت (فرآیند ۲ به ۳) انجام می‌شود

شکل ۲-۳۹: مقایسه فرآیند احتراق در دو نوع موتور بنزینی و گازوئیلی

در موتورهای بنزینی، مخلوط هوا و سوخت در کورس تراکم متراکم شده و با توجه به مسئله خوداشتعالی بنزین، محدودیت نسبت تراکم وجود دارد. در موتورهای دیزل، در کورس تراکم فقط هوا متراکم می‌شود و مشکل خوداشتعالی وجود ندارد. بنابراین موتورهای دیزل برای نسبت‌های تراکم خیلی بالاتر، که معمولاً بین ۱۲ و ۲۴

هستند، طراحی می‌شوند.

نکته:

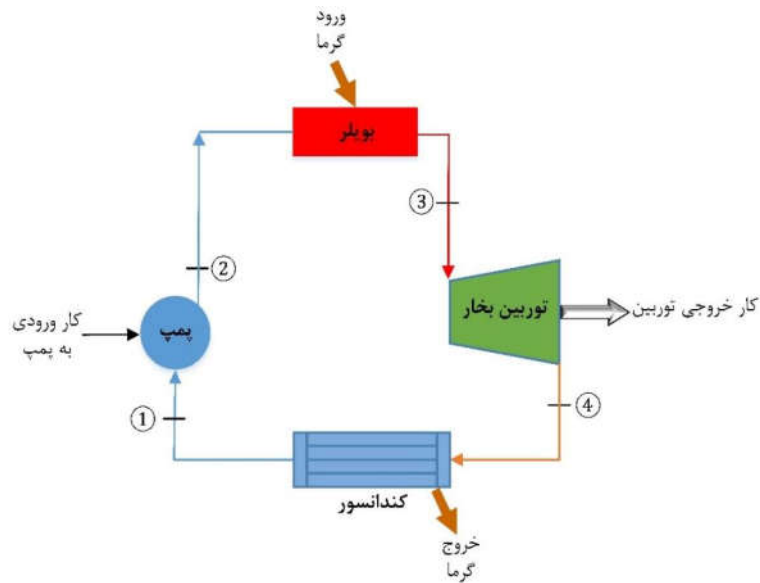
- در نسبت تراکم یکسان، بازده سیکل اتواز سیکل دیزل بالاتر است به عبارتی $(\eta_{دیزل} > \eta_{اتوا})$.
- موتورهای دیزل در نسبت‌های تراکم بالاتری کار می‌کنند و از این رو، معمولاً از موتورهای اشتعال جرقه‌ای (بنزینی) کارآمدترند. موتورهای دیزل، سوخت را نیز کامل‌تر می‌سوزانند، زیرا در مقایسه با موتورهای اشتعال جرقه‌ای، معمولاً با دور کمتری کار می‌کنند. بازده گرمایی موتورهای دیزل از ۳۵ تا ۴۰ درصد است.
بازده بیشتر و هزینه‌های سوخت کمتر در موتورهای دیزل باعث می‌شود که در کاربردهای با قدرت نسبتاً زیاد مانند موتورهای لوکوموتیو، مولدهای قدرت اضطراری، کشتی‌های بزرگ و کامیون‌های سنگین از این نوع موتورها استفاده شود.

فصل سوم سیکل های قدرت بخاری و ترکیبی

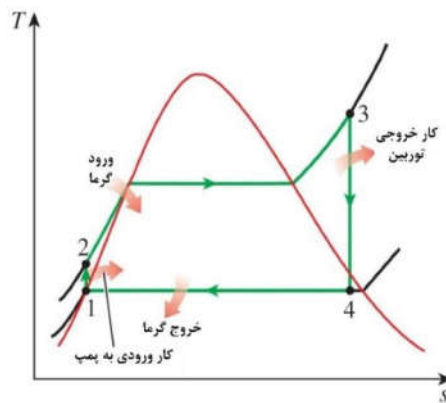
سیکل‌های بخاری نوع دیگری از سیکل‌های قدرت هستند. سیال عامل در بخشی از سیکل قدرت بخاری در حالت مایع و در بخشی از سیکل در حالت بخار قرار دارد ولی در سیکل‌های قدرت گازی، سیال عامل در تمام سیکل در فاز گازی شکل باقی می‌ماند.

۱-۳ سیکل رانکین

سیکل ایده‌آل در این نوع از سیکل‌ها، سیکل رانکین نامیده می‌شود. در شکل ۱-۳ اجزاء پایه و در شکل ۲-۳ نمودار $T-s$ ترسیم شده است.



شکل ۱-۳: سیکل رانکین در حالت پایه



شکل ۲-۳: نمودار $T-s$ سیکل رانکین در حالت پایه

این سیکل در حالت پایه شامل چهار جزء می‌باشد:

۱- پمپ^۱ که در آن فشار سیال افزایش می‌یابد (فرآیند آنتروپی ثابت).

^۱ Pump

۲- بویلر^۱ که در آن دمای سیال افزایش می‌یابد (فرآیند فشار ثابت).

۳- توربین^۲ که در آن فشار و دمای سیال کاهش می‌یابد (فرآیند آنتروپی ثابت).

۴- کندانسور^۳ که در آن دمای سیال کاهش می‌یابد (فرآیند فشار ثابت).

در این سیکل، مقادیر گرما، کار و کار خالص خروجی سیکل به ترتیب از روابط (۱-۳) تا (۵-۳) محاسبه می‌شوند.

$$q_H = h_3 - h_2 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۱-۳)$$

$$q_L = h_4 - h_1 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۲-۳)$$

$$w_P = h_2 - h_1 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۳-۳)$$

$$w_T = h_3 - h_4 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۴-۳)$$

$$w_{net} = w_T - w_P \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۵-۳)$$

بازده این سیکل از رابطه (۶-۳) محاسبه می‌شود.

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} \quad \text{or} \quad \eta = \frac{w_{net}}{q_H} \quad (۶-۳)$$

برگشت‌ناپذیری‌هایی که در پمپ و توربین روی می‌دهند از اهمیت خاصی برخوردارند. به علت برگشت‌ناپذیری‌ها، پمپ به کار ورودی بیشتری نیاز خواهد داشت. علاوه بر آن کار خروجی توربین نیز کاهش خواهد یافت. در شرایط ایده‌آل، جریان در این وسایل به طور تک آنتروپی است. انحراف پمپ‌ها و توربین‌های واقعی از روابط (۷-۳) و (۸-۳) محاسبه می‌شوند.

$$\eta_P = \frac{w_s}{w_a} = \frac{\text{آنتالپی ورودی} - \text{آنتالپی خروجی در حالت ایده آل}}{\text{آنتالپی ورودی} - \text{آنتالپی خروجی در حالت واقعی}} \quad (۷-۳)$$

$$\eta_T = \frac{w_a}{w_s} = \frac{\text{آنتالپی خروجی در حالت واقعی} - \text{آنتالپی ورودی}}{\text{آنتالپی خروجی در حالت ایده آل} - \text{آنتالپی ورودی}} \quad (۸-۳)$$

نکته:

۱- برای جلوگیری از بروز پدیده کاویتاسیون نباید مایع همراه با بخار به پمپ وارد شود. ورودی پمپ در حالت ایده‌آل مایع اشباع بوده ولی در عمل مایع متراکم است.

^۱ Boiler

^۲ Turbine

^۳ Condenser

۲- کار پمپ در حالت واقعی از رابطه (۹-۳) محاسبه می‌شود.

$$W_{pump} = \frac{v_{ورودی} \times (P_{خروجی} - P_{ورودی})}{\eta_P} \quad (۹-۳)$$

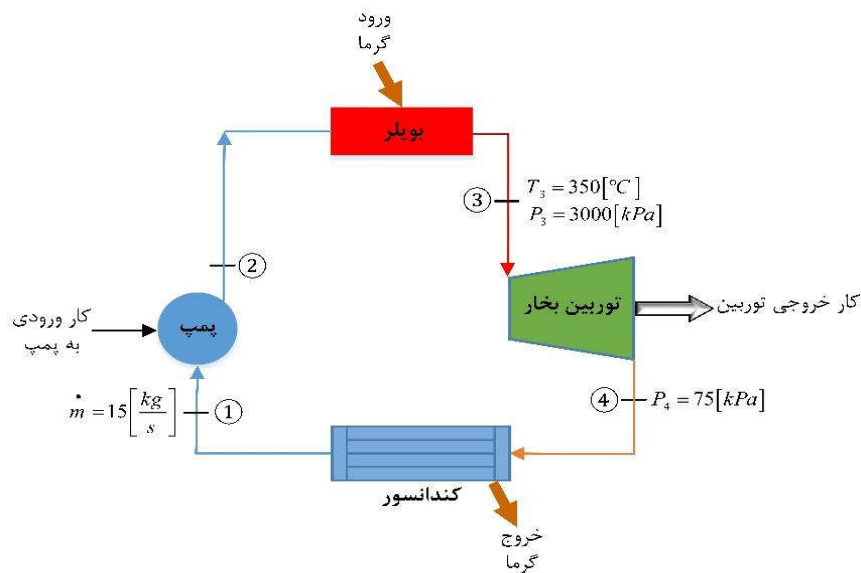
۳- اگر توربین و پمپ ایده‌آل نباشند، آنتالپی خروجی از پمپ و توربین به ترتیب از روابط (۱۰-۳) و (۱۱-۳) محاسبه می‌شوند.

$$h_{خروجی} = h_{ورودی} + \frac{v_{ورودی} (P_{خروجی} - P_{ورودی})}{\eta_P} \quad (۱۰-۳)$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - (h_3 - h_{4s}) \times \eta_T \quad (۱۱-۳)$$

تأثیر برگشت‌ناپذیری بر بازده گرمایی سیکل قدرت بخاری با ذکر **مثال ۱-۳** توضیح داده می‌شود.

مثال ۱-۳: یک نیروگاه بخاری را در نظر بگیرید. بخار آب در شرایط $P = 3MPa$ و $T = 350^\circ C$ وارد توربین شده و در فشار $P = 75kPa$ چگالیده می‌شود. بازده گرمایی سیکل و قدرت خالص خروجی با شرط دبی $\dot{m} = 15 \frac{kg}{s}$ را در دو حالت زیر بیابید:



شکل ۳-۳: نیروگاه بخاری با سیکل رانکین

الف) بازده توربین ۸۷ درصد و بازده پمپ ۸۵ درصد باشد.

حل قسمت الف مسئله.

حل توربین:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 3 \text{ [MPa]} \\ T_3 = 350^\circ \text{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 3116.1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_3 = 6.745 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

نقطه ۴ (خروجی توربین) در ناحیه دوفازی قرار دارد، بنابراین با داشتن فشار و آنترپی این نقطه و با مراجعه به جدول A-4 و محاسبه کیفیت، آنتالپی این نقطه در حالت ایده‌آل بدست خواهد آمد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 75 \text{ [kPa]} \\ s_{4s} = s_3 = 6.745 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} s_f = 1.2132 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ s_{fg} = 6.2426 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

$$\rightarrow x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.745 - 1.2132}{6.2426} = 0.8861$$

$$\rightarrow h_{4s} = h_f + x h_{fg} = 384.44 + 0.8861 \times 2278 = 2403 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

با استفاده از رابطه (۱۱-۳) آنتالپی واقعی خروجی از توربین محاسبه می‌شود:

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - (h_3 - h_{4s}) \times \eta_T \rightarrow h_4 = 3116.1 - (3116.1 - 2403) \times 0.87$$

$$\rightarrow h_4 = 2495.7 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

می‌توان با داشتن فشار و آنتالپی خروجی و با مراجعه به جدول A-4، دمای واقعی خروجی از توربین را بدست آورد.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 75 \text{ [kPa]} \\ h_4 = 2495.7 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} T_4 = 91.8^\circ \text{C}$$

$$w_T = h_3 - h_4 = 3116.1 - 2495.7 = 620.4 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

حل کننداسور:

ورودی پمپ مایع اشباع است.

$$\left(\begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 75 \text{ [kPa]} \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 384.44 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ v_1 = 0.001037 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \end{array} \right.$$

$$q_L = h_4 - h_1 = 2495.7 - 384.44 = 2111.26 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

حل پمپ:

خروجی پمپ از رابطه (۳-۱۰) محاسبه می‌شود.

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{pump}}} + h_1 = \frac{0.001037 \times (3000 - 75)}{0.85} + 384.44 = 388.01 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_p = h_2 - h_1 = 388.01 - 384.44 = 3.57 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل بویلر:

$$q_H = h_3 - h_2 = 3116.1 - 388.01 = 2728.09 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه بازده:

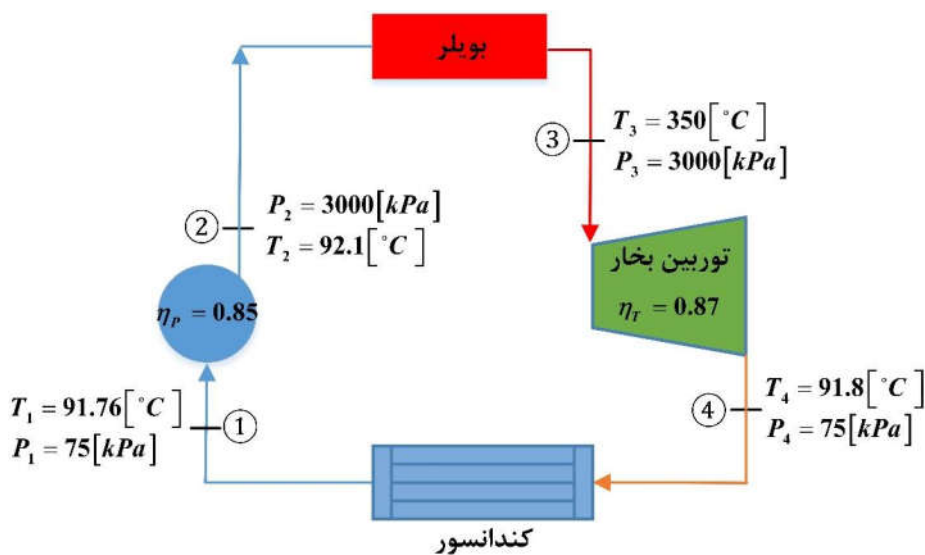
$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{2118.92}{2727.35} = 0.23 = 23\%$$

محاسبه قدرت خالص خروجی:

با توجه به رابطه دبی جرمی $\times$ کار = قدرت داریم:

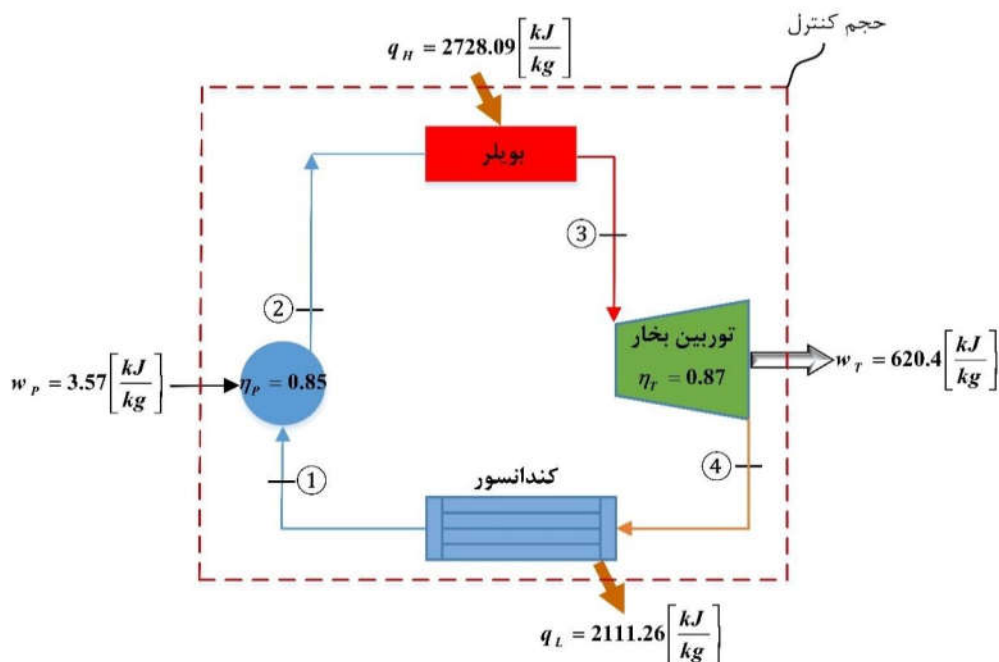
$$\dot{W}_{\text{net}} = \dot{m} \times (w_T - w_p) = 15 \times (620.4 - 3.56) = 9252.6 [kW] = 9.25 [MW]$$

در شکل ۴-۳ مشخصات ترمودینامیکی نقاط مختلف نشان داده شده است.



شکل ۴-۳: تغییرات دما و فشار در نیروگاه بخاری با سیکل رانکین واقعی

در شکل ۵-۳ موازنه انرژی نشان داده شده است.



شکل ۳-۵: انرژی‌های ورودی و خروجی از نیروگاه بخاری با سیکل رانکین واقعی

برای اطمینان از صحت نتایج می‌توان از موازنه انرژی بهره برد:

$$\underbrace{3.57}_{w_P} + \underbrace{2728.09}_{q_H} = \underbrace{620.4}_{w_T} + \underbrace{2111.26}_{q_L}$$

انرژی ورودی انرژی خروجی

ب) سیکل ایده‌آل باشد (بازده توربین و پمپ ۱۰۰ درصد باشد).

حل قسمت ب مسئله.

اگر سیکل موجود ایده‌آل باشد، در خروجی توربین و پمپ تفاوت وجود دارد و بنابراین خروجی این دو جزء باید دوباره محاسبه شود:

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_P} + h_1 = 384.44 + \frac{0.001037 \times (3000 - 75)}{1} = 387.47 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

برای خروجی توربین در حالت ایده‌آل به حل قسمت الف مراجعه کرده و آنتالپی h_{4S} خوانده می‌شود: $h_4 = h_{4S}$. مقدار توان کمپرسور، توربین و محفظه احتراق مجدداً محاسبه می‌شوند.

$$w_T = h_3 - h_4 = 3116.1 - 2403 = 713.1 \left[\frac{kJ}{kg} \right], \quad w_P = h_2 - h_1 = 387.47 - 384.44 = 3.03 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

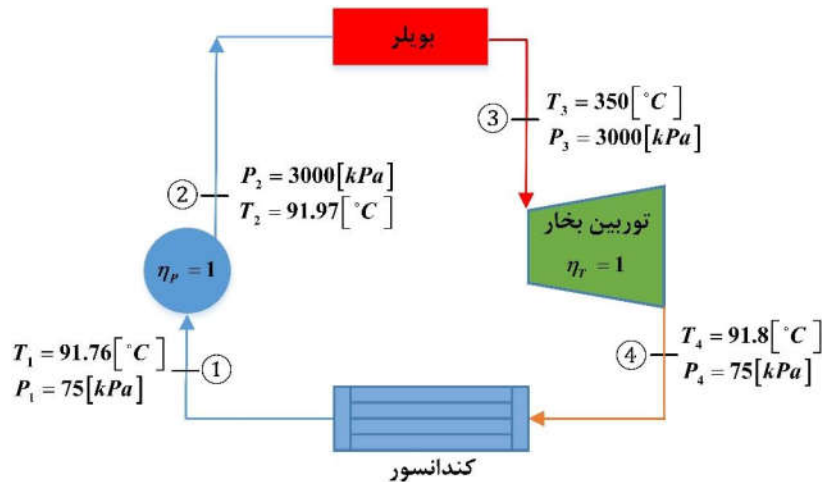
$$q_H = h_3 - h_2 = 3116.1 - 387.47 = 2728.63 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$q_L = h_4 - h_1 = 2403 - 384.44 = 2018.56 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{2018.56}{2728.63} = 0.26 = 26\%$$

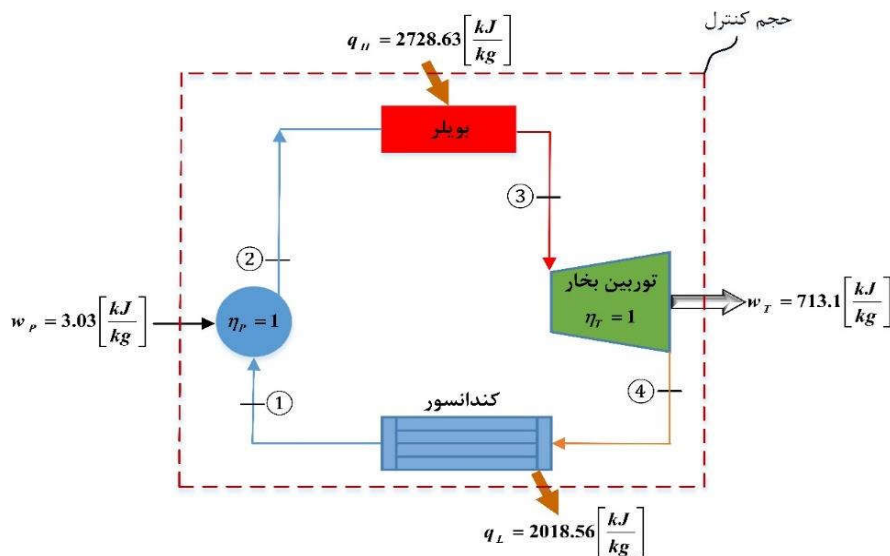
$$\dot{W}_{net} = \dot{m}(w_T - w_P) = 15(713.1 - 3.03) = 10.6 \text{ [kW]}$$

در شکل ۶-۳ مشخصات ترمودینامیکی نقاط مختلف نشان داده شده است.



شکل ۶-۳: تغییرات دما و فشار در نیروگاه بخاری با سیکل رانکین ایده‌آل

در شکل ۷-۳ موازنه انرژی سیکل ایده‌آل نشان داده شده است.



شکل ۷-۳: انرژی‌های ورودی و خروجی از نیروگاه بخاری با سیکل رانکین ایده‌آل

برای اطمینان از صحت نتایج می‌توان از موازنه انرژی بهره برد:

$$\underbrace{3.03}_{w_P} + \underbrace{2728.63}_{q_H} = \underbrace{713.1}_{w_T} + \underbrace{2018.56}_{q_L}$$

انرژی ورودی انرژی خروجی

در جدول ۱-۳ هر دو سیکل با هم مقایسه شده‌اند.

جدول ۱-۳: مقایسه سیکل رانکین ایده‌آل و واقعی

بازده کل	کار خالص خروجی	گرما کندانسور	کار توربین	گرما بویلر	کار پمپ	
$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	
٪۲۶	۷۱۰/۰۷	۲۰۱۸/۵۶	۷۱۳/۱	۲۷۲۸/۶۳	۳/۰۳	سیکل ایده‌آل
٪۲۳	۶۱۶/۸۳	۲۱۱۱/۲۶	۶۲۰/۴	۲۷۲۸/۰۹	۳/۵۷	سیکل واقعی

همانطور که مشاهده می‌شود بازده سیکل واقعی از سیکل ایده‌آل کمتر می‌باشد. زیرا کار خالص خروجی در سیکل واقعی از سیکل ایده‌آل کمتر است.

۲-۳- راه‌های افزایش بازده سیکل رانکین

به طور کلی، هر عاملی که باعث افزایش دمای متوسطی که در طی آن گرما به سیکل داده می‌شود ($T_H \uparrow$) و یا کاهش دمای متوسطی که در طی آن گرما از سیکل دفع می‌شود ($T_L \downarrow$) شود، باعث افزایش راندمان می‌شود.

بدین منظور راهکارهای زیر پیشنهاد شده است:

۱- کاهش فشار کندانسور (عیب: افزایش میزان رطوبت (قطرات آب) در خروجی توربین)

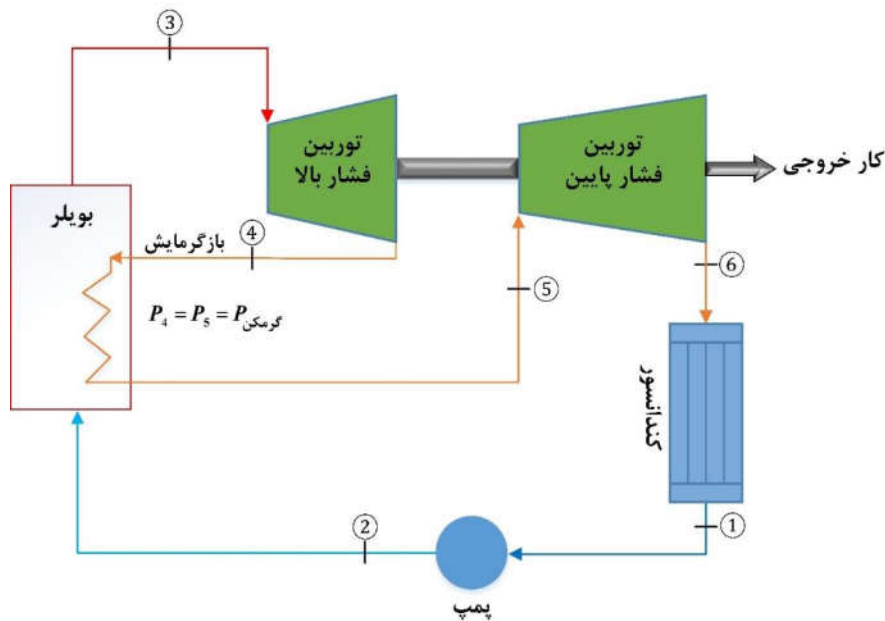
۲- افزایش فشار بویلر (عیب: افزایش میزان رطوبت در خروجی توربین)

۳- افزایش دمای حداکثر سیکل (مزیت: کاهش میزان رطوبت در خروجی توربین)

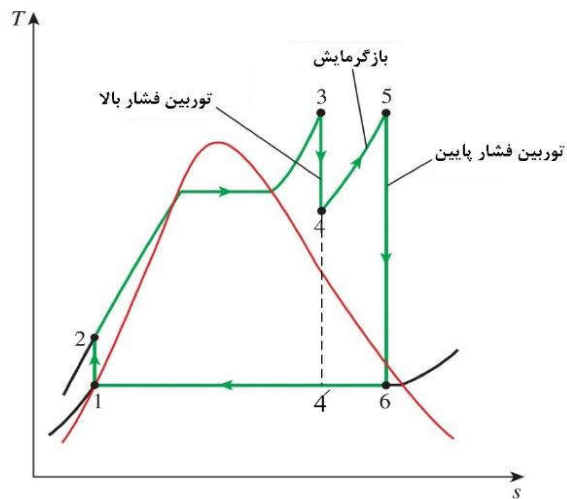
۳-۳- راهکارهای عملی برای افزایش بازده سیکل رانکین

۱-۳-۳- سیکل رانکین همراه بازگرمایش

برای کاهش میزان رطوبت در خروجی توربین از این بازگرمایش استفاده می‌شود. علاوه بر این، بازگرمایش باعث افزایش حجم مخصوص بخار شده و بالطبع توان خروجی توربین نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۳-۸: سیکل رانکین دارای بازگرمایش



شکل ۳-۹: بلوک دیاگرام T-S سیکل رانکین دارای بازگرمایش

اگر در سیکل فوق از گرمکن استفاده نشود، خروجی سیکل در نقطه ۴ خواهد بود. ولی اگر در سیکل از گرمکن استفاده شود آنگاه خروجی سیکل در نقطه ۶ خواهد بود. نقطه ۶ نسبت به نقطه ۴ کیفیت بیشتر و میزان قطرات آب کمتری دارد. همواره در عمل سعی می‌شود خروجی توربین رطوبت کمتری داشته باشد. استفاده از بازگرمایش، باعث کاهش قطرات آب در خروجی توربین و افزایش میزان گرمای لازم خواهد شد. مقدار گرمای لازم کل سیکل از رابطه (۳-۱۲) محاسبه می‌شود:

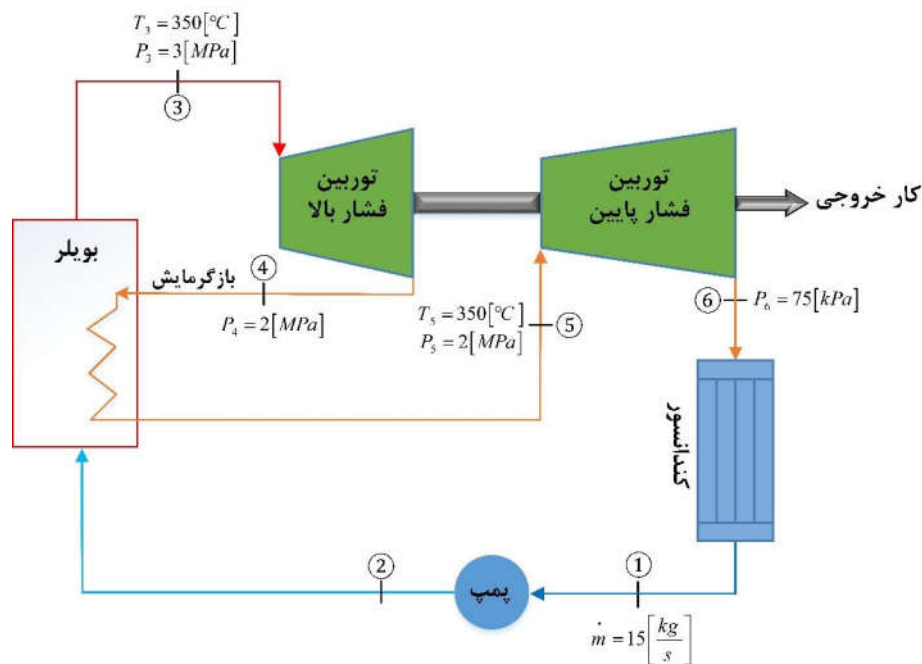
$$q_h = \underbrace{(h_3 - h_2)}_{\text{انرژی باز گرمایش}} + \underbrace{(h_5 - h_4)}_{\text{انرژی محفظه احتراق}} \quad (۳-۱۲)$$

به طور خلاصه حضور بازگرمایش باعث:

- ۱- افزایش کار خروجی
- ۲- افزایش گرمای محفظه احتراق
- ۳- افزایش ناچیز بازده

می‌شود.

مثال ۳-۲: یک نیروگاه بخاری را در نظر بگیرید. بخار آب در فشار ۳ مگاپاسکال و دمای ۳۵۰ درجه سانتیگراد وارد توربین فشار قوی شده و در فشار ۲ مگاپاسکال از آن خارج می‌شود. بخار خروجی به سمت بویلر هدایت و دوباره تا دمای ۳۵۰ درجه سانتیگراد گرم شده و به سمت توربین فشار ضعیف هدایت و تا فشار ۷۵ کیلوپاسکال چگالیده می‌شود. بازده گرمایی سیکل و کار خالص خروجی با شرط دبی ۱۵ کیلوگرم بر ثانیه را در حالتی که بازده توربین ۸۷ درصد و بازده پمپ ۸۵ درصد باشد بیابید.



شکل ۳-۱۰: نیروگاه بخاری دارای بازگرمایش

حل مسئله.

حل توربین فشار قوی:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 3 \text{ [MPa]} \\ T_3 = 350^\circ \text{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 3116.1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_3 = 6.745 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

با مراجعه به جدول A-5 و به کمک میانمایی آنتالپی خروجی از توربین فشار قوی در حالت ایده‌آل محاسبه می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 2000[kPa] \\ s_{4s} = s_3 = 6.745 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-5}} h_{4s} = 3010 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

با استفاده از رابطه (۱۱-۳) آنتالپی واقعی خروجی از توربین محاسبه می‌شود:

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - (h_3 - h_{4s}) \times \eta_T \rightarrow h_4 = 3116.1 - (3116.1 - 3010) \times 0.87$$

$$\rightarrow h_4 = 3023 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

می‌توان با داشتن فشار و آنتالپی خروجی و با مراجعه به جدول A-5، دمای واقعی خروجی از توربین را بدست آورد.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 2[MPa] \\ h_4 = 3023 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-5}} T_4 = 300.2[^\circ C]$$

$$w_{T,HP} = h_3 - h_4 = 3116.1 - 3023 = 93.1 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل توربین فشار ضعیف:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_5 = 2[MPa] \\ T_5 = 350[^\circ C] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_5 = 3137.7 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_5 = 6.9583 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

با داشتن فشار و آنتروپی این نقطه و با مراجعه به جدول A-4 و محاسبه کیفیت، آنتالپی نقطه ۶ در حالت ایده‌آل بدست خواهد آمد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_6 = 75[kPa] \\ s_{6s} = s_5 = 6.9583 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} s_f = 1.2132 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \\ s_{fg} = 6.2426 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

$$\rightarrow x_{6s} = \frac{s_{4s} - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.9583 - 1.2132}{6.2426} = 0.9203$$

$$\rightarrow h_{6s} = h_f + x h_{fg} = 384.44 + 0.9203 \times 2278 = 2480.88 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

با استفاده از رابطه (۱۱-۳) آنتالپی واقعی خروجی از توربین محاسبه می‌شود:

$$\eta_T = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6s}} \rightarrow h_6 = h_5 - (h_5 - h_{6s}) \times \eta_T \rightarrow h_6 = 3137.7 - (3137.7 - 2480.88) \times 0.87$$

$$\rightarrow h_6 = 2566.27 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

می‌توان با داشتن فشار و آنتالپی خروجی و با مراجعه به جدول $A-4$ ، دمای واقعی خروجی از توربین را بدست آورد.

$$\begin{cases} P_6 = 75[kPa] \\ h_6 = 2566.27 \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-4}} T_6 = 91.8[^\circ\text{C}]$$

$$w_{T,LP} = h_5 - h_6 = 3137.7 - 2566.27 = 571.43 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل کندانسور:

ورودی پمپ مایع اشباع است.

$$\begin{pmatrix} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 75[kPa] \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \begin{cases} h_1 = 384.44 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_1 = 0.001037 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{cases}$$

$$q_L = h_6 - h_1 = 2566.27 - 384.44 = 2181.83 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل پمپ:

خروجی پمپ از رابطه (۳-۱۰) محاسبه می‌شود.

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{pump}}} + h_1 = \frac{0.001037 \times (3000 - 75)}{0.85} + 384.44 = 388.01 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_P = h_2 - h_1 = 388.01 - 384.44 = 3.57 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل بویلر:

گرمای بویلر از رابطه (۳-۱۲) محاسبه می‌شود:

$$q_H = \underbrace{(h_3 - h_2)}_{\text{انرژی محفظه احتراق}} + \underbrace{(h_5 - h_4)}_{\text{انرژی باز گرمایش}} = (3116.1 - 388.01) + (3137.7 - 3023) = 2842.79 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه بازده:

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{2181.83}{2842.79} = 23.2\%$$

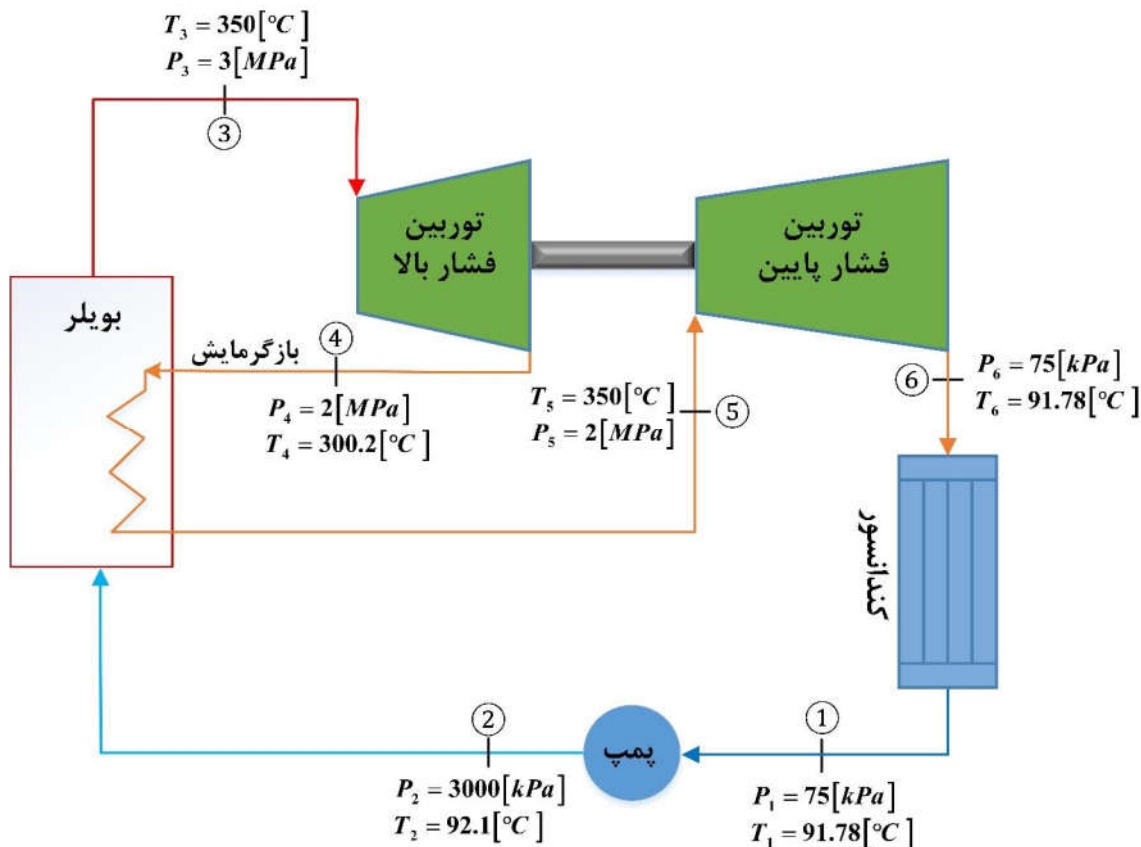
محاسبه کار توربین:

$$w_{T,Total} = w_{T,LP} + w_{T,HP} = 571.43 + 93.1 = 664.53 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه توان خالص خروجی:

$$w_{net} = \dot{m} \times (w_{T,Total} - w_P) = 15 \times (664.53 - 3.57) = 9914 [kW] = 9.91 [MW]$$

با توجه به نتایج بالا مشاهده می‌شود که در سیکل همراه با بازگرمایش، کار خالص خرجی افزایش می‌یابد. در شکل ۱۱-۳ مشخصات ترمودینامیکی سیکل رانکین دارای بازگرمایش نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۳: تغییرات دما و فشار در نیروگاه بخاری دارای بازگرمایش

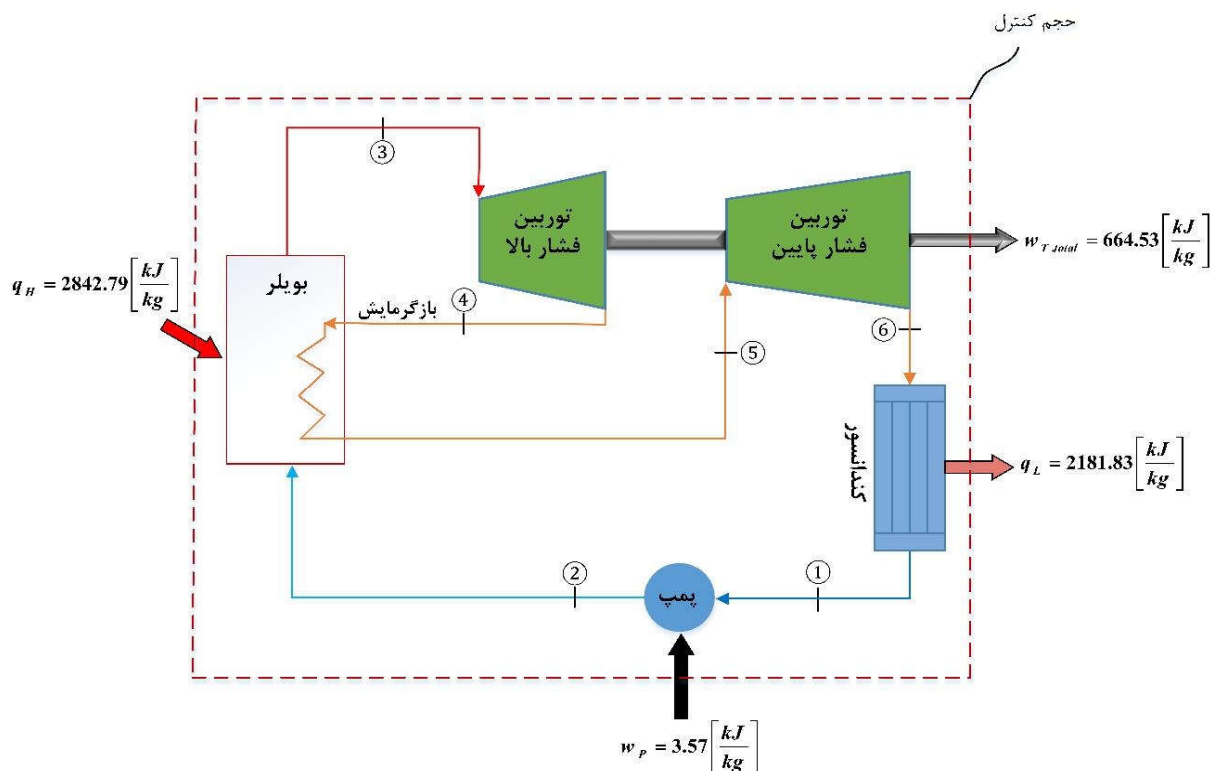
در جدول ۲-۳ سیکل رانکین پایه و سیکل رانکین با حضور بازگرمایش مقایسه شده است.

جدول ۲-۳: مقایسه سیکل رانکین با و بدون بازگرمایش

بازده کل	کار خالص خروجی	گرمای کندانسور	کار توربین	گرمای بویلر	کار پمپ
	[MW]	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$
سیکل بدون بازگرمایش	۹/۲	۲۱۱۱/۲۶	۶۲۰/۴	۲۷۲۸/۰۹	۳/۵۷
سیکل همراه با بازگرمایش	۹/۹۱	۲۱۸۱/۸۳	۶۶۴/۵۳	۲۸۴۲/۷۹	۳/۵۷

مطابق با جدول ۲-۳ حضور بازگرمایش باعث افزایش کار خالص سیکل شده ولی همزمان گرمای ورودی به سیکل

نیز افزایش می‌یابد. در شکل ۱۲-۳ موازنه انرژی سیکل نشان داده شده است.



شکل ۱۲-۳: انرژی‌های ورودی و خروجی از نیروگاه بخاری دارای بازگرمایش

برای اطمینان از صحت نتایج می‌توان از موازنه انرژی بهره برد:

$$\underbrace{3.57}_{w_p} + \underbrace{2842.79}_{q_H} = \underbrace{571.43}_{w_{T,LP}} + \underbrace{93.1}_{w_{T,HP}} + \underbrace{2181.83}_{q_L}$$

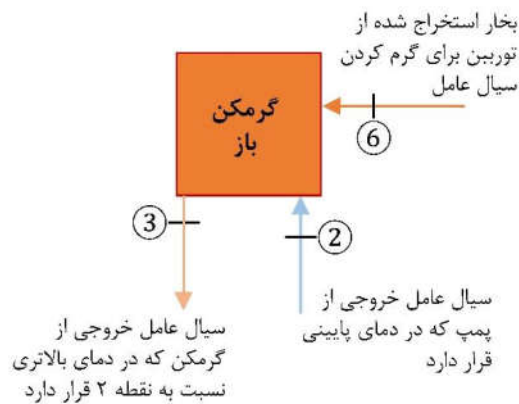
انرژی ورودی انرژی خروجی

۳-۲-۳ سیکل ایده‌آلی بازیابی رانکین

بررسی دقیق مثال ۱-۳ نشان می‌دهد که در فرآیند ۲-۳ انرژی در دمای نسبتاً پایین به سیال عامل داده می‌شود (زیرا دمای خروجی از پمپ پایین و خروجی از بویلر بالاست و بنابراین گرمای زیادی باید توسط بویلر تأمین شود) و در نتیجه دمای متوسطی که تحت آن گرما داده می‌شود (و از این رو بازده سیکل) کاهش می‌یابد. بنابراین باید به دنبال روش‌هایی بود که به موجب آن، دمای مایع خروجی از پمپ افزایش یابد. در عمل، به کمک یک مبدل حرارتی انرژی لازم برای گرم کردن آب خروجی از پمپ با استخراج بخار آب از نقاط مختلف توربین انجام می‌شود. به این نوع مبدل حرارتی، بازیاب^۱ یا گرمکن آب تغذیه^۲ می‌گویند.

^۱ Regenerator

^۲ Feed water



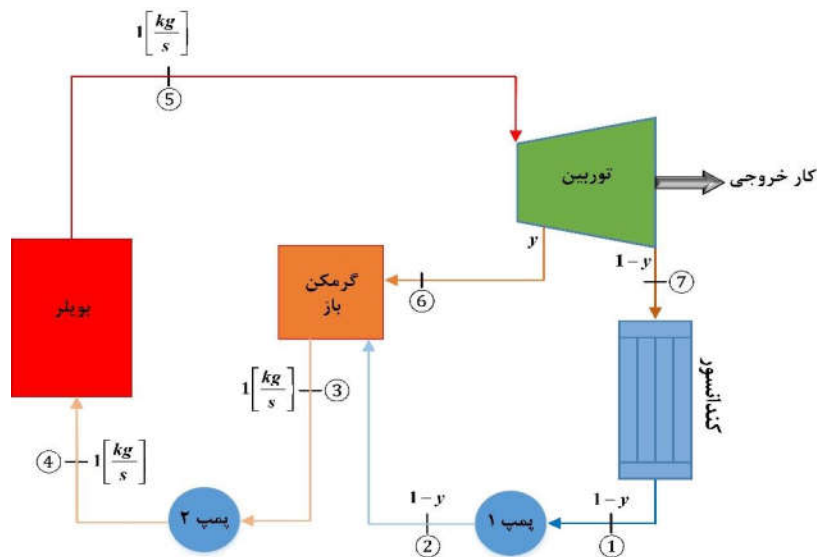
شکل ۳-۱۳: نمونه‌ای از گرمکن که برای افزایش دمای سیال عامل به کار می‌رود.

دو نوع گرمکن در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد:

- ❖ گرمکن نوع باز: یک مبدل گرمایی است که در آن گرما از بخار آب به آب تغذیه از طریق اختلاط دو جریان سیال انتقال می‌یابد.
- ❖ گرمکن نوع بسته: یک مبدل گرمایی است که در آن گرما از بخار آب به آب تغذیه، بدون اختلاط دو جریان سیال انتقال می‌یابد.

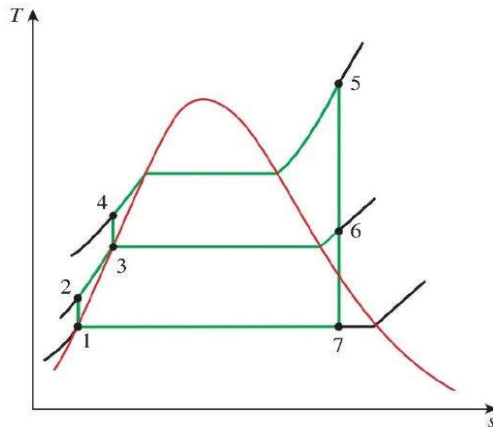
۳-۲-۱- گرمکن باز

گرمکن باز یک محفظه اختلاط است که در آن بخار آب استخراج شده از توربین با آب تغذیه موجود در پمپ مخلوط می‌شود. مخلوط به صورت مایع اشباع در حالت ایده‌آل از گرمکن باز خارج می‌شود. به عبارتی نقطه ۳ در حالت اشباع قرار دارد. سیکل مجهز به گرمکن باز در شکل ۳-۱۴ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۴: سیکل رانکین مجهز به گرمکن باز

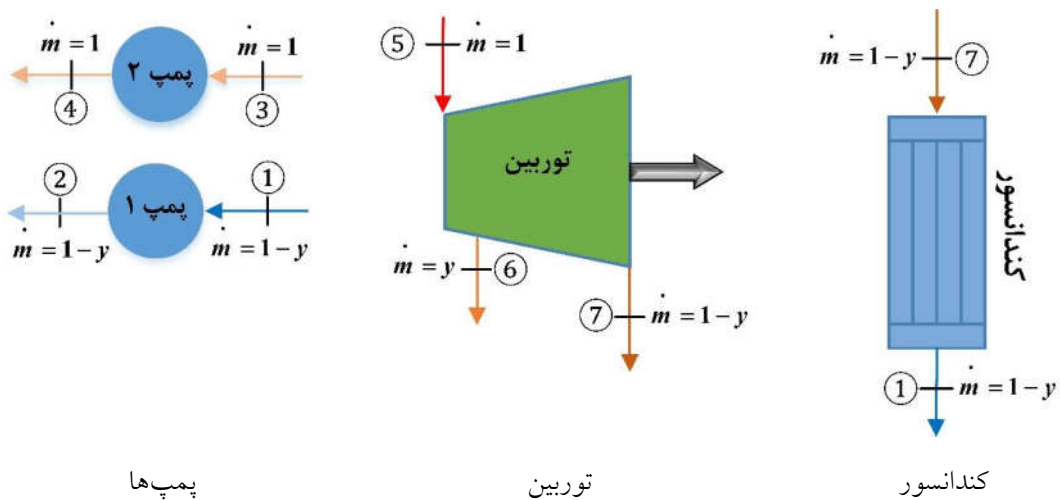
برای تحلیل جرمی سیکل مجهز به گرمکن باز ممکن با شکل ۱۴-۳ از پارامتر y استفاده می‌شود. فرض کنید دبی جرمی نقطه ۵ برابر ۱ کیلوگرم بر ثانیه باشد. از این نقطه به اندازه y کیلوگرم بخار در نقطه ۶ از توربین خارج و وارد گرمکن باز می‌شود. بنابراین دبی جرمی در نقطه ۷ برابر $(1-y)$ کیلوگرم خواهد بود. در شکل ۱۵-۳ دیاگرام T-s ترسیم شده است.



شکل ۱۵-۳: بلوک دیاگرام T-s سیکل رانکین با گرمکن باز

نکته: با توجه به شکل ۱۴-۳ فشار نقاط ۲، ۳ و ۶ با هم برابرند ($P_6 = P_2 = P_3$).

با توجه به شکل ۱۴-۳ برای کندانسور، پمپ‌ها و توربین قانون بقای جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:



شکل ۱۶-۳: دبی ورودی و خروجی به هر یک از اجزاء سیکل رانکین با گرمکن باز

$$\dot{Q}_h = \dot{m}_5(h_5 - h_4)$$

(۱۳-۳)

$$W_T = \dot{m}_5 h_5 - \dot{m}_6 h_6 - \dot{m}_7 h_7 \quad (۱۴-۳)$$

$$W_P = \underbrace{\dot{m}_1(h_2 - h_1)}_{W_{Pump(1)}} + \underbrace{\dot{m}_3(h_4 - h_3)}_{W_{Pump(2)}} \quad (۱۵-۳)$$

$$\dot{Q}_l = \dot{m}_7(h_7 - h_1) \quad (۱۶-۳)$$

مقدار y (بخشی از بخار خارج شده از توربین) به کمک رابطه (۱۷-۳) تعریف می‌شود.

$$y = \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5} \rightarrow \dot{m}_6 = y\dot{m}_5 \quad (۱۷-۳)$$

دبی جرمی در هر نقطه را می‌توان از شکل ۱۶-۳ بدست آورد:

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_2 = \dot{m}_1 = (1 - y)\dot{m}_5 \quad (۱۸-۳)$$

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_3 = \dot{m}_5 \quad (۱۹-۳)$$

اگر روابط (۱۳-۳) تا (۱۶-۳) بر $\dot{m}_5$ تقسیم شود خواهیم داشت:

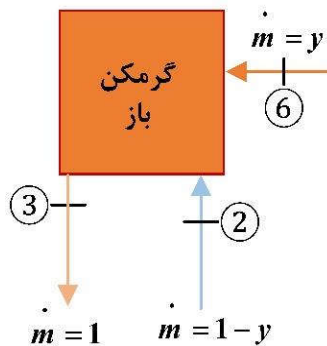
$$q_h = (h_5 - h_4) \quad (۲۰-۳)$$

$$w_T = (h_5 - h_6) + (1 - y)(h_6 - h_7) \quad (۲۱-۳)$$

$$w_P = \underbrace{(1 - y)(h_2 - h_1)}_{w_{Pump(1)}} + \underbrace{(h_4 - h_3)}_{w_{Pump(2)}} \quad (۲۲-۳)$$

$$q_L = (1 - y)(h_7 - h_1) \quad (۲۳-۳)$$

نکته: مقدار y را می‌توان از موازنه انرژی (قانون اول ترمودینامیک) مطابق شکل ۱۷-۳ و از رابطه (۲۴-۳) بدست آورد.



شکل ۱۷-۳: گرمکن باز

$$(1 - y) \times h_2 + y \times h_6 = 1 \times h_3 \quad (۲۴-۳)$$

بازده سیکل رانکین بواسطه نصب بازیاب افزایش می‌یابد زیرا بازیاب دمای متوسطی که تحت آن گرما در بویلر آب

می‌دهد را افزایش می‌دهد. با افزایش تعداد گرمکن‌های آب تغذیه، بازده سیکل افزایش بیشتری می‌یابد. بسیاری از نیروگاه‌های بزرگ از هشت گرمکن استفاده می‌کنند. تعداد بهینه گرمکن‌ها با ملاحظات اقتصادی تعیین می‌شود.

مثال ۳-۳: یک نیروگاه بخاری را در نظر بگیرید. بخار آب در فشار ۳ مگاپاسکال و دمای ۳۵۰ درجه سانتیگراد وارد توربین شده و در فشار ۷۵ کیلوپاسکال چگالیده می‌شود. بازده گرمایی سیکل و قدرت خالص خروجی با شرط دبی ورودی ۱۵ کیلوگرم بر ثانیه به توربین را در دو حالت زیر بیابید:

الف) از گرمکن استفاده نشود. (بازده توربین را ۱۰۰ درصد و بازده پمپ را ۸۵ درصد در نظر بگیرید.)

حل قسمت الف مسئله.

حل توربین:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 3 \text{ [MPa]} \\ T_3 = 350^\circ \text{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-6}} \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 3116.1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_3 = 6.745 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 75 \text{ [kPa]} \\ s_4 = s_3 = 6.745 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} s_f = 1.2132 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ s_{fg} = 6.2426 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

$$\rightarrow x = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.745 - 1.2132}{6.2426} = 0.8861$$

$$\rightarrow h_4 = h_f + x h_{fg} = 384.44 + 0.8861 \times 2278 = 2403 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$w_T = h_3 - h_4 = 3116.1 - 2403 = 713.1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$\dot{W}_T = 15 \times 713.1 = 10696.5 \text{ [kW]} = 10.696 \text{ [MW]}$$

حل کندانسور:

ورودی پمپ مایع اشباع است.

$$\left(\begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 75 \text{ [kPa]} \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 384.44 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ v_1 = 0.001037 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \end{array} \right.$$

$$q_L = h_4 - h_1 = 2403 - 384.44 = 2018.56 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$\dot{Q}_L = 15 \times 2018.56 = 30278.4 \text{ [kW]}$$

حل پمپ:

خروجی پمپ از رابطه (۳-۱۰) محاسبه می‌شود.

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{pump}}} + h_1 = \frac{0.001037 \times (3000 - 75)}{0.85} + 384.44 = 388.01 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_P = h_2 - h_1 = 388.01 - 384.44 = 3.57 \left[\frac{kJ}{kg} \right], \dot{W}_P = 15 \times 3.57 = 53.55 [kW]$$

حل بویلر:

$$q_H = h_3 - h_2 = 3116.1 - 388.01 = 2728.09 \left[\frac{kJ}{kg} \right], \dot{Q}_H = 15 \times 2728.09 = 40921.35 [kW]$$

محاسبه بازده:

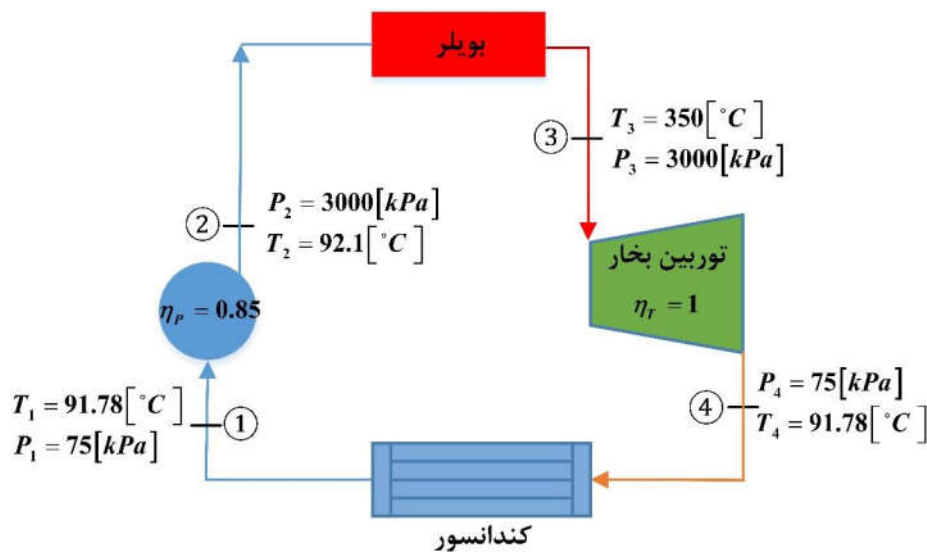
$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{2018.56}{2728.09} = 0.26 = \%26$$

محاسبه قدرت خالص خروجی:

با توجه به رابطه دبی جرمی $\times$ کار = قدرت داریم:

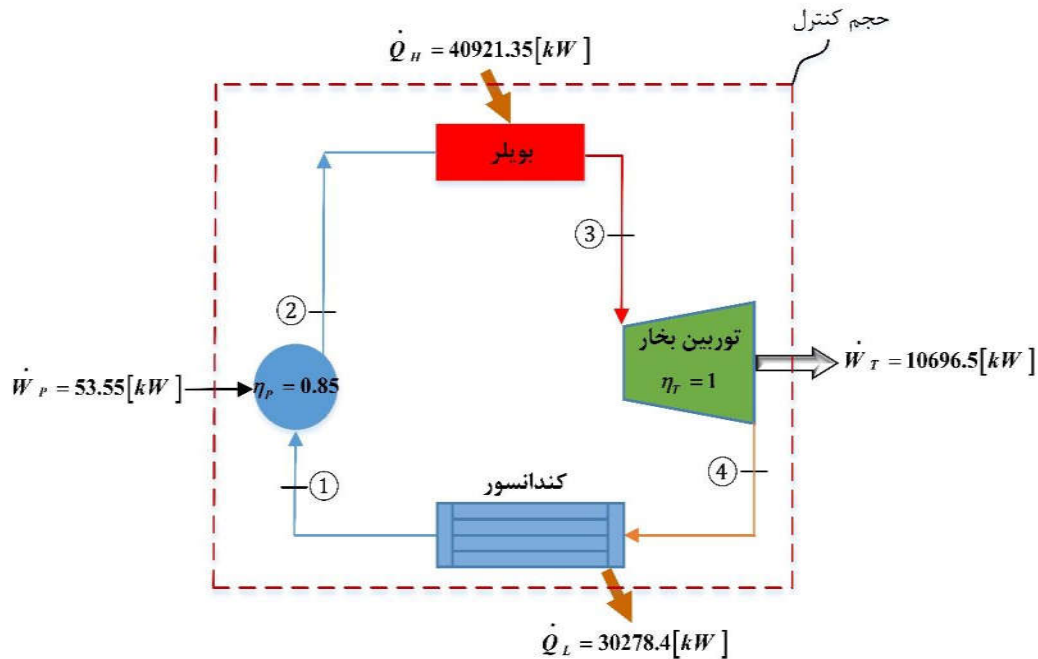
$$\dot{W}_{\text{net}} = \dot{m} \times (w_T - w_P) = 10696.5 - 53.55 = 10642.95 [kW]$$

در شکل ۳-۱۸ مشخصات ترمودینامیکی سیکل نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۸: تغییرات دما و فشار در سیکل رانکین بدون گرمکن

در شکل ۳-۱۹ موازنه انرژی سیکل نشان داده شده است.



شکل ۳-۱۹: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل رانکین بدون گرمکن

می‌توان از موازنه کلی انرژی برای اطمینان از صحت نتایج بهره برد.

$$\underbrace{\frac{53.55}{\dot{W}_P} + \frac{40921.35}{\dot{Q}_H}}_{\text{توان ورودی}} = \underbrace{\frac{10696.5}{\dot{W}_T} + \frac{30278.4}{\dot{Q}_L}}_{\text{توان خروجی}}$$

ب) از یک گرمکن باز با فشار ۸۰۰ کیلوپاسکال استفاده شود. (بازده توربین را ۱۰۰ درصد و بازده پمپ‌ها را ۸۵ درصد در نظر بگیرید.)

حل قسمت ب مسئله.

حل پمپ ۱:

ورودی پمپ ۱ مایع اشباع است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 75 \text{ [kPa]} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 384.44 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ v_1 = 0.001037 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \end{array} \right.$$

خروجی پمپ ۱ از رابطه (۳-۱۰) محاسبه می‌شود.

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{pump}}} + h_1 = \frac{0.001037 \times (800 - 75)}{0.85} + 384.44 = 385.32 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

حل پمپ ۲:

ورودی پمپ ۲ مایع اشباع است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_3 = 800[kPa] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 720.87 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_3 = 0.001115 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{array} \right.$$

خروجی پمپ ۲ از رابطه (۳-۱۰) محاسبه می‌شود.

$$h_4 = \frac{v_3(P_4 - P_3)}{\eta_{\text{pump}}} + h_3 = \frac{0.001115 \times (3000 - 800)}{0.85} + 720.87 = 723.76 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_{P,II} = h_4 - h_3 = 723.76 - 720.87 = 2.89 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل بویلر:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_5 = 3[MPa] \\ T_5 = 350^\circ C \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_5 = 3116.1 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_5 = 6.745 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

$$q_H = h_5 - h_4 = 3116.1 - 723.76 = 2392.34 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل توربین:

فشار نقطه ۶ مطابق با صورت مسئله برابر ۸۰۰ کیلوپاسکال است (برابر با فشار گرمکن). بنابراین با داشتن فشار و آنترپی این نقطه و با مراجعه به جدول A-5، آنتالپی این نقطه با میانبایی بدست خواهد آمد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_6 = 800[kPa] \\ s_6 = s_5 = 6.745 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_6 = 2806.5 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_6 = 6.745 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

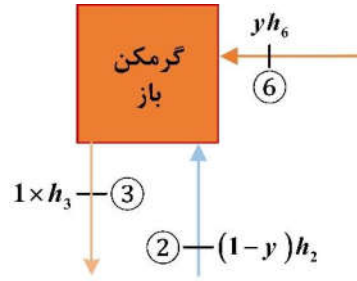
نقطه ۷ (یکی دیگر از خروجی‌های توربین) در ناحیه دوفازی قرار دارد، بنابراین با داشتن فشار و آنترپی این نقطه و با مراجعه به جدول A-4 و محاسبه کیفیت، آنتالپی این نقطه بدست خواهد آمد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_7 = 75[kPa] \\ s_7 = s_5 = 6.745 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} s_f = 1.2132 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \\ s_{fg} = 6.2426 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

$$\rightarrow x = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.7428 - 1.2132}{6.2426} = 0.8861$$

$$\rightarrow h_7 = h_f + xh_{fg} = 384.44 + 0.8861 \times 2278 = 2402.98 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل گرمکن باز:



شکل ۳-۲۰: موازنه انرژی برای گرمکن باز

مقدار y را می‌توان از رابطه (۳-۲۴) بدست آورد:

$$(1 - y) \times h_2 + y \times h_6 = 1 \times h_3 \rightarrow y = 0.14$$

حل کندانسور:

گرمای کندانسور از رابطه (۳-۲۳) محاسبه می‌شود:

$$q_L = (1 - y) \times (h_7 - h_1) = (1 - 0.14) \times (2402.98 - 384.44) = 1735.94 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه کار توربین:

$$w_T = h_5 - (1 - y)h_7 - yh_6 = 3116.1 - (1 - 0.14) \times 2402.98 - 0.14 \times 2806.5 = 656.63 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه کار پمپ‌ها:

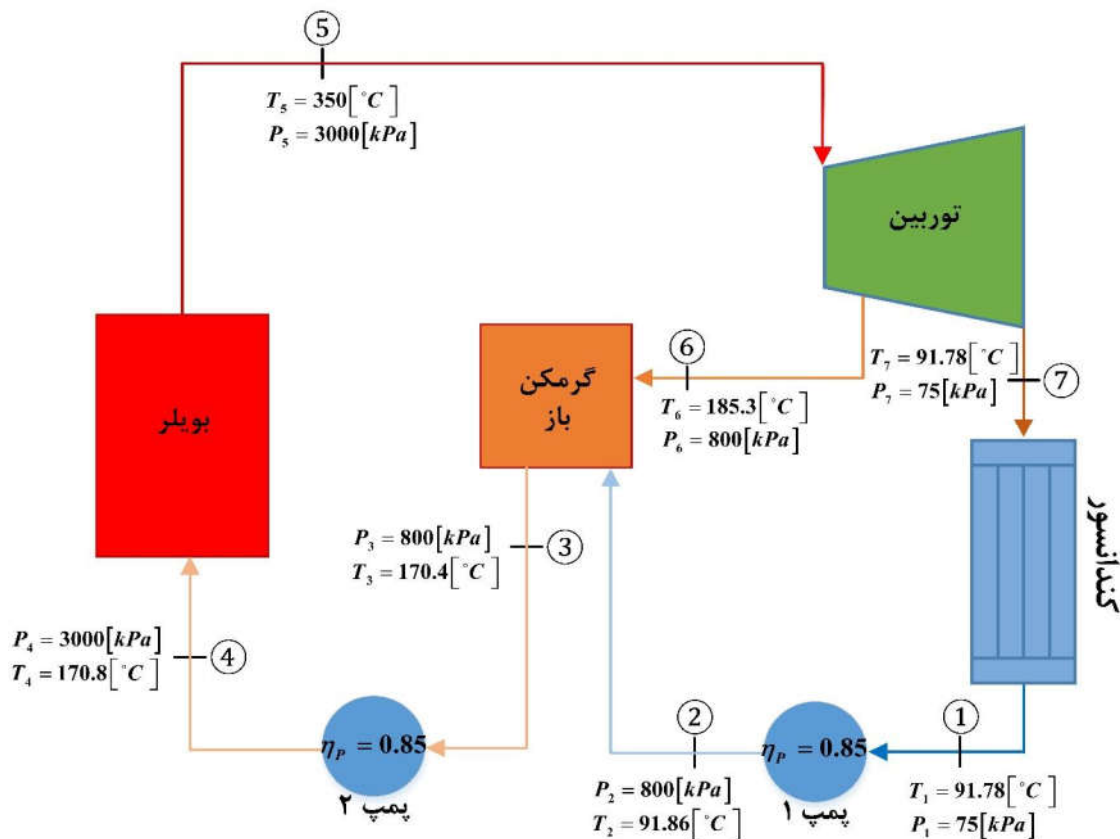
مجموع کار پمپ‌ها از رابطه (۳-۲۲) محاسبه می‌شود:

$$w_P = (1 - y)(h_2 - h_1) + w_{P,II} = (1 - 0.14)(385.32 - 384.44) + 2.89 = 3.65 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه بازده:

$$\eta = \frac{w_T - w_P}{q_H} = \frac{656.63 - 3.65}{2392.34} = 27.3\%$$

در شکل ۳-۲۱ مشخصات ترمودینامیکی سیکل رانکین با گرمکن باز نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۱: تغییرات دما و فشار در سیکل رانکین با گرمکن باز

همانطور که مشاهده می‌شود حضور گرمکن باعث افزایش دمای متوسط بویلر (افزایش T_h) شده و لذا بازده افزایش می‌یابد.

محاسبه دبی ورودی به هر قسمت:

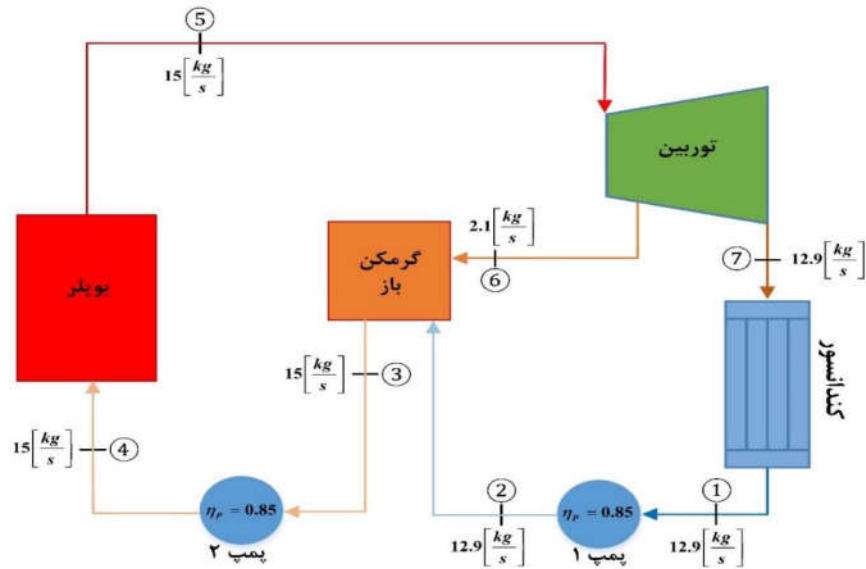
توجه شود که در قسمت قبل محاسبات برای حالتی انجام شد که دبی ورودی به توربین برابر $1 \frac{kg}{s}$ باشد. در حالت واقعی دبی ورودی به توربین برابر $15 \frac{kg}{s}$ بوده و لذا دبی قسمت‌های مختلف را می‌توان در حالت واقعی بدست آورد.

$$\dot{m}_5 = 15 \left[\frac{kg}{s} \right], y = \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5} = 0.14 \rightarrow \dot{m}_6 = 2.1 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\dot{m}_7 = (1 - y) \times \dot{m}_5 = 12.9 \left[\frac{kg}{s} \right], \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_7 = 12.9 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\dot{m}_6 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \rightarrow \dot{m}_3 = 15 \left[\frac{kg}{s} \right], \dot{m}_4 = \dot{m}_3 = 15 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

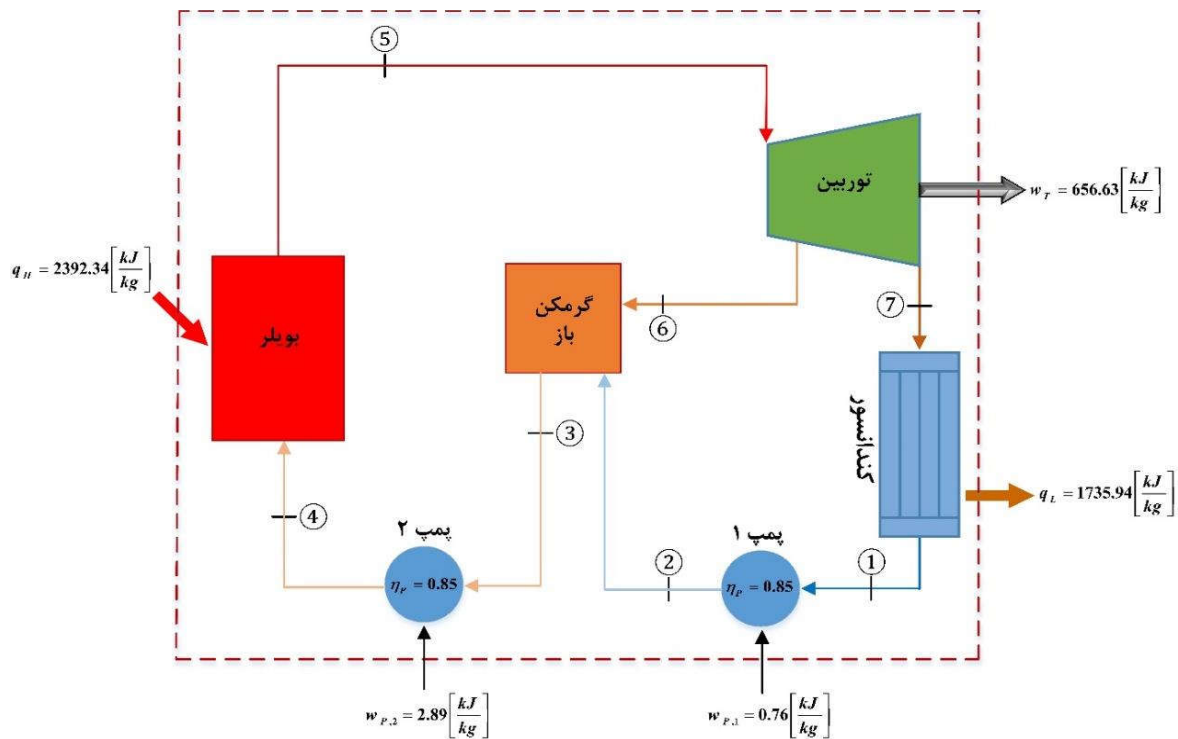
در شکل ۳-۲۲ دبی هر نقطه نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۲: دبی ورودی و خروجی به هر قسمت از سیکل رانکین با گرمکن باز

برای اطمینان از صحت نتایج می‌توان مطابق شکل ۳-۲۳ از قانون اول ترمودینامیک بهره برد:

$$\underbrace{\frac{3.65}{w_{P1}+w_{P2}} + \frac{2392.34}{q_H}}_{\text{انرژی ورودی}} = \underbrace{\frac{656.63}{w_T} + \frac{1735.94}{q_L}}_{\text{انرژی خروجی}}$$



شکل ۳-۲۳: انرژی‌های ورودی و خروجی از سیکل رانکین با گرمکن باز

در جدول ۳-۳ تاثیر گرمکن نشان داده شده است.

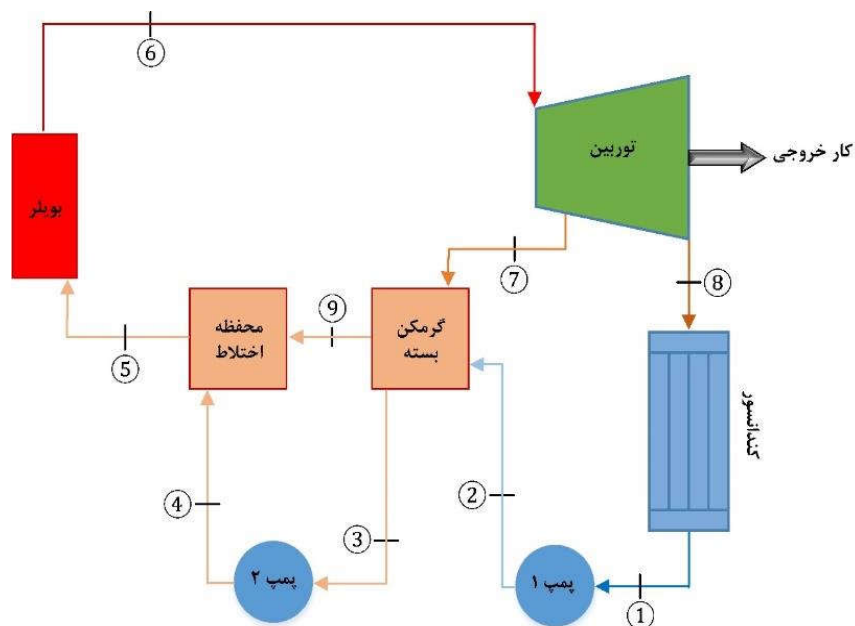
جدول ۳-۳: مقایسه سیکل رانکین با و بدون گرمکن باز

بازده کل (درصد)	کار خالص خروجی $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	گرمای کندانسور $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	کار توربین $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	گرمای بویلر $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	کار پمپ $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	
۲۶	۷۰۹/۵۳	۲۰۱۸/۵۶	۷۱۳/۱	۲۷۲۸/۰۹	۳/۵۷	سیکل بدون گرمکن
۲۷/۳	۶۵۲/۹۸	۱۷۳۵/۹۴	۶۵۶/۶۳	۲۳۹۲/۳۴	۳/۶۵	سیکل همراه با گرمکن

همانطور که مشاهده می‌شود حضور گرمکن باعث افزایش بازده می‌شود. زیرا گرمای ورودی بویلر را کاهش می‌دهد. از طرفی کار توربین نیز کاهش یافته که خیلی مطلوب نیست.

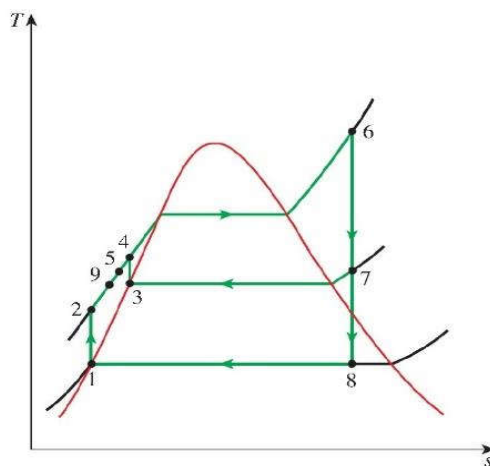
۳-۲-۳-۲ گرمکن بسته

نوع دیگر گرمکن آب تغذیه که اغلب در نیروگاه‌های بخاری به کار می‌رود، گرمکن بسته آب تغذیه است که در آن از بخار آب استخراج شده گرما به آب تغذیه (بدون اینکه اختلاطی روی دهد) داده می‌شود. در اینجا دو جریان در فشارهای متفاوتی قرار دارند، زیرا باهم مخلوط نمی‌شوند. در شکل ۳-۲۴ سیکل رانکین مجهز به گرمکن بسته نشان داده شده است.



شکل ۳-۲۴: سیکل رانکین با گرمکن بسته

در شکل ۳-۲۵ نمودار T-s ترسیم شده است.



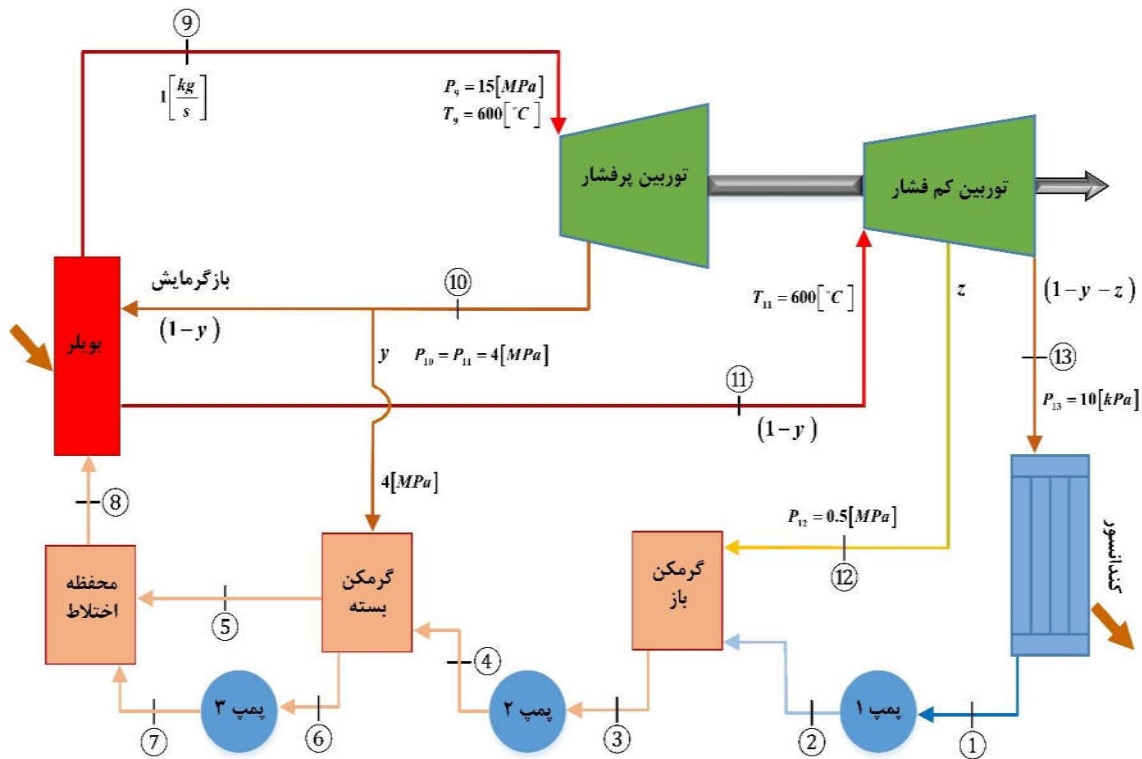
شکل ۳-۲۵: بلوک دیاگرام T-s سیکل رانکین با گرمکن بسته

در گرمکن بسته ایده‌آل، آب تغذیه تا دمای خروجی بخار آب استخراجی گرم می‌شود: $(T_9 = T_3)$.

گرمکن‌های باز و بسته را می‌توان به صورت زیر با هم مقایسه نمود:

- گرمکن‌های باز ساده و ارزان بوده و حرارت را بهتر منتقل کرده و آب تغذیه را به حالت اشباع می‌رسانند. اما برای هر گرمکن، یک پمپ لازم است تا آب تغذیه را پمپ کند.
- گرمکن‌های بسته آب تغذیه، به علت شبکه لوله‌کشی داخلی، پیچیده‌تر و گران‌ترند. انتقال گرما در گرمکن‌های بسته نیز کمتر است، زیرا دو جریان با هم تماس مستقیم ندارند. ولی برای هر گرمکن احتیاج به پمپ جداگانه‌ای نیست.
- به طور کلی هدف گرمکن باز و بسته کاهش Q_H می‌باشد.
- در هر دو گرمکن، دمای متوسط بویلر افزایش یافته و بنابراین بازده افزایش می‌یابد. ولی توان خروجی کمی کاهش خواهد یافت.

مثال ۳-۴: یک نیروگاه بخار در حالت ایده‌آل خود عمل کرده و دارای یک گرمکن باز و یک گرمکن بسته و یک بازگرمکن می‌باشد. بخار با فشار ۱۵ مگاپاسکال و دمای ۶۰۰ درجه سانتیگراد وارد توربین فشار بالا شده و در فشار ۱۰ کیلوپاسکال درون کندانسور چگالیده می‌شود. بخشی از بخار در فشار ۴ مگاپاسکال جهت ورود به گرمکن بسته از توربین فشار بالا خارج شده و مابقی بخار در همان فشار و دمای ۶۰۰ درجه سانتیگراد بازگرمایش می‌شود. بخار خارج شده به طور کامل در گرمکن چگالیده شده و تا ۱۵ مگاپاسکال قبل از مخلوط شدن با آب تغذیه با همان فشار پمپ می‌شود. بخار از توربین فشار پایین برای گرمکن باز با فشار ۰/۵ مگاپاسکال خارج می‌شود. میزان بخار خارج شده از توربین و همچنین بازده حرارتی سیکل را بیابید. (گرمکن بسته در حالت ایده‌آل خود بوده و لذا $T_5 = T_6$)



شکل ۳-۲۶: نیروگاه بخار ایده‌آل دارای گرمکن باز و بسته

حل مسئله.

نقطه ۱:

فشار نقطه ۱ با نقطه ۱۳ برابر بوده و لذا $P_1 = 10 \text{ kPa}$ می‌باشد. از طرفی نقطه ۱ ورودی پمپ اول بوده و بنابراین مایع اشباع در نظر گرفته می‌شود. خواص از جدول A-4 بدست می‌آید.

$$\textcircled{1}: \begin{cases} P_1 = 10 \text{ kPa} \\ \text{مایع اشباع} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \begin{cases} v_1 = v_f @ 10 \text{ kPa} = 0.001010 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \\ h_1 = h_f @ 10 \text{ kPa} = 191.83 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{cases}$$

نقطه ۲:

نقطه ۲ خروجی پمپ ۲ بوده و بنابراین آنتالپی آن از رابطه $h_2 = h_1 + v_1(P_2 - P_1)$ بدست می‌آید. از طرفی برای گرمکن باز فشار نقاط اتصال با هم برابرند: $(P_2 = P_3 = P_{12} = 0.5 \text{ MPa})$.

$$\textcircled{2}: \begin{cases} P_2 = 0.5 \text{ MPa} = 500 \text{ kPa} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_2 = h_1 + v_1(P_2 - P_1) \\ \rightarrow h_2 = 191.83 + 0.001010 \times (500 - 10) = 192.32 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{cases}$$

نقطه ۳:

همانطور که گفته شد فشار نقطه ۳ و ۲ با هم برابر بوده و از طرفی چون نقطه ۳ ورودی پمپ دوم است لذا مایع اشباع در نظر گرفته می‌شود.

$$\textcircled{3}: \begin{cases} P_3 = 0.5[MPa] \\ \text{مایع اشباع} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \begin{cases} v_3 = v_{f@500[kPa]} = 0.001093 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \\ h_3 = h_{f@500[kPa]} = 640.23 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

نقطه ۴:

نقطه ۴ خروجی پمپ ۲ بوده لذا آنتالپی آن از رابطه $h_4 = h_3 + v_3(P_4 - P_3)$ بدست می‌آید:

$$\textcircled{4}: \begin{cases} P_4 = 15[MPa] = 15000[kPa] \\ \rightarrow \begin{cases} h_4 = h_3 + v_3(P_4 - P_3) \rightarrow h_4 = 640.23 + 0.001093 \times (15000 - 500) \\ \rightarrow h_4 = 656.08 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases} \end{cases}$$

نقطه ۶:

نقطه ۶ خروجی گرمکن بسته بوده و لذا فشار آن با فشار نقطه ۱۰ برابر است ($P_6 = P_{10} = 4[MPa]$). از طرفی ورودی پمپ ۳ بوده و مایع اشباع در نظر گرفته می‌شود:

$$\textcircled{6}: \begin{cases} P_6 = 4[MPa] \\ \text{مایع اشباع} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \begin{cases} v_6 = v_{f@4000[kPa]} = 0.001252 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \\ h_6 = h_{f@4000[kPa]} = 1087.4 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ T_6 = 250[^\circ C] \end{cases}$$

نقطه ۵:

چون گرمکن بسته در حالت ایده‌آل خود عمل می‌کند لذا $T_5 = T_6$. از طرفی با توجه به گرمکن بسته، فشار نقطه ۵ با فشار نقطه ۴ برابر است ($P_4 = P_5 = 15[MPa]$).

$$\textcircled{5}: \begin{cases} P_5 = 15[MPa] \\ T_5 = 250[^\circ C] \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \begin{cases} h_5 = 1086 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

نقطه ۷:

نقطه ۷ خروجی پمپ ۳ بوده و لذا آنتالپی آن از رابطه $h_7 = h_6 + v_6(P_7 - P_6)$ بدست می‌آید. از طرفی برای محفظه اختلاط فشار نقاط با هم برابرند ($P_5 = P_7 = P_8$). از طرفی در بویلر فشار ورودی و خروجی با هم برابرند ($P_8 = P_9 = 15[MPa]$)

$$\textcircled{7}: \begin{cases} P_7 = 15[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_7 = h_6 + v_6(P_7 - P_6) \rightarrow h_7 = 1087.31 + 0.001252 \times (15000 - 4000) \\ \rightarrow h_7 = 1101.08 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

نقطه ۹:

با توجه به صورت مسأله فشار و دمای این نقطه مشخص است.

$$\textcircled{9}: \begin{cases} P_9 = 15 \text{ [MPa]} \\ T_9 = 600 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \begin{cases} h_9 = 3582.3 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_9 = 6.6796 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{cases}$$

نقطه ۱۰:

با توجه به صورت مسأله فشار نقطه ۱۰ برابر $(P_4 = 10 \text{ MPa})$ و آنتروپی آن با آنتروپی ورودی به توربین برابر است. $(s_{10} = s_9)$. چون این نقطه بخار مافوق گرم می‌باشد، بنابراین آنتالپی این نقطه با رجوع به جدول A-5 و با میانبایی بدست خواهد آمد.

$$\textcircled{10}: \begin{cases} s_{10} = s_9 = 6.6796 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ P_{10} = 4 \text{ [MPa]} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-5}} h_{10} = 3155 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

نقطه ۱۱:

در فرآیند بازگرمایش فشار ثابت می‌ماند. لذا $(P_{11} = P_{10})$ و از طرفی با توجه به صورت مسأله دمای این نقطه مشخص است. $(T_{11} = 600 \text{ [}^\circ\text{C]})$

$$\textcircled{11}: \begin{cases} P_{11} = 4 \text{ [MPa]} \\ T_{11} = 600 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \begin{cases} h_{11} = 3674.9 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_{11} = 7.3706 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{cases}$$

نقطه ۱۲:

آنتروپی نقطه ۱۲ با نقطه ورودی به توربین برابر است $(s_{12} = s_{11})$. از طرفی با توجه به صورت مسأله فشار این نقطه $(P_{12} = 0.5 \text{ MPa})$ می‌باشد. چون این نقطه بخار مافوق گرم می‌باشد، بنابراین آنتالپی این نقطه با رجوع به جدول A-5 و با میانبایی بدست خواهد آمد.

$$\textcircled{12}: \begin{cases} s_{12} = s_{11} = 7.3706 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ P_{12} = 0.5 \text{ [MPa]} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table A-5}} h_{12} = 3014.8 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

نقطه ۱۳:

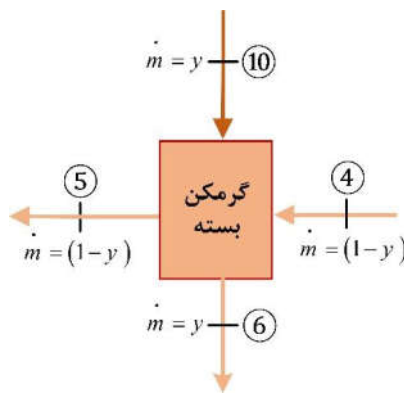
آنتروپی نقطه ۱۳ با نقطه ورودی به توربین برابر است $(s_{13} = s_{11})$. از طرفی با توجه به صورت مسأله فشار این نقطه $(P_{13} = 10 \text{ kPa})$ می‌باشد. نقطه ۱۳ (خروجی توربین فشار پایین) در ناحیه دوفازی قرار دارد، بنابراین با داشتن فشار و آنتروپی این نقطه و با مراجعه به جدول A-4 و محاسبه کیفیت، آنتالپی این نقطه بدست خواهد آمد:

$$\textcircled{13}: \begin{cases} s_{13} = s_{11} = 7.3706 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \xrightarrow{\text{Table A-4}} \begin{cases} s_f = 0.6492 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \\ s_{fg} = 7.4996 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{cases} \\ P_{13} = 10[kPa] \end{cases}$$

$$\rightarrow x_{13} = \frac{s_{13} - s_f}{s_{fg}} = 0.9, \begin{cases} h_f = 191.81 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ h_{fg} = 2392.1 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}, \rightarrow h_{13} = h_f + x_{13} h_{fg} = 2344.7 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

قانون اول ترمودینامیک برای گرمکن بسته و باز و محفظه اختلاط:

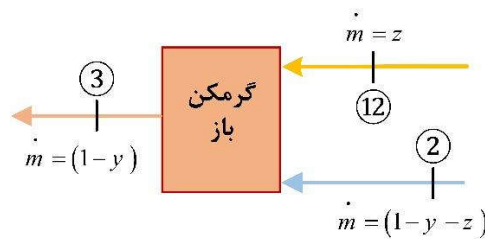
• گرمکن بسته



شکل ۳-۲۷: دبی ورودی و خروجی از گرمکن بسته

$$\dot{m}_{10} h_{10} + \dot{m}_4 h_4 = \dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_5 h_5 \rightarrow \begin{cases} y h_{10} + (1-y) h_4 = y h_6 + (1-y) h_5 \\ \rightarrow y = 0.173 \end{cases}$$

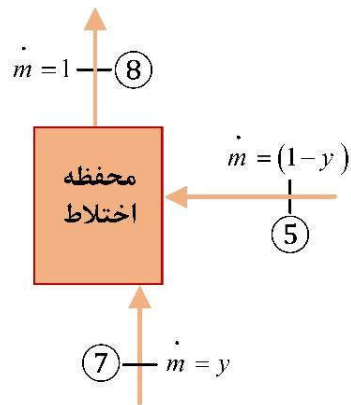
• گرمکن باز



شکل ۳-۲۸: دبی ورودی و خروجی از گرمکن باز

$$\dot{m}_{12} h_{12} + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 \rightarrow z h_{12} + (1-y-z) h_2 = (1-y) h_3 \rightarrow z = 0.131$$

• محفظه اختلاط



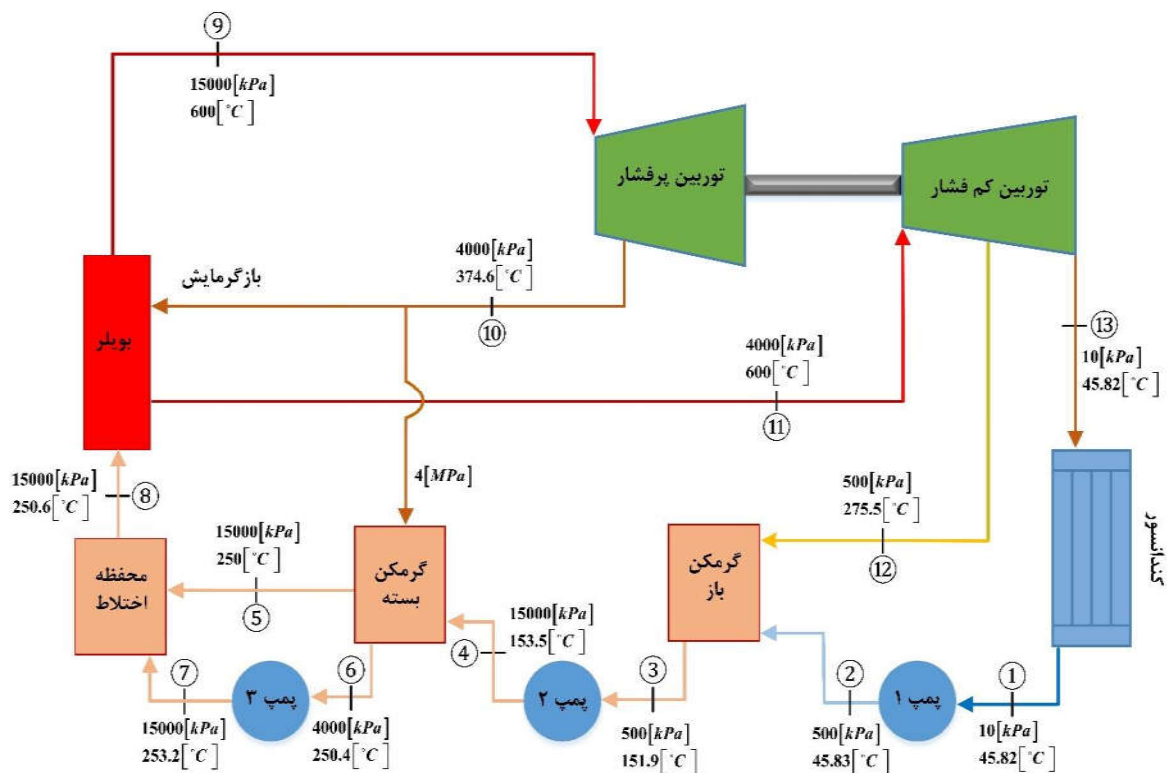
شکل ۳-۲۹: دبی ورودی و خروجی از محفظه اختلاط

$$1 \times h_8 = y h_7 + (1 - y) h_5 \rightarrow h_8 = 1088 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حال مشخصات نقطه ۸ بدست می‌آید.

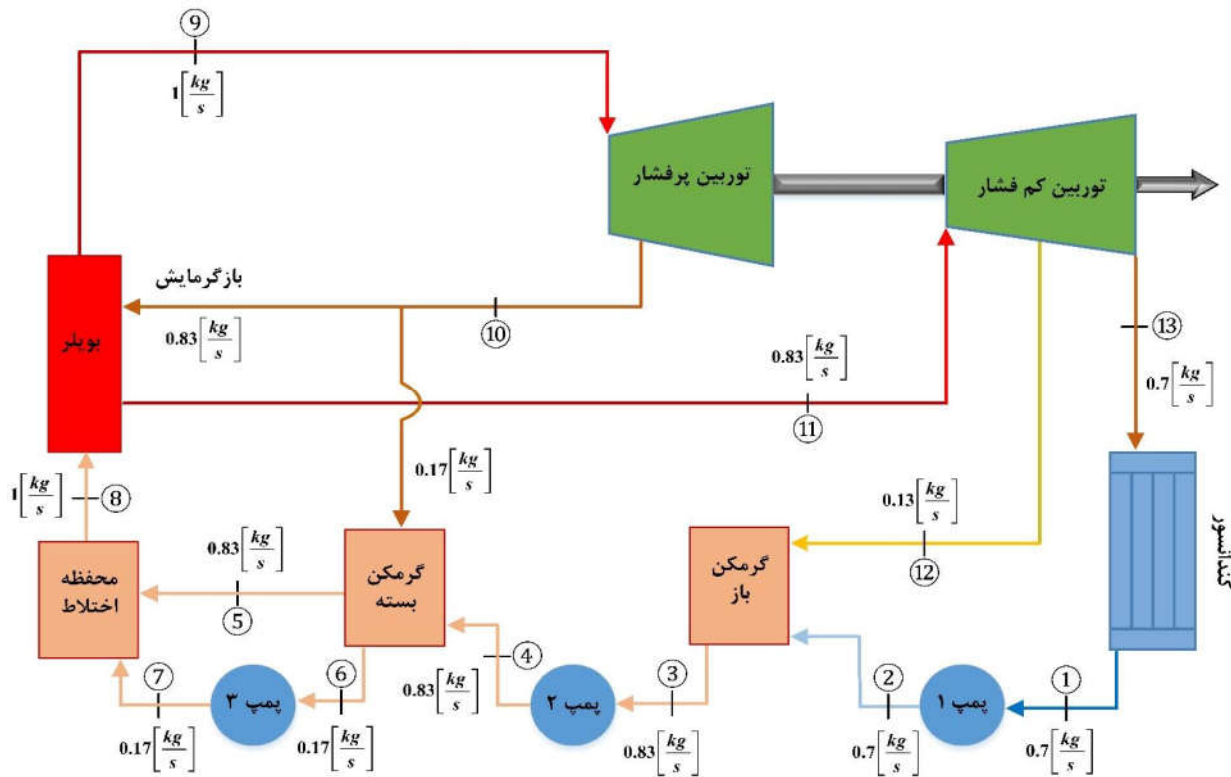
$$\begin{cases} h_8 = 1088 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \xrightarrow{\text{Table A-4}} T_8 = 250.6 [^{\circ}C] \\ P_{12} = 15 [MPa] \end{cases}$$

در شکل ۳-۳۰ خواص و شرایط نقاط مختلف گردآوری شده است.



شکل ۳-۳۰: تغییرات دما و فشار در نیروگاه بخار ایده‌آل دارای گرمکن باز و بسته

موازنه جرمی سیکل مطابق با مقادیر y و z مشخص شده و نتایج در شکل ۳-۳۱ نمایش داده شده است.



شکل ۳-۳۱: دبی ورودی و خروجی از هر قسمت نیروگاه بخار ایده‌آل دارای گرمکن باز و بسته

حال می‌توان گرمای ورودی مورد نیاز و گرمای خروجی را نیز بدست آورد:

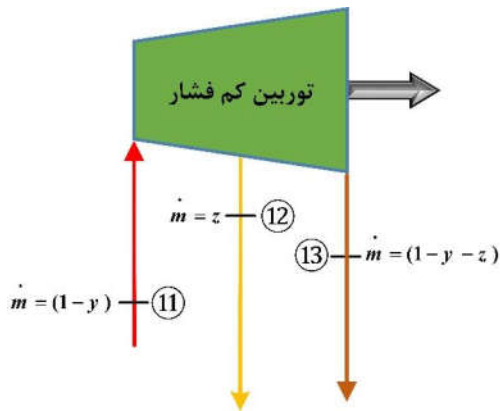
$$q_H = \underbrace{(h_9 - h_8)}_{\text{فرآیند 8 به 9}} + \underbrace{(1-y)(h_{11} - h_{10})}_{\text{فرآیند 10 به 11}} = 2925 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$q_L = (1-y-z)(h_{13} - h_1) = 1492 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

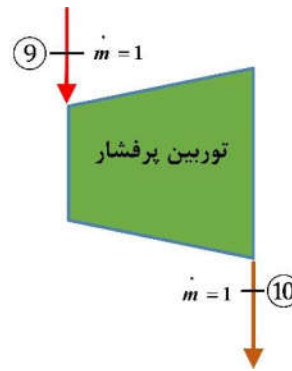
محاسبه بازده:

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{1492}{2925} = \%49$$

از طرفی می‌توان کار توربین‌ها و پمپ‌ها را به صورت زیر بدست آورد:



$$w_{\text{توربین فشار پایین}} = (1-y)h_{11} - zh_{12} - (1-y-z)h_{13} = 1020 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$



$$w_{\text{توربین فشار بالا}} = h_9 - h_{10} = 428.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$w_{Pump\ 3} = y \times (h_7 - h_6) = 2.371 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$w_{Pump\ 2} = (1-y)(h_4 - h_3) = 13.11 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$w_{Pump\ 1} = (1-y-z)(h_2 - h_1) = 0.34 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$

$$w_{T,out} = w_{\text{توربین فشار بالا}} + w_{\text{توربین فشار پایین}} = 1449.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

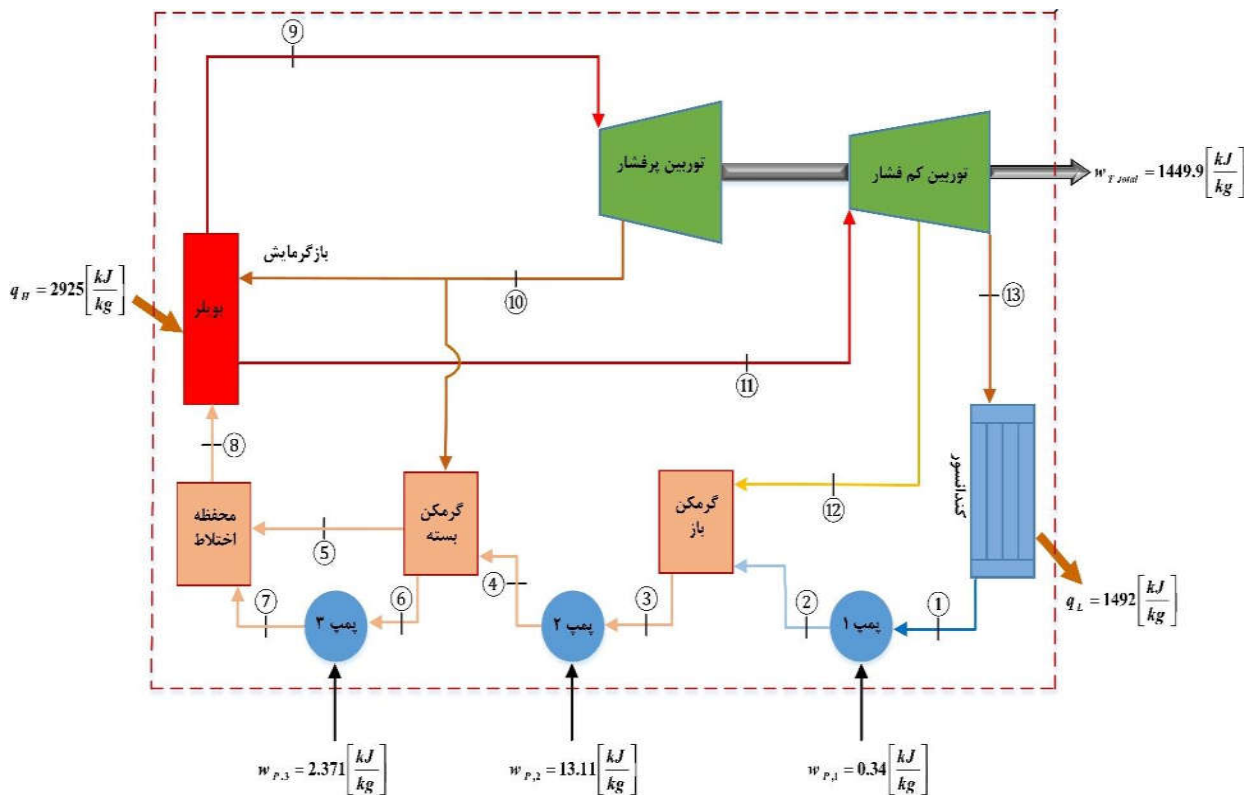
$$w_{P,in} = w_{Pump\ 1} + w_{Pump\ 2} + w_{Pump\ 3} = 15.82 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_{\text{خالص خروجی}} = w_{T,out} - w_{P,in} = 1434.08 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

در شکل ۳-۳۲ موازنه انرژی ترسیم شده است. حال برای اطمینان از صحت نتایج، موازنه انرژی انجام می‌شود:

$$\underbrace{\underbrace{0.34}_{w_{P1}} + \underbrace{13.11}_{w_{P2}} + \underbrace{2.371}_{w_{P3}} + \underbrace{2925}_{q_H}}_{\text{انرژی ورودی}} = \underbrace{\underbrace{1449.9}_{w_T} + \underbrace{1492}_{q_L}}_{\text{انرژی خروجی}}$$

همانطور که مشاهده می‌شود مقدار انرژی ورودی و خروجی با هم برابر می‌باشند. به عبارتی از دیدگاه قانون اول موازنه انرژی برقرار می‌باشد.



شکل ۳-۳۲: انرژی ورودی و خروجی از نیروگاه بخار ایده آل دارای گرمکن باز و بسته

۳-۴- همزایی^۱

در سیکل‌های بررسی شده قسمتی از گرمای داده شده به سیال عامل به کار تبدیل شده و بقیه آن به صورت گرمای بلااستفاده به رودخانه‌ها، دریاچه‌ها، اقیانوس‌ها یا به اتمسفر داده می‌شود. در بسیاری از صنایع فقط به کار (برق) و در بعضی دیگر علاوه بر کار به گرما نیز احتیاج است. در یک سیکل همزایی علاوه بر کار تولیدی، گرمای فرایندهای صنعتی نیز تأمین می‌شود. این واحد صنعتی را نیروگاه همزایی می‌گویند. به طور کلی، همزایی یعنی تولید بیش از یک شکل انرژی مفید (مانند گرمای فرایند و قدرت الکتریکی) از منبع انرژی یکسان.

در نیروگاه همزایی، از سیکل بخاری (سیکل رانکین) یا سیکل گازی (سیکل برایتون) می‌توان استفاده کرد. طرحواره ایده‌آلی نیروگاه همزایی مجهز به توربین بخاری فاقد کندانسور است (شکل ۳-۳۳). بنابراین هیچ گرمایی از این نیروگاه به صورت گرمای بلااستفاده دفع نمی‌شود. ولی در عمل کندانسور نیز وجود دارد.

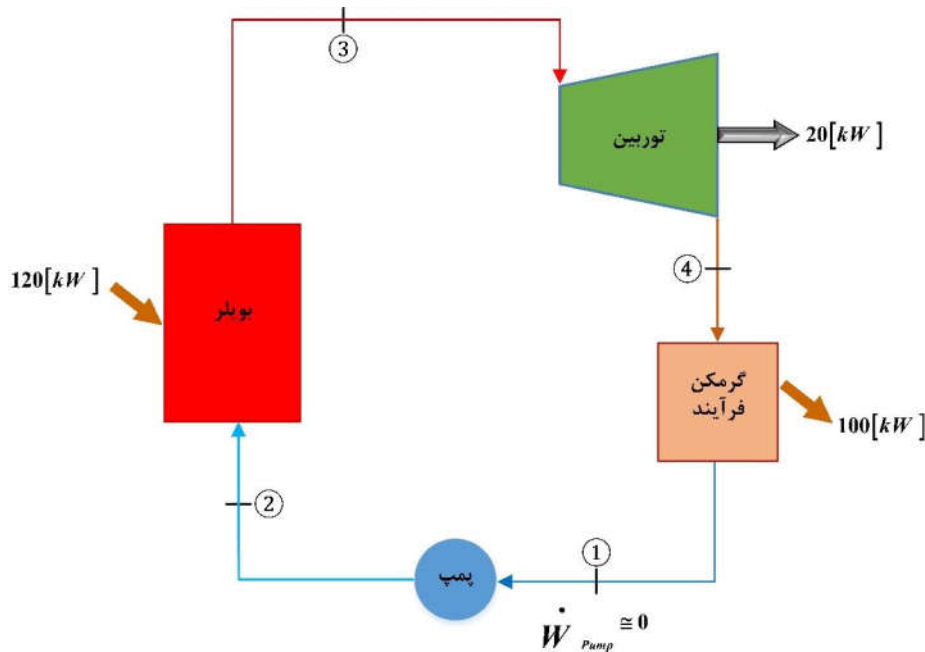
ضریب تأسیساتی ε_u نیروگاه همزایی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon_u = \frac{\text{گرمای فرآیند} + \text{کار خالص خروجی}}{\text{کار گرمای ورودی}} = \frac{\dot{W}_{net} + \dot{Q}_p}{\dot{Q}_{in}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{Q}_{in}} \quad (25-3)$$

^ Cogeneration

² Utilization Factor

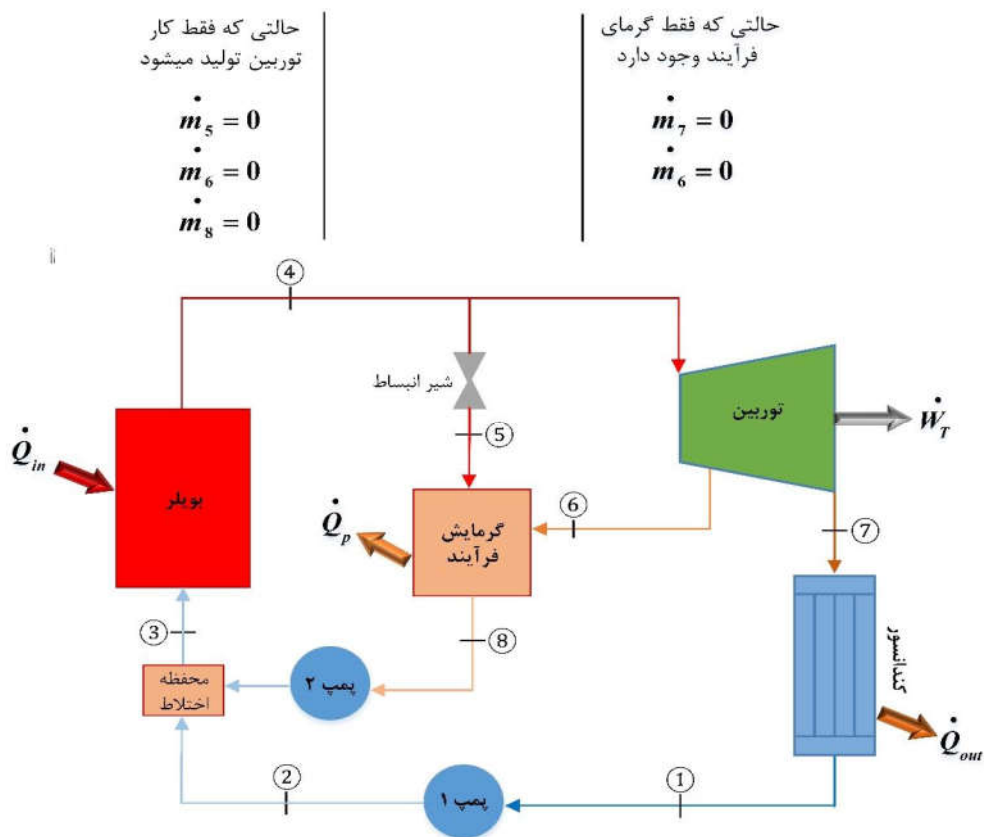
در رابطه (۳-۲۵)، Q_{out} گرمای دفع شده در کندانسور است. به عبارت دقیق‌تر، Q_{out} شامل تمام گرماهای دفع شده ناخواسته از لوله‌کشی و سایر اجزا نیز می‌باشد، اما مقدار آنها معمولاً ناچیز است.



شکل ۳-۳: سیکل همزایی ایده‌آل

نیروگاه همزایی بخاری که توصیف شد در واقعیت عملی نیست، زیرا آن را برای تغییرات قدرت و بارهای گرمای فرآیند نمی‌توان تنظیم کرد. طرحواره عملی‌تر (ولی پیچیده‌تر) برای نیروگاه همزایی در شکل ۳-۳۴ نشان داده شده است. در شرایط عادی، قسمتی از بخار آب در فشار از پیش تعیین شده P_6 از توربین استخراج می‌شود. باقیمانده بخار آب تا فشار P_7 کندانسور منبسط و سپس در فشار ثابت خنک می‌شود. گرمایی که از کندانسور دفع می‌شود گرمای بلااستفاده سیکل است. در مواقع تقاضای زیاد برای گرمای فرآیند، تمام بار به سوی واحدهای گرمایش فرآیند هدایت شده و هیچ قسمتی از آن وارد کندانسور نمی‌شود. گرمای بلااستفاده در این حالت صفر است ($\dot{m}_7 = 0$). اگر این مقدار کافی نباشد، مقداری از بخار آب که از بویلر خارج می‌شود توسط شیر انبساط یا شیرکاهنده فشار دستخوش فرآیند فشار شکنی شده و فشار آن تا فشار استخراج از توربین P_6 پایین می‌آید و به سوی واحد گرمایش فرآیند هدایت می‌شود. بیشینه گرمایش فرآیند زمانی اتفاق می‌افتد که تمام بخار آب خروجی از بویلر از شیر کاهنده فشار عبور می‌کند ($\dot{m}_6 = \dot{m}_7 = 0$). در این حالت هیچ قدرتی تولید نمی‌شود.

زمانی که تقاضایی برای گرمای فرآیند وجود ندارد، تمام بخار آب از توربین و کندانسور عبور کرده ($\dot{m}_5 = \dot{m}_6 = 0$) و نیروگاه همزایی به صورت نیروگاه معمولی بخاری کار می‌کند.



شکل ۳-۳۴: سیکل همزایی واقعی

با توجه به شکل ۳-۳۴ آهنگ‌های گرمای ورودی، گرمای دفع شده و تولید گرمای فرآیند و همچنین قدرت تولیدی در نیروگاه همزایی واقعی را می‌توان از روابط (۳-۲۶) تا (۳-۲۹) محاسبه نمود.

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_3(h_4 - h_3) \quad (۳-۲۶)$$

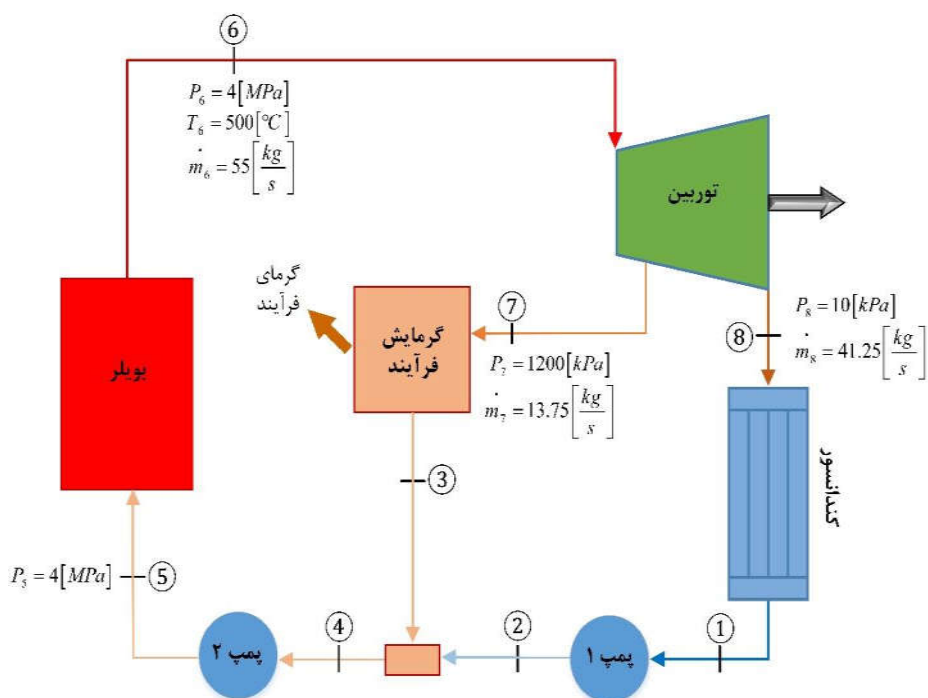
$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}_7(h_7 - h_1) \quad (۳-۲۷)$$

$$\dot{Q}_p = \dot{m}_5 h_5 + \dot{m}_6 h_6 - \dot{m}_8 h_8 \quad (۳-۲۸)$$

$$\dot{W}_T = (\dot{m}_4 - \dot{m}_5)(h_4) - \dot{m}_7 h_7 - \dot{m}_6 h_6 \quad (۳-۲۹)$$

مثال ۳-۵: بخار با فشار ۴ مگاپاسکال و دمای ۵۰۰ درجه سانتیگراد وارد توربین یک نیروگاه همزایی می‌شود. یک چهارم بخار در فشار ۱۲۰۰ کیلوپاسکال از توربین برای فرآیند گرمایش خارج و وارد مرحله گرمایش فرآیند می‌شود. باقیمانده بخار توربین تا فشار ۱۰ کیلوپاسکال منبسط می‌شود. سپس بخار خارج شده با آب تغذیه در فشار ثابت مخلوط شده و مخلوط با فشار ۴ مگاپاسکال به بویلر پمپ می‌شود. دبی جرمی بخار درون بویلر ۵۵ کیلوگرم بر ثانیه است. با صرف نظر از هر گونه افت فشار و اتلاف گرما در لوله‌ها، و با فرض آیزنتروپیک بودن توربین و پمپ، توان

خالص خروجی و ضریب تأسیساتی نیروگاه همزایی را محاسبه نمایید.



شکل ۳-۳۵: نیروگاه همزایی

حل توربین:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_6 = 4 \text{ [MPa]} \\ T_6 = 500 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_6 = 3446 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_6 = 7.0922 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

چون نقطه ۷ بخار مافوق گرم است، بنابراین آنتالپی نقطه ۷ به کمک میانمایی از جدول A-5 بدست خواهد آمد (توجه شود که چون توربین آیزنتروپیک می‌باشد، بنابراین آنتروپی ورودی و خروجی توربین با هم برابرند):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_7 = 1200 \text{ [kPa]} \\ s_7 = s_6 = 7.0922 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-5}} h_7 = 3080.4 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

ورودی کندانسور (نقطه ۸) در ناحیه دوفازی قرار دارد، بنابراین با محاسبه کیفیت در این نقطه می‌توان آنتالپی ورودی به کندانسور را محاسبه نمود:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_8 = 10 \text{ [kPa]} \\ s_8 = s_6 = 7.0922 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} s_f = 0.6492 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ s_{fg} = 7.4996 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

$$\rightarrow x = \frac{s_8 - s_f}{s_{fg}} = \frac{7.0922 - 0.6492}{7.4996} = 0.86$$

$$\rightarrow h_8 = h_{f@10kPa} + x h_{fg@10kPa} = 191.81 + 0.86 \times 2392.1 = 2249.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\dot{m}_5 = \dot{m}_6 = 55 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

حل کننداسور:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 10[kPa] \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 191.81 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_1 = 0.001010 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{array} \right.$$

از طرفی نقطه ۸ در بالا مشخص شد: $h_8 = 2249.02 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$

$$\rightarrow \dot{Q}_{out} = \dot{m}_8(h_8 - h_1) = 84859.91[kW]$$

حل پمپ ۱:

ورودی پمپ همواره مایع اشباع می‌باشد:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 10[kPa] \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 191.81 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_1 = 0.001010 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{array} \right.$$

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{pump}}} + h_1 = \frac{0.001010 \times (1200 - 10)}{1} + 191.81 = 193.01 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_{P,1} = h_2 - h_1 = 193.01 - 191.81 = 1.2 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \rightarrow \dot{w}_{P,1} = 41.25 \times 1.2 = 49.5 [kW]$$

حل محفظه اختلاط:

سیال‌های ورودی به محفظه اختلاط در فشار ثابت با هم مخلوط می‌شوند. ابتدا توجه شود که $(\dot{m}_7 = \dot{m}_3 = 13.75 \left[\frac{kg}{s} \right])$ و $(\dot{m}_8 = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 41.25 \left[\frac{kg}{s} \right])$. حال موازنه جرمی برای محفظه اختلاط نوشته می‌شود.

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \rightarrow \dot{m}_4 = 55 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

از طرفی توجه شود که ورودی پمپ در حالت مایع اشباع می‌باشد.

$$h_4 = h_{f@1200kPa} = 798.33 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حال قانون اول برای محفظه اختلاط نوشته می‌شود:

$$\dot{m}_4 h_4 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_3$$

و از آن مقدار h_3 بدست می‌آید.

$$55 \times 798.33 = 41.25 \times 193.01 + 13.75 \times h_3 \rightarrow h_3 = 2614.3 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل گرمکن فرآیند:

$$\dot{Q}_{Process} = \dot{m}_7(h_7 - h_3) = 13.75 \times (3080.4 - 2614.3) = 6408.88 [kW]$$

حل پمپ ۲:

$$\rightarrow v_4 = v_{f@P=1200 [kPa]} = 0.001138 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

$$w_{P,2} = \frac{v_4(P_5 - P_4)}{\eta_{Pump}} = \frac{0.001138 \times (4000 - 1200)}{1} = 3.18 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \rightarrow \dot{W}_{P,2} = 55 \times 3.18 = 174.9 [kW]$$

$$h_5 = w_{P,2} + h_4 = 801.51 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل بویلر:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_5 = 55 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\rightarrow \dot{Q}_{in} = \dot{m}_5(h_6 - h_5) = 55 \times (3446 - 801.51) = 145446.95 [kW]$$

محاسبه کل کار ورودی به پمپ‌ها:

$$\dot{W}_P = 49.5 + 174.9 = 224.4 [kW]$$

محاسبه کار توربین:

چون یک چهارم بخار از توربین خارج شده و وارد گرمکن فرآیند می‌شود (نقطه ۷) پس:

$$\dot{m}_8 = (1 - 0.25) \times \dot{m}_6 = 41.25 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\dot{m}_7 = (0.25) \times \dot{m}_6 = 13.75 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\rightarrow \dot{W}_T = \dot{m}_6 h_6 - \dot{m}_7 h_7 - \dot{m}_8 h_8 = 54402.43 [kW]$$

محاسبه کار خالص خروجی:

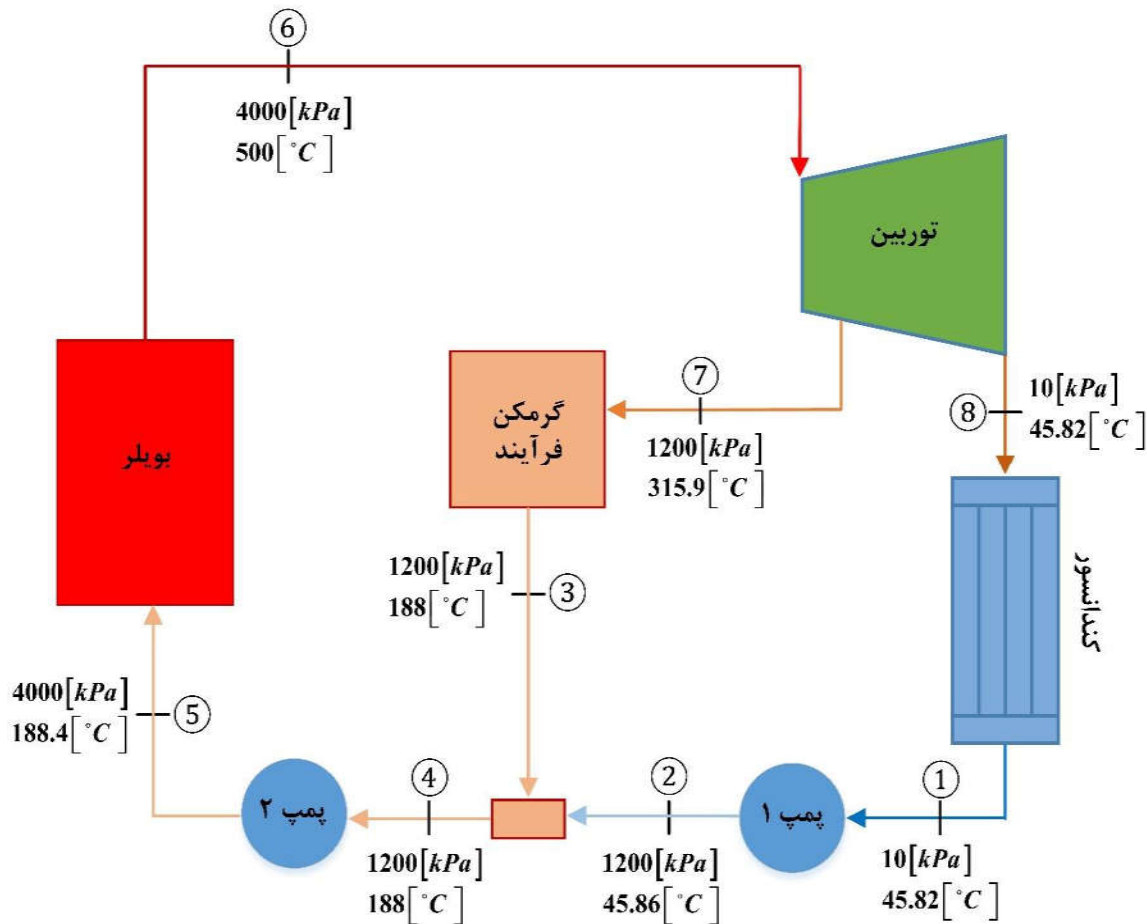
$$\dot{W}_{net} = \dot{W}_T - \dot{W}_P = 54178.03 [kW]$$

محاسبه ضریب تأسیساتی:

ضریب تأسیساتی از رابطه (۳-۲۵) محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_u = \frac{\dot{W}_{net} + \dot{Q}_p}{\dot{Q}_{in}} = \frac{54178.03 + 6408.88}{145446.95} = 0.416 = 41.6\%$$

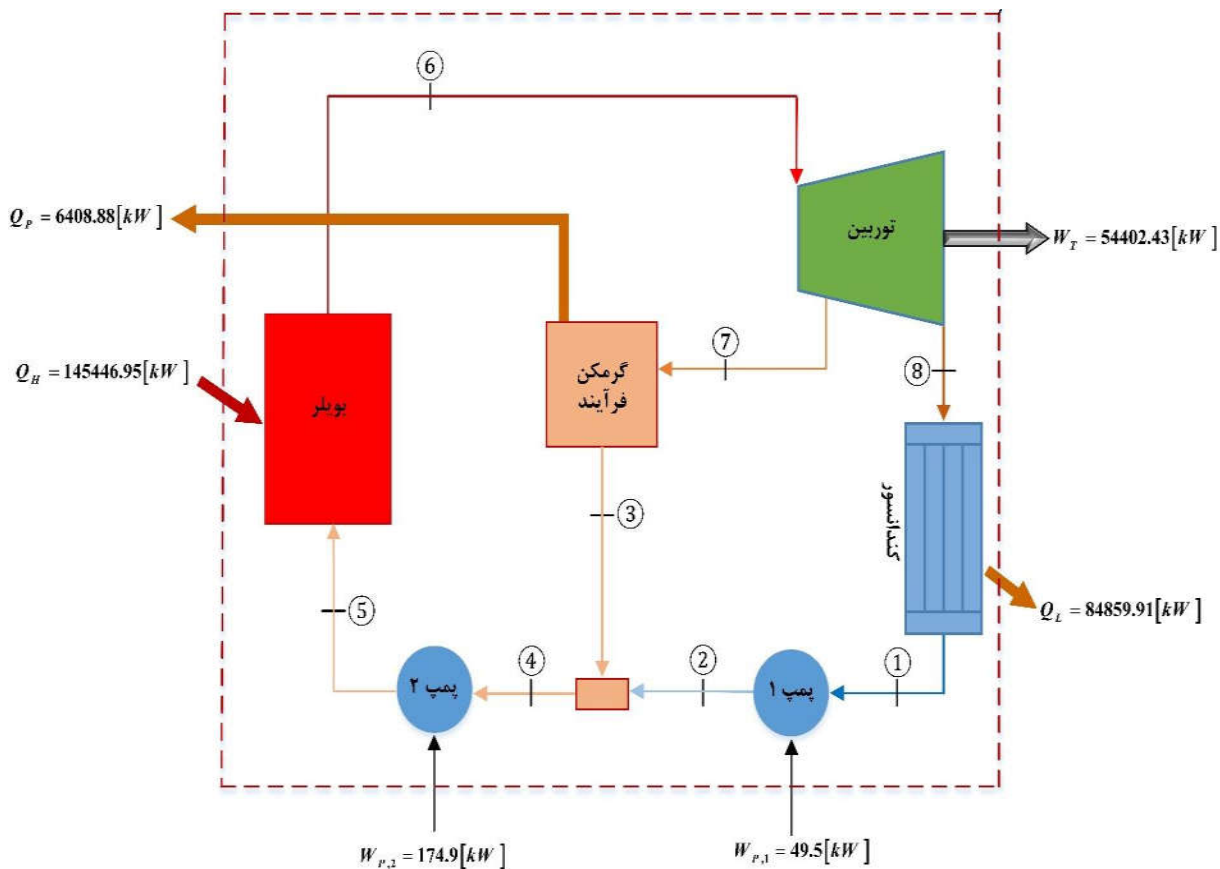
مطابق با محاسبات انرژی ورودی برابر 145446.95 kW می‌باشد. از این مقدار انرژی، به اندازه 54178.03 kW کار تولیدی و 6408.88 kW گرمای فرایند می‌باشد. در شکل ۳۶-۳ شرایط ترمودینامیکی سیکل نشان داده شده است.



شکل ۳۶-۳: تغییرات دما و فشار در نیروگاه همزایی

در شکل ۳۷-۳ موازنه انرژی ترسیم شده است. حال برای اطمینان از صحت نتایج، موازنه انرژی صورت می‌گیرد:

$$\underbrace{\frac{224.4}{\dot{W}_p}}_{\text{انرژی ورودی}} + \underbrace{\frac{145446.95}{\dot{Q}_{in}}}_{\text{انرژی ورودی}} = \underbrace{\frac{54402.43}{\dot{W}_T}}_{\text{انرژی خروجی}} + \underbrace{\frac{84859.91}{\dot{Q}_L}}_{\text{انرژی خروجی}} + \underbrace{\frac{6408.88}{\dot{Q}_p}}_{\text{انرژی خروجی}}$$

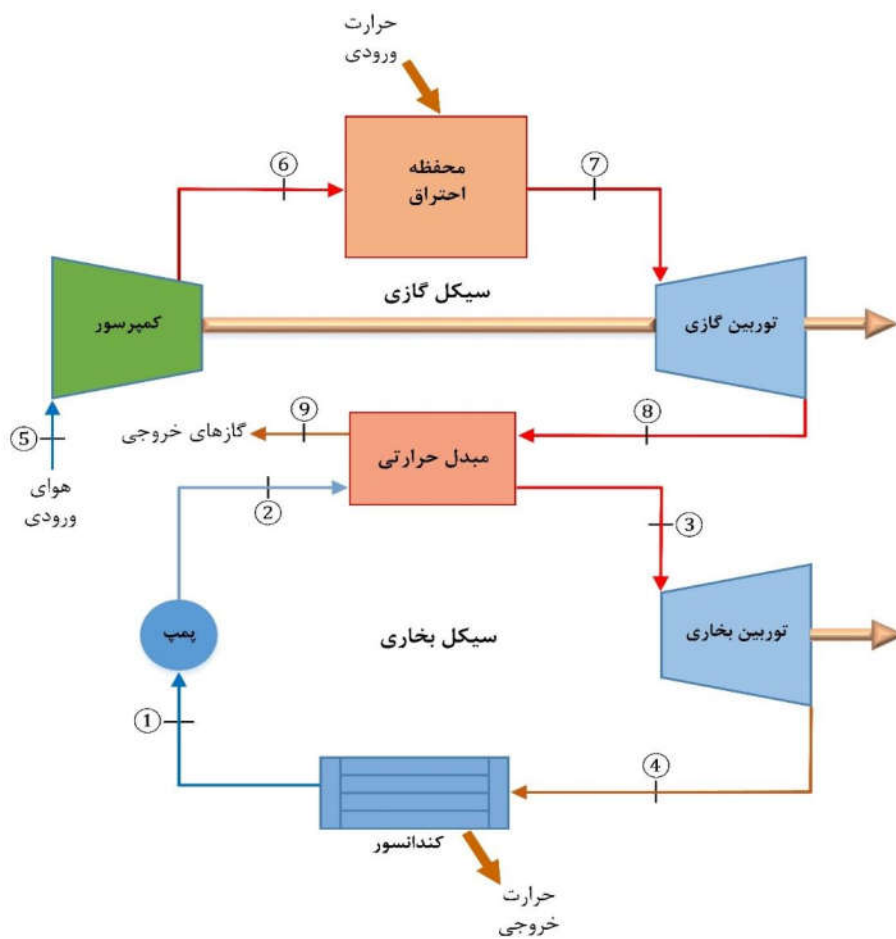


شکل ۳-۳۷: انرژی‌های ورودی و خروجی از نیروگاه همزایی

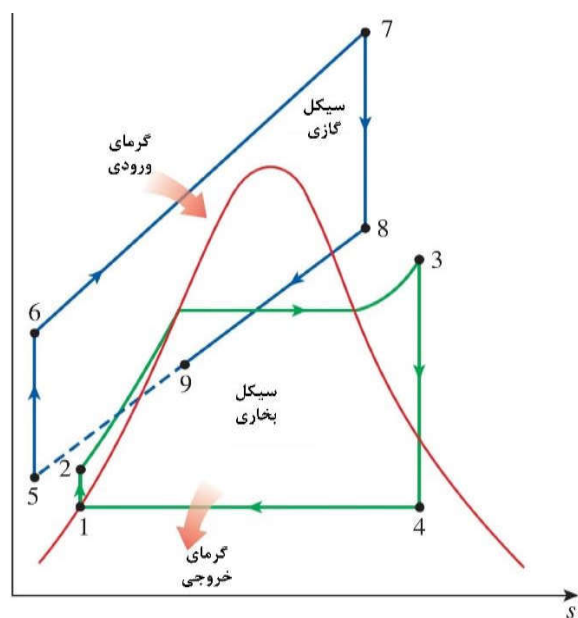
۳-۵- سیکل‌های قدرت گازی- بخاری (برایتون- رانکین)^۱

توربین‌های گازی در دمای بالایی کار می‌کنند (در حدود ۱۴۲۵ درجه سانتیگراد). به همین دلیل خروجی توربین‌های گازی نیز دمای بالایی (در حدود ۶۰۰ درجه سانتیگراد) دارند. دمای ورودی سیال عامل در توربین بخار ۵۰۰ درجه سانتیگراد بوده و لذا می‌توان از گرمای سیال عامل توربین گازی برای گرم کردن سیال عامل سیکل‌های بخاری استفاده نمود. به عبارتی دو سیکل برایتون (گازی) و رانکین (بخاری) با هم ترکیب شده و بدین ترتیب بازده کلی سیکل افزایش می‌یابد. در شکل ۳-۳۸ طرحواره سیکل ترکیبی ترسیم شده است.

Combined Gas-Vapor Power Cycle



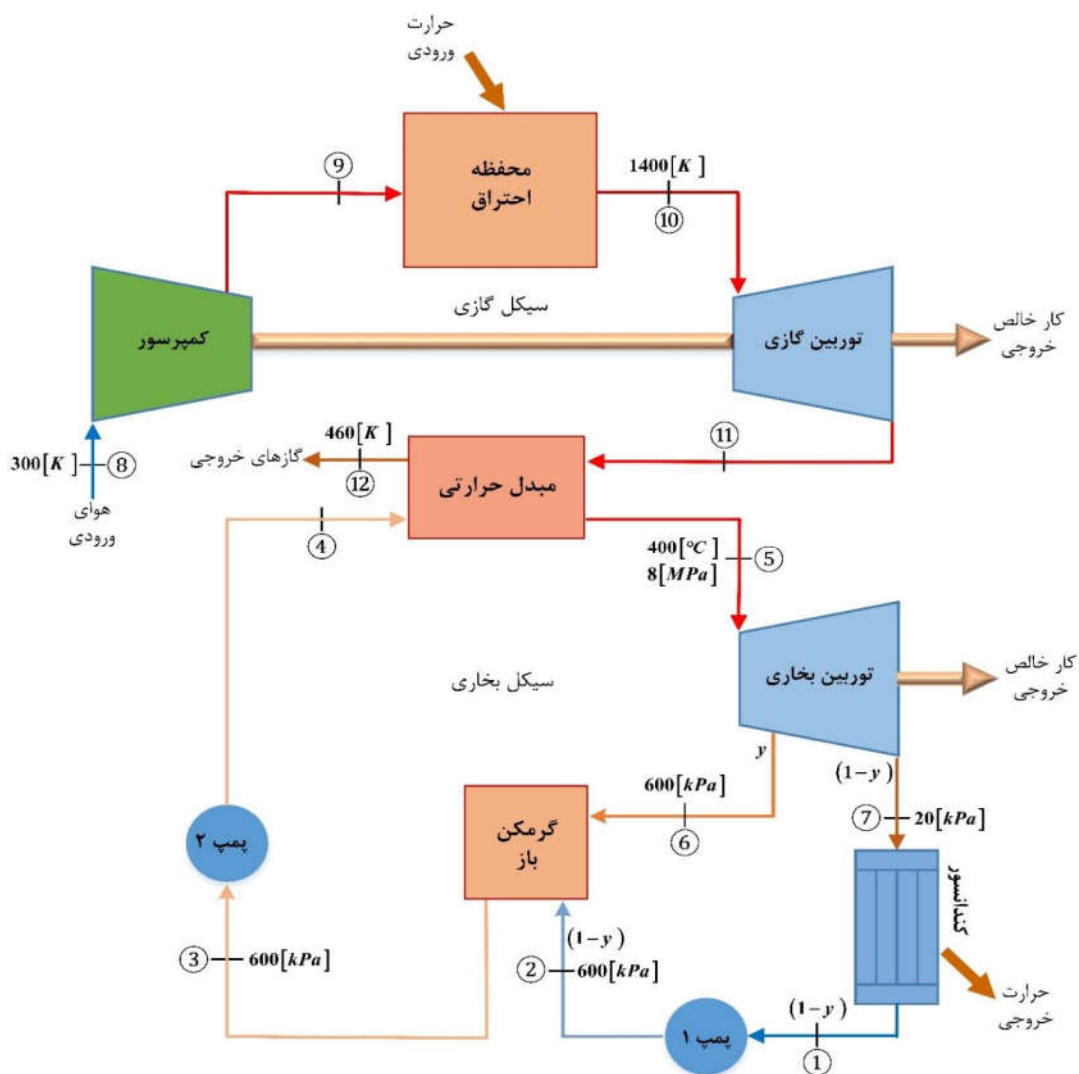
شکل ۳-۳۸: سیکل قدرت برای تون-رانکین



شکل ۳-۳۹: بلوک دیاگرام T-s سیکل قدرت برای تون-رانکین

مثال ۳-۶: یک نیروگاه ترکیبی گازی-بخاری با توان خالص خروجی ۴۵۰ مگاوات را در نظر بگیرید. نسبت فشار سیکل گازی ۱۴ می‌باشد. هوا با دمای ۳۰۰ کلوین وارد کمپرسور و با دمای ۱۴۰۰ کلوین وارد توربین گازی می‌شود. گازهای احتراق خروجی از توربین وارد مبدل حرارتی شده و برای گرم کردن بخار در دمای ۴۰۰ درجه سانتیگراد و فشار ۸ مگاپاسکال استفاده می‌شوند. گازهای احتراق مبدل حرارتی را در دمای ۴۶۰ کلوین ترک می‌کنند. در سیکل بخاری از یک گرمکن آب تغذیه باز با فشار ۰/۶ مگاپاسکال استفاده شده است. فشار کندانسور را ۲۰ کیلوپاسکال در نظر بگیرید. تمام فرآیندهای تراکم و انبساط را آیزنتروپیک در نظر بگیرید. برای سادگی از تقریب ظرفیت گرمایی ویژه ثابت استفاده شود. مطلوبست محاسبه:

الف) نسبت دبی جرمی هوا به بخار، ب) نرخ حرارت ورودی به محفظه احتراق، ج) بازده حرارتی سیکل ترکیبی



شکل ۳-۴: نیروگاه ترکیبی گازی-بخاری

حل قسمت الف مسئله.

حل کمپرسور:

در تحلیل برای سادگی سیکل گازی از روش ظرفیت گرمایی ثابت استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} k = 1.4 \\ c_p = 1.005 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_8 = 300 [K] \\ P_8 = 100 [kPa] \\ \frac{P_9}{P_8} = 14 \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه (۶-۱) دمای خروجی کمپرسور محاسبه می‌شود:

$$\frac{T_9}{T_8} = \left(\frac{P_9}{P_8}\right)^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} \rightarrow T_9 = 637.7 [K]$$

کار ورودی به کمپرسور از رابطه (۳-۱) محاسبه می‌شود:

$$w_c = c_p(T_9 - T_8) = 339.3 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

حل توربین گازی:

$$\begin{cases} T_{10} = 1400 [K] \\ P_{11} = 100 [kPa] \\ \frac{P_{10}}{P_{11}} = 14 \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه (۱۵-۱) دمای خروجی توربین محاسبه می‌شود:

$$\frac{T_{10}}{T_{11}} = \left(\frac{P_{10}}{P_{11}}\right)^{\left(\frac{k-1}{k}\right)} \rightarrow T_{11} = 658.7 [K]$$

کار خروجی توربین از رابطه (۱۲-۱) محاسبه می‌شود:

$$w_{T,gas} = c_p(T_{10} - T_{11}) = 745 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

حل محفظه احتراق:

گرمای ورودی به محفظه احتراق به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_{boiler} = c_p(T_{10} - T_9) = 766.2 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

حل توربین بخاری:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_5 = 8 \text{ [MPa]} \\ T_5 = 400 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-5}} \left\{ \begin{array}{l} h_5 = 3139.4 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s_5 = 6.3658 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_6 = 600 \text{ [kPa]} \\ s_6 = s_5 = 6.3658 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{s_6 - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.3658 - 1.9308}{4.8285} = 0.9185$$

$$\rightarrow h_6 = h_f + x h_{fg} = 670.38 + 0.9185 \times 2085.8 = 2586.1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

در این سوال ورودی کندانسور سیال دوفازی می‌باشد. پس باید با محاسبه کیفیت آنتالپی خروجی آن را محاسبه نمود:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_7 = 20 \text{ [kPa]} \\ s_7 = s_5 = 6.3658 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} s_f = 0.8320 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ s_{fg} = 7.0752 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{array} \right.$$

$$\rightarrow x = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.3658 - 0.8320}{7.0752} = 0.7821$$

$$\rightarrow h_7 = h_f + x h_{fg} = 251.42 + 0.7821 \times 2357.5 = 2095.2 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

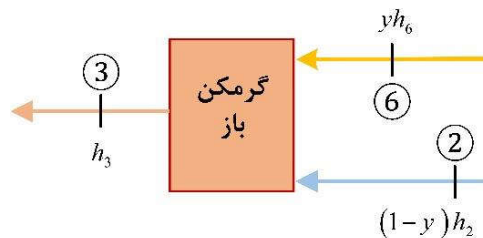
حل پمپ ۱:

همواره ورودی پمپ مایع اشباع می‌باشد:

$$\left(\begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_1 = 20 \text{ [kPa]} \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 251.42 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ v_1 = 0.001017 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \end{array} \right.$$

$$h_2 = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_{\text{pump}}} + h_1 = \frac{0.001017 \times (600 - 20)}{1} + 251.42 = 252.01 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

بررسی قانون بقای انرژی برای گرمکن باز آب تغذیه:



شکل ۳-۱۴: تغییرات آنتالپی در گرمکن باز

$$\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_6 h_6 = \dot{m}_3 h_3$$

$$\rightarrow (1 - y)h_2 + yh_6 = 1 \times h_3$$

$$\rightarrow y = \frac{h_3 - h_2}{h_6 - h_2} = 0.1792$$

حال می‌توان با داشتن y کار پمپ ۱ و گرمای خروجی از کندانسور را بدست آورد:

$$w_{P,1} = (1 - y)(h_2 - h_1) = (1 - 0.1792)(252.01 - 251.42) = 0.48 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$q_{Condenser} = (1 - y)(h_7 - h_1) = (1 - 0.1792)(2095.2 - 251.42) = 1513.37 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حل پمپ ۲:

همواره ورودی پمپ مایع اشباع می‌باشد:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مایع اشباع} \\ P_3 = 600[kPa] \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Table A-4}} \left\{ \begin{array}{l} h_3 = 670.38 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ v_3 = 0.001101 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \end{array} \right.$$

$$h_4 = \frac{v_3(P_4 - P_3)}{\eta_{Pump}} + h_3 = \frac{0.001101 \times (8000 - 600)}{1} + 670.38 = 678.53 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$w_{P,2} = h_4 - h_3 = 678.53 - 670.38 = 8.15 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بررسی قانون بقای انرژی برای مبدل حرارتی:

$$\underbrace{\dot{m}_{steam}(h_5 - h_4)}_{\text{گرمایی که سیال سرد می‌گیرد}} = \underbrace{\dot{m}_{air}c_p(T_{11} - T_{12})}_{\text{گرمایی که سیال گرم از دست می‌دهد}}$$

$$\rightarrow \frac{\dot{m}_{air}}{\dot{m}_{steam}} = \frac{(h_5 - h_4)}{c_p(T_{11} - T_{12})} = \frac{3139.4 - 678.53}{1.005 \times (658.7 - 460)} = 12.32 \left[\frac{kg_{air}}{kg_{steam}} \right]$$

محاسبه کار خروجی توربین بخاری:

کار توربین بخار برابر است با:

$$w_{T,steam} = (h_5 - h_6) + (1 - y) \times (h_6 - h_7) = 956.23 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه کار خالص خروجی سیکل بخاری:

$$w_P = (1 - y) \times w_{P,1} + w_{P,2}$$

$$\rightarrow w_{net,steam} = w_{T,steam} - ((1 - y)w_{P,1} + w_{P,2}) = 948.56 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه کار خالص خروجی سیکل گازی:

$$w_{net,gas} = w_{T,gas} - w_C = 405.7 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

محاسبه کار خالص خروجی سیکل:

$$\dot{W}_{net} = \dot{m}_{air} \times w_{net,gas} + \dot{m}_{steam} \times w_{net,steam}$$

$$\dot{W}_{net} \rightarrow \dot{m}_{air} \left(w_{net,gas} + \frac{\dot{m}_{steam}}{\dot{m}_{air}} \times w_{net,steam} \right)$$

$$\frac{\dot{m}_{air}}{\dot{m}_{steam}} = 12.32 \text{ از طرفی با توجه به حل:}$$

$$450 \times 10^3 = \dot{m}_{air} \left(405.7 + \frac{1}{12.32} \times 948.56 \right)$$

با حل معادله فوق دبی جرمی بخار و هوا مشخص خواهد شد:

$$\dot{m}_{air} = 932.27 \left[\frac{kg}{s} \right] , \quad \dot{m}_{steam} = 75.67 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

حل قسمت ب مسئله.

محاسبه حرارت ورودی به کل سیکل (سیکل گازی):

$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_{air} c_p (T_{10} - T_9) = 714222.77 [kW]$$

محاسبه حرارت خروجی از سیکل (سیکل بخاری):

$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}_{steam} \times (1 - y)(h_7 - h_1) = 114517 [kW]$$

حل قسمت ج مسئله.

$$\eta_{th} = \frac{\dot{W}_{net}}{\dot{Q}_{in}} \times 100 = 63\%$$

بررسی موازنه انرژی.

ابتدا توان کمپرسور، پمپ، توربین بخاری و گازی، کندانسور محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_{P,1} = \dot{m}_{steam} \times (1 - y) \times w_{P,1} = 36.32 [kW]$$

توان پمپ ۱

$$\dot{W}_{P,2} = \dot{m}_{steam} \times w_{P,2} = 616.71 [kW]$$

توان پمپ ۲

$$\dot{W}_C = \dot{m}_{air} \times w_C = 316319.21 [kW]$$

توان کمپرسور

$$\dot{W}_{T,gas} = \dot{m}_{air} \times w_{T,gas} = 694541.15 [kW]$$

توان خروجی توربین گازی

$$\begin{aligned} \dot{W}_{T,steam} &= \dot{m}_{steam} \times w_{T,steam} \\ &= 72357.92 [kW] \end{aligned}$$

توان خروجی توربین بخاری

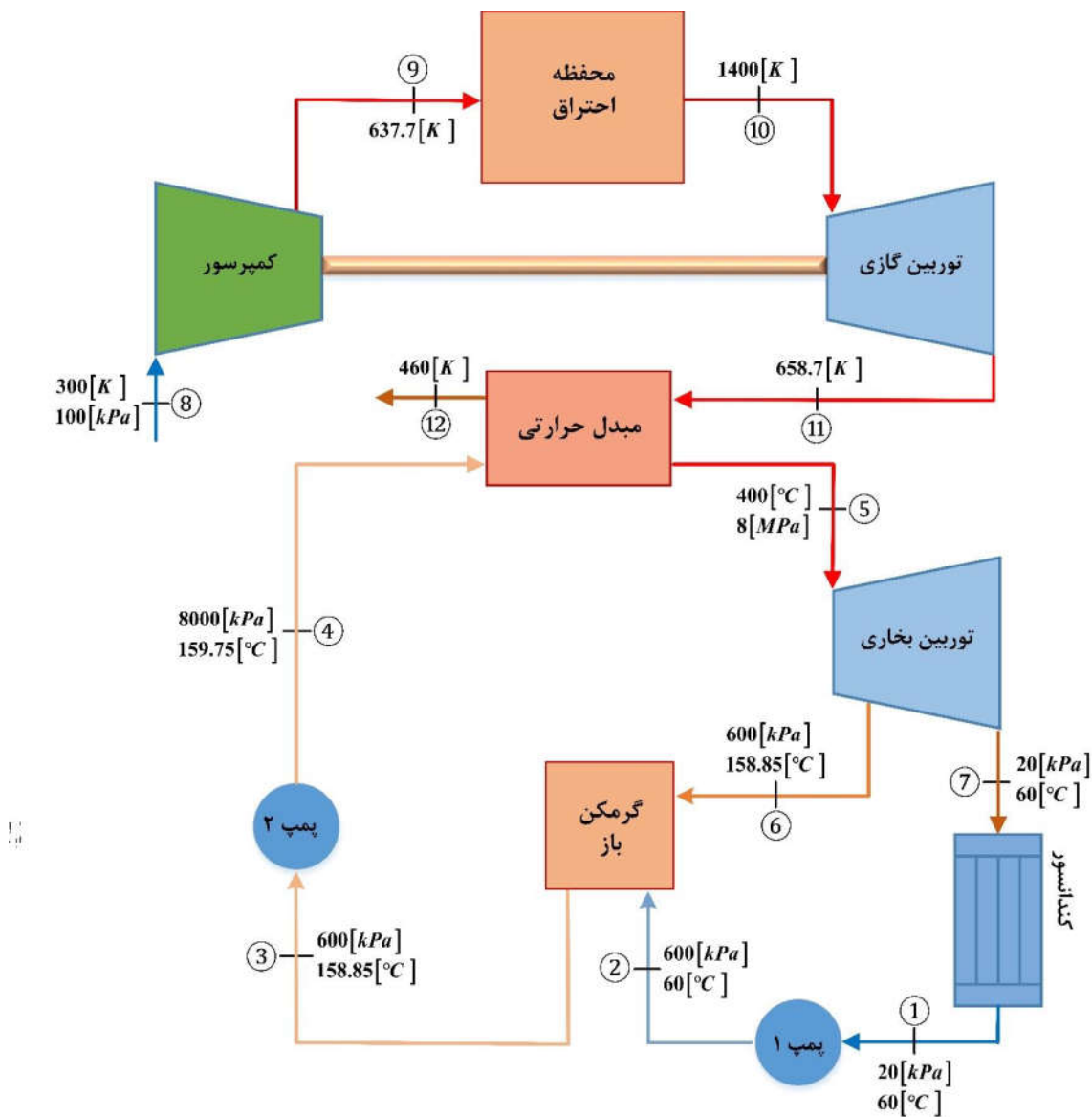
$$\dot{Q}_{out} = \dot{m}_{steam} \times (1 - y) \times q_{out} = 114517[kW]$$

گرمای خروجی از کندانسور

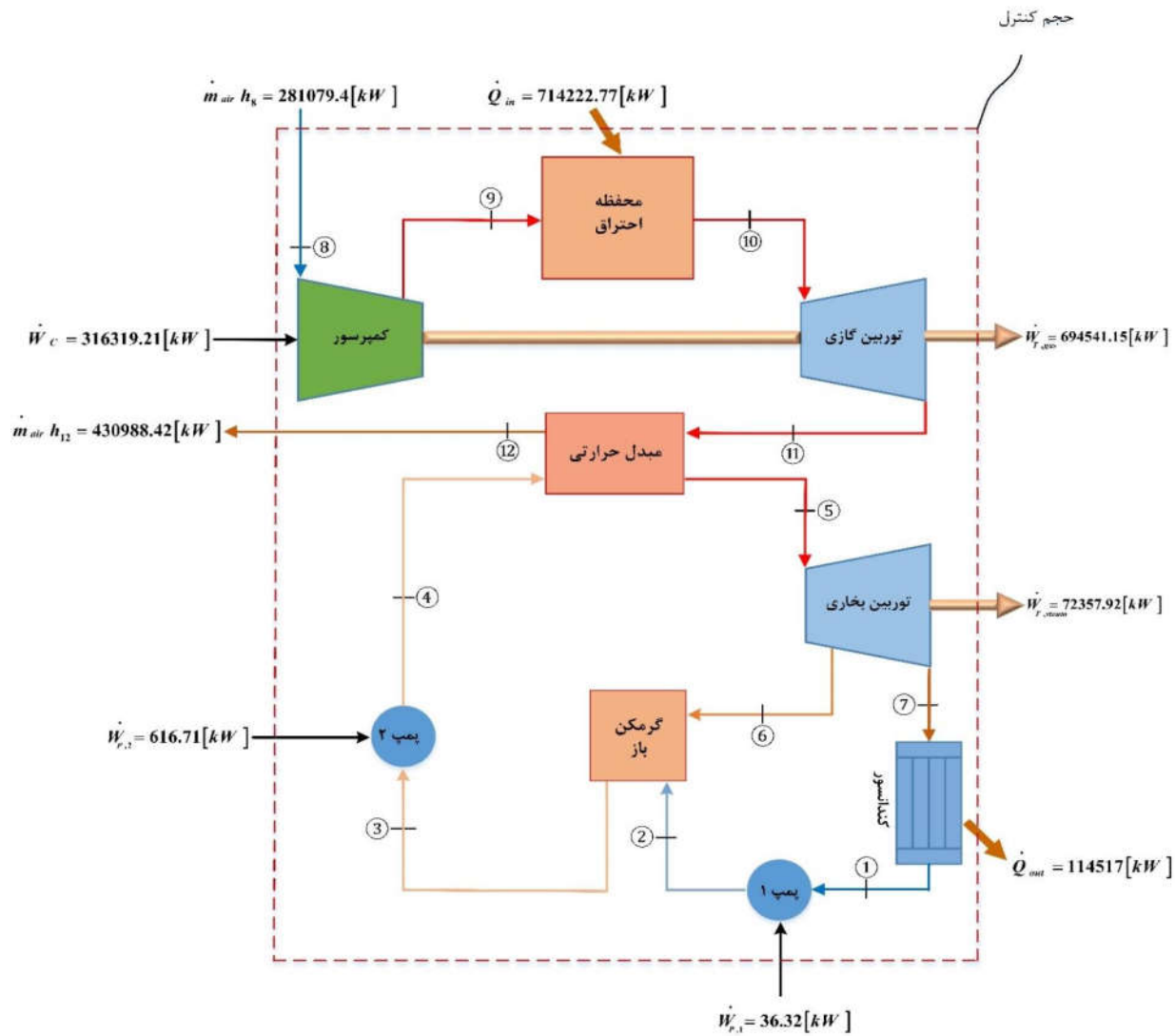
$$\dot{Q}_{in} = \dot{m}_{air} c_p (T_{10} - T_9) = 714222.77[kW]$$

گرمای ورودی به محفظه احتراق

در شکل ۳-۴ خواص ترمودینامیکی نقاط مختلف نمایش داده شده است.



شکل ۳-۴: تغییرات دما و فشار در نیروگاه ترکیبی گازی-بخاری



شکل ۳-۴: انرژی‌های ورودی و خروجی از نیروگاه ترکیبی گازی-بخاری

حال برای اطمینان از صحت نتایج، موازنه انرژی صورت می‌گیرد:

$$\underbrace{\underbrace{653}_{\dot{W}_P} + \underbrace{316319.21}_{\dot{W}_c} + \underbrace{714222.77}_{\dot{Q}_{in}} + \underbrace{\dot{m}_{air} c_p T_8}_{281079.4}}_{\text{انرژی ورودی}} = \underbrace{\underbrace{694541.15}_{\dot{W}_{T,gas}} + \underbrace{72357.92}_{\dot{W}_{T,steam}} + \underbrace{114517}_{\dot{Q}_{out}} + \underbrace{\dot{m}_{air} c_p T_{12}}_{430988.42}}_{\text{انرژی خروجی}}$$

$$\underbrace{13122274 [kW]}_{\text{انرژی ورودی}} = \underbrace{13122274 [kW]}_{\text{انرژی خروجی}}$$

فصل چهارم: سیکل تبرید

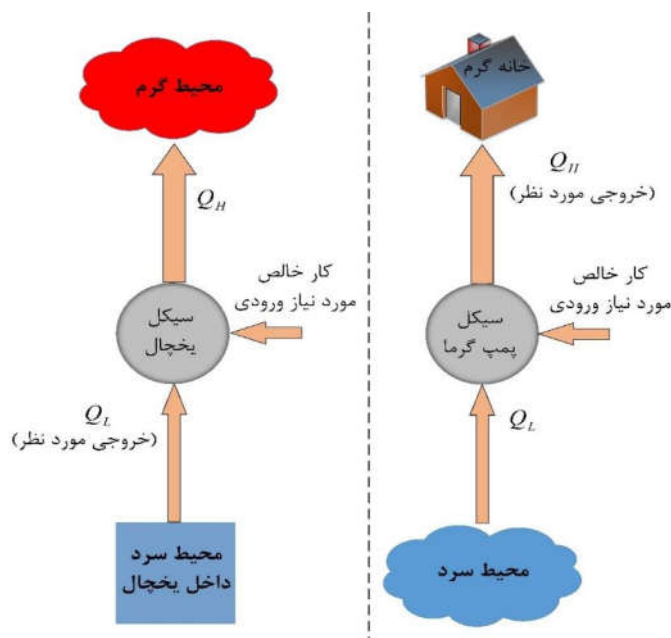
در فصل قبل سیکل‌های گازی (برایتون) و بخاری (رانکین) مورد بررسی قرار گرفت. هدف هر دو سیکل تولید قدرت از حرارت ورودی بود. نوع دیگری از سیکل‌ها وجود دارد که در آن هدف تولید قدرت (کار) نیست. هدف انتقال حرارت از دمای پایین به دمای بالا می‌باشد. دو نوع سیکل در این فصل مورد بررسی قرار می‌گیرند: سیکل یخچال و سیکل پمپ گرما.

گرما همواره در طبیعت از دمای بالا به دمای پایین انتقال می‌یابد. آیا می‌توان حرارت را از دمای پایین به دمای بالا انتقال داد؟ در پمپ‌های گرمایی و یخچال‌ها دقیقاً حرارت از دمای پایین به دمای بالا انتقال می‌یابد.

۱-۴- یخچال

همانطور که اشاره شد وظیفه یخچال‌ها گرفتن حرارت از محیط سرد و انتقال آن به محیط گرم می‌باشد. مطابق شکل ۱-۴ حرارت از محیط سرد توسط یخچال گرفته شده تا دمای محیط سرد، ثابت باقی بماند. حرارت گرفته شده از محیط سرد Q_L با کار ورودی (برق مصرفی W) جمع شده و سپس به محیط گرم انتقال می‌یابد (Q_H). مطابق با قانون اول ترمودینامیک:

$$Q_H = W + Q_L \quad (۱-۴)$$



شکل ۱-۴: مقایسه سیکل پمپ گرما و سیکل یخچال

وسیله دیگری که گرما را از محیط دما پائین به محیط دما بالا انتقال می‌دهد، پمپ گرماست. در جدول ۱-۴ تفاوت پمپ گرما و یخچال نشان داده شده است.

جدول ۱-۴: مقایسه وظیفه پمپ گرما و یخچال

وظیفه پمپ گرما، گرم کردن فضای گرم است.	وظیفه یخچال سرد کردن فضای سرد است.
--	------------------------------------

عملکرد یخچال‌ها و پمپ‌های گرما برحسب ضریب عملکرد (COP) بیان می‌شود. این ضریب برای یخچال و پمپ گرما به ترتیب از روابط (۲-۴) و (۳-۴) محاسبه می‌شود.

$$COP_{Ref} = \frac{\text{وظیفه}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}} \quad (2-4)$$

$$COP_{HP} = \frac{\text{وظیفه}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}} \quad (3-4)$$

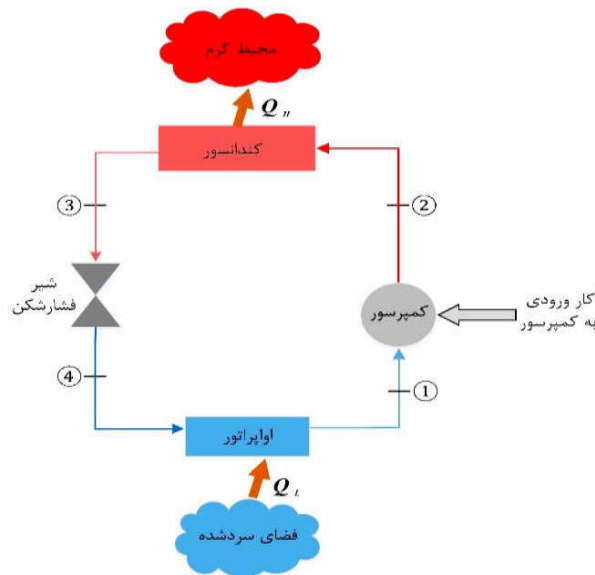
توجه شود که مقادیر ضریب عملکرد می‌توانند بزرگتر از ۱ باشند. مقایسه روابط (۲-۴) و (۳-۴) نشان می‌دهد که برای مقادیر ثابت کار ورودی $\dot{W}_{in} = cte$ می‌توان رابطه (۴-۴) را نوشت:

$$COP_{HP} = COP_{Ref} + 1 \quad (4-4)$$

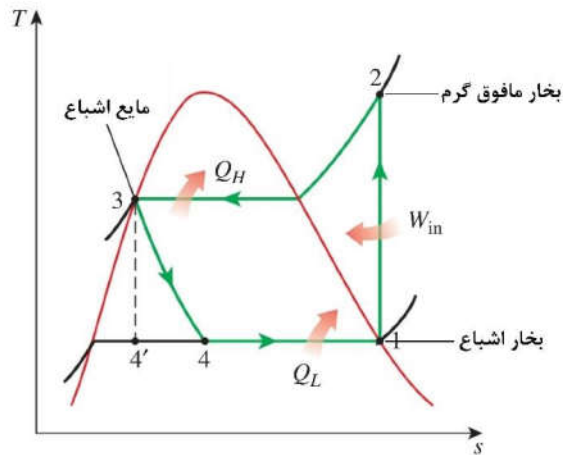
رابطه (۴-۴) نشان می‌دهد که ضریب عملکرد پمپ گرما عددی بزرگتر از یک است. $(COP_{HP} \geq 1)$. یعنی پمپ گرما در بدترین حالت، به صورت گرمکن مقاومتی کار می‌کند و همان مقدار انرژی را که مصرف می‌کند $(\dot{W}_{in})$ به خانه می‌دهد $(\dot{Q}_H)$. به عبارتی در بدترین حالت $\dot{Q}_H = \dot{W}_{in}$.

۲-۴- سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل

سیکل ایده‌آل یخچال‌ها و پمپ‌ها، سیکل تبرید تراکمی می‌باشد. در شکل ۲-۴ این سیکل نشان داده شده است.



شکل ۲-۴: سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل



شکل ۴-۳: بلوک دیاگرام T-s سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل

مطابق با شکل ۴-۳ این سیکل از چهار فرآیند تشکیل شده است:

فرآیند افزایش فشار در کمپرسور: (فرآیند ۱ به ۲): تراکم تک آنتروپی در کمپرسور

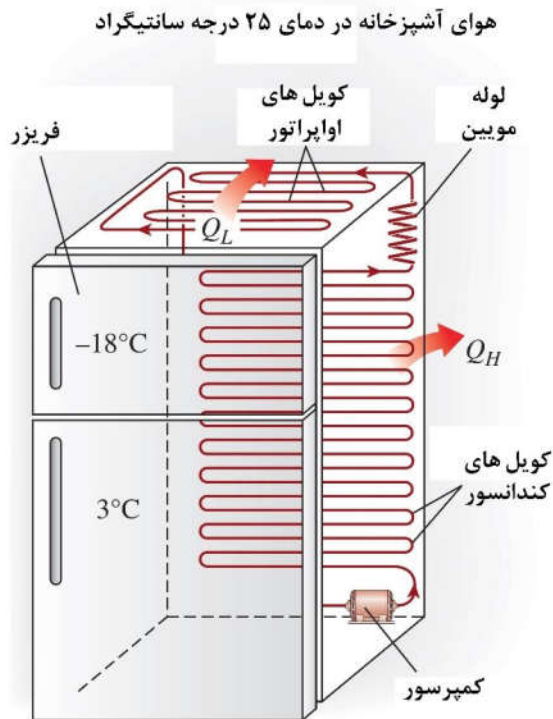
فرآیند دفع گرما در کندانسور: (فرآیند ۲ به ۳): دفع گرما در فشار ثابت در کندانسور

فرآیند کاهش فشار در شیر فشارشکن: (فرآیند ۳ به ۴): فشارشکنی در آنتالپی ثابت در شیر فشارشکن

فرآیند گرفتن گرما در اواپراتور (تبخییرکننده): (فرآیند ۴ به ۱): جذب گرما با فشار ثابت در اواپراتور

در سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل، مبرد در حالت ۱ به صورت بخار اشباع وارد کمپرسور شده و به طور تک آنتروپی تا فشار کندانسور متراکم می‌شود. در این فرآیند، دمای مبرد بیشتر از دمای محیط اطراف می‌شود. سپس مبرد در حالت ۲ به صورت بخار فوق گرم وارد کندانسور شده و بر اثر دفع گرما به اطراف، در حالت ۳ به صورت مایع اشباع از کندانسور خارج می‌شود. دمای مبرد در این حالت هنوز بیشتر از دمای اطراف است. مبرد مایع اشباع در حالت ۳ با عبور از شیر انبساط یا لوله موئین تا فشار اواپراتور دستخوش فشارشکنی می‌شود. دمای مبرد در این فرآیند به کمتر از دمای محیط سرد شده می‌رسد. مبرد در حالت ۴ به صورت دوفازی با کیفیت کم وارد اواپراتور شده و با جذب گرما از محیط سرد، کاملاً تبخیر می‌شود. مبرد به صورت بخار اشباع از اواپراتور خارج و مجدداً وارد کمپرسور شده و سیکل تکمیل می‌شود.

در یخچال‌های خانگی، محفظه فریزر و محیط داخلی یخچال که در آن گرما توسط مبرد جذب می‌شود به عنوان اواپراتور عمل می‌کند. کویل‌های پشت یخچال، که در آن گرما به هوای آشپزخانه دفع می‌شود، به عنوان کندانسور عمل می‌کند (شکل ۴-۴).



شکل ۴-۴: یخچال خانگی

توجه شود که برخلاف سیکل‌های ایده‌آلی که قبلاً بحث شدند، سیکل تبرید تراکمی ایده‌آل یک سیکل برگشت‌پذیر داخلی نیست، زیرا شامل فرآیند برگشت‌ناپذیر فشارشکنی است.

معادله انرژی برای اجزا مختلف بدین صورت نوشته می‌شود:

$\dot{Q}_L = \dot{m}(h_1 - h_4)$	گرمای گرفته شده در اواپراتور (تقریباً همان فضای داخل یخچال)	(۵-۴)
$\dot{W}_c = \dot{m}(h_2 - h_1)$	توان ورودی کمپرسور (برق مصرفی در کمپرسور)	(۶-۴)
$\dot{Q}_H = \dot{m}(h_2 - h_3)$	گرمای اتلافی در کندانسور (اتلاف حرارت از پشت یخچال به اتاق)	(۷-۴)
$(h_3 = h_4)$	در شیرفشارشکن حرارتی تقریباً به بیرون منتقل نمی‌شود.	(۸-۴)

کندانسور و اواپراتور فاقد برهم‌کنش کار هستند و کمپرسور را می‌توان تقریباً آدیاباتیک گرفت. بنابراین، ضریب عملکرد (COP) یخچال‌ها و پمپ‌های گرما که بر مبنای سیکل تبرید تراکمی کار می‌کنند را می‌توان به ترتیب از روابط (۹-۴) و (۱۰-۴) محاسبه نمود:

$$COP_{Ref} = \frac{q_L}{W_{in}} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} \quad (۹-۴)$$

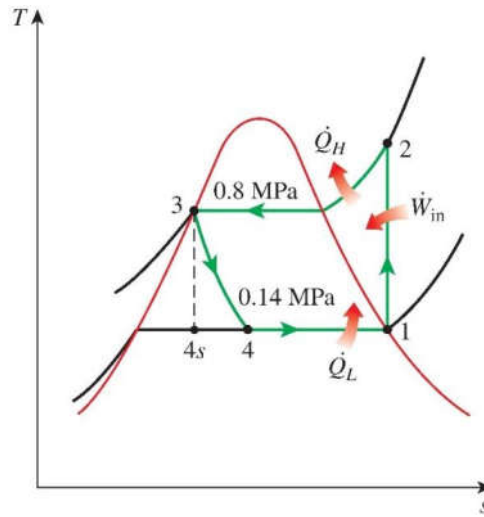
$$COP_{HP} = \frac{q_H}{W_{in}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \quad (۱۰-۴)$$

در روابط (۹-۴) و (۱۰-۴)، مقادیر h_1 و h_3 به آنتالپی مایع اشباع و بخار اشباع (مطابق شکل ۳-۴) اشاره دارد.

$$h_1 = [h_g]_{@P_1} \quad (۱۱-۴)$$

$$h_3 = [h_f]_{@P_3} \quad (۱۲-۴)$$

مثال ۴-۱: یخچالی از مبرد $R-134a$ به عنوان سیال عامل استفاده می‌کند و بر مبنای سیکل تراکمی ایده‌آل بین فشار $0.14[MPa]$ و $0.8[MPa]$ کار می‌کند. اگر بازده کمپرسور ۸۵ درصد و آهنگ جریان جرمی مبرد $0.068 \left[\frac{kg}{s} \right]$ باشد مطلوب است محاسبه:



شکل ۴-۵: بلوک دیاگرام T-s سیکل یخچال

الف) آهنگ دفع گرما از فضای تبرید شده و قدرت داده شده به کمپرسور.

حل قسمت الف مسئله.

با استفاده از جدول‌های مربوط به مبرد $R-134a$ ، آنتالپی مبرد در چهار حالت عبارتند از:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 0.14[MPa] \\ \text{بخار اشباع} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1 = h_{g@0.14MPa} = 239.16 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_1 = s_{g@0.14MPa} = 0.94456 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

با توجه به اینکه کمپرسور دارای بازده می‌باشد، لذا باید ابتدا مقادیر خروجی برای کمپرسور ایده‌آل محاسبه شده و سپس به کمک رابطه (۹-۱) مقادیر خروجی برای کمپرسور دارای بازده محاسبه شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 0.8[MPa] \\ s_{2s} = s_1 = 0.94456 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right.$$

با داشتن فشار و آنترپوی ایده‌آل نقطه ۲ و با مراجعه به جدول A-9 و به کمک میانمایی آنترپوی خروجی در حالت ایده‌آل بدست می‌آید:

$$\rightarrow h_{2s} = 275.39 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow 0.85 = \frac{275.39 - 239.16}{h_2 - 239.16} \rightarrow h_2 = 281.78 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = 0.8 [MPa] \\ \text{مایع اشباع} \end{array} \right. \rightarrow h_3 = h_{f@0.8 [MPa]} = 95.47 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

در شیرفشارشکن انتالپی ثابت باقی می‌ماند. لذا:

$$h_3 = h_4 \rightarrow h_4 = 95.47 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

آهنگ دفع گرما از فضای تبرید شده و قدرت داده شده به کمپرسور برابر است با:

$$\dot{Q}_L = \dot{m}(h_1 - h_4) = (0.068) \times (239.16 - 95.47) = 9.77 [kW]$$

$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_2 - h_1) = (0.068) \times (281.78 - 239.16) = 2.9 [kW]$$

(ب) آهنگ دفع گرما به محیط.

حل قسمت ب مسئله.

$$\dot{Q}_H = \dot{m}(h_2 - h_3) = (0.068) \times (281.78 - 95.47) = 12.67 [kW]$$

آهنگ دفع گرما به محیط را به صورت زیر نیز می‌توان محاسبه نمود:

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_L + \dot{W}_{in} = 9.77 + 2.9 = 12.67 [kW]$$

(ج) ضریب عملکرد یخچال.

حل قسمت ج مسئله.

$$COP_{Ref} = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}} = \frac{9.77}{2.9} = 3.37$$

با توجه به ضریب عملکرد بدست آمده یخچال فوق قادر است برای هر واحد انرژی الکتریکی مصرفی ۳/۳۷ واحد انرژی از فضای تبرید شده جذب کند.

نکته

- در سیکل ایده‌آل، مبرد به صورت بخار اشباع از اواپراتور خارج و وارد کمپرسور می‌شود. ولی در عمل نمی‌توان حالت مبرد را دقیقاً کنترل کرد، بلکه بهتر است سیستمی طراحی شود که مبرد را در ورودی کمپرسور تا اندازه‌ای مافوق گرم کند که قبل از ورود مبرد به کمپرسور کاملاً تبخیر شده باشد. همچنین، خط

اتصال بین اواپراتور و کمپرسور معمولاً خیلی بلند است؛ از اینرو افت حاصل از اصطکاک سیال و انتقال گرما از اطراف به مبرد می‌تواند خیلی زیاد باشد. تأثیر فوق‌گرمایش، جذب گرما در خط اتصال و افت‌های فشار در اواپراتور و خط اتصال، این است که حجم مخصوص افزایش یافته و از این رو قدرت مورد نیاز کمپرسور افزایش می‌یابد، زیرا کار جریان پایا متناسب با حجم مخصوص است.

- در حالت ایده‌آل، فرض می‌شود مبرد به صورت مایع اشباع در فشار خروجی کمپرسور از کندانسور خارج می‌شود. نمی‌توان به سهولت فرآیند چگالش را به گونه‌ای تنظیم کرد که مبرد در انتهای فرآیند به صورت مایع اشباع باشد. بنابراین مبرد قبل از ورود به شیر انبساط کمی فروسرد می‌شود (به عبارتی ورودی شیر انبساط به جای مایع متراکم، مایع مادون سرد است). مبرد در این حالت با آنتالپی کمتری وارد اواپراتور شده و می‌تواند گرمای بیشتری را از فضای تبرید شده جذب کند. شیر انبساط و اواپراتور معمولاً خیلی نزدیک به هم قرار می‌گیرند، و بنابراین افت فشار در خط اتصال کوچک است.

۴-۳- پمپ‌های گرما

همانطور که می‌دانیم گرما از دمای بالا به سمت دمای پایین در حرکت است. در پمپ گرما حرارت دقیقاً از محیط با دمای پایین به محیط با دمای بالا انتقال می‌یابد.

در پمپ حرارتی با گرفتن کار می‌توان حرارت را از محیط با دمای پایین به محیط با دمای بالا انتقال داد. بنابراین ورودی مورد نیاز این مدل از سیکل‌ها، کار ورودی است. هدف نهایی این سیکل‌ها گرم کردن محیط گرم می‌باشد.

$$\text{همانطور که قبلاً اشاره شد بازده این سیکل‌ها از رابطه } \frac{Q_H}{W_{in}} = \frac{\text{گرم کردن محیط گرم}}{\text{کار ورودی}} = \frac{\text{وظیفه}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = COP_{HP} \text{ بدست می‌آید.}$$

در پمپ گرما همواره رابطه زیر برقرار است:

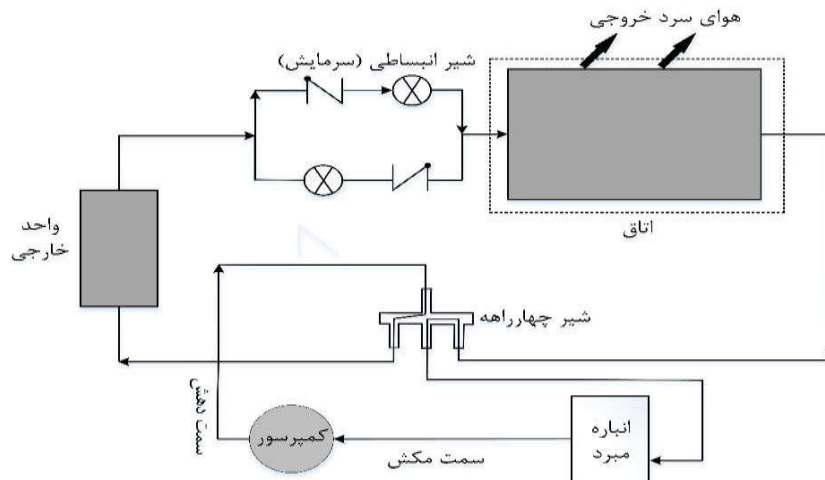
$$\underbrace{\text{گرمایی که به محیط گرم داده میشود}}_{Q_h} = \underbrace{\text{برق مصرف شده}}_{W_c} + \underbrace{\text{گرمایی که از محیط سرد گرفته میشود}}_{Q_l}$$

محیط سرد معمولاً همان اتمسفر است. به عبارتی پمپ گرما در زمستان از گرمایی که در محیط سرد وجود دارد استفاده می‌کند! محیط گرم نیز معمولاً فضای داخلی (اتاق) می‌باشد.

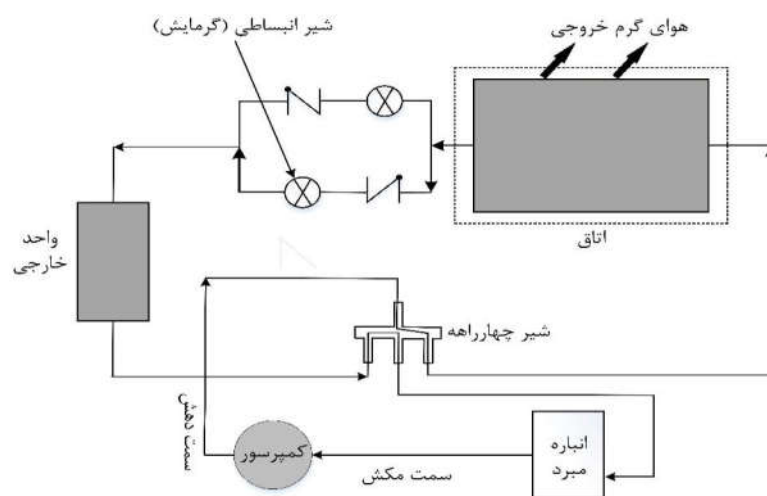
ظرفیت و بازده پمپ‌های گرما در دماهای پایین افت می‌کنند. بنابراین اغلب پمپ‌های گرمای هوایی احتیاج به سیستم گرمایشی کمکی مانند گرمکن‌های مقاومتی و کوره‌های نفتی یا گازی دارند.

پمپ‌های گرما و سیستم‌های تهویه مطبوع دارای اجزاء مکانیکی یکسان‌اند. بنابراین داشتن دو سیستم جداگانه برای تامین لازمه گرمایشی و سرمایشی ساختمان اقتصادی نیست. از یک سیستم تنها می‌توان در زمستان به عنوان سیستم تهویه مطبوع استفاده کرد. اینکار با افزودن یک شیر معکوس به سیکل انجام می‌شود (شکل ۴-۶). بر اثر این تغییر کندانسور پمپ گرما (که در داخل قرار دارد) در تابستان به صورت اواپراتور سیستم تهویه مطبوع کار می‌کند. همچنین اواپراتور پمپ گرما (که در خارج قرار دارد) به عنوان کندانسور سیستم تهویه مطبوع کار می‌کند. چنین مشخصه‌ای باعث مقبولیت پمپ‌های گرما شده است. در مثل‌ها از این نوع سیستم‌های دوتایی پنجره‌ای استفاده

می‌شود. در مناطقی که در فصل گرما احتیاج به بار سرمایش زیاد و در فصل سرما احتیاج به بار نسبتاً کمی دارند (همانند جنوب کشور) از پمپ‌های گرما خیلی استفاده می‌کنند. در این نواحی، پمپ گرما می‌تواند تمام نیازهای سرمایشی و گرمایشی ساختمان‌های مسکونی یا تجاری را تأمین کند. در مناطقی که بار گرمایش زیاد، و بار سرمایش کم است (مناطق کوهستانی) پمپ‌های گرما کاربرد چندانی ندارند.



پمپ گرما در چرخه سرمایش

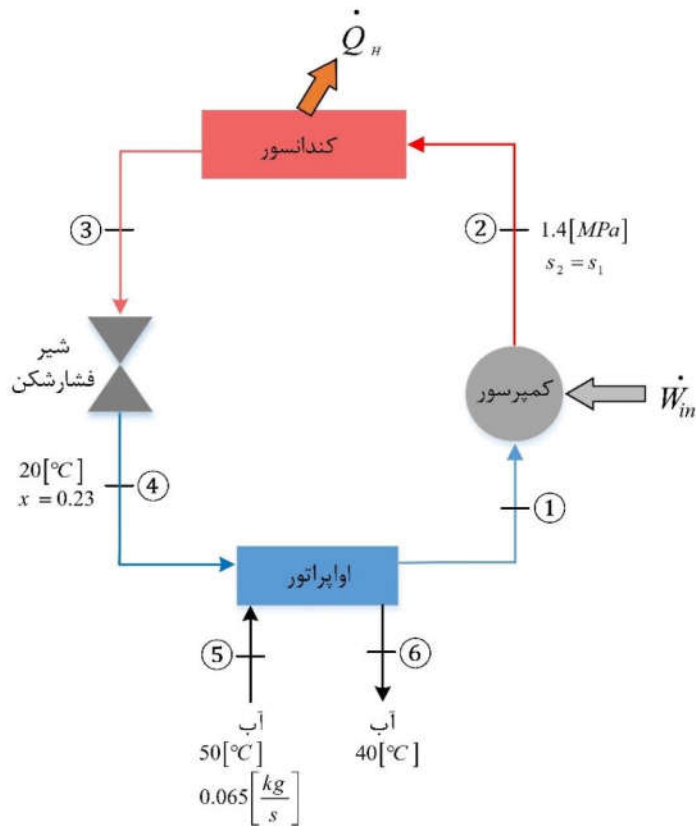


پمپ گرما در چرخه گرمایش

شکل ۴-۶: پمپ گرما در چرخه‌های سرمایش و گرمایش

از پمپ گرما در زمستان برای گرمایش و در تابستان برای سرمایش استفاده می‌شود.

مثال ۴-۲: یک پمپ گرما با مبرد R-134a بعنوان سیال عامل برای نگه‌داشتن فضا در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۷-۴: سیکل پمپ گرمای واقعی

خصوصیات پمپ گرما عبارت از:

- آب با دمای ۵۰ درجه سانتیگراد و دبی جرمی ۰/۰۶۵ کیلوگرم بر ثانیه وارد اوپراتور شده و آن را در دمای ۴۰ درجه سانتیگراد ترک می‌کند.
- مبرد با دمای ۲۰ درجه سانتیگراد و کیفیت ۲۳ درصد وارد اوپراتور شده و در حالت بخار اشباع از آن خارج می‌شود.
- مبرد به دلیل عبور از کمپرسور، ۳۰۰ وات گرما به محیط اطراف داده و کمپرسور را در فشار ۱/۴ مگاپاسکال و آنتروپی یکسان با ورودی ترک می‌کند.

مطلوبست محاسبه:

الف) میزان افت دمای مبرد در کندانسور

حل قسمت الف مسئله.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_4 = 20[^\circ\text{C}] \\ x_4 = 0.23 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-7}} \left\{ \begin{array}{l} P_4 = 572.07[\text{kPa}] \\ h_f = 79.32 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ h_{fg} = 182.27 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{array} \right.$$

$$h_4 = h_f + xh_{fg} = 79.32 + 0.23 \times 182.27 = 121.24 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

فرآیند فشارشکنی یک فرآیند آنتالپی ثابت می‌باشد. بنابراین:

$$h_3 = h_4 = 121.24 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

مبرد در حالت بخار اشباع و بدون تغییر فشار از اواپراتور خارج می‌شود. بنابراین با داشتن فشار و رجوع به جدول A-8 و به کمک میانیابی، آنتالپی مبرد در خروجی اواپراتور بدست می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = P_4 = 572.07[\text{kPa}] \\ \text{بخار اشباع} \end{array} \right. \rightarrow h_1 = 261.57 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right], s_1 = 0.9224 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} \right]$$

با توجه به داده‌های سوال آنتروپی ورودی و خروجی با هم برابرند. بنابراین با مراجعه به جدول A-9 و به کمک میانیابی آنتالپی خروجی از کمپرسور محاسبه می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_2 = s_1 = 0.9224 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} \right] \\ P_2 = 1400[\text{kPa}] \end{array} \right. \rightarrow h_2 = 280.04 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

آب در حالت مایع اشباع وارد اواپراتور شده و در حالت مایع اشباع نیز از آن خارج می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_5 = h_{f@50[^\circ\text{C}]} \\ h_6 = h_{f@40[^\circ\text{C}]} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-3}} \left\{ \begin{array}{l} h_5 = 209.34 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ h_6 = 167.53 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-3}} \left\{ \begin{array}{l} P_5 = 12.352[\text{kPa}] \\ P_6 = 7.3851[\text{kPa}] \end{array} \right.$$

با توجه به حل انتالپی در نقطه ۳ برابر با $h_3 = 121.24 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$ و فشار آن برابر با $P_3 = P_2 = 1400[\text{kPa}]$ می‌باشد. بنابراین حالت خروجی نقطه ۳ برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = P_2 = 1400[\text{kPa}] \\ h_3 = 121.24 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \end{array} \right. \rightarrow T_3 = 48.58[^\circ\text{C}]$$

از طرفی در حالت ایده‌آل خروجی کندانسور در حالت مایع اشباع می‌باشد. با توجه به فشار $P_3 = P_2 = 1400[\text{kPa}]$ از جدول A-8 دمای اشباع مبرد برابر است با:

$$T_{\text{sat}@1400[\text{kPa}]} = 52.4[^\circ\text{C}]$$

حال می‌توان اختلاف دمای اشباع و دمای واقعی خروجی از کندانسور را محاسبه نمود:

$$\Delta T_{\text{subcool}} = T_{\text{sat}} - T_3 = 52.4 - 48.58 = 3.82[^\circ\text{C}]$$

به عبارتی در خروجی کندانسور سیال به اندازه $3.82[^\circ\text{C}]$ بیشتر خنک شده است.

(ب) دبی جرمی مبرد

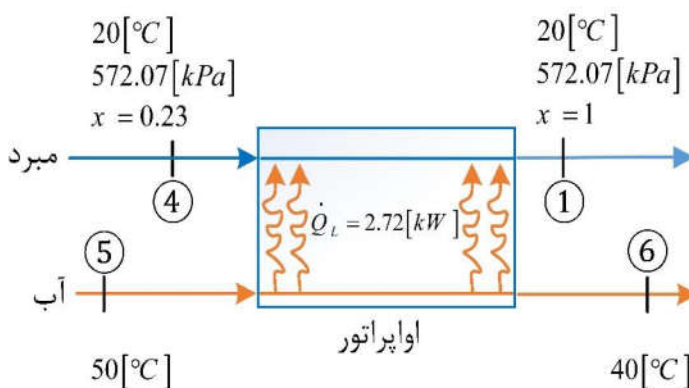
حل قسمت ب مسئله.

نرخ حرارت جذب شده توسط مبرد از آب در اواپراتور از رابطه (۵-۴) محاسبه می‌شود:

$$\dot{Q}_L = \dot{m}_W c_p (T_5 - T_6) = 2.72[\text{kW}]$$

پس می‌توان با داشتن نرخ حرارتی که مبرد از آب گرفته است، دبی جرمی مبرد را محاسبه نمود:

$$\dot{m}_R = \frac{\dot{Q}_L}{(h_1 - h_4)} = \frac{2.72}{(261.57 - 121.24)} = 0.02 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$



شکل ۸-۴: تغییرات دما و فشار در اواپراتور

(ج) بار حرارتی و ضریب عملکرد پمپ گرما

حل قسمت ج مسئله.

توان ورودی به کمپرسور به صورت زیر محاسبه می‌شود:

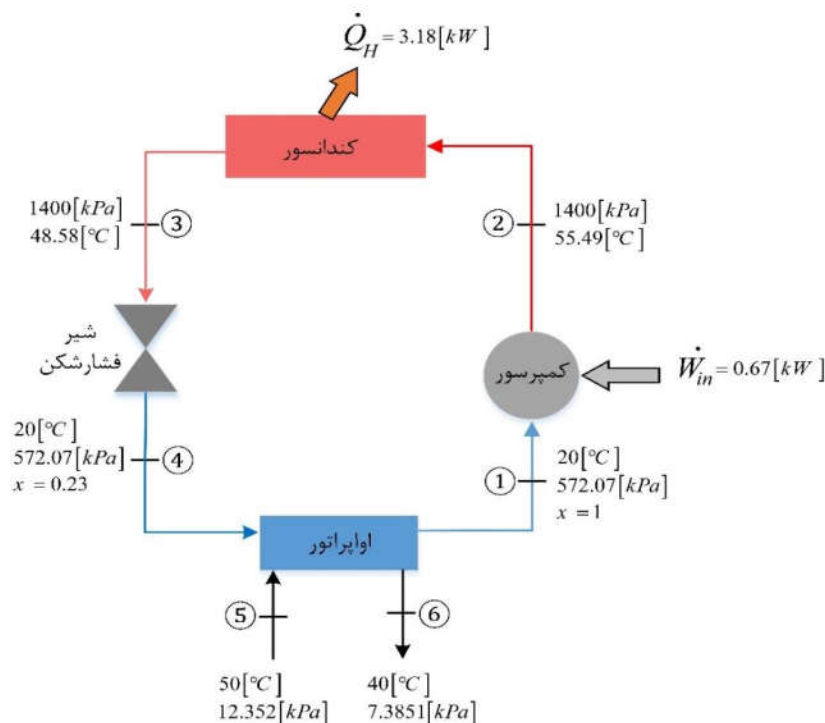
$$\dot{W}_{in} = \dot{m}_R (h_2 - h_1) + \underbrace{\dot{Q}_{out}}_{\text{حرارت دفع شده از کمپرسور به محیط}} = 0.02 \times (280.04 - 261.57) + 0.3 = 0.67[\text{kW}]$$

میزان حرارت دفع شده در کندانسور از رابطه (۷-۴) محاسبه می‌شود:

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_R (h_2 - h_3) = 0.02 \times (280.04 - 121.24) = 3.18[\text{kW}]$$

سپس می‌توان ضریب عملکرد پمپ گرما را از رابطه (۱۰-۴) محاسبه نمود:

$$COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}} = \frac{3.18}{0.67} = 4.75$$



شکل ۴-۹: تغییرات دما و فشار در سیکل پمپ گرمای واقعی

ه) کمترین توان ورودی در حالت تئوری با بار حرارتی مشابه برای کمپرسور.

حل قسمت ه مسئله.

ضریب عملکرد پمپ گرمای برگشت‌پذیر کارنو که بین دو منبع با دمای مشخص کار می‌کند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$COP_{HP,rev} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 - \frac{25 + 273.15}{50 + 273.15}} = 12.93$$

$$\dot{W}_{in,min} = \frac{\dot{Q}_H}{COP_{HP,rev}} = \frac{3.18}{12.93} = 0.25 [kW]$$

جدول ۴-۲: مقایسه سیکل پمپ گرما در حالت واقعی و ایده‌آل

توان ورودی به کمپرسور (کیلووات)	ضریب عملکرد	
۰/۶۷	۴/۷۵	پمپ گرمای واقعی
۰/۲۵	۱۲/۹۳	پمپ گرمای برگشت‌پذیر

مثال ۴-۳: مبرد R-134a با فشار ۸۰۰ کیلوپاسکال و دمای ۵۰ درجه سانتیگراد و دبی جرمی ۰/۰۲۲ کیلوگرم بر ثانیه وارد کندانسور یک پمپ گرمای خانگی شده و کندانسور را در فشار ۷۵۰ کیلوپاسکال با ۳ درجه افت دما نسبت به

حالت اشباع، (به عبارتی سیال در خروجی کندانسور به اندازه ۳ درجه بیشتر از حالت اشباع خود، سرد می‌شود) کندانسور را ترک می‌کند. مبرد با فشار ۲۰۰ کیلوپاسکال و با اختلاف دمای ۴ درجه نسبت به حالت اشباع وارد کمپرسور می‌شود. مطلوبست محاسبه:

شکل ۴-۱۰: پمپ گرمای خانگی

الف) بازده آیزنتروپیک کمپرسور

حل قسمت الف مسئله.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 800[kPa] \\ T_2 = 50[^\circ C] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-9}} h_2 = 286.69 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

دمای خروجی کندانسور در حالت ایده‌آل، دمای اشباع در فشار خروجی می‌باشد:

$$T_{sat@750[kPa]} \xrightarrow{\text{Table A-8}} = 29.06[^\circ C]$$

حال با داشتن افت دما در کندانسور و دمای خروجی در حالت ایده‌آل، دمای واقعی خروجی از کندانسور را محاسبه می‌شود:

$$T_3 = T_{sat@750[kPa]} - 3 = 26.06[^\circ C]$$

به عبارتی سیال در خروجی کندانسور به اندازه ۳ درجه بیشتر از حالت اشباع خود، سرد می‌شود. حال با داشتن دمای خروجی از کندانسور و با مراجعه به جدول A-7 و با میانمایی بین مقادیر آنتالپی اشباع، آنتالپی خروجی از کندانسور محاسبه خواهد شد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 750[kPa] \\ T_2 = 26.06[^\circ C] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-7}} h_3 = 87.92 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

در طی فرآیند فشارشکنی آنتالپی ثابت باقی می‌ماند. بنابراین:

$$h_4 = h_3 = 87.92 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

مبرد در حالت دوفازی وارد اوپراتور شده و در اوپراتور فشار ثابت باقی می‌ماند. از طرفی در حالت ایده‌آل خروجی اوپراتور در حالت بخار اشباع قرار دارد. فشار در اوپراتور $P = 200 kPa$ بوده و بنابراین با مراجعه به جدول A-8:

$$T_4 = T_{sat@200[kPa]} = -10.09[^\circ C]$$

دمای ایده‌آل خروجی از اوپراتور برابر $T_4 = -10.09[^\circ C]$ خواهد بود. با توجه به صورت مسئله، خروجی اوپراتور با اختلاف ۴ درجه سانتیگراد مافوق گرم می‌باشد. به عبارتی در خروجی اوپراتور در حالت واقعی دما ۴ درجه بیشتر از حالت ایده‌آل گرم شده است. بنابراین:

$$T_1 = T_4 + 4 = -6.09[^\circ C]$$

حال با داشتن دما و فشار ورودی به کمپرسور، با مراجعه به جدول A-9 و به کمک میانمایی آنتالپی و آنتروپی ورودی به کمپرسور محاسبه خواهد شد.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 800[kPa] \\ T_1 = 6.09[^\circ C] \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Table A-9}} h_1 = 247.88 \left[\frac{kJ}{kg} \right], s_1 = 0.9504 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

برای محاسبه آنتالپی ایده‌آل خروجی از کمپرسور، باید بازده کمپرسور ۱۰۰ درصد فرض شود. با توجه به اینکه در کمپرسور ایده‌آل آنتروپی ثابت باقی می‌ماند، با مراجعه به جدول A-9 و به کمک میانمایی آنتالپی خروجی از کمپرسور در حالت ایده‌آل محاسبه خواهد شد:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 800[kPa] \\ s_2 = s_1 = 0.9504 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{array} \right. \rightarrow h_{2s} = 277.21 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$0.9504 = 0.9480 + \frac{0.9802 - 0.9480}{286.69 - 276.45} \times (h_{2s} - 276.45) \rightarrow h_{2s} = 277.21 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

حال می‌توان بازده کمپرسور را محاسبه نمود:

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow \frac{277.21 - 247.88}{286.69 - 247.88} \rightarrow \eta_c = 0.76$$

ب) نرخ حرارت وارد شده از طرف پمپ گرما به اتاق

حل قسمت ب مسئله.

میزان حرارت دفع شده در کندانسور از رابطه (۴-۷) محاسبه می‌شود:

$$\dot{Q}_H = \dot{m}(h_2 - h_3) = 0.022 \times (286.69 - 87.92) = 4.37[kW]$$

ج) ضریب عملکرد پمپ گرما

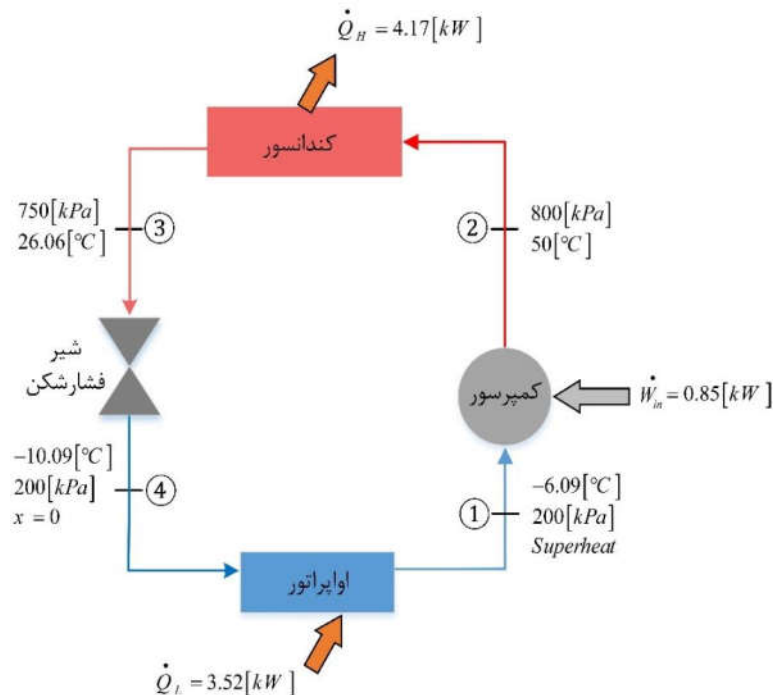
حل قسمت ج مسئله.

توان ورودی به کمپرسور از رابطه (۴-۶) محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_2 - h_1) = 0.022 \times (286.69 - 247.88) = 0.85[kW]$$

سپس می‌توان ضریب عملکرد پمپ گرما را از رابطه (۴-۱۰) محاسبه نمود:

$$COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}} = \frac{4.37}{0.85} = 5.14$$



شکل ۴-۱۱: تغییرات دما و فشار در پمپ گرمای خانگی

ه) ضریب عملکرد و نرخ حرارت وارد شده از طرف پمپ گرما به اتاق اگر این پمپ گرما در سیکل ایده‌آل تبرید تراکمی بین محدوده فشار ۲۰۰ و ۸۰۰ کیلوپاسکال عمل کند.

حل قسمت ه مسئله.

اگر پمپ گرما در حالت ایده‌آل خود عمل کند،

۱- خروجی اوپراتور (ورودی کمپرسور) بخار اشباع

$$\begin{cases} h_1 = h_{g@200[kPa]} = 244.46 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_1 = s_{g@200[kPa]} = 0.93773 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{cases}$$

با توجه به اینکه کمپرسور ایده‌آل بوده و آنتروپی در آن ثابت باقی می‌ماند، با مراجعه به جدول A-9 و به کمک میانبایی آنتالپی خروجی از کمپرسور بدست خواهد آمد:

$$\begin{cases} P_2 = 800[kPa] \\ s_2 = s_1 = 0.93773 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \rightarrow h_2 = 273.28 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

در حالت ایده‌آل خروجی کندانسور مایع اشباع بوده و در فرآیند فشارشکنی آنتالپی ثابت باقی می‌ماند. بنابراین:

$$\begin{cases} h_3 = h_{f@800[kPa]} = 95.47 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ h_4 = h_3 = 95.47 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \end{cases}$$

$$COP_{HP} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} = \frac{273.28 - 95.47}{273.28 - 244.46} = 6$$

$$\dot{Q}_H = \dot{m}(h_2 - h_3) = 0.022 \times (273.28 - 95.47) = 3.91[kW]$$

جدول ۴-۳: مقایسه پمپ گرمای خانگی واقعی و ایده‌آل

پمپ گرمای برگشت‌پذیر (ایده‌آل)	پمپ گرمای واقعی	توان ورودی کمپرسور (کیلووات)
۰/۶۳۴	۰/۸۵	توان ورودی کمپرسور (کیلووات)
۳/۹۱	۴/۳۷	حرارت دفع شده در کندانسور (کیلووات)
۳/۲۸	۳/۵۲	حرارت جذب شده در اواپراتور
۶/۱۷	۵/۱۴	ضریب عملکرد
۲۹/۰۶	۲۶/۰۶	دمای خروجی از کندانسور (درجه سانتیگراد)
-۱۰/۰۹	-۶/۰۹	دمای خروجی از اواپراتور (درجه سانتیگراد)

مطابق با جدول بالا:

۱- در پمپ گرمای واقعی، کار بیشتری در کمپرسور مصرف می‌شود. (در حالت ایده‌آل کار کمپرسور ۰/۶۳۴

کیلووات و در حالت واقعی مصرف کمپرسور ۰/۸۵ کیلووات می‌باشد).

۲- همانطور که می‌دانیم وظیفه کندانسور خنک کردن سیال می‌باشد. در حالت واقعی کندانسور سیال را بیشتر

خنک کرده است. زیرا در حالت واقعی دمای خروجی سیال ۲۶/۰۶ درجه سانتیگراد بوده ولی در حالت

ایده‌آل دمای خروجی از کندانسور برابر ۲۹/۰۶ درجه سانتیگراد می‌باشد. به عبارتی سیال وقتی از کندانسور

واقعی عبور می‌کند به اندازه ۳ درجه سانتیگراد بیشتر خنک شده است. از اینرو حرارتی که در کندانسور

واقعی انتقال می‌یابد بیشتر از حرارت انتقال یافته در کندانسور ایده‌آل می‌باشد. مطابق با جدول در حالت

واقعی انتقال حرارت در کندانسور ۴/۳۷ کیلووات و در حالت ایده‌آل برابر ۳/۹۱ کیلووات می‌باشد.

۳- در حالت ایده‌آل سیال در خروجی اواپراتور در دمای -۱۰/۰۹ درجه سانتیگراد قرار دارد. در حالت واقعی

دمای سیال در خروجی اواپراتور برابر -۶/۰۹ درجه سانتیگراد است. به عبارتی در حالت واقعی سیال با

دمای بیشتری از اواپراتور خارج می‌شود. (به اندازه ۴ درجه سانتیگراد سوپرهیت یا مافوق گرم شده است).

چون سیال با دمای بیشتری خارج شده لذا حرارت بیشتری هم در اواپراتور انتقال یافته است. می‌توان بیان

کرد که:

- در حالت واقعی گرمای بیشتری در اواپراتور جذب شده و همچنین در حالت واقعی گرمای بیشتری در

کندانسور به محیط بیرون انتقال می‌یابد

- در حالت واقعی کار مصرفی کمپرسور بیشتر می‌باشد.

از نظر عملی مبرد در کندانسور ۳ درجه مایع متراکم (سابکول) و ۴ درجه در اواپراتور مافوق گرم (سوپرهیت) شده

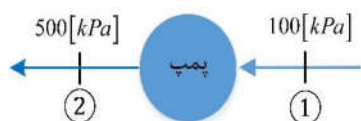
است.

۴-۴- سیستم‌های تبرید جذبی^۱

پمپ و کمپرسور هر دو برای افزایش فشار به کار می‌روند. پمپ برای افزایش فشار مایعات و کمپرسور برای افزایش فشار گازها. منتهی کارمورد نیاز کمپرسور بسیار بیشتر از کار پمپ می‌باشد.

مثال ۴-۴: مقایسه کار مورد نیاز کمپرسور و پمپ برای افزایش فشار کار مورد نیاز پمپ و کمپرسوری را بیابید که قرار است فشار را از ۱۰۰ کیلوپاسکال به ۵۰۰ کیلوپاسکال برساند.

همانطور که مشاهده می‌شود افزایش فشار در هر دو وسیله یکسان است. به عبارتی هر دو، فشار را به اندازه ۴۰۰ کیلوپاسکال افزایش می‌دهند. ولی کار کمپرسور بسیار بیشتر از کار پمپ می‌باشد.

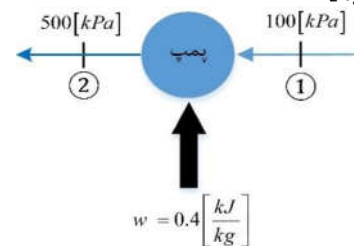


کار پمپ مورد نیاز برای افزایش فشار آب مایع در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد و فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال به فشار ۵۰۰ کیلوپاسکال

$$\begin{cases} T = 20[^\circ\text{C}] \\ P = 100[\text{kPa}] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h = 83.9 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s = 0.296 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 0.296 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ P = 500[\text{kPa}] \end{cases} \rightarrow h = 84.3 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$w = \Delta h = 84.3 - 83.9 = 0.4 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

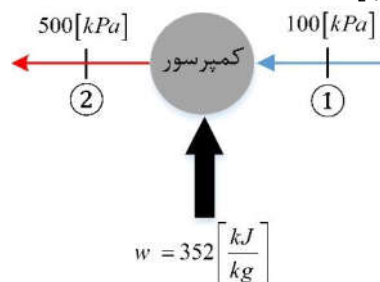


کار کمپرسور مورد نیاز برای افزایش فشار بخار آب در دمای ۱۲۰ درجه سانتیگراد و فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال به فشار ۵۰۰ کیلوپاسکال

$$\begin{cases} T = 120[^\circ\text{C}] \\ P = 100[\text{kPa}] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h = 2716 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s = 7.466 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 7.466 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \\ P = 500[\text{kPa}] \end{cases} \rightarrow h = 3068 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

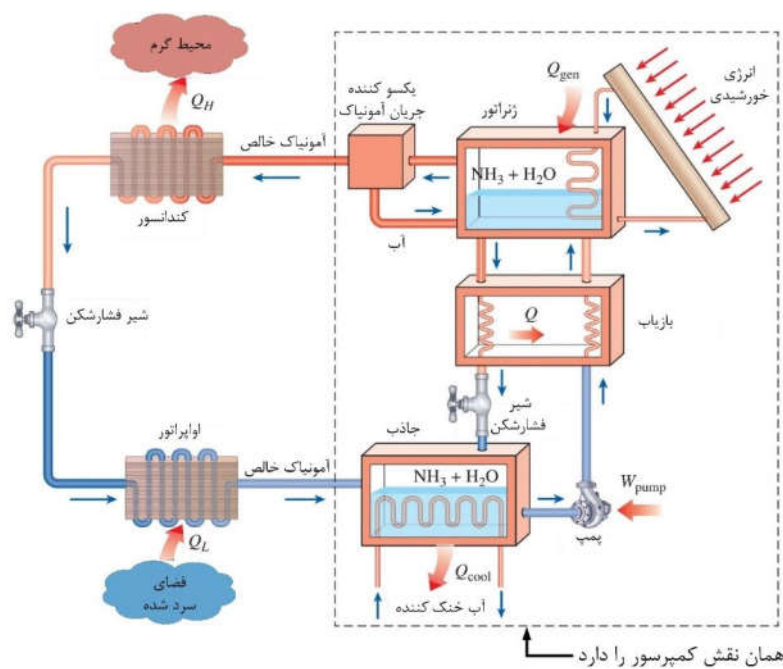
$$w = \Delta h = 3068 - 2716 = 352 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$



به همین دلیل سیکل‌های تراکمی مصرف برق زیادی دارند. ساختار سیکل‌های تراکمی به گونه‌ای است که نمی‌توان از پمپ برای افزایش فشار استفاده کرد. زیرا خروجی اواپراتور (همان ورودی کمپرسور) در حالت بخاری قرار دارد و نه مایع. برای کاهش مصرف برق در سیکل‌های تراکمی می‌توان از سیکل‌های جذبی استفاده کرد. شکل سیکل

^۱ Absorption Refrigerator

جذبی در شکل ۴-۱۲ نشان داده شده است. بخار آمونیاک از اواپراتور خارج و وارد جذب‌کننده می‌شود و در آنجا در آب حل می‌شود. این یک واکنش گرماسازست. مقدار آمونیایی که می‌توان در آب حل کرد با دما به طور معکوس متناسب است. بنابراین باید جذب‌کننده را سرد کرد تا مقدار آمونیاک حل شده در آب به حداکثر برسد. سپس محلول مایع (آمونیاک+آب) به مولد پمپ می‌شود. حال باید آب از آمونیاک جدا شود. در ژنراتور^۲ با انتقال حرارت آمونیاک تبخیر شده و از آب جدا می‌شود. آب باقیمانده به محیط جاذب باز می‌گردد. آمونیاک جدا شده به کندانسور رفته و مسیری مشابه با سیکل تراکمی را طی می‌کند.



شکل ۴-۱۲: سیکل جذبی

جدول ۴-۴: مقایسه سیکل جذبی و سیکل تراکمی

جذبی	تراکمی
چون از پمپ برای افزایش فشار استفاده می‌کنند	چون از کمپرسور برای افزایش فشار استفاده می‌کنند
بسیار بسیار کمتری مصرف می‌کنند	کار زیادی مصرف می‌کنند.
هزینه اولیه بالاتر	هزینه اولیه کمتر
پیچیده و هزینه نگهداری بالاتر	ساده و هزینه نگهداری بسیار کمی دارند
ضریب عملکرد پایینی دارند	ضریب عملکرد بالایی دارند
ضریب عملکرد سیستم‌های تبرید جذبی مطابق رابطه (۴-۱۳) محاسبه می‌شود:	

^۱ Absorber

^۲ Generator

$$COP_{Ref} = \frac{Q_L}{Q_{gen} + W_{pump}} \cong \frac{Q_L}{Q_{gen}} \quad (۱۳-۴)$$

ضریب عملکرد سیستم‌های تبرید جذبی واقعی معمولاً عددی کمتر از ۱ است. بیشینه ضریب عملکرد سیستم‌های جذبی از رابطه (۱۴-۴) محاسبه می‌شود:

$$COP_{max} = \left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right) \times \left(\frac{T_l}{T_0 - T_l}\right) \quad (۱۴-۴)$$

در رابطه (۱۴-۴) T_0 دمای محیط، T_s دمای منبع گرم و T_l دمای محیط سردشونده می‌باشد.

مثال ۴-۵: یک چیلر جذبی حرارت را از یک منبع گرم با دمای ۱۰۵ درجه سانتیگراد می‌گیرد. این چیلر برای سرمایش منبع سرد یک سردخانه با دمای ۱۰- درجه سانتیگراد بکار می‌رود. اگر دمای محیط ۲۵ درجه سانتیگراد باشد، بیشینه ضریب عملکرد چیلر چه مقدار است؟

حل مسئله.

بیشینه ضریب عملکرد از رابطه (۱۴-۴) محاسبه می‌شود:

$$COP_{max} = \left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right) \times \left(\frac{T_l}{T_0 - T_l}\right) = \left(1 - \frac{25 + 273.15}{105 + 273.15}\right) \times \left(\frac{-10 + 273.15}{25 + 10}\right) = 1.59$$

سیستم‌های تهویه مطبوعی را که بر مبنای تبرید جذبی کار می‌کنند چیلرهای جذبی^۱ می‌گویند و اگر منبع گرمایی بتواند گرما را در دمای بالا به مولد (Generator) بدهد و افت دمای کمی داشته باشد، این چیلرها به بهترین شکل ممکن کار می‌کنند. چیلرهای جذبی نوعاً در دمای ورودی $116^\circ C$ ($240^\circ F$) دارای عملکرد بهینه‌اند.

^۱ Absorption Chillers

فصل پنجم: روابط بین خواص ترمودینامیکی

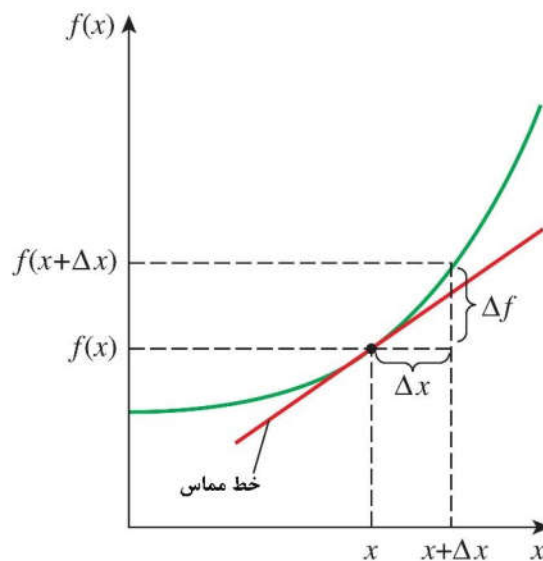
خواص ترمودینامیکی فشار، دما، حجم مخصوص، آنتالپی، انرژی درونی و آنتروپی را در نظر بگیرید:

P	فشار
T	دما
v	حجم مخصوص
h	آنتالپی
U	انرژی درونی
S	آنتروپی

خواص (h, u, s) را نمی‌توان در آزمایشگاه اندازه‌گیری کرد. لذا باید روابطی ارائه کرد که به کمک آن خواص ذکر شده تعیین شود. در این فصل به این روابط اشاره می‌شود.

۱-۵- وابستگی تابع تک متغیره در مقابل دو متغیره

تابع $f = f(x)$ که تنها به متغیر x وابسته است را در نظر بگیرید. از شکل ۱-۵ دیده می‌شود که این تابع ابتدا صاف است اما با افزایش x تندی (شیب) افزایش می‌یابد. شیب منحنی معیاری برای وابستگی تابع $f(x)$ به x است.



شکل ۱-۵: تغییرات تابع تک متغیره

در شکل ۱-۵ ابتدا وابستگی کم بوده (چون شیب منحنی کم است) و با افزایش x میزان وابستگی f به x شدیدتر می‌شود (چون شیب منحنی زیاد می‌شود). وابستگی در یک نقطه توسط شیب خط مماس بر منحنی در آن نقطه اندازه‌گیری شده و از نظر ریاضی با مشتق تابع برابر است. به عبارتی مشتق تابع $f(x)$ آهنگ تغییر f نسبت به x را نشان می‌دهد.

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (1-5)$$

سوال: اگر مقدار متغیر x به اندازه dx تغییر کند، مقدار تغییر تابع f چقدر خواهد بود؟

مطابق با رابطه مشتق، داریم:

$$\underbrace{df}_{\text{تغییرات متغیر وابسته}} = f' \underbrace{dx}_{\text{تغییرات متغیر مستقل}}$$

به عبارتی اگر متغیر x به اندازه dx تغییر کند، مقدار تابع به اندازه $f' dx$ تغییر می‌کند.

مثال ۱-۵: با توجه به تابع $y = x^2 + 2x$ اگر مقدار x از ۲ به $2/1$ تغییر کند، مقدار y چگونه تغییر خواهد کرد؟

$$y = x^2 + 2x$$

راه حل اول:

$$\begin{cases} x_1 = 2 \rightarrow y_1 = 8 \\ x_2 = 2.1 \rightarrow y_2 = 8.61 \end{cases} \rightarrow \Delta y = 8.61 - 8 = 0.61$$

راه حل دوم: استفاده از مفهوم دیفرانسیل

$$\begin{cases} y' = 2x + 2 \\ dy = y' dx \\ x = 2 \\ dx = 0.1 \end{cases} \rightarrow dy = (2x + 2)dx = (2 \times 2 + 2) \times 0.1 = 0.6$$

همانطور که مشاهده می‌شود، مقدار تغییرات y در راه حل اول و دوم تقریباً یکسان است. هر چقدر مقدار dx کوچکتر باشد، dy به Δy نزدیک‌تر و دقیق‌تر خواهد بود.

مثال ۲-۵: اکنون تابع $Z = Z(x, y)$ را در نظر بگیرید که به دو متغیر x و y وابسته است.

- با تغییر مقدار x مقدار تابع Z تغییر می‌کند.
- با تغییر مقدار y مقدار تابع Z تغییر می‌کند.

حال به سوالات زیر پاسخ داده می‌شود.

اگر متغیر y ثابت باشد، $(y = cte)$ آنگاه با تغییر مقدار x به اندازه dx تابع Z چگونه تغییر می‌کند؟

$$\underbrace{dz}_{\text{تغییرات } Z} = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x} dx}_{\text{تغییرات } Z \text{ بواسطه تغییرات } x}$$

اگر متغیر x ثابت باشد، $(x = cte)$ آنگاه با تغییر مقدار y به اندازه dy تابع Z چگونه تغییر می‌کند؟

$$\underbrace{dz}_{\text{تغییرات } Z} = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial y} dy}_{\text{تغییرات } Z \text{ بواسطه تغییرات } y}$$

اگر هر دو متغیر x و y به اندازه dx و dy تغییر کنند، تابع Z چگونه تغییر می‌کند:

$$\underbrace{dz}_{\text{تغییرات } Z} = \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x} dx}_{\text{تغییرات } Z \text{ بواسطه تغییرات } x} + \underbrace{\frac{\partial z}{\partial y} dy}_{\text{تغییرات } Z \text{ بواسطه تغییرات } y}$$

دیفرانسیل d تغییرات کلی یک تابع را نشان می‌دهد و تأثیر تمام متغیرها را در نظر می‌گیرد. در حالی که ∂ تغییرات یک متغیر را نشان می‌دهد.

مثال ۳-۵: تابع دو متغیره $z(x, y) = xy$ را در نظر بگیرید. اگر $dx = 0.1$ و $dy = 0.05$ باشد، تغییرات تابع $z(x, y)$ را در سه حالت زیر در نقطه $(2, 3)$ بیابید.

الف) x و y هر دو تغییر کنند.

راه حل اول:

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 3 \end{cases} \rightarrow z_1 = 2 \times 3 = 6$$

$$\begin{cases} x_2 = 2.1 \\ y_2 = 3.05 \end{cases} \rightarrow z_2 = 2.1 \times 3.05 = 6.405$$

$$\rightarrow \Delta z = z_2 - z_1 = 6.405 - 6 = 0.405$$

راه حل دوم: استفاده از مفهوم دیفرانسیل

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \rightarrow dz = ydx + xdy$$

$$\rightarrow dz = 3 \times 0.1 + 2 \times 0.05 = 0.4$$

ب) y ثابت و x از ۲ به ۲/۱ تغییر کند.

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx \rightarrow dz = ydx$$

$$\rightarrow dz = 3 \times 0.1 = 0.3$$

ج) x ثابت باشد و y از ۳ به ۳/۰۵ تغییر کند.

$$dz = \frac{\partial z}{\partial y} dy \rightarrow dz = xdy$$

$$\rightarrow dz = 2 \times 0.05 = 0.1$$

مثال ۴-۵: هوا در شرایط $300[K]$ و $0.86 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$ را در نظر بگیرید. حالت گاز بر اثر یک آشفستگی تبدیل به $302[K]$

و $0.87 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$ می‌شود با استفاده از معادله حالت گاز، تغییرات فشار را تخمین بزنید.

حل مسئله.

تغییرات T و v را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$dT \cong \Delta T = (302 - 300) = 2[K]$$

$$dv \cong \Delta v = (0.87 - 0.86) = 0.01 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

گاز ایده‌آل از رابطه $Pv = RT$ پیروی می‌کند در نتیجه $P = \frac{RT}{v}$. توجه کنید که R ثابت است و بنابراین فشار تابعی از دما و حجم مخصوص است $P = P(T, v)$. با تغییر T و v فشار تغییر می‌کند. تغییرات فشار را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T dv = \frac{R}{v} \times dT - \frac{RT}{v^2} dv$$

با جایگذاری داریم:

$$\rightarrow dP = [0.287] \times \left[\frac{2}{(0.86)} - \frac{\frac{300+302}{2} \times (0.01)}{(0.86)^2} \right] = -0.49[kPa]$$

بنابراین فشار بر اثر آشفستگی به اندازه $0.49[kPa]$ کاهش می‌یابد. توجه داشته باشید اگر حجم مخصوص ثابت بماند ($dv = 0$) آنگاه افزایش ۲ درجه‌ای در دما باعث می‌شود فشار به اندازه $0.67[kPa]$ افزایش می‌یابد. اگر دما ثابت می‌ماند ($dT = 0$) افزایش 0.01 در حجم مخصوص باعث می‌شود فشار به اندازه $1.16[kPa]$ کاهش یابد.

به طور خلاصه می‌توان گفت:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dT = (\partial P)_v = 0.67[kPa]$$

اگر در حجم ثابت دما به اندازه ۲ کلوین تغییر کند فشار 0.67 کیلوپاسکال تغییر می‌کند

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T dv = (\partial P)_T = -1.16[kPa]$$

یعنی اگر در دمای ثابت حجم به اندازه $0.01 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$ تغییر کند، فشار 1.16 کیلوپاسکال تغییر می‌کند

$$dP = (\partial P)_v + (\partial P)_T = 0.67 - 1.16 = -0.49[kPa]$$

بواسطه تغییر در حجم و دما به طور همزمان، فشار 0.49 کیلوپاسکال کاهش خواهد یافت

۵-۲- تابع دیفرانسیل کامل

تابع $Z = Z(x, y)$ را در نظر بگیرید. دیفرانسیل تابع Z با تعریف $M = \frac{\partial Z}{\partial x}$ و $N = \frac{\partial Z}{\partial y}$ به صورت $dZ = M dx + N dy$ نوشته می‌شود. برای دیفرانسیل کامل رابطه $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ برقرار است. می‌توان ثابت کرد که

خواص ترمودینامیکی دیفرانسیل کامل هستند. به طور مثال برای گاز ایده‌آل فشار تابع $P = P(T, v)$ بوده و بنابراین دیفرانسیل P به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial T} dT + \frac{\partial P}{\partial v} dv \quad (2-5)$$

حال صحت رابطه $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y}$ بررسی می‌شود.

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial T \partial v} \\ \frac{\partial N}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial v \partial T} \end{array} \right] \rightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y}$$

برای همه خواص می‌توان اثبات کرد که رابطه $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y}$ برقرار است. لذا خواصی همچون فشار، حجم و دما توابع نقطه‌ای پیوسته‌اند و دارای دیفرانسیل دقیق‌اند.

۳-۵- رابطه تقابل و سیکلی

سه متغیر x , y و z را در نظر بگیرید. در ریاضیات دو رابطه سیکلی و تقابل وجود دارند که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = 1 \quad \text{یا} \quad \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y} \quad (3-5)$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1 \quad \text{یا} \quad \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1 \quad (4-5)$$

رابطه (۳-۵) را رابطه تقابل^۱ می‌گویند و نشان می‌دهد که مشتق جزئی که ترتیب آن معکوس شده است با معکوس آن مشتق برابر است. رابطه (۴-۵) را رابطه سیکلی^۲ می‌گویند و در ترمودینامیک اغلب از آن استفاده می‌شود.

مثال ۵-۵: با استفاده از رابطه حالت گازهای ایده‌آل $Pv = RT$ صحت رابطه سیکلی و تقابل را بررسی کنید.

حل قسمت الف مسئله.

معادله حالت گاز ایده‌آل $Pv = RT$ شامل سه متغیر T , P , v است. از این رابطه سه تابع زیر استخراج می‌شوند:

$$\begin{cases} P = P(T, v) \\ T = T(P, v) \\ v = v(P, T) \end{cases}$$

^۱ Reciprocity Relation

^۲ Cyclic Relation

$$P = \frac{RT}{v} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T = -\frac{RT}{v^2}$$

$$v = \frac{RT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P}$$

$$T = \frac{Pv}{R} \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v = \frac{v}{R}$$

رابطه سیکلی برای یک گاز ایده‌آل بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_v = -1$$

آیا رابطه بالا صادق است. با جایگذاری در رابطه سیکلی:

$$\left(-\frac{RT}{v^2} \right) \times \left(\frac{R}{P} \right) \times \left(\frac{v}{R} \right) = -\frac{RT}{Pv} = -1$$

که مشاهده می‌شود رابطه سیکلی اثبات شد.

حل قسمت ب مسئله.

رابطه تقابل برای یک گاز ایده‌آل در فشار ثابت را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P}$$

حال باید بررسی نمود که رابطه بالا برقرار است یا خیر؟

$$\begin{cases} v = \frac{RT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} \\ T = \frac{Pv}{R} \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P = \frac{P}{R} \end{cases} \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_P}$$

همانطور که مشاهده می‌شود رابطه تقابل برقرار است.

۵-۴- روابط ماکسول

به کمک روابط دیفرانسیلی زیر که اثبات آن در کتب مرجع ترمودینامیک وجود دارد، روابط ماکسول استخراج می‌شوند:

$$\begin{cases} du = \underbrace{T}_{\overline{M}} ds - \underbrace{P}_{\overline{N}} dv \\ M_v = N_s \end{cases} \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_s = - \left(\frac{\partial P}{\partial s} \right)_v \quad (5-5)$$

$$\begin{cases} dh = \underbrace{T}_{\overline{M}} ds + \underbrace{v}_{\overline{N}} dP \\ M_P = N_s \end{cases} \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s} \right)_P \quad (6-5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} da = \frac{-s}{M} dT - \frac{P}{N} dv \\ M_v = N_T \end{array} \rightarrow -\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \right. \quad (۷-۵)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dg = \frac{-s}{M} dT + \frac{v}{N} dP \\ M_P = N_T \end{array} \rightarrow -\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \right. \quad (۸-۵)$$

۵-۵- معادله کلایرون

با استفاده از این معادله می‌توان تغییر آنتالپی منسوب به تغییر فاز را از روی P, T, v بدست آورد. سومین رابطه ماکسول $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$ را در نظر بگیرید. چون فشار در فرآیند تغییر فاز برابر با فشار اشباع بوده و فقط به دمای اشباع وابسته است، لذا فشار اشباع تابعی از دمای اشباع می‌باشد ($P_{sat} = f(T_{sat})$). بنابراین عبارت $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$ نسبت به حجم مخصوص تغییر نکرده و برابر $\frac{dP}{dT}$ خواهد بود. به عبارتی dv برابر $\left(\int_f^g \frac{dP}{dT}\right)_{sat} dv$ خواهد بود.

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat} \rightarrow \int_f^g \partial s = \underbrace{\left(\int_f^g \frac{dP}{dT}\right)_{sat}}_{\left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat} v_{fg}} dv \rightarrow s_{fg} = \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat} \times v_{fg} \quad (۹-۵)$$

از طرفی با توجه به رابطه $dh = Tds - vdp$ در فرآیند تغییر فاز $dp = 0$ بوده و لذا $dh = Tds$ در فرآیند تغییر فاز دما ثابت بوده و لذا $h_{fg} = T_{sat} \times s_{fg}$ با جایگذاری در رابطه بالا:

$$h_{fg} = T_{sat} \times \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat} \times v_{fg} \quad (۱۰-۵)$$

بنابراین با اندازه‌گیری دما، فشار و حجم مخصوص می‌توان از رابطه $s_{fg} = \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat} \times v_{fg}$ مقدار انتروپی تغییر فاز و از رابطه $h_{fg} = T_{sat} \times \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat} \times v_{fg}$ تغییرات انتالپی تغییر فاز را بدست آورد.

مثال ۶-۵: با استفاده از معادله کلایرون (۱۰-۵) مقدار آنتالپی تبخیر مبرد $R-134a$ را در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد تخمین بزنید و آن را با مقدار داده شده در جدول مقایسه کنید.

حل مسئله.

در رابطه (۱۰-۵) مقدار T_{sat} ، v_{fg} و $\left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat}$ را می‌توان از نتایج آزمایشگاهی (جدول A-7) بدست آورد:

$$\begin{aligned} v_{fg} &= (v_g - v_f)_{@20^\circ C} = 0.0358 - 0.0008157 = 0.0350 \left[\frac{m^3}{kg} \right] \\ \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sat@20[^\circ C]} &\cong \left(\frac{\Delta P}{\Delta T}\right)_{sat@20[^\circ C]} = \frac{P_{sat@24[^\circ C]} - P_{sat@16[^\circ C]}}{24[^\circ C] - 16[^\circ C]} = \frac{645.66 - 504.16[kPa]}{8[^\circ C]} \\ &= 17.69 \left[\frac{kPa}{K} \right] \end{aligned}$$

با جایگذاری:

$$h_{fg} = (20 + 273.15) \times (0.0350) \times (17.69) = 181.5 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

مقدار جدولی h_{fg} در ۲۰ درجه سانتیگراد برابر با $182.27 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ است. اختلاف کوچک بین این دو مقدار ناشی از

تقریبی است که در تعیین شیب منحنی اشباع در ۲۰ درجه سانتیگراد به کار گرفته شده است.

۵-۶- رابطه‌های کلی برای محاسبه تغییرات آنترופی، انرژی درونی، آنتالپی گازها

در این قسمت رابطه‌های کلی برای تغییرات انرژی درونی، آنتالپی و آنترופی بر حسب فشار، حجم مخصوص، دما و گرماهای ویژه مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از روابط ماکسول ((۵-۵) تا ((۸-۵) و کمی ساده‌سازی می‌توان به معادلات زیر رسید:

$$du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right] dv \quad \text{تغییرات انرژی درونی} \quad (۱۱-۵)$$

$$dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP \quad \text{تغییرات آنتالپی} \quad (۱۲-۵)$$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv \quad \text{تغییرات آنترופی بر حسب دما و حجم} \quad (۱۳-۵)$$

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dP \quad \text{تغییرات آنترופی بر حسب دما و فشار} \quad (۱۴-۵)$$

در ادامه معادلات ذکر شده برای گاز ایده‌آل ساده‌سازی می‌شوند.

۵-۶-۱- محاسبه تغییرات آنترופی، انرژی درونی، آنتالپی گازهای ایده‌آل

معادلات (۱۱-۵) تا (۱۴-۵) برای گاز ایده‌آل مورد بررسی و ساده می‌شوند.

۵-۶-۱-۱ محاسبه تغییرات آنترופی گازهای ایده‌آل

در رابطه $ds = \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dP$ باید مقدار عبارت $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$ را تعیین کرد. با توجه به رابطه $Pv = RT$ داریم:

$$Pv = RT \rightarrow v = \frac{RT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} \quad (۱۵-۵)$$

بنابراین با جایگذاری $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P}$ در رابطه $ds = \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dP$ خواهیم داشت:

$$\int_{S_1}^{S_2} ds = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p}{T} dT - \int_{P_1}^{P_2} \frac{R}{P} dP \quad (۱۶-۵)$$

۵-۶-۱-۲ محاسبه تغییرات آنتالپی گازهای ایده‌آل

تغییرات آنتالپی از رابطه $dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP$ بدست می‌آید. باید مقدار $\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$ را تعیین کرد. با توجه به رابطه $Pv = RT$ خواهیم داشت:

$$Pv = RT \rightarrow v = \frac{RT}{P} \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} \quad (۱۷-۵)$$

با جایگذاری در رابطه آنتالپی خواهیم داشت:

$$dh = c_p dT + \left[v - \frac{RT}{P} \right] dP \rightarrow dh = c_p dT + \underbrace{\left[v - \frac{RT}{P} \right]}_0 dP \rightarrow dh = c_p dT \Rightarrow h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT \quad (18-5)$$

۵-۶-۱-۳ محاسبه تغییرات انرژی درونی گازهای ایده‌آل

تغییرات انرژی درونی از رابطه $du = c_v dT + \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right] dv$ بدست می‌آید. باید مقدار $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$ را مشخص کرد. با توجه به رابطه $Pv = RT$ خواهیم داشت:

$$Pv = RT \rightarrow P = \frac{RT}{v} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v} \quad (19-5)$$

با جایگذاری در رابطه انرژی درونی خواهیم داشت:

$$du = c_v dT + \underbrace{\left[\frac{Pv}{v} - P \right]}_0 dv \rightarrow du = c_v dT \rightarrow u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT \quad (20-5)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود:

- انرژی درونی و آنتالپی برای گاز ایده‌آل فقط تابعی از دما می‌باشد به طوری که با تغییر دما (فشار بی‌تاثیر است) انرژی درونی و آنتالپی تغییر خواهد کرد.

- آنتروپی گاز ایده‌آل برخلاف آنتالپی و انرژی درونی که فقط تابعی از دما هستند، تابعی از فشار نیز هست.

نکته: مقدار c_p و c_v به دما وابسته اند. اگر تغییرات دما زیاد نباشد، می‌توان آنها را ثابت گرفت.

جمع‌بندی:

اگر مقدار c_p و c_v ثابت فرض شوند، تغییرات آنتروپی، آنتالپی و انرژی درونی برای گازهای ایده‌آل به صورت زیر خواهد بود:

$$u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1) \quad \text{تغییرات انرژی درونی} \quad (21-5)$$

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \quad \text{تغییرات آنتالپی} \quad (22-5)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad \text{تغییرات آنتروپی} \quad (23-5)$$

مثال ۷-۵: گاز اکسیژن از حالت اولیه با دمای ۳۰۰ کلوین و فشار ۱ مگاپاسکال به حالت ثانویه با دمای ۳۵۰ کلوین و فشار ۲ مگاپاسکال می‌رسد. تغییرت خواص انرژی درونی و آنتالپی را بیابید.

حل مسئله.

ابتدا خواص بحرانی اکسیژن از جدول A-1 خوانده می‌شوند:

$$\begin{cases} T_{cr} = 154.8 [K] \\ P_{cr} = 5.08 [MPa] \end{cases}$$

چون $T > T_{cr}$ و $P < P_{cr}$ است، بنابراین اکسیژن به صورت ایده‌آل رفتار می‌کند. البته روش دقیق‌تر محاسبه مقدار

ضریب تراکم‌پذیری می‌باشد. اگر مقدار ضریب تراکم‌پذیری برابر $(Z = 1)$ باشد گاز رفتاری ایده‌آل از خود نشان می‌دهد. تغییرات انرژی درونی و آنتالپی گاز ایده‌آل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

توجه شود که در این مسئله c_p و c_v ثابت فرض شده و از جدول A-1(a) خوانده می‌شوند. اما اگر c_p و c_v ثابت نباشند، مقادیر آن‌ها بر اساس دمای متوسط $\left(\frac{T_1+T_2}{2}\right)$ از جدول A-1(b) خوانده می‌شوند.

$$\begin{cases} \Delta u = c_v \Delta T \\ c_v = 0.658 \end{cases} \rightarrow \Delta u = 0.658 \times (350 - 300) = 32.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\begin{cases} \Delta h = c_p \Delta T \\ c_p = 0.918 \end{cases} \rightarrow \Delta h = 0.918 \times (350 - 300) = 45.9 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

مثال ۵-۸: تغییرات انرژی درونی، آنتالپی و آنتروپی را برای هوا بیابید. هوا از حالت اولیه با دمای ۲۹۵ کلوین و فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال به حالت ثانویه با دمای ۳۲۰ کلوین و فشار ۱۵۰ کیلوپاسکال می‌رسد. $(c_p = 1.005 \text{ \& } c_v = 0.717)$

حل مسئله.

هوا را می‌توان گاز ایده‌آل فرض کرد. برای خواندن خواص به جدول A-10 رجوع می‌شود:

$$T_1 = 295[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_1 = 295.17 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ u_1 = 210.49 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_1 = 5.688 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{cases}$$

$$T_2 = 320[K] \xrightarrow{\text{Table A-10}} \begin{cases} h_2 = 320.29 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ u_2 = 228.42 \left[\frac{kJ}{kg} \right] \\ s_2 = 5.654 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{cases}$$

$$h_2 - h_1 = 320.29 - 295.17 = 25.12 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$u_2 - u_1 = 228.42 - 210.49 = 17.93 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$s_2 - s_1 = 5.654 - 5.688 = -0.04 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

حال تغییرات بوسیله روابط (۵-۲۱) تا (۵-۲۳) محاسبه می‌شود:

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = 1.005 \times (320 - 295) = 25.13 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1) = 0.717 \times (320 - 295) = 17.93 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1.005 \times \ln\left(\frac{320}{295}\right) - 0.287 \times \ln\left(\frac{150}{100}\right) = -0.06 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

مشاهده می‌شود که میزان تغییرات بدست آمده بوسیله اطلاعات جدول و روابط ذکر شده تفاوت چندانی با هم ندارند.

جدول ۱-۵: مقایسه نتایج برای روش جدولی و روش فرمولی

روش فرمولی	روش جدولی	تغییرات آنتالپی
۲۵/۱۳	۲۵/۱۲	تغییرات انرژی درونی
۱۷/۹۳	۱۷/۹۳	تغییرات آنتروپی
-۰/۰۶	-۰/۰۴	

مثال ۹-۵: برای معادله حالت گاز واندروالس $\left[P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \right]$ و برای یک فرآیند دما ثابت ($dT = 0$) رابطه‌ای برای محاسبه موارد زیر بنویسید:

الف) تغییرات انرژی درونی

حل قسمت الف مسئله.

تغییرات انرژی درونی از رابطه $\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT + \int_{v_1}^{v_2} \left(T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right) dv$ بدست می‌آید. چون در فرآیند دمای ثابت $dT = 0$ است، شکل انتگرالی رابطه ذکر شده به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT + \int_{v_1}^{v_2} \left(T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right) dv = \int_{v_1}^{v_2} \left(T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right) dv$$

معادله حالت واندوالس را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v-b}$$

بنابراین حاصل عبارت $\left(T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right)$ برابر است با:

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P = \frac{RT}{v-b} - \frac{RT}{v-b} + \frac{a}{v^2} = \frac{a}{v^2}$$

با جایگذاری در رابطه بالا تغییرات انرژی درونی برابر است با:

$$\Delta u = \int_{v_1}^{v_2} \frac{a}{v^2} dv = a \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right)$$

ب) تغییرات آنتالپی

حل قسمت ب مسئله.

تغییرات آنتالپی را می‌توان بر حسب تغییرات انرژی درونی به صورت زیر نوشت:

$$\Delta h = \Delta u + (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

برای محاسبه عبارت Pv ، از رابطه $P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$ کمک گرفته می‌شود کافیت این رابطه در حجم مخصوص ضرب شود.

$$Pv = \frac{RTv}{v-b} - \frac{a}{v}$$

بنابراین:

$$P_2 v_2 - P_1 v_1 = RT \left(\frac{v_2}{v_2 - b} - \frac{v_1}{v_1 - b} \right) + a \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right)$$

با داشتن تغییرات انرژی درونی از قسمت الف مسئله و با جایگذاری در رابطه تغییرات آنتالپی، خواهیم داشت:

$$\Delta h = 2a \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) + RT \left(\frac{v_2}{v_2 - b} - \frac{v_1}{v_1 - b} \right)$$

ج) تغییرات آنتروپی

حل قسمت ج مسئله.

چون در فرآیند دمای ثابت $dT = 0$ است، شکل انتگرالی رابطه (۵-۱۳) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v}{T} dT + \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv$$

از قسمت الف مسئله $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v-b}$ بوده و با جایگذاری در رابطه ساده بالا، تغییرات آنتروپی برابر است با:

$$\Delta s = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{R}{v-b} \right) dv = R \ln \left(\frac{v_2 - b}{v_1 - b} \right)$$

۵-۶-۲- تغییرات انرژی درونی، آنتالپی و آنتروپی برای گازهای واقعی

گازها در فشار کم و دمای زیاد (نسبت به دما و فشار بحرانی) مانند گازهای ایده‌آل رفتار کرده و از رابطه $Pv = RT$ پیروی می‌کنند. تعیین خواص گازهای ایده‌آل تقریباً ساده است زیرا خواص فقط به دما بستگی دارند. ولی گازها در فشارهای زیاد انحراف قابل توجهی از رفتار گاز ایده‌آل دارند و این انحراف را باید در نظر گرفت.

خواص گازهای حقیقی همانند انرژی درونی، آنتالپی، گرمای ویژه در حجم ثابت و گرمای ویژه در فشار ثابت به طور کلی به دما و فشار وابسته‌اند. از این رو تغییرات آنتالپی گازهای حقیقی در هر فرآیند را می‌توان از رابطه (۵-۲۴) به‌دست آورد:

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT + \int_{P_1}^{P_2} \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP \quad (۵-۲۴)$$

که در رابطه بالا P_1, P_2, T_1 و T_2 به ترتیب فشار و دمای گاز در حالت‌های اولیه و نهایی‌اند.

معمولا محاسبات اختلاف انتالپی با کمک رابطه بالا، عمل سخت و پیچیده‌ای می‌باشد. برای محاسبه تغییرات انتالپی گاز واقعی سعی می‌شود از تغییرات انتالپی گازهای ایده‌آل کمک گرفت. همانطور که می‌دانیم:

$$\text{تغییرات انتالپی گاز ایده آل} \neq \text{تغییرات انتالپی گاز واقعی} \quad (25-5)$$

به عبارتی فرض کنید گاز از حالت ۱ واقعی به حالت ۲ واقعی برود آنگاه:

$$\text{خطا} + \text{تغییرات انتالپی گاز ایده آل} = \text{تغییرات انتالپی گاز واقعی} \quad (26-5)$$

با اندکی ساده‌سازی برای محاسبه تغییرات انتالپی واقعی می‌توان از روابط (27-5) و (28-5) استفاده کرد:

$$\underbrace{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(\bar{R} T_{cr} (Z_{h_2} - Z_{h_1}) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \quad (27-5)$$

$$\underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(R T_{cr} (Z_{h_2} - Z_{h_1}) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (28-5)$$

به همین ترتیب تغییرات انرژی درونی گاز واقعی از روابط (29-5) و (30-5) محاسبه می‌شود:

$$\underbrace{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(\bar{R} (T_2 Z_2 - T_1 Z_1) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \quad (29-5)$$

$$\underbrace{u_2 - u_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{u_2 - u_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(R (T_2 Z_2 - T_1 Z_1) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (30-5)$$

و نیز تغییرات آنتروپی گاز واقعی از روابط (31-5) و (32-5) محاسبه می‌شود:

$$\underbrace{\bar{s}_2 - \bar{s}_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{\bar{s}_2 - \bar{s}_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(\bar{R} (Z_{s_2} - Z_{s_1}) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \quad (31-5)$$

$$\underbrace{s_2 - s_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{s_2 - s_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(R (Z_{s_2} - Z_{s_1}) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kg.K} \right] \quad (32-5)$$

لازم به ذکر است که برای گازها رابطه $R = \frac{\bar{R}}{M}$ و $\bar{R} = 8.314 \frac{kJ}{kmol.K}$ برقرار است.

مقادیر مربوط به گاز ایده‌آل را از جداول A-10 تا A-17 و مقادیر Z_h از نمودار A-21 و مقادیر Z_s از نمودار A-22 و مقادیر Z از نمودار A-23 بدست می‌آید.

مثال ۱۰-۵: تغییر انتالپی ۱ مول گاز اکسیژن که از حالت اولیه ۲۲۰ کلوین و ۵ مگاپاسکال به حالت ثانویه ۳۰۰ کلوین و ۱۰ مگاپاسکال می‌رود را در دو حالت زیر محاسبه کنید:

الف) اگر رفتار گاز ایده‌آل باشد.

حل قسمت الف مسئله.

در این حالت با مراجعه به جدول و با توجه به دمای اولیه و ثانویه مقدار آنتالپی خوانده می‌شوند:

$$\begin{cases} T_1 = 220[K] \xrightarrow{\text{Table A-12}} \bar{h}_1 = 6404 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ T_2 = 300[K] \xrightarrow{\text{Table A-12}} \bar{h}_2 = 8736 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$\rightarrow (\bar{h}_2 - \bar{h}_1) = 8736 - 6404 = 2332 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

ب) اگر رفتار گاز واقعی باشد.

حل قسمت ب مسئله.

در این حالت از رابطه (۲۷-۵) استفاده می‌شود:

$$\bar{h}_2 - \bar{h}_1 = \bar{h}_2 - \bar{h}_1 - \frac{(\bar{R}T_{cr}(Z_{h_2} - Z_{h_1}))}{\left[\frac{kJ}{kmol} \right]}$$

خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی حالت ایده آل حالت واقعی

$$O_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 154.8[K] \\ P_{cr} = 5.08[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_1 = \frac{220}{154.8} = 1.42 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_1 = \frac{5}{5.08} = 0.98 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-29}} Z_{h_1} = 0.53$$

$$O_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 154.8[K] \\ P_{cr} = 5.08[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_2 = \frac{300}{154.8} = 1.94 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_2 = \frac{10}{5.08} = 1.97 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_2} = 0.48$$

با جایگذاری در رابطه (۲۷-۵):

$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{\text{واقعی}} = (8736 - 6404)_{\text{ایده آل}} - 8.314 \times 154.8 (0.48 - 0.53) = 2396 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

مثال ۱۱-۵: تغییرات آنتالپی و آنتروپی گاز دی‌اکسید کربن را از حالت اولیه با دمای ۲۵۰ کلوین و فشار ۷ مگاپاسکال

به حالت ثانویه با دمای ۲۸۰ کلوین و فشار ۱۲ مگاپاسکال بیابید؟

الف) گاز CO_2 به صورت ایده‌آل رفتار کند.

حل قسمت الف مسئله.

در این حالت با مراجعه به جدول و با توجه به دمای اولیه و ثانویه مقدار آنتالپی و آنتروپی خوانده می‌شوند:

$$\begin{cases} T_1 = 250[K] \xrightarrow{\text{Table A-13}} \bar{h}_1 = 7627 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ T_2 = 280[K] \xrightarrow{\text{Table A-13}} \bar{h}_2 = 8697 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 = 250[K] \xrightarrow{\text{Table A-13}} \bar{s}_1^\circ = 207.337 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \\ T_2 = 280[K] \xrightarrow{\text{Table A-13}} \bar{s}_2^\circ = 211.376 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \end{cases}$$

$$\rightarrow (\bar{h}_2 - \bar{h}_1) = 8697 - 7627 = 1070 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

تغییرات آنتروپی برای گاز ایده‌آل از رابطه (۳۳-۵) محاسبه می‌شود:

$$(\bar{s}_2 - \bar{s}_1) = \bar{s}_2^\circ - \bar{s}_1^\circ - \bar{R} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \quad (۳۳-۵)$$

$$(\bar{s}_2 - \bar{s}_1) = 211.376 - 207.337 - 8.314 \ln \left(\frac{12}{7} \right) = -0.442 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right]$$

برای تبدیل واحد کیلومول به کیلوگرم، باید مقادیر تغییرات آنتالپی و آنتروپی بر جرم مولی گاز کربن دی‌اکسید تقسیم شوند. برای خواندن جرم مولی گازها به جدول A-1 رجوع شود.

$$CO_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} M = 44.01 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

$$h_2 - h_1 = \frac{(\bar{h}_2 - \bar{h}_1) \left[\frac{kJ}{kmol} \right]}{M \left[\frac{kg}{kmol} \right]} = \frac{1070}{44} = 24.32 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$s_2 - s_1 = \frac{(\bar{s}_2 - \bar{s}_1) \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right]}{M \left[\frac{kg}{kmol} \right]} = \frac{-0.442}{44} = -0.01 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right]$$

ب) رفتار گاز CO_2 واقعی باشد.

حل قسمت ب مسئله.

برای محاسبه تغییرات آنتالپی از رابطه (۲۷-۵) استفاده می‌شود:

$$\bar{h}_2 - \bar{h}_1 = \underbrace{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}_{\text{حالت واقعی}} - \underbrace{(\bar{R}T_{cr}(Z_{h_2} - Z_{h_1}))}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$CO_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 304.2[K] \\ P_{cr} = 7.39[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_1 = \frac{250}{304.2} = 0.82 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_1 = \frac{7}{7.39} = 0.95 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_1} = 5.5$$

$$CO_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 304.2[K] \\ P_{cr} = 7.39[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_2 = \frac{280}{304.2} = 0.92 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_2 = \frac{12}{7.39} = 1.62 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_2} = 5$$

با جایگذاری در رابطه (۲۷-۵):

$$(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{\text{واقعی}} = (8697 - 7627)_{\text{ایده آل}} - 8.314 \times 304.2 (5 - 5.5) = 2334.56 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] = 53.05 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

برای محاسبه تغییرات آنتروپی از رابطه (۳۱-۵) استفاده می‌شود:

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2 - \bar{s}_1 - \frac{(\bar{R}(Z_{s_2} - Z_{s_1}))}{\left[\frac{kJ}{kmol.K} \right]}$$

خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی حالت ایده آل حالت واقعی

$$CO_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 304.2[K] \\ P_{cr} = 7.39[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_1 = \frac{250}{304.2} = 0.82 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_1 = \frac{7}{7.39} = 0.95 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-22}} Z_{s_1} = 5.3$$

$$CO_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 304.2[K] \\ P_{cr} = 7.39[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_2 = \frac{280}{304.2} = 0.92 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_2 = \frac{12}{7.39} = 1.62 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-22}} Z_{s_2} = 4.2$$

با جایگذاری در رابطه (۳۱-۵):

$$(\bar{s}_2 - \bar{s}_1)_{\text{واقعی}} = (-0.442)_{\text{ایده آل}} - 8.314 \times (4.2 - 5.3) = 8.7 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] = 0.2 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right]$$

مثال ۵-۱۲: گاز متان به صورت آدیاباتیک طی یک جریان پایا با دبی جرمی ورودی 0.33 کیلوگرم بر ثانیه در یک کمپرسور فشرده می‌شود. گاز متان با دمای $263/15$ کلون و فشار 0.8 مگاپاسکال وارد کمپرسور شده و با دمای $448/15$ کلون و فشار 6 مگاپاسکال از کمپرسور خارج می‌شود. لازم به ذکر است که در شرایط ذکر شده گاز متان رفتاری واقعی از خود نشان می‌دهد. توان ورودی به کمپرسور را بیابید؟

حل مسئله.

توان ورودی به کمپرسور از رابطه (۲-۱) محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_c = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

پس ابتدا باید تغییرات آنتالپی گاز متان محاسبه شود.

اگر گاز متان رفتار ایده‌آل از خود نشان دهد، تغییرات آنتالپی را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد (با فرض ثابت ماندن ظرفیت گرمای ویژه)

$$(h_2 - h_1)_{\text{ایده آل}} = c_p(T_2 - T_1)$$

مقدار c_p از جدول A-2 خوانده می‌شود. بنابراین:

$$(h_2 - h_1)_{\text{ایده آل}} = 2.2537 \times (448.15 - 263.15) = 416.93 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

برای محاسبه تغییرات آنتالپی گاز متان با رفتار واقعی از رابطه (۲۸-۵) استفاده می‌شود:

$$\underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت واقعی}} = \underbrace{h_2 - h_1}_{\text{حالت ایده آل}} - \underbrace{\left(RT_{cr}(Z_{h_2} - Z_{h_1}) \right)}_{\text{خطای ناشی از ایده آل فرض کردن گاز واقعی}} \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$CH_4 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 191.1[K] \\ P_{cr} = 4.64[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_1 = \frac{263.15}{191.1} = 1.38 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_1 = \frac{0.8}{4.64} = 0.17 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_1} = 0.075$$

$$CH_4 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 191.1[K] \\ P_{cr} = 4.64[MPa] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)_2 = \frac{448.15}{191.1} = 2.35 \\ \left(\frac{P}{P_{cr}} \right)_2 = \frac{6}{4.64} = 1.29 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_2} = 0.25$$

با جایگذاری در رابطه (۵-۲۸):

$$(h_2 - h_1)_{\text{واقعی}} = (416.93)_{\text{ایده آل}} - 0.5182 \times 191.1 (0.25 - 0.075) = 399.6 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

بنابراین توان ورودی کمپرسور برابر است با:

$$\dot{W}_c = \dot{m}(h_2 - h_1) = 0.33 \times 399.6 = 131.87[kW]$$

فصل ششم: مخلوط گازها

در این فصل مخلوط گازهایی که واکنش نمی‌دهند مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدیهی است که خواص مخلوط گازها به شرایط زیر وابسته است:

۱- به خواص تک تک گازهای تشکیل دهنده

۲- همچنین به مقدار آن گاز (تعداد مول هر گاز) در مخلوط بستگی دارد.

دو راه برای توصیف ترکیب مخلوط وجود دارد:

۱- تعیین مول‌های هر جزء که به آن آنالیز مولی می‌گویند.

۲- تعیین جرم هر جزء که به آن آنالیز جرمی می‌گویند.

۶-۱- یادآوری

• جرم کل مخلوط برابر مجموع جرم هر کدام از اجزاء تشکیل دهنده مخلوط می‌باشد.

$$m_m = m_1 + m_2 + \dots = \sum_{i=1}^k m_i \quad (۱-۶)$$

• کل تعداد مول‌های مخلوط برابر مجموع مول هر کدام از اجزاء تشکیل دهنده مخلوط می‌باشد.

$$N_m = N_1 + N_2 + \dots = \sum_{i=1}^k N_i \quad (۲-۶)$$

• مول و جرم مولی

به تعداد 6.022×10^{23} ذره (عدد آووگادرو) از یک ماده یک مول گویند و جرم این یک مول را جرم مولی (M) گویند.

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} \rightarrow N = \frac{m}{M} \rightarrow M = \frac{m}{N} \quad (۳-۶)$$

• کسر مولی و کسر جرمی

کسر جرمی و کسر مولی به ترتیب از روابط (۴-۶) و (۵-۶) بدست می‌آیند:

$$mf_i = \frac{\text{جرم جزء } i \text{ ام}}{\text{جرم کل}} = \frac{m_i}{m_m} \quad (۴-۶)$$

$$y_i = \frac{\text{مول جزء } i \text{ ام}}{\text{مول کل}} = \frac{N_i}{N_m} \quad (۵-۶)$$

• جرم مولی مخلوط

واضح است که یک مخلوط از چند جزء تشکیل شده که هر کدام یک جرم مولی M_i مخصوص به خود دارند. حال با کمک رابطه زیر می‌توان جرم مولی مخلوط را بدست آورد:

$$M_m = \frac{\text{جرم کل}}{\text{مول کل}} = \frac{m_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i M_i \quad (6-6)$$

• ثابت مخصوص مخلوط

واضح است که یک مخلوط از چند جزء تشکیل شده که هر کدام یک ثابت مخصوص (R_i) به خود دارند. حال با کمک رابطه زیر می‌توان ثابت مخصوص مخلوط را بدست آورد:

$$R_m = \frac{\bar{R}}{M_m} \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \quad (7-6)$$

جدول ۱-۶: علائم مربوط به مخلوط گازها

m_i	جرم جزء i ام
m_m	جرم کل مخلوط
N_i	مول جزء i ام
N_m	مول کل مخلوط
M_i	جرم مولی جزء i ام
M_m	جرم مولی کل مخلوط
R_i	ثابت مخصوص جزء i ام
R_m	ثابت مخصوص کل مخلوط

مثال ۱-۶: کسر جرمی و مولی مخلوط گازهای نشان داده شده در شکل را بیابید.

$$\begin{aligned} O_2 &= 3[kg] \\ N_2 &= 5[kg] \\ CH_4 &= 12[kg] \end{aligned}$$

شکل ۱-۶: مخلوط گازهای اکسیژن، نیتروژن و متان

حل مسئله.

❖ جرم مولی هر جزء

مقادیر جرم مولی (M_i) از جدول A-1 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{O_2} = 32 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{CH_4} = 16 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

❖ تعداد مول هر جزء

تعداد مول هر جزء از رابطه (۳-۶) بدست می‌آید:

$$\begin{cases} N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{3}{32} = 0.094 \text{ [kmol]} \\ N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{5}{28} = 0.179 \text{ [kmol]} \\ N_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{12}{16} = 0.75 \text{ [kmol]} \end{cases}$$

❖ کل تعداد مول‌ها و جرم کل مخلوط

برای محاسبه جرم کل مخلوط و تعداد کل مول‌های مخلوط از رابطه (۱-۶) و (۲-۶) استفاده می‌شود.

$$m_m = 3 + 5 + 12 = 20 \text{ [kg]}$$

$$N_m = 0.094 + 0.179 + 0.75 = 1.023 \text{ [kmol]}$$

❖ کسر مولی و کسر جرمی

برای محاسبه کسر جرمی و کسر مولی به ترتیب از روابط (۴-۶) و (۵-۶) استفاده می‌شود:

$$\begin{cases} mf_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_m} = \frac{3[kg]}{20[kg]} = 0.15 \\ mf_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_m} = \frac{5[kg]}{20[kg]} = 0.25 \\ mf_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_m} = \frac{12[kg]}{20[kg]} = 0.6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{0.094[kmol]}{1.023[kmol]} = 0.092 \\ y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{0.179[kmol]}{1.023[kmol]} = 0.175 \\ y_{CH_4} = \frac{N_{CH_4}}{N_m} = \frac{0.75[kmol]}{1.023[kmol]} = 0.733 \end{cases}$$

ملاحظه می‌شود که مجموع کسرهای جرمی و مولی هر جزء برابر با ۱ است.

$$mf_{O_2} + mf_{N_2} + mf_{CH_4} = 1$$

$$y_{O_2} + y_{N_2} + y_{CH_4} = 1$$

❖ جرم مولی کل مخلوط و ثابت مخصوص مخلوط

برای محاسبه جرم مولی کل مخلوط و ثابت مخصوص مخلوط از روابط (۶-۶) و (۷-۶) استفاده می‌شود.

$$M_m = y_{O_2}M_{O_2} + y_{N_2}M_{N_2} + y_{CH_4}M_{CH_4} = 0.092 \times 32 + 0.175 \times 28 + 0.733 \times 16 = 19.6 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

$$R_m = \left[\frac{\bar{R}}{M_m} \right] = \frac{8.314}{19.6} = 0.424 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

۶-۲- رفتار مخلوط گاز ایده‌آل و حقیقی

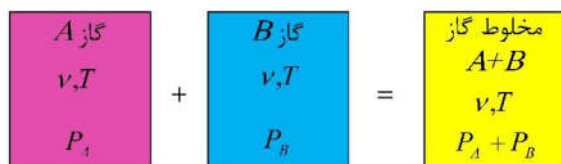
پیش‌بینی رفتار مخلوط گازها معمولاً بر دو مدل است:

۱- قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون^۱

۲- قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات^۲

۶-۲-۱- قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون

بر طبق این قانون فشار مخلوطی از گازها برابر است با مجموع فشارهای هر یک از اجزاء که به تنهایی در فشار و دمای مخلوط قرار می‌گیرند.



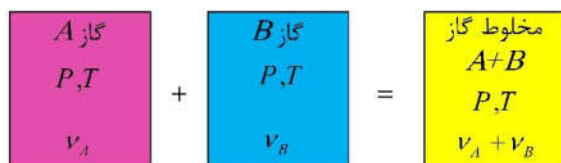
شکل ۶-۲: شماتیک ترکیب گازها در قانون دالتون

۶-۲-۲- قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات

بر طبق این قانون حجم مخلوطی از گازها برابر است با مجموع حجم‌های هر یک از اجزاء که به تنهایی در فشار و دمای مخلوط قرار می‌گیرند.

^۱ Dalton

^۲ Amagat



شکل ۶-۳: شماتیک ترکیب گازها در قانون آمگات

نکته

قوانین دالتون و آمگات برای مخلوط گازهای ایده‌آل دقیقاً صحت دارند اما برای مخلوط گازهای حقیقی تقریباً برقرارند و این ناشی از نیروهای درون مولکولی است که برای گازهای حقیقی با چگالی زیاد می‌تواند قابل توجه باشد. در گازهای ایده‌آل این دو قانون همسانند و نتایج یکسانی دارند.

۶-۲-۳- مخلوط گازهای ایده‌آل

با استفاده از رابطه گازهای ایده‌آل برای اجزاء و مخلوط آن‌ها می‌توان P_i, V_i را به y_i ارتباط داد:

جدول ۶-۲: کسر فشار و حجم در مخلوط گازهای ایده‌آل

Component Pressure = فشار جزئی	P_i
Component Volume = حجم جزئی	V_i
Pressure Fraction = کسر فشار	$\frac{P_i}{P_m}$
Volume Fraction = کسر حجم	$\frac{V_i}{V_m}$

$$\frac{P_{i(T_m, V_m)}}{P_m} = \frac{\frac{N_i R_u T_m}{V_m}}{\frac{N_m R_u T_m}{V_m}} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \quad (۶-۸)$$

$$\frac{V_{i(T_m, P_m)}}{V_m} = \frac{\frac{N_i R_u T_m}{P_m}}{\frac{N_m R_u T_m}{P_m}} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \quad (۶-۹)$$

با توجه به روابط بالا

$$\frac{P_i}{P_m} = \frac{V_i}{V_m} = y_i \quad (۶-۱۰)$$

روابط بالا بیان می‌دارند که هر گاز به اندازه مولش فشار تولید می‌کند.

$$\text{فشار کل} = y \times \text{فشار جزئی} \quad (۶-۱۱)$$

مثال ۶-۲: در مثال ۶-۱ اگر فشار کل ۲ مگاپاسکال باشد، کسر مولی و فشار هر جزء چقدر می‌باشد؟

حل مسئله.

کسر مولی هر جزء از رابطه (۵-۶) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{0.094[kmol]}{1.023[kmol]} = 0.092 \\ y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{0.179[kmol]}{1.023[kmol]} = 0.175 \\ y_{CH_4} = \frac{N_{CH_4}}{N_m} = \frac{0.75[kmol]}{1.023[kmol]} = 0.733 \end{cases}$$

با توجه به صورت مسئله فشار کل ۲ مگاپاسکال می‌باشد. یعنی:

$$P_{O_2} + P_{N_2} + P_{CH_4} = 2[MPa]$$

فشار هر جزء از رابطه (۶-۱۰) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{P_{O_2}}{P_m} = y_{O_2} \rightarrow P_{O_2} = 2 \times 0.092 = 0.184[MPa] \\ \frac{P_{N_2}}{P_m} = y_{N_2} \rightarrow P_{N_2} = 2 \times 0.175 = 0.35[MPa] \\ \frac{P_{CH_4}}{P_m} = y_{CH_4} \rightarrow P_{CH_4} = 2 \times 0.733 = 1.466[MPa] \end{cases}$$

مثال ۳-۶: یک مخلوط گازی در دمای ۳۵۰ کلوین و فشار ۳۰۰ کیلوپاسکال دارای آنالیز حجمی ۶۵ درصد نیتروژن، ۲۰ درصد اکسیژن و ۱۵ درصد دی‌اکسید کربن می‌باشد. کسر مولی، کسر جرمی و فشار جزئی هر گاز را بیابید. گازهای ذکر شده را ایده‌آل فرض کنید.

$O_2 = 20\%$ $N_2 = 65\%$ $CO_2 = 15\%$ $T = 350[K]$ $P = 300[kPa]$

شکل ۴-۶: مخلوط گازهای اکسیژن، نیتروژن و کربن دی‌اکسید

حل مسئله.

جرم مولی هر جزء از جدول A-1 خوانده می‌شود

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{O_2} = 32 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{CO_2} = 44 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

عبارت ۶۵ درصد نیتروژن در صورت سوال به معنای ۶۵ مول یا ۶۵ کیلومول نیتروژن در مخلوط می‌باشد (اگر فرض شود که تعداد کل مول‌ها برابر ۱۰۰ باشد). بنابراین جرم هر جزء مطابق رابطه (۶-۳) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} N_{O_2} = 20[kmol] \rightarrow m_{O_2} = N_{O_2} \times M_{O_2} = 20 \times 32 = 640[kg] \\ N_{N_2} = 65[kmol] \rightarrow m_{N_2} = N_{N_2} \times M_{N_2} = 65 \times 28 = 1820[kg] \\ N_{CO_2} = 15[kmol] \rightarrow m_{CO_2} = N_{CO_2} \times M_{CO_2} = 15 \times 44 = 660[kg] \end{cases}$$

جرم کل مخلوط از رابطه (۶-۱) محاسبه می‌شود

$$m_m = m_{O_2} + m_{N_2} + m_{CO_2} = 640 + 1820 + 660 = 3120[kg]$$

کسر جرمی هر جزء مطابق رابطه (۶-۴) محاسبه می‌شود

$$\begin{cases} mf_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_m} = \frac{640[kg]}{3120[kg]} = 0.205 = 20.5\% \\ mf_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_m} = \frac{1820[kg]}{3120[kg]} = 0.583 = 58.3\% \\ mf_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_m} = \frac{660[kg]}{3120[kg]} = 0.212 = 21.2\% \end{cases}$$

همانطور که اشاره شد تعداد کل مول‌ها برابر ۱۰۰ فرض شد. بنابراین کسر مولی هر جزء از رابطه (۶-۵) محاسبه می‌شود

$$\begin{cases} y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{20[kmol]}{100[kmol]} = 0.20 \\ y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{65[kmol]}{100[kmol]} = 0.65 \\ y_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_m} = \frac{15[kmol]}{100[kmol]} = 0.15 \end{cases}$$

فشار هر جزء از رابطه (۶-۱۰) محاسبه می‌شود

$$\begin{cases} \frac{P_{O_2}}{P_m} = y_{O_2} \rightarrow P_{O_2} = 0.2 \times 300 = 60[kPa] \\ \frac{P_{N_2}}{P_m} = y_{N_2} \rightarrow P_{N_2} = 0.65 \times 300 = 195[kPa] \\ \frac{P_{CO_2}}{P_m} = y_{CO_2} \rightarrow P_{CO_2} = 0.15 \times 300 = 45[kPa] \end{cases}$$

مثال ۶-۴: یک مخلوط گازی با آنالیز جرمی ۶۰ درصد متان، ۲۵ درصد پروپان و ۱۵ درصد بوتان را در نظر بگیرید.

الف) کسر مولی و جرم مولی هر گاز را بیابید.

حل قسمت الف مسئله.

با توجه به کسر جرمی می‌توان جرم هر جزء را بدست آورد:

$$\text{جرم کل} \times \text{کسر جرمی} = \text{جرم هر جزء}$$

$$\begin{aligned}CH_4 &= 60\% \\C_3H_8 &= 25\% \\C_4H_{10} &= 15\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T &= 37[^\circ C] \\P &= 3[MPa] \\m_m &= 75[kg]\end{aligned}$$

شکل ۵-۶: مخلوط گازهای متان، پروپان و بوتان

$$\begin{cases} m_{CH_4} = 0.6 \times 75 = 45 [kg] \\ m_{C_3H_8} = 0.25 \times 75 = 18.75 [kg] \\ m_{C_4H_{10}} = 0.15 \times 75 = 11.25 [kg] \end{cases}$$

جرم مولی هر جزء از جدول A-1 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{CH_4} = 16 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{C_3H_8} = 44 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{C_4H_{10}} = 58 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

تعداد مول هر جزء مطابق رابطه (۳-۶) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} N_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{45}{16} = 2.81 [kmol] \\ N_{C_3H_8} = \frac{m_{C_3H_8}}{M_{C_3H_8}} = \frac{18.75}{44} = 0.43 [kmol] \\ N_{C_4H_{10}} = \frac{m_{C_4H_{10}}}{M_{C_4H_{10}}} = \frac{11.25}{58} = 0.19 [kmol] \end{cases}$$

کل تعداد مول‌های مخلوط از رابطه (۲-۶) بدست می‌آید:

$$N_m = N_{CH_4} + N_{C_3H_8} + N_{C_4H_{10}} = 2.81 + 0.43 + 0.19 = 3.43 [kmol]$$

کسر مولی هر جزء از رابطه (۵-۶) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} y_{CH_4} = \frac{N_{CH_4}}{N_m} = \frac{2.81}{3.43} = 0.82 \\ y_{C_3H_8} = \frac{N_{C_3H_8}}{N_m} = \frac{0.43}{3.43} = 0.13 \\ y_{C_4H_{10}} = \frac{N_{C_4H_{10}}}{N_m} = \frac{0.19}{3.43} = 0.06 \end{cases}$$

جرم مولی مخلوط از رابطه (۶-۶) محاسبه می‌شود:

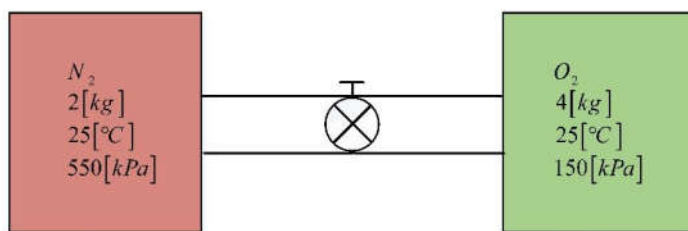
$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{75[kg]}{3.43[kmol]} = 21.87 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

ب) اگر جرم کل مخلوط ۷۵ کیلوگرم و فشار ۳ مگاپاسکال و دما ۳۷ درجه سانتیگراد باشد، حجم مخلوط چقدر خواهد بود؟

حل قسمت ب مسئله.

$$V_m = \frac{N_m \bar{R} T}{P} = \frac{(3.43) \times (8.314) \times (37 + 273.15)}{3000} = 2.95 [m^3]$$

مثال ۵-۶: دو تانک صلب مطابق شکل حاوی نیتروژن و اکسیژن هستند. شیر باز شده و دو گاز مخلوط می‌شوند. اگر دمای نهایی ۲۵ درجه سانتیگراد باشد، حجم نهایی و فشار نهایی را بیابید.



شکل ۶-۶: ترکیب گازهای اکسیژن و نیتروژن

حل مسئله.

جرم مولی هر جزء از جدول A-1 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{O_2} = 32 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

ثابت گازها برای هر جزء از جدول A-1 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} R_{O_2} = 0.2598 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \\ R_{N_2} = 0.2968 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{cases}$$

حجم هر تانک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} V_{N_2} = \left(\frac{mRT}{P} \right)_{N_2} = \frac{2 \times 0.2968 \times (25 + 273.15)}{550} = 0.322 [m^3] \\ V_{O_2} = \left(\frac{mRT}{P} \right)_{O_2} = \frac{4 \times 0.2598 \times (25 + 273.15)}{150} = 2.065 [m^3] \end{cases}$$

حال می‌توان حجم کل مخلوط را محاسبه نمود:

$$V_m = V_{N_2} + V_{O_2} = 0.322 + 2.065 = 2.386 [m^3]$$

تعداد مول هر جزء مطابق رابطه (۶-۳) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{4}{32} = 0.125[kmol] \\ N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{2}{28} = 0.07143[kmol] \end{cases}$$

کل تعداد مول‌های مخلوط از رابطه (۶-۲) بدست می‌آید:

$$N_m = N_{O_2} + N_{N_2} = 0.125 + 0.07143 = 0.1964[kmol]$$

بنابراین:

$$P_m = \left(\frac{N_m \bar{R} T}{V_m} \right)_m = \frac{0.1964 \times 8.314 \times (25 + 273.15)}{2.386} = 204 [kPa]$$

۶-۳- مخلوط گازهای حقیقی

قانون فشارهای جمع‌پذیر دالتون و قانون حجم‌های جمع‌پذیر آماگات را اغلب با دقت معقول برای گازهای حقیقی می‌توان به کار برد. ولی در اینجا فشارهای جزئی یا حجم‌های جزئی را باید از رابطه‌هایی تعیین کرد که انحراف هر جزء را از رفتار گاز ایده‌آل در نظر می‌گیرند. برای این منظور یا از معادله‌های حالت دقیق‌تر (واندروالس و ...) به جای معادله حالت گازهای ایده‌آل و یا از ضریب تراکم‌پذیری که در رابطه (۶-۱۲) موجود می‌باشد، استفاده می‌شود. ضریب تراکم‌پذیری (Z_m) از سه قانون دالتون، قانون آماگات و قانون کی بدست می‌آید.

$$P_m V_m = Z_m N_m \bar{R} T_m \quad (۶-۱۲)$$

در ادامه سه قانون ذکرشده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۶-۳-۱- قانون دالتون^۱

ابتدا با مراجعه به جدول A-1 مقادیر بحرانی دما (T_{cr})_i و حجم مخصوص مولی جزء مورد نظر (V_{cr})_i خوانده می‌شود. سپس با داشتن دما و حجم مخلوط، دمای مخلوط به دمای بحرانی جزء مورد نظر ($\frac{T_m}{(T_{cr})_i}$) و حجم مخلوط به حجم بحرانی جزء مورد نظر ($\frac{V_m}{(V_{cr})_i}$) تقسیم می‌شوند. سپس با داشتن مقدار این دو کسر و با مراجعه به نمودار A-23 ضریب تراکم‌پذیری جزء مورد نظر Z_i بدست می‌آید. حال با داشتن ضریب تراکم‌پذیری و کسر مولی جزء مورد نظر و با استفاده از رابطه (۶-۱۳) ضریب تراکم‌پذیری مخلوط Z_m محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \frac{T_m}{(T_{cr})_i} \xrightarrow{\text{نمودار A-23}} Z_i = \text{بدست می‌آید} \\ \frac{V_m}{(V_{cr})_i} \end{cases}$$

$$Z_m = \sum y_i \times Z_i \quad (۶-۱۳)$$

^۱ Dalton's law

۶-۳-۲- قانون آماگات^۱

ابتدا با مراجعه به جدول A-1 مقادیر بحرانی دما T_m و فشار جزء P_m مورد نظر خوانده می‌شوند. سپس با داشتن دما و فشار مخلوط، دمای مخلوط به دمای بحرانی جزء مورد نظر $\left(\frac{T_m}{T_{cr}}\right)_i$ و فشار مخلوط به فشار بحرانی جزء مورد نظر $\left(\frac{P_m}{P_{cr}}\right)_i$ تقسیم می‌شوند. سپس با داشتن مقدار این دو کسر و با مراجعه به نمودار A-23 ضریب تراکم‌پذیری جزء مورد نظر (Z_i) بدست می‌آید. حال با داشتن ضریب تراکم‌پذیری و کسر مولی جزء مورد نظر و با استفاده از رابطه (۶-۱۴) ضریب تراکم‌پذیری مخلوط (Z_m) محاسبه می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_m}{T_{cr}} \\ \frac{P_m}{P_{cr}} \end{array} \right\}_i \xrightarrow{\text{نمودار A-23}} Z_i = \text{بدست می‌آید}$$

$$Z_m = \sum y_i \times Z_i$$

(۶-۱۴)

۶-۳-۳- قانون کی^۲

ابتدا با مراجعه به جدول A-1 مقادیر بحرانی دما و فشار جزء مورد نظر خوانده می‌شوند. سپس با استفاده از روابط (۶-۱۵) و (۶-۱۶) مقادیر بحرانی فشار $(P_{cr})_m$ و دمای مخلوط $(T_{cr})_m$ محاسبه می‌شود. سپس با داشتن دما و فشار مخلوط و نیز با داشتن مقادیر بحرانی آن‌ها، دمای مخلوط به دمای بحرانی آن $\left(\frac{T_m}{T_{cr}}\right)_m$ و فشار مخلوط به فشار بحرانی آن $\left(\frac{P_m}{P_{cr}}\right)_m$ تقسیم می‌شوند. سپس با داشتن مقدار این دو کسر و با مراجعه به نمودار A-23 ضریب تراکم‌پذیری مخلوط بدست می‌آید.

$$(P_{cr})_m = \sum y_i \times (P_{cr})_i \quad (۶-۱۵)$$

$$(T_{cr})_m = \sum y_i \times (T_{cr})_i \quad (۶-۱۶)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_m}{T_{cr}} \\ \frac{P_m}{P_{cr}} \end{array} \right\}_m \xrightarrow{\text{نمودار A-23}} Z_m = \text{بدست می‌آید}$$

با کمک این سه قانون Z_m بدست آمده و طبق رابطه (۶-۱۲) می‌توان رابطه بین فشار، دما و حجم را برای یک مخلوط واقعی بدست آورد. قانون کی از قوانین دالتون و آماگات دقیق‌تر است زیرا رفتار مولکول‌های غیر یکسان در مخلوط گاز را در نظر می‌گیرد.

مثال ۶-۶: تانک صلبی مطابق شکل زیر وجود دارد که در شرایط دمای ۳۰۰ کلوین و فشار ۱۵ مگاپاسکال می‌باشد.

مطلوب است محاسبه حجم مخلوط از سه طریق زیر:

^۱ Amagat's law

^۲ Kay's rule

الف) معادله حالت گاز ایده‌آل

ب) قانون کی

ج) قانون آماگات

$$\begin{aligned}
 CO_2 &= 6[kmol] \\
 N_2 &= 2[kmol] \\
 T &= 300[K] \\
 P &= 15[MPa]
 \end{aligned}$$

شکل ۶-۷: مخلوط گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن

حل قسمت الف مسئله.

برای مخلوط ایده‌آل $Z_m = 1$ بوده و بنابراین

$$P_m V_m = N_m \bar{R}_m T_m \rightarrow 15000 \times V_m = (6 + 2) \times 8.314 \times 300 \rightarrow V_m = 1.332 [m^3]$$

حل قسمت ب مسئله (قانون کی)

در محاسبات به کمک این قانون به فشار و دمای بحرانی احتیاج است. این مقادیر از جدول A-1 بدست می‌آیند:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} (P_{cr})_{CO_2} = 7.39[MPa] \\ (T_{cr})_{CO_2} = 304.2[K] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} (P_{cr})_{N_2} = 3.39[MPa] \\ (T_{cr})_{N_2} = 126.2[K] \end{cases}$$

کل تعداد مول‌های مخلوط از رابطه (۶-۲) بدست می‌آید:

$$N_m = N_{CO_2} + N_{N_2} = 6 + 2 = 8[kmol]$$

ابتدا لازم است تا کسر مولی هر جزء از رابطه (۶-۵) محاسبه شود:

$$\begin{cases} y_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_m} = \frac{6[kmol]}{8[kmol]} = 0.75 \\ y_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_m} = \frac{2[kmol]}{8[kmol]} = 0.25 \end{cases}$$

سپس مقادیر فشار و دمای بحرانی مخلوط از روابط (۶-۱۵) و (۶-۱۶) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{cases} (P_{cr})_m = \sum y_i \times (P_{cr})_i = (y_{N_2} \times (P_{cr})_{N_2}) + (y_{CO_2} \times (P_{cr})_{CO_2}) = 6.39[MPa] \\ (T_{cr})_m = \sum y_i \times (T_{cr})_i = (y_{N_2} \times (T_{cr})_{N_2}) + (y_{CO_2} \times (T_{cr})_{CO_2}) = 259.7[K] \end{cases}$$

حال مقادیر $\frac{P_m}{P_{cr)m}}$ و $\frac{T_m}{T_{cr)m}$ محاسبه می‌شوند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_m}{P_{cr)m}} = \frac{15}{6.39} = 2.34 \\ \frac{T_m}{T_{cr)m}} = \frac{300}{259.7} = 1.15 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نمودار A-23}} Z_m = 0.49$$

سپس به کمک رابطه (۶-۱۲) حجم مخلوط تعیین می‌شود.

$$P_m V_m = Z_m N_m \bar{R}_m T_m \rightarrow 15000 \times V_m = 0.49 \times (6 + 2) \times 8.314 \times 300 \rightarrow V_m = 0.652 [m^3]$$

حل قسمت ج مسئله.

در این روش باید مقدار Z_i برای هر گاز به صورت جداگانه حساب شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_m}{P_{cr)_{N_2}}} = \frac{15}{3.39} = 4.42 \\ \frac{T_m}{T_{cr)_{N_2}}} = \frac{300}{126.2} = 2.37 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نمودار A-23}} Z_{N_2} = 1.02$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_m}{P_{cr)_{CO_2}}} = \frac{15}{7.39} = 2.02 \\ \frac{T_m}{T_{cr)_{CO_2}}} = \frac{300}{304.2} = 0.98 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نمودار A-23}} Z_{CO_2} = 0.3$$

سپس از رابطه (۶-۱۴) مقدار Z_m تعیین می‌شود.

$$Z_m = \sum y_i \times z_i = (y_{N_2} \times Z_{N_2}) + (y_{CO_2} \times Z_{CO_2}) = (0.25 \times 1.02) + (0.75 \times 0.3) = 0.48$$

حال به کمک رابطه (۶-۱۲) حجم مخلوط تعیین می‌شود.

$$P_m V_m = Z_m N_m \bar{R}_m T_m \rightarrow 15000 \times V_m = 0.48 \times 8 \times 8.314 \times 300 \rightarrow V_m = 0.638 [m^3]$$

جدول ۶-۳: مقایسه سه روش محاسبه حجم مخلوط

حجم مخلوط (متر مکعب)

۱/۳۳۲

معادله حالت گاز ایده‌آل

۰/۶۵۲

قانون کی

۰/۶۳۸

قانون آماگات

در جدول بالا مقادیر حجم مخلوط از سه روش مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود قانون مخلوط گاز ایده‌آل خطای بسیاری دارد.

۶-۴- محاسبه خواص ترمودینامیکی مخلوط

در ترمودینامیک ۱ خواص هر ماده خالصی به کمک جداول ترمودینامیکی مشخص می‌شد. برای یک مخلوط (مخلوط

چند ماده خالص) خواص ترمودینامیکی چگونه بدست می‌آید؟ با کمک روابط زیر می‌توان خواص ترمودینامیکی مخلوط را بدست آورد.

آنترپی مخلوط

$$S_m = \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i \left[\frac{kJ}{K} \right] \quad (۱۷-۶)$$

آنتالپی مخلوط

$$H_m = \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \quad [kJ] \quad (۱۸-۶)$$

انرژی درونی مخلوط

$$U_m = \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i \quad [kJ] \quad (۱۹-۶)$$

اگر آنترپی مخصوص، انرژی درونی مخصوص و آنتالپی مخصوص مد نظر باشد، از روابط زیر استفاده می‌شود.

آنترپی مخصوص مخلوط (بر مبنای جرمی)

$$s_m = \frac{S_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot s_i \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \quad (۲۰-۶)$$

آنتالپی مخصوص مخلوط (بر مبنای جرمی)

$$h_m = \frac{H_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot h_i \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۲۱-۶)$$

انرژی درونی مخصوص مخلوط (بر مبنای جرمی):

$$u_m = \frac{U_m}{m_m} = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot u_i \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۲۲-۶)$$

آنترپی مخصوص مخلوط (بر مبنای مولی)

$$\bar{s}_m = \frac{S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{s}_i \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right] \quad (۲۳-۶)$$

آنتالپی مخصوص مخلوط (بر مبنای مولی)

$$\bar{h}_m = \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{h}_i \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \quad (24-6)$$

انرژی درونی مخصوص مخلوط (بر مبنای مولی)

$$\bar{u}_m = \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{u}_i \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \quad (25-6)$$

ظرفیت گرمایی مخلوط گازها بر مبنای جرمی و مولی به صورت زیر بدست می‌آید.

ظرفیت گرمایی مخلوط گازها بر مبنای جرمی

$$c_p)_m = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot c_{p_i} \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \quad (26-6)$$

$$c_v)_m = \sum_{i=1}^k m f_i \cdot c_{v_i} \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \quad (27-6)$$

ظرفیت گرمایی مخلوط گازها بر مبنای مولی

$$\bar{c}_p)_m = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{c}_{p_i} \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right] \quad (28-6)$$

$$\bar{c}_v)_m = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{c}_{v_i} \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right] \quad (29-6)$$

مثال ۶-۷: یک مخلوط گازی با آنالیز حجمی ۲۰ درصد دی‌اکسید کربن، ۱۰ درصد اکسیژن و ۷۰ درصد نیتروژن را در نظر بگیرید. مطلوب است

$O_2 = 10\%$ $N_2 = 70\%$ $CO_2 = 20\%$ $T_1 = 300[K]$ $T_2 = 500[K]$

شکل ۶-۸: تغییر دمای مخلوط حاوی گازهای اکسیژن، نیتروژن و کربن دی‌اکسید

الف) انرژی درونی، آنتالپی و آنتروپی مخلوط را در شرایط دمای ۲۷ درجه سانتیگراد و فشار ۱۵۰ کیلوپاسکال را بیابید؟ (به صورت مولی و جرمی محاسبات انجام شود)

حل قسمت الف مسئله.

محاسبات بر مبنای مولی:

آنتالپی بر واحد مولی هر گاز با توجه به دمای آن از جداول A-11 تا A-13 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-12}} \begin{cases} \bar{h}_{O_2@300[K]} = 8736 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_{O_2@300[K]} = 6242 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{s}_{O_2@300[K]}^\circ = 205.213 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-11}} \begin{cases} \bar{h}_{N_2@300[K]} = 8723 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_{N_2@300[K]} = 6229 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{s}_{N_2@300[K]}^\circ = 191.682 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-13}} \begin{cases} \bar{h}_{CO_2@300[K]} = 9431 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_{CO_2@300[K]} = 6939 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{s}_{CO_2@300[K]}^\circ = 213.915 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right] \end{cases}$$

آنتالپی مخلوط از رابطه (۶-۲۴) محاسبه می‌شود:

$$\bar{h}_m = \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{h}_i = y_{O_2} \cdot \bar{h}_{O_2} + y_{N_2} \cdot \bar{h}_{N_2} + y_{CO_2} \cdot \bar{h}_{CO_2} \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$\bar{h}_m = 0.1 \times 8736 + 0.7 \times 8723 + 0.2 \times 9431 = 8865.9 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

انرژی درونی مخلوط از رابطه (۶-۲۵) محاسبه می‌شود:

$$\bar{u}_m = \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{u}_i = y_{O_2} \cdot \bar{u}_{O_2} + y_{N_2} \cdot \bar{u}_{N_2} + y_{CO_2} \cdot \bar{u}_{CO_2} \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$\bar{u}_m = 0.1 \times 6242 + 0.7 \times 6229 + 0.2 \times 6939 = 6372.3 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

برای محاسبه آنتروپی هر جزء ابتدا باید $\bar{s}_T^\circ$ به $\bar{s}_T$ تبدیل شود. برای این کار از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$(\bar{s}_T) = \bar{s}_T^\circ - \bar{R} \times \ln \left(\frac{P}{100} \right) \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

$$(\bar{s}_T)_{O_2} = 205.213 - 8.314 \times \ln \left(\frac{150}{100} \right) = 201.84 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

$$(\bar{s}_T)_{N_2} = 191.682 - 8.314 \times \ln \left(\frac{150}{100} \right) = 188.31 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

$$(\bar{s}_T)_{CO_2} = 213.915 - 8.314 \times \ln \left(\frac{150}{100} \right) = 210.54 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

سپس آنتروپی مخلوط از رابطه (۶-۲۳) محاسبه می‌شود:

$$\bar{s}_m = \frac{s_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{s}_i = y_{O_2} \cdot \bar{s}_{O_2} + y_{N_2} \cdot \bar{s}_{N_2} + y_{CO_2} \cdot \bar{s}_{CO_2} \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right]$$

$$\bar{s}_m = 0.1 \times 201.84 + 0.7 \times 188.31 + 0.2 \times 210.54 = 194.11 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right]$$

محاسبات بر مبنای جرمی:

با توجه به روابط $h_m = \frac{\bar{h}_m}{M_m}$ و $u_m = \frac{\bar{u}_m}{M_m}$ و $s_m = \frac{\bar{s}_m}{M_m}$ می‌توان محاسبات بر مبنای جرمی رو بدست آورد. بنابراین ابتدا باید M_m مشخص شود.

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{O_2} = 32 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{CO_2} = 44 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$M_m = y_{CO_2} M_{CO_2} + y_{O_2} M_{O_2} + y_{N_2} M_{N_2} = (0.2 \times 44) + (0.1 \times 32) + (0.7 \times 28) = 31.6 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

بنابراین:

$$h_m = \frac{\bar{h}_m}{M_m} = \frac{8865.9}{31.6} = 280.57 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$u_m = \frac{\bar{u}_m}{M_m} = \frac{6372.3}{31.6} = 201.66 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$s_m = \frac{\bar{s}_m}{M_m} = \frac{194.11}{31.6} = 6.14 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right]$$

ب) انرژی درونی، آنتالپی و آنتروپی مخلوط را در شرایط دمای ۲۲۷ درجه سانتیگراد و فشار ۱۵۰ کیلوپاسکال را بیابید؟

حل قسمت ب مسئله.

محاسبات بر مبنای مولی:

آنتالپی بر واحد مولی هر گاز با توجه به دمای آن از جداول A-11 تا A-13 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow[\text{O}_2]{\text{Table A-12}} \begin{cases} \bar{h}_{O_2@500[K]} = 14770 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_{O_2@500[K]} = 10614 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{s}_{O_2@500[K]}^\circ = 220.589 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow[\text{Table A-11}]{N_2} & \begin{cases} \bar{h}_{N_2@500[K]} = 14581 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_{N_2@500[K]} = 10423 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{s}_{N_2@500[K]}^\circ = 206.630 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \end{cases} \\ \xrightarrow[\text{Table A-13}]{CO_2} & \begin{cases} \bar{h}_{CO_2@500[K]} = 17678 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_{CO_2@500[K]} = 13521 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{s}_{CO_2@500[K]}^\circ = 234.814 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \end{cases} \end{aligned}$$

آنتالپی مخلوط از رابطه (۶-۲۴) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{h}_m &= \frac{H_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{h}_i = y_{O_2} \cdot \bar{h}_{O_2} + y_{N_2} \cdot \bar{h}_{N_2} + y_{CO_2} \cdot \bar{h}_{CO_2} \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{h}_m &= 0.1 \times 14770 + 0.7 \times 14581 + 0.2 \times 17678 = 15219.3 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \end{aligned}$$

انرژی درونی مخلوط از رابطه (۶-۲۵) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{u}_m &= \frac{U_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{u}_i = y_{O_2} \cdot \bar{u}_{O_2} + y_{N_2} \cdot \bar{u}_{N_2} + y_{CO_2} \cdot \bar{u}_{CO_2} \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{u}_m &= 0.1 \times 10614 + 0.7 \times 10423 + 0.2 \times 13521 = 11061.7 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \end{aligned}$$

برای محاسبه آنتروپی هر جزء ابتدا باید $\bar{s}_T^\circ$ به $\bar{s}_T$ تبدیل شود. برای این کار از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} (\bar{s}_T) &= \bar{s}_T^\circ - \bar{R} \times \ln \left(\frac{P}{100} \right) \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \\ (\bar{s}_T)_{O_2} &= 220.589 - 8.314 \times \ln \left(\frac{150}{100} \right) = 217.22 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \\ (\bar{s}_T)_{N_2} &= 206.630 - 8.314 \times \ln \left(\frac{150}{100} \right) = 203.26 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \\ (\bar{s}_T)_{CO_2} &= 234.814 - 8.314 \times \ln \left(\frac{150}{100} \right) = 231.44 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \end{aligned}$$

سپس آنتروپی مخلوط از رابطه (۶-۲۳) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{s}_m &= \frac{S_m}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i \cdot \bar{s}_i = y_{O_2} \cdot \bar{s}_{O_2} + y_{N_2} \cdot \bar{s}_{N_2} + y_{CO_2} \cdot \bar{s}_{CO_2} \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \\ \bar{s}_m &= 0.1 \times 217.22 + 0.7 \times 203.26 + 0.2 \times 231.44 = 210.29 \left[\frac{kJ}{kmol.K} \right] \end{aligned}$$

محاسبات بر مبنای جرمی:

با توجه به روابط $h_m = \frac{\bar{h}_m}{M_m}$ ، $u_m = \frac{\bar{u}_m}{M_m}$ و $s_m = \frac{\bar{s}_m}{M_m}$ می‌توان محاسبات بر مبنای جرمی رو بدست آورد. بنابراین ابتدا باید M_m مشخص شود.

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{O_2} = 32 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{CO_2} = 44 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$M_m = y_{CO_2} M_{CO_2} + y_{O_2} M_{O_2} + y_{N_2} M_{N_2} = (0.2 \times 44) + (0.1 \times 32) + (0.7 \times 28) = 31.6 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

بنابراین:

$$h_m = \frac{\bar{h}_m}{M_m} = \frac{15219.3}{31.6} = 418.62 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$u_m = \frac{\bar{u}_m}{M_m} = \frac{11061.7}{31.6} = 350.05 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$s_m = \frac{\bar{s}_m}{M_m} = \frac{210.29}{31.6} = 6.65 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

ج) تغییرات آنتالپی، انرژی درونی و آنترپی را اگر گاز در فشار ۱۵۰ کیلوپاسکال از دمای ۲۷ درجه به ۲۲۷ درجه برسد محاسبه کنید.

حل قسمت ج مسئله.

برای حل این قسمت کافیست جواب قسمت ب را از قسمت الف مسئله کم کنید:

بر مبنای جرمی:

$$\Delta h = h_{m@500[K]} - h_{m@300[K]}$$

$$\rightarrow \Delta h = 418.62 - 280.57 = 138.05 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\Delta u = u_{m@500[K]} - u_{m@300[K]}$$

$$\rightarrow \Delta u = 350.05 - 201.66 = 148.39 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$\Delta s = s_{m@500[K]} - s_{m@300[K]}$$

$$\rightarrow \Delta s = 6.65 - 6.14 = 0.51 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

بر مبنای مولی:

$$\Delta \bar{h} = \bar{h}_{m@500[K]} - \bar{h}_{m@300[K]}$$

$$\rightarrow \Delta \bar{h} = 15219.3 - 8865.9 = 6353.4 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

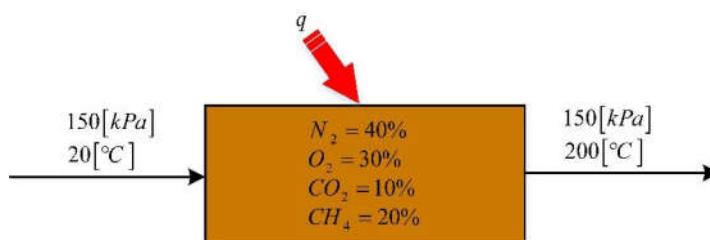
$$\Delta \bar{u} = \bar{u}_{m@500[K]} - \bar{u}_{m@300[K]}$$

$$\rightarrow \Delta \bar{u} = 11061.7 - 6372.3 = 4689.4 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$\Delta \bar{s} = \bar{s}_{m@500[K]} - \bar{s}_{m@300[K]}$$

$$\rightarrow \Delta \bar{s} = 210.29 - 194.11 = 16.18 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

مثال ۶-۸: گازی با آنالیز حجمی ۳۰ درصد اکسیژن، ۴۰ درصد نیتروژن، ۱۰ درصد دی‌اکسید کربن و ۲۰ درصد متان موجود است. چقدر گرما نیاز است تا مخلوط گازی از دمای ۲۰ درجه سانتیگراد به دمای ۲۰۰ درجه سانتیگراد برسد؟



شکل ۶-۹: مخلوط حاوی گازهای نیتروژن، اکسیژن، کربن دی‌اکسید و متان

حل مسئله.

مطابق با قانون اول ترمودینامیک، گرمای مورد نیاز برابر است با:

$$q = (h_2 - h_1) \sim c_p (T_2 - T_1)$$

مطابق با رابطه بالا کافیت، مقدار c_p مخلوط مشخص شود.

ابتدا جرم مولی هر جزء از جدول A-1 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{O_2} = 32 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{CO_2} = 44 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{CH_4} = 16 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

تعداد کل مخلوط ۱۰۰ کیلومول فرض می‌شود. با توجه به اینکه کسر مولی N_2 برابر ۴۰ درصد است لذا تعداد مول‌های آن برابر ۴۰ می‌باشد. به همین ترتیب برای بقیه اجزاء:

$$\begin{cases} N_{N_2} = 0.4 \times 100 = 40 \\ N_{CO_2} = 0.1 \times 100 = 10 \\ N_{CH_4} = 0.2 \times 100 = 20 \\ N_{O_2} = 0.3 \times 100 = 30 \end{cases}$$

با دانستن تعداد مول‌ها جرم هر جزء مطابق رابطه (۶-۳) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} m_{O_2} = N_{O_2} \times M_{O_2} = 30 \times 32 = 960[kg] \\ m_{N_2} = N_{N_2} \times M_{N_2} = 40 \times 28 = 1120[kg] \\ m_{CO_2} = N_{CO_2} \times M_{CO_2} = 10 \times 44 = 440[kg] \\ m_{CH_4} = N_{CH_4} \times M_{CH_4} = 20 \times 16 = 320[kg] \end{cases}$$

جرم کل مخلوط از رابطه (۶-۱) محاسبه می‌شود:

$$m_m = m_{O_2} + m_{N_2} + m_{CO_2} + m_{CH_4} = 960 + 1120 + 440 + 320 = 2840[kg]$$

کسر جرمی هر جزء مطابق رابطه (۶-۴) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} mf_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_m} = \frac{960[kg]}{2840[kg]} = 0.3380 = 33.80\% \\ mf_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_m} = \frac{1120[kg]}{2840[kg]} = 0.3944 = 39.44\% \\ mf_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_m} = \frac{440[kg]}{2840[kg]} = 0.1549 = 15.49\% \\ mf_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_m} = \frac{320[kg]}{2840[kg]} = 0.1127 = 11.27\% \end{cases}$$

ظرفیت گرمایی هر جزء از جدول A-2 خوانده می‌شود.

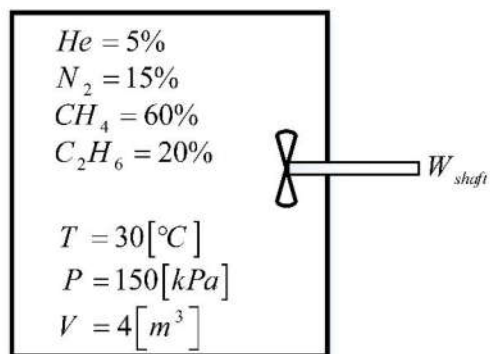
ظرفیت گرمایی مخلوط بر مبنای جرمی مطابق رابطه (۶-۲۶) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} c_p)_m &= mf_{O_2} \cdot c_{p_{O_2}} + mf_{N_2} \cdot c_{p_{N_2}} + mf_{CO_2} \cdot c_{p_{CO_2}} + mf_{CH_4} \cdot c_{p_{CH_4}} \\ c_p)_m &= (0.3380 \times 0.918) + (0.3944 \times 1.039) + (0.1549 \times 0.846) + (0.1127 \times 2.2537) \\ &= 1.1051 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{aligned}$$

بنابراین گرمای مورد نیاز برابر است با:

$$q_{in} = c_p(T_2 - T_1) = 1.1051 \times (200 - 20) = 199 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

مثال ۶-۹: کسر حجمی یک مخلوط گازی شامل ۱۵ درصد نیتروژن، ۵ درصد هلیوم، ۶۰ درصد متان و ۲۰ درصد اتان می‌باشد. مخلوط گازی در یک محفظه صلب به حجم ۴ مترمکعب، در فشار ۱۵۰ کیلوپاسکال و دمای ۳۰ درجه سانتیگراد نگهداری می‌شود. اگر انرژی ورودی به اندازه ۲۰۰ کیلوژول بر روی مخلوط کار انجام دهد، دما و فشار نهایی مخلوط چقدر می‌باشد؟ محفظه آدیاباتیک فرض شود.



شکل ۶-۱۰: مخلوط حاوی گازهای هلیوم، نیتروژن، متان و اتان

حل مسئله.

مطابق با قانون اول ترمودینامیک $Q - W = \Delta U$ می‌باشد. از طرفی محفظه آدیاباتیکی بوده ($Q = 0$) بنابراین $W = \Delta U$ خواهد بود. از رابطه گاز ایده آل $PV = mRT$ یا $PV = N\bar{R}T$ می‌توان استفاده کرد. چون مقدار R برای مخلوط مشخص نیست لذا از رابطه دوم برای محاسبه مقدار مول کل مخلوط استفاده می‌شود:

$$N_m = \frac{PV}{\bar{R}T} = \frac{150 \times 4}{8.314 \times (30 + 273.15)} = 0.238 [kmol]$$

جرم مولی هر جزء از جدول A-1 خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{He} = 4 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{N_2} = 28 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} M_{CH_4} = 16 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \\ M_{C_2H_6} = 30 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \end{cases}$$

گرمای ویژه در فشار ثابت برای هر گاز در دمای اتاق از جدول A-2a خوانده می‌شود:

$$\xrightarrow{\text{Table A-2a}} \begin{cases} (c_p)_{He} = 5.1926 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right] \\ (c_p)_{N_2} = 1.039 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-2a}} \begin{cases} (c_p)_{CH_4} = 2.2537 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right] \\ (c_p)_{C_2H_6} = 1.7662 \left[\frac{kJ}{kg.K} \right] \end{cases}$$

مقدار مول هر جزء به صورت زیر محاسبه می‌شود:

مول کل مخلوط $\times$ کسر مولی هر جزء = مول هر جزء

$$\begin{cases} N_{He} = 0.05 \times 0.238 = 0.0119 [kmol] \\ N_{N_2} = 0.15 \times 0.238 = 0.0357 [kmol] \\ N_{CH_4} = 0.6 \times 0.238 = 0.1428 [kmol] \\ N_{C_2H_6} = 0.2 \times 0.238 = 0.0476 [kmol] \end{cases}$$

مقدار جرم هر جزء از رابطه (۶-۳) محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} m_{He} = 0.0119 \times 4 = 0.0476 [kg] \\ m_{N_2} = 0.0357 \times 28 = 0.9996 [kg] \\ m_{CH_4} = 0.1428 \times 16 = 2.2848 [kg] \\ m_{C_2H_6} = 0.0476 \times 30 = 1.428 [kg] \end{cases}$$

جرم کل مخلوط برابر است با:

$$m_m = m_{He} + m_{N_2} + m_{CH_4} + m_{C_2H_6} = 4.76 [kg]$$

گرمای ویژه مخلوط در فشار ثابت بر واحد کیلوگرم از رابطه (۶-۲۶) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} (c_p)_m &= (mf)_{He}(c_p)_{He} + (mf)_{N_2}(c_p)_{N_2} + (mf)_{CH_4}(c_p)_{CH_4} + (mf)_{C_2H_6}(c_p)_{C_2H_6} \\ \rightarrow (c_p)_m &= \left(\frac{0.0476}{4.76} \times 5.1926\right) + \left(\frac{0.9996}{4.76} \times 1.039\right) + \left(\frac{2.2848}{4.76} \times 2.2537\right) + \left(\frac{1.428}{4.76} \times 1.7662\right) \\ &= 2.121 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \end{aligned}$$

جرم مولی مخلوط از رابطه (۶-۶) محاسبه می‌شود:

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{4.76}{0.238} = 20 \left[\frac{kg}{kmol} \right]$$

ثابت مخصوص مخلوط از رابطه (۶-۷) محاسبه می‌شود:

$$R_m = \frac{\bar{R}}{M_m} = \frac{8.314}{20} = 0.4157 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

گرمای ویژه مخلوط در حجم ثابت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(c_v)_m = (c_p)_m - R_m = 2.121 - 0.4157 = 1.7053 \left[\frac{kJ}{kg \cdot K} \right]$$

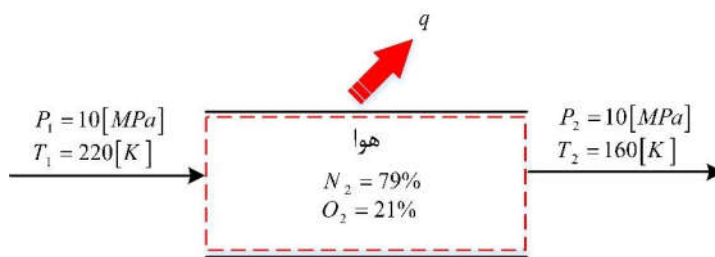
دمای نهایی مخلوط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} W_{sh} &= m_m \times (c_v)_m \times (T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{W_{shaft}}{m_m(c_v)_m} = (30 + 273.15) + \frac{200}{4.76 \times 1.7053} \\ &= 327.64 [K] = 54.49 [^{\circ}C] \end{aligned}$$

چون گازهای درون محفظه رفتار ایده‌آل دارند و حجم محفظه ثابت باقی می‌ماند، بنابراین فشار نهایی مخلوط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_2 = P_1 \times \frac{T_2}{T_1} = 150 \times \frac{327.64}{303} = 162.12 [kPa]$$

مثال ۶-۱۰: هوا با آنالیز حجمی و مشخصات نشان داده شده وارد یک محفظه شده و با دادن حرارت به محیط خنک می‌شود.



شکل ۶-۱۱: محفظه حاوی هوا

مقدار انتقال حرارت بر واحد مول هوای عبوری از محفظه را در دو حالت زیر بیابید.

الف) مخلوط گازی بصورت ایده‌آل رفتار کند.

ب) مخلوط گازی بصورت واقعی رفتار کند.

تحلیل اولیه.

قانون اول ترمودینامیک برای حجم کنترل بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e \xrightarrow{\dot{W}=0} \dot{Q} = \dot{m}(h_e - h_i)$$

بنابراین باید تغییرات آنتالپی ورودی و خروجی بدست آید.

حل قسمت الف مسئله.

$$\xrightarrow{\text{Table A-11}} \begin{cases} \bar{h}_{N_2@220[K]} = 6391 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{h}_{N_2@160[K]} = 4648 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Table A-12}} \begin{cases} \bar{h}_{O_2@220[K]} = 6404 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \\ \bar{h}_{O_2@160[K]} = 4657 \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \end{cases}$$

مقدار مول مخلوط ۱۰۰ کیلومول فرض می‌شود. بنابراین:

$$y_{N_2} + y_{O_2} = 1$$

$$\bar{h}_1 = (y_{N_2} \times \bar{h}_{N_2@220[K]}) + (y_{O_2} \times \bar{h}_{O_2@220[K]}) = (0.79 \times 6391) + (0.21 \times 6404) = 6394 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$\bar{h}_2 = (y_{N_2} \times \bar{h}_{N_2@160[K]}) + (y_{O_2} \times \bar{h}_{O_2@160[K]}) = (0.79 \times 4648) + (0.21 \times 4657) = 4650 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$q = \bar{h}_2 - \bar{h}_1 = (6394 - 4650) = 1744 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

حل قسمت ب مسئله.

در این حالت برای محاسبه تغییرات آنتالپی از رابطه (۲۷-۵) استفاده می‌شود. بدین منظور باید Z_{h_1} و Z_{h_2} را بدست آورد.

ابتدا باید مقادیر دما و فشار بحرانی برای هر گاز و سپس با استفاده از قانون کی برای کل مخلوط تعیین گردد.

$$O_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 154.8[K] \\ P_{cr} = 5.085[MPa] \end{cases}$$

$$N_2 \xrightarrow{\text{Table A-1}} \begin{cases} T_{cr} = 126.2[K] \\ P_{cr} = 3.39[MPa] \end{cases}$$

فشار و دمای بحرانی مخلوط از روابط (۶-۱۵) و (۶-۱۶) محاسبه می‌شوند:

$$T_{cr,m} = (y_{N_2} \times T_{cr,N_2}) + (y_{O_2} \times T_{cr,O_2}) = (0.79 \times 126.2) + (0.21 \times 154.8) = 132.2[K]$$

$$P_{cr,m} = (y_{N_2} \times P_{cr,N_2}) + (y_{O_2} \times P_{cr,O_2}) = (0.79 \times 3.39) + (0.21 \times 5.085) = 3.74[MPa]$$

سپس از نمودار انحراف آنتالپی (A-21) می‌توان مقدار Z_{h_1} و Z_{h_2} را بدست آورد.

$$\begin{aligned} \text{حالت اولیه: } & \begin{cases} \frac{P_m}{P_{cr,m}} = \frac{10}{3.74} = 2.67 \\ \frac{T_m}{T_{cr,m}} = \frac{220}{132.2} = 1.66 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_1} = 1 \\ \text{حالت ثانویه: } & \begin{cases} \frac{P_m}{P_{cr,m}} = \frac{10}{3.74} = 2.67 \\ \frac{T_m}{T_{cr,m}} = \frac{160}{132.2} = 0.12 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار A-21}} Z_{h_2} = 2.6 \end{aligned}$$

سپس از رابطه (۲۷-۵) می‌توان تغییرات آنتالپی را بدست آورد.

$$q = (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{\text{واقعی}} = (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)_{\text{ایده آل}} - \bar{R}T_{cr}(Z_{h_2} - Z_{h_1})$$

$$q = (6394 - 4650) - 8.314 \times 132.2 \times (2.6 - 1) \rightarrow q = 3503 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

مقدار انتقال حرارت در حالتی که هوا گاز واقعی فرض مقدار انتقال حرارت در حالتی که هوا گاز ایده‌آل فرض

شود

شود

$$q = 1744 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

$$q = 3503 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

همانطور که مشاهده می‌شود تقریباً ۵۰ درصد اختلاف در محاسبه تغییرات آنتالپی بین مدل گاز ایده‌آل و مدل گاز واقعی وجود دارد.

فصل هفتم: مخلوط هوا و بخار

۷-۱- مقدمه

هوا مخلوطی از گاز نیتروژن، اکسیژن و مقادیر کمی از سایر گازها است. هوای اتمسفر معمولاً حاوی مقداری بخار آب (رطوبت) نیز هست که آن را هوای اتمسفریک^۱ می‌گویند. در مقابل هوایی که فاقد بخار آب باشد را هوای خشک^۲ می‌نامند. مقدار بخار آب (رطوبت) در هوا مقدار ثابتی نیست. با تبخیر آب از سطح اقیانوس‌ها، دریاچه‌ها، ریزش باران رطوبت هوا تغییر می‌یابد.

مخلوط هوای خشک و مرطوب در فرآیندهای تهویه مطبوع کاربرد زیادی دارند. در گستره دمایی از ۱۰- درجه سانتیگراد تا ۵۰ درجه سانتیگراد (گستره تهویه مطبوع) و فشار در حد ۱۰۰ کیلوپاسکال این مخلوط به عنوان یک مخلوط ایده‌آل عمل خواهد کرد.

می‌توان برای مخلوط هوا و بخار روابط زیر را به کار برد:

$$\underbrace{\text{جرم هوای خشک}}_{m_a} + \underbrace{\text{جرم بخار آب}}_{m_v} = \underbrace{\text{جرم کل مخلوط هوا و بخار}}_{m_t} \quad (۱-۷)$$

$$\underbrace{\text{فشار هوای خشک}}_{P_a} + \underbrace{\text{فشار بخار آب}}_{P_v} = \underbrace{\text{فشار کل مخلوط هوا و بخار}}_{P} \quad (۲-۷)$$

همانطور که اشاره شد در هوا مقداری رطوبت وجود دارد. دو راه برای بررسی میزان بخار آب موجود در هوا وجود دارد:

۱- نسبت رطوبت

$$\omega = \frac{\text{جرم بخار آب}}{\text{جرم هوای خشک}} = \frac{m_v}{m_a} = 0.622 \frac{P_v}{P_a} \quad (۳-۷)$$

۲- رطوبت نسبی

$$\phi = \frac{\text{جرم بخار در دمای } T}{\text{ماکزیمم جرم بخاری که می‌تواند در دمای } T \text{ موجود باشد}} = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v}{P_g} \quad (۴-۷)$$

فشار اشباع

در رابطه (۴-۷) P_g برابر فشار اشباع متناظر با دمای T مخلوط است که از جداول دوفازی آب بدست می‌آید.

اگر به طور مثال دمای هوای منطقه‌ای ۲۵ درجه سانتیگراد و رطوبت نسبی ۳۰ درصد باشد، این بدان معناست که در حال حاضر فقط ۳۰ درصد از مقدار بیشینه‌ای که در هوا می‌تواند بخار وجود داشته باشد، بخار وجود دارد (به شرط اینکه دما ۲۵ درجه سانتیگراد باقی بماند).

^۱ Atmospheric Air

^۲ Dry Air

مطابق با رابطه (۷-۴) اگر رطوبت ۳۰ درصد باشد فشار بخار موجود در هوا (P_v) به اندازه ۳۰ درصد بیشینه فشار بخاری (P_g) است که در هوا می‌تواند وجود داشته باشد. مقدار بیشینه فشار از جداول اشباع بدست می‌آید. مثلاً اگر دمای هوا برابر ۲۵ درجه سانتیگراد باشد، بیشینه فشار بخار در هوا برابر فشار اشباع و از جدول A-3 برابر با $P_g = P_{sat} = 3.2[kPa]$ خواهد بود.

۷-۲- طریقه محاسبه آنتالپی هوای مرطوب

همانطور که در فصل قبل اشاره شده برای محاسبه آنتالپی مخلوط می‌توان از رابطه (۶-۱۸) استفاده نمود.

$$H_m = \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \quad [kJ] \quad (۶-۱۸)$$

آنتالپی هوای مرطوب از رابطه (۷-۵) محاسبه می‌شود:

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v = m_a \left(h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v \right) = m_a (h_a + \omega h_v) \quad (۷-۵)$$

با توجه به رابطه (۷-۳)، رابطه (۷-۵) به رابطه (۷-۶) تبدیل می‌شود.

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \omega h_v \left[\frac{kJ}{kg \text{ Dry Air}} \right] \quad (۷-۶)$$

برای محاسبه آنتالپی هوای خشک (h_a) و آنتالپی بخار آب (h_v) از روابط (۷-۷) و (۷-۸) به طور تقریبی استفاده می‌شود:

$$h_a = 1.005 T \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۷-۷)$$

$$h_v = 2500 + 1.82 T \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۷-۸)$$

نکته مهم: در روابط (۷-۷) و (۷-۸) دما باید بر حسب درجه سانتیگراد باشد.

یک کیلوگرم هوای خشک را در نظر بگیرید. طبق تعریف هوای خشک فاقد بخار آب است و از این رو رطوبت نسبی آن صفر است. اکنون مقداری بخار آب به آن اضافه شده تا رطوبت نسبی آن افزایش یابد. این افزایش بیشتر بخار رطوبت همچنان افزایش می‌یابد تا جایی که هوا قادر به جذب رطوبت نیست. در این حالت هوا از رطوبت اشباع شده است. به صورت عامیانه، هوا شرجی شده است. از این مقطع به بعد هر مقدار بخاری که وارد هوا شود چگالیده (میعان) خواهد شد.

مقدار رطوبت هوای اشباع را می‌توان از رابطه (۷-۳) $\left(\omega = 0.622 \frac{P_v}{P_a} \right)$ بدست آورد. برای این منظور باید $P_v = P_g = P_{sat}$ یا به عبارتی فشار اشباع آب در دما T را جایگزین کرد.

مثال ۷-۱: محفظه‌ای به ابعاد $6 \times 5 \times 3$ که حاوی هوا در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد و فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال و رطوبت نسبی ۷۵ درصد است را در نظر بگیرید. مطلوب است محاسبه:

الف) فشار بخار آب

حل قسمت الف مسئله.

برای تعیین فشار بخار آب موجود در هوا می‌توان از رابطه $\left(\varphi = \frac{P_v}{P_g} \right)$ استفاده کرد. در این رابطه P_g برابر فشار اشباع P_{sat} متناظر با دمای T مخلوط است که از جداول دوفازی آب بدست می‌آید.

$$T = 25[^\circ\text{C}] \xrightarrow{\text{Table A-3}} P_g = P_{sat} = 3.1698[\text{kPa}]$$

حال با کمک رابطه (۷-۶) فشار بخار محاسبه می‌شود:

$$0.75 = \frac{P_v}{(3.1698)} \rightarrow P_v = 2.38[\text{kPa}]$$

ب) فشار هوای خشک

حل قسمت ب مسئله.

$$P = P_v + P_a \rightarrow P_a = P - P_v = 100 - 2.38 = 97.62[\text{kPa}]$$

ج) جرم هوای داخل محفظه

حل قسمت ج مسئله.

$$\begin{cases} P_a V = m_a R_a T \rightarrow 97.62 \times (6 \times 5 \times 3) = m_a \times 0.287 \times (25 + 273) \rightarrow m_a = 102.67[\text{kg}] \\ P_v V = m_v R_v T \rightarrow 3.1698 \times (6 \times 5 \times 3) = m_v \times 0.461 \times (25 + 273) \rightarrow m_v = 2.075[\text{kg}] \end{cases}$$

جرم کل هوای داخل محفظه از رابطه (۷-۱) محاسبه می‌شود:

$$m_t = m_a + m_v = 102.67 + 2.075 = 104.745[\text{kg}]$$

از راه دیگری نیز می‌توان جرم بخار را بدست آورد. ابتدا باید ω را از رابطه (۷-۳) بدست آورد.

$$\omega = 0.622 \frac{P_v}{P_a} = \frac{0.622 \times 2.38}{97.62} = 0.0152$$

از طرف دیگر $\omega = \frac{m_v}{m_a}$ بنابراین:

$$0.0152 = \frac{m_v}{102.67} \rightarrow m_v = 2.075[\text{kg}]$$

آنتالپی هوای مرطوب از رابطه (۷-۶) بدست می‌آید. h_a و h_v از روابط (۷-۷) و (۸-۷) محاسبه می‌شوند:

$$\frac{H}{m_a} = h_a + \omega h_v = \frac{1.005 \times 25}{h_a} + 0.0152 \times \frac{(2500 + 1.82 \times 25)}{h_v} = 63.82 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{هوای خشک}}} \right]$$

بنابراین آنتالپی کل هوای مرطوب برابر است با:

$$\frac{H}{m_g} = 63.8 \rightarrow H = 6550.346 [kJ]$$

m_g
102.67

۷-۳- دمای نقطه شبنم

هوای مرطوبی را در نظر بگیرید. این هوا دارای مقداری بخار آب است. اگر در فشار ثابت هوا سرد شود، چه اتفاقی می‌افتد؟

با سرد کردن هوا بخار آب داخل هوا نیز سرد خواهد شد. آیا بخار را می‌توان تا هر دمایی سرد کرد؟ واضح است که اگر دمای بخار تا دمای اشباعش (T_{sat}) سرد شود شروع به میعان می‌کند. این پدیده برای هوا نیز اتفاق می‌افتد. بنابراین اگر در فشار ثابت هوا را تا جایی خنک کنیم که بخار آب به صورت مایع تغییر فاز دهد، دمایی حاصل می‌شود که به آن دمای نقطه شبنم^۱ گویند. دمای شبنم را با T_{dp} نمایش می‌دهند.

مثال ۷-۲: دمای شبنم هوای با دمای ۲۵ درجه سانتیگراد و رطوبت نسبی ۷۵ درصد را بیابید.

حل مسئله.

برای تعیین فشار بخار آب موجود در هوا می‌توان از رابطه $\left(\phi = \frac{P_v}{P_g} \right)$ استفاده کرد. در این رابطه P_g برابر فشار اشباع متناظر با دمای T مخلوط است که از جداول دوفازی آب بدست می‌آید.

$$T = 25[^\circ\text{C}] \xrightarrow{\text{Table A-3}} P_g = P_{sat} = 3.1698[kPa]$$

حال با کمک رابطه (۷-۴) فشار بخار محاسبه می‌شود:

$$0.75 = \frac{P_v}{(3.1698)} \rightarrow P_v = 2.38[kPa]$$

با توجه به $P_v = 2.38[kPa]$ از جدول اشباع دمای متناظر با فشار ۲/۳۸ کیلوپاسکال به کمک میانمایی محاسبه می‌شود:

$$P_v = 2.38[kPa] \xrightarrow{\text{Table A-4}} T_{sat} = 20.2[^\circ\text{C}]$$

بنابراین دمای شبنم هوای با دمای ۲۵ درجه سانتیگراد و رطوبت نسبی ۷۵ درصد برابر ۲۰/۲ درجه سانتیگراد می‌باشد.

۷-۴- دمای اشباع آدیاباتیک و دمای حباب-خیس

هوای با دمای T و رطوبت نسبی ϕ را در نظر بگیرید. اگر به هوا در فشار ثابت رطوبت اضافه شود دمای هوا کاهش

^۱Dew point

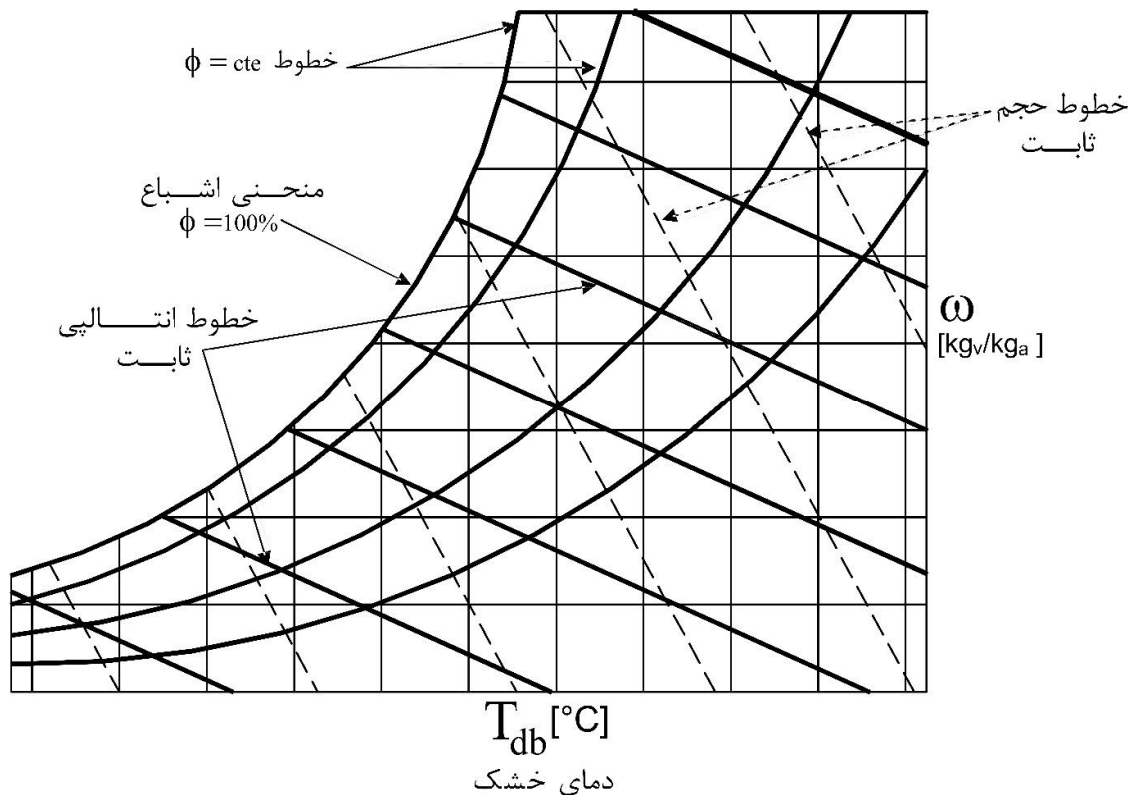
یافته و رطوبت نسبی (ϕ) آن افزایش می‌یابد تا نهایتاً به $\phi = 100\%$ برسد. دمای هوا در این حالت دمای حباب خیس یا به عبارتی دمای اشباع آدیاباتیکی خواهد بود.

لازم به ذکر است که دمای شبنم به صورت دیگری تعریف می‌شود:

هوای با دمای T و رطوبت نسبی ϕ را در نظر بگیرید. اگر هوا در فشار ثابت خنک شود رطوبت نسبی آن افزایش می‌یابد تا نهایتاً به $\phi = 100\%$ برسد. دمای هوا در این حالت دمای شبنم خواهد بود.

۷-۵- نمودار رطوبت سنجی یا سایکرومتریک

نمودار سایکرومتریک خواص ترمودینامیکی هوای مرطوب را به صورت گرافیکی نمایش می‌دهد. به صورت شماتیکی نمودار سایکرومتریک در شکل ۷-۱ به تصویر کشیده شده است. نمودار سایکرومتریک برای فشار استاندارد ۱۰۱/۳۲۵ کیلوپاسکال و دمای شبنم بین ۰ و ۵۰ درجه سانتیگراد ($0[^\circ\text{C}] < T_{db} < 50[^\circ\text{C}]$) ترسیم شده است. کمپانی ASHREA برای رنج دمایی پایین ($-40[^\circ\text{C}] < T_{db} < 10[^\circ\text{C}]$) و بالا ($10[^\circ\text{C}] < T_{db} < 120[^\circ\text{C}]$) نیز نمودارهایی ترسیم کرده است.



شکل ۷-۱: نمودار سایکرومتریک

مطابق با قوانین گیس اگر فشار بارومتریک و دو خاصیت مستقل وجود داشته باشند، حالت ترمودینامیکی هوای مرطوب تعیین خواهد شد. به طور کلی ۷ مشخصه برای هوا وجود دارد که ارتباط بین این خواص در نموداری به نام نمودار سایکرومتریک گردآوری شده است. در جدول ۷-۱ این ۷ مشخصه گردآوری شده‌اند.

جدول ۷-۱: مشخصه‌های هوا

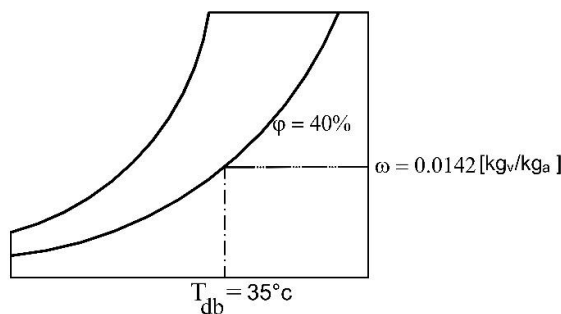
$\omega \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right]$	رطوبت مطلق
$\phi \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right]$	رطوبت نسبی
$v \left[\frac{m^3}{kg_a} \right]$	حجم مخصوص
$h \left[\frac{kJ}{kg_a} \right]$	آنتالپی
$T_{db} [^{\circ}C]$	دمای خشک هوا
$T_{dp} [^{\circ}C]$	دمای شبنم
$T_{wb} [^{\circ}C]$	دمای خیس هوا

مثال ۷-۳: هوای اتاقی در شرایط فشار ۱ اتمسفر در دمای خشک ۳۵ درجه سانتیگراد و رطوبت نسبی ۴۰ درصد قرار دارد. با استفاده از نمودار رطوبت سنجی، مطلوب است محاسبه رطوبت مخصوص، آنتالپی، دمای حباب-خیس، دمای نقطه شبنم و حجم مخصوص هوا.

محاسبه مقدار نسبت رطوبت.

همانطور که در شکل ۷-۲ قابل مشاهده است، با ترسیم یک خط افقی از حالت داده شده به سمت راست، می‌توان مقدار ω را پیدا کرد. در نقطه تقاطع مقدار رطوبت نسبی بدست می‌آید:

$$\omega = 0.0142 \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right] = 14.2 \left[\frac{gr_v}{kg_a} \right]$$

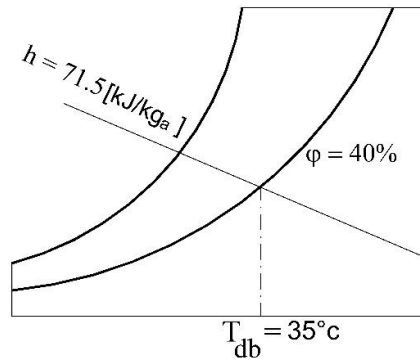


شکل ۷-۲: نحوه محاسبه مقدار نسبت و رطوبت در نمودار سایکرومتریک

محاسبه آنتالپی.

همانطور که در شکل ۷-۳ قابل مشاهده است، لازم است خطی به موازات خطوط آنتالپی ثابت از حالت داده شده رسم شده تا اینکه مقیاس آنتالپی را قطع کند. در نقطه تقاطع مقدار آنتالپی بدست می‌آید:

$$h = 71.5 \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

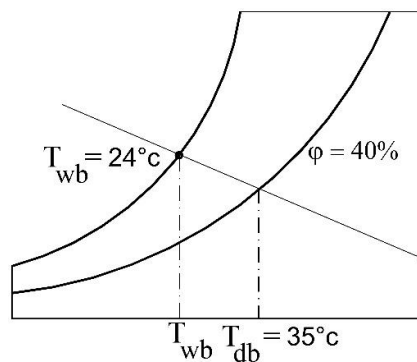


شکل ۳-۷: نحوه محاسبه آنتالپی در نمودار سایکرومتریک

محاسبه دمای مرطوب.

همانطور که در شکل ۴-۷ قابل مشاهده است، با ترسیم خطی به موازات خطوط دمای مرطوب ثابت (تقریباً همان دمای انتالپی ثابت) از حالت داده شده تا اینکه خط اشباع را قطع کند، دمای حباب-خیس تعیین می‌شود. در نقطه تقاطع مقدار دمای مرطوب بدست می‌آید:

$$T_{wb} = 24[^{\circ}\text{C}]$$

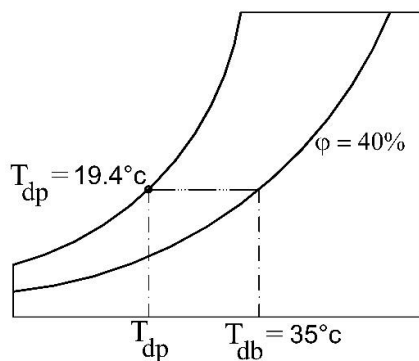


شکل ۴-۷: نحوه محاسبه دمای مرطوب در نمودار سایکرومتریک

محاسبه دمای شبنم.

همانطور که در شکل ۵-۷ قابل مشاهده است، یک خط افقی از حالت داده شده به سمت چپ ترسیم کرده تا اینکه خط اشباع را قطع کند. دمای نقطه تقاطع دمای شبنم خواهد بود. در نقطه تقاطع مقدار دمای شبنم بدست می‌آید:

$$T_{dp} = 19.4[^{\circ}\text{C}]$$

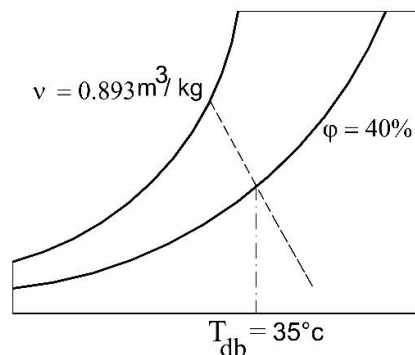


شکل ۵-۷: نحوه محاسبه دمای شبنم در نمودار سایکرومتریک

محاسبه حجم مخصوص.

همانطور که در شکل ۶-۷ قابل مشاهده است، با توجه به فواصل بین حالت داده شده و خطوط حجم مخصوص ثابت در دو طرف نقطه، حجم مخصوص برای جرم واحد هوای خشک تعیین می‌شود. مقدار حجم مخصوص با درونیابی بدست می‌آید:

$$v = 0.893 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$



شکل ۶-۷: نحوه محاسبه حجم مخصوص در نمودار سایکرومتریک

در شکل ۷-۷ نتایج کلی گردآوری شده است.

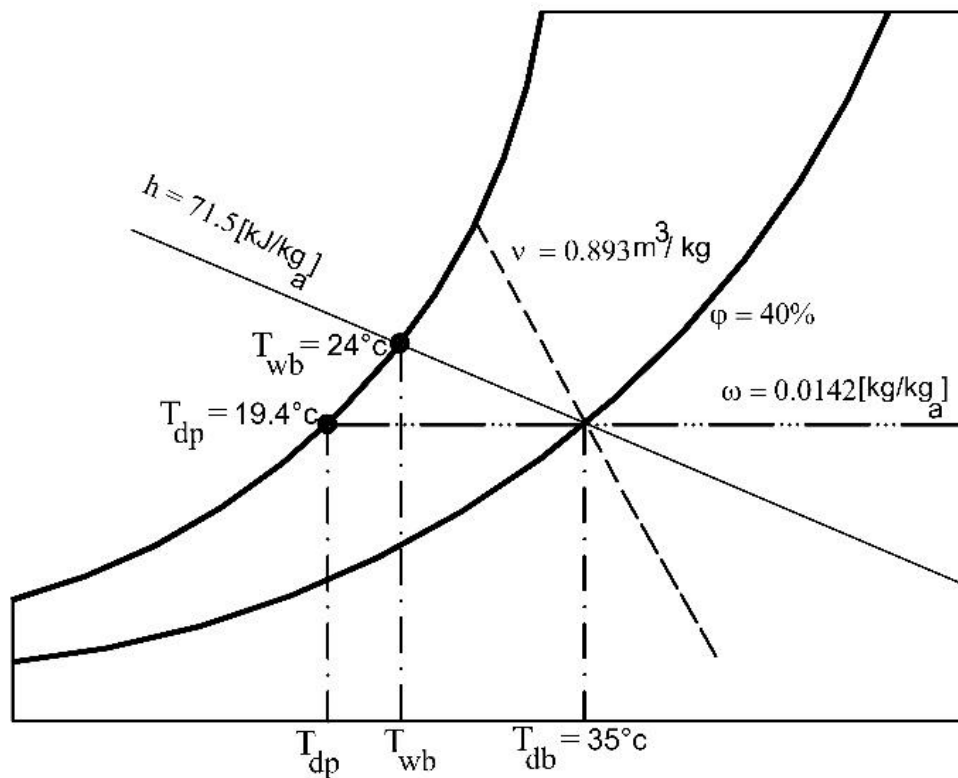
نکته:

۱- رابطه (۹-۷) همواره برقرار است:

$$T_{db} \geq T_{wb} \geq T_{dp} \quad (9-7)$$

۲- در رطوبت نسبی ۱۰۰ درصد، دمای حباب خشک، شبنم و حباب خیس با هم برابراند

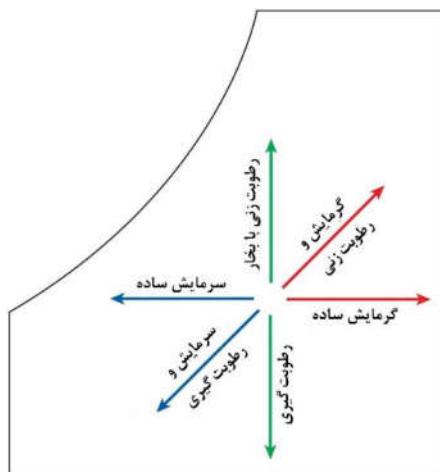
$$(T_{db} = T_{wb} = T_{dp})$$



شکل ۷-۷: محاسبه مشخصه‌های هوا در نمودار سایکرومتریک

۷-۶- فرآیندهای تهویه مطبوع

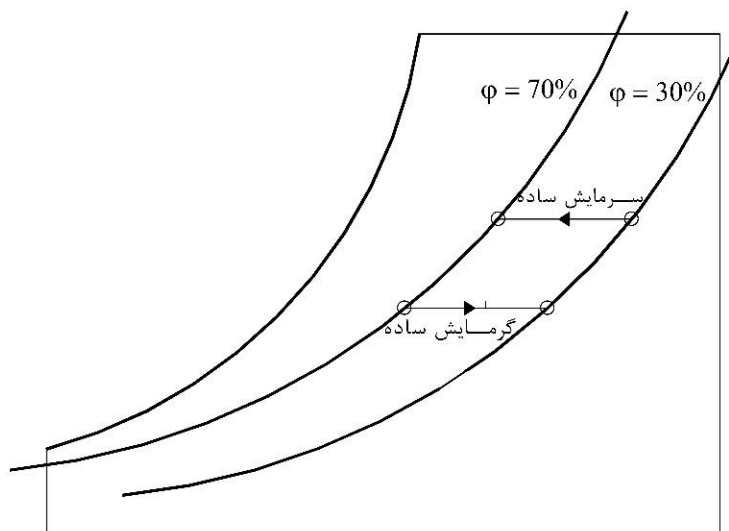
در طراحی و انتخاب سیستم تهویه مطبوع مناسب برای یک فضا، محاسبات ترمودینامیکی متعددی برای انواع فرآیندها وجود خواهد داشت. در این قسمت انواع فرآیندهای ترمودینامیکی که در طراحی یک سیستم تهویه مطبوع دخیل هستند، آنالیز می‌شوند. در شکل ۷-۸ انواع فرآیندهای مورد بررسی به صورت شماتیک ترسیم شده است.



شکل ۷-۸: انواع فرآیندهای ترمودینامیکی

۷-۶-۱- گرمایش و سرمایش ساده

در وسایل گرمایش ساده (المنت حرارتی، کویل گرم) مقدار رطوبت هوا ثابت می‌ماند. زیرا هیچ رطوبتی به هوا داده نمی‌شود یا از آن گرفته نمی‌شود. یعنی رطوبت مخصوص هوا در فرآیند گرمایش (یا سرمایش) فاقد رطوبت‌زنی یا رطوبت‌گیری ثابت باقی می‌ماند ($w = \text{ثابت}$). مطابق با شکل ۷-۹ در فرآیند سرمایش ساده، رطوبت نسبی افزایش می‌یابد (به طور مثال از ۳۰ درصد به ۷۰ درصد می‌رسد و این در حالیست که در گرمایش ساده رطوبت نسبی کاهش می‌یابد).



شکل ۷-۹: گرمایش و سرمایش ساده در نمودار سایکرومتریک. در گرمایش ساده، رطوبت مخصوص ثابت می‌ماند، اما رطوبت نسبی کاهش می‌یابد.

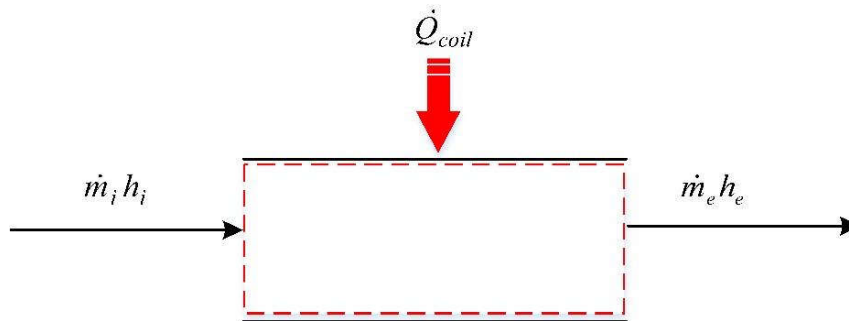
در فرآیند گرمایش ساده خواص هوا چگونه تغییر می‌کنند؟

با توجه به شکل ۷-۹ می‌توان نتایج زیر را استخراج نمود:

- ۱- آنتالپی افزایش می‌یابد.
- ۲- نسبت رطوبت ثابت می‌ماند.
- ۳- دمای خشک زیاد می‌شود.
- ۴- رطوبت نسبی کاهش می‌یابد.
- ۵- دمای حباب خیس هوا افزایش می‌یابد.
- ۶- دمای شبنم ثابت می‌ماند.

۷-۶-۱- بررسی میزان انتقال گرما در فرآیند گرمایش و سرمایش ساده

مطابق با شکل ۷-۱۰، به کمک قانون اول ترمودینامیک (بقای انرژی) رابطه (۷-۱۰) برای محاسبه گرمای وارد شده از طرف کویل و رابطه (۷-۱۱) برای سرمای وارد شده از طرف کویل بکار می‌رود.



انرژی سیال خروجی = انرژی سیال ورودی + گرمای کویل

شکل ۷-۱۰: حجم کنترل فرآیند گرمایش

$$\underbrace{\dot{m}_i h_i}_{\text{انرژی سیال ورودی}} + \underbrace{\dot{Q}_{\text{کویل گرم}}}_{\text{گرمای کویل}} = \underbrace{\dot{m}_e h_e}_{\text{انرژی سیال خروجی}} \quad (۷-۱۰)$$

$$\underbrace{\dot{m}_i h_i}_{\text{انرژی سیال ورودی}} = \underbrace{\dot{m}_e h_e}_{\text{انرژی سیال خروجی}} + \underbrace{\dot{Q}_{\text{کویل سرد}}}_{\text{گرمای کویل}} \quad (۷-۱۱)$$

در محاسبات تهویه مطبوع معمولاً از روابط (۷-۱۰) و (۷-۱۱) استفاده نمی‌شود. با مرتب‌سازی روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۳) حاصل می‌شود:

$$\dot{Q}_{\text{گرمایش}} = \dot{m} (h_{\text{خروجی}} - h_{\text{ورودی}}) \quad (۷-۱۲)$$

$$\dot{Q}_{\text{سرمایش}} = \dot{m} (h_{\text{ورودی}} - h_{\text{خروجی}}) \quad (۷-۱۳)$$

با اندکی ساده‌سازی روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۳) به صورت معادله تقریبی (۷-۱۴) نوشته می‌شود.

$$\dot{Q} = 1.01 \times \dot{m} \times \Delta T_{\text{°C}} \quad [kW] \quad (۷-۱۴)$$

به کمک رابطه (۷-۱۴) تغییرات دمایی ΔT به راحتی بدست می‌آید. ولی روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۳) فقط تغییرات آنتالپی را ارائه می‌کنند ولی دقیقتر از رابطه (۷-۱۴) می‌باشند. استفاده از رابطه (۷-۱۴) به دلیل سادگی مرسوم‌تر بوده ولی دقت روابط (۷-۱۲) و (۷-۱۳) را ندارد.

مثال ۷-۴: برای گرمایش ساده هوا، میزان گرمای لازم برای تبدیل هوا با دمای ۱۵ درجه سانتیگراد و رطوبت نسبی ۸۰ درصد به هوا با دمای ۵۵ درجه سانتیگراد چقدر است؟ دبی حجمی هوا را ۰/۱ متر مکعب بر ثانیه در نظر بگیرید.

راه حل اول.

خواص نقطه ۱ از نمودار سایکرومتریک بدست می‌آید: