

Contents

۱ فصل اول: مفهوم اکسرژی.....	۶
۱-۱ تعریف اکسرژی.....	۶
تعریف شرایط مرده:.....	۷
۲-۱ فرآیند ماکزیمم کار یا کار برگشتپذیر.....	۷
۳-۱ تفاوت اکسرژی و کار برگشتپذیر.....	۸
۱-۳-۱ کار برگشت پذیر.....	۸
۲-۳-۱ اکسرژی.....	۸
۴-۱ برگشت ناپذیری.....	۹
۴-۱ بازده قانون دوم ترمودینامیک برای ماشین گرمایی.....	۱۴
۵-۱ تعریف کلی بازده قانون دوم.....	۱۶
۶-۱ اکسرژی مربوط به انواع انرژیها.....	۱۶
۱-۶-۱ اکسرژی انرژی جنبشی.....	۱۶
۲-۶-۱ اکسرژی انرژی پتانسیل.....	۱۷
۳-۶-۱ اکسرژی انرژی درونی.....	۱۷
۴-۶-۱ اکسرژی انرژی جریان.....	۱۷
۵-۶-۱ اکسرژی آنتالپی.....	۱۷
۷-۱ انتقال اکسرژی توسط گرما.....	۱۹
۸-۱ انتقال اکسرژی توسط کار.....	۲۱
۹-۱ انتقال اکسرژی توسط جریان جرم.....	۲۲
۱۰-۱ مفهوم سیستم باز و سیستم بسته.....	۲۶
۱۱-۱ تغییرات اکسرژی سیستم بسته.....	۲۷
۱۲-۱ تغییرات اکسرژی سیستم باز.....	۲۷
۱-۱۲-۱ فرآیند حالت دائم (SSSF).....	۲۷
۲-۱۲-۱ فرآیند حالت گذرا (USUF):.....	۲۸

۱۳-۱	بیانهای قانون دوم ترمودینامیک	۳۳
۱-۱۳-۱	قانون دوم ترمودینامیک به بیان آنتروپی	۳۳
۲-۱۳-۱	قانون دوم ترمودینامیک به بیان اکسرژی	۳۳
۱۴-۱	تولید انترپی و اکسرژی نابودشده چه ارتباطی با هم دارند	۳۴
۱۵-۱	موازنه انرژی، انترپی و اکسرژی	۳۴
۲	فصل دوم: آنالیز اکسرژی سیکلها	۷۷
۱-۲	محاسبه برگشتناپذیری در قسمتهای مختلف موتور حرارتی	۷۷
۱-۱-۲	محاسبه برگشتناپذیری در ناحیه بین منبع دما بالا و موتور حرارتی (ناحیه اول)	۷۷
۲-۱-۲	محاسبه برگشتناپذیری در موتور حرارتی (ناحیه دوم)	۷۸
۳-۱-۲	محاسبه برگشتناپذیری در ناحیه بین موتور حرارتی و منبع دما پایین (ناحیه سوم)	۷۹
۴-۱-۲	محاسبه بازده قانون دوم در ماشین گرمایی	۷۹
۲-۲	محاسبه برگشتناپذیری در قسمتهای مختلف سیکل تبرید	۹۲
۳-۲	محاسبه برگشتناپذیری در قسمتهای مختلف سیکل برایتون	۹۶
۴-۲	محاسبه برگشتناپذیری در قسمتهای مختلف سیکل رانکین	۱۲۱
۳	فصل سوم: اکسرژی مخلوطها	۱۳۰
۳-۱	روابط و توابع گیبس	۱۳۰
۱-۱-۳	سیستم تک جزئی	۱۳۰
۲-۱-۳	سیستم چند جزئی	۱۳۰
۲-۳	طریقه محاسبه پتانسیل شیمیایی برای یک گاز ایدهآل	۱۳۲
۳-۳	اکسرژی مخلوطها	۱۳۲
۴-۳	اکسرژی هوای مرطوب	۱۳۶
۱-۴-۳	نسبت رطوبت (رطوبت مخصوص)	۱۳۶
۲-۴-۳	نسبت کسر مولی	۱۳۷
۵-۳	اکسرژی آب (مثلا آب تقطیرشده از بخار موجود در هوا)	۱۳۹
۳-۶	مثالی برای محاسبه برگشتناپذیری فرایندهای تهویه مطبوع	۱۴۰

- ۴ فصل چهارم: تعادل شیمیایی..... ۱۴۳
- ۴-۱ معیار تعادل شیمیایی..... ۱۴۳
- ۴-۱-۱ یک مثال برای درک بهتر ثابت تعادل..... ۱۴۷
- ۴-۲ نکات مهم در مورد ثابت تعادل..... ۱۴۷

شکل ۱-۱: کیفیت انرژی برای دو سیستم الف و ب.....	۶
شکل ۲-۱: تعریف ماکزیمم کار.....	۶
شکل ۳-۱:.....	۷
شکل ۴-۱:.....	۸
شکل ۵-۱:.....	۸
شکل ۶-۱:.....	۹
شکل ۷-۱	۹
شکل ۸-۱:.....	۱۰
شکل ۹-۱:.....	۱۱
شکل ۱۰-۱:.....	۱۲
شکل ۱۱-۱:.....	۱۳
شکل ۱۲-۱:.....	۱۴
شکل ۱۳-۱:.....	۱۵
شکل ۱۴-۱:.....	۱۹
شکل ۱۵-۱:.....	۲۰
شکل ۱۶-۱:.....	۲۱
شکل ۱۷-۱:.....	۲۲
شکل ۱۸-۱:.....	۲۲
شکل ۱۹-۱:.....	۲۳
شکل ۲۰-۱:.....	۲۵
شکل ۲۱-۱: سیستم باز که در حال انتقال جرم و انرژی با محیط بیرونی است.....	۲۶
شکل ۲۲-۱:.....	۲۸
شکل ۲۳-۱:.....	۳۱
شکل ۲۴-۱:.....	۳۱
شکل ۲۵-۱: شماتیک موازنه انرژی، اکسرژی و انتروپی.....	۳۵
شکل ۲۶-۱: موازنه انرژی برای توربین برشگت پذیر.....	۶۸
شکل ۲۷-۱:.....	۶۹
شکل ۲۸-۱:.....	۷۱
شکل ۲۹-۱:.....	۷۳
شکل ۱-۲:.....	۷۷
شکل ۲-۲۲:.....	۹۸

شکل ۳-۲ نمودار اکسرژی.....	۱۱۵.....
شکل ۱-۳.....	۱۳۳.....
شکل ۲-۳: شرایط واقعی، شرایط مرده مکانیکی و شرایط مرده شیمیایی.....	۱۳۵.....
شکل ۳-۳.....	۱۳۸.....
شکل ۴-۳: رطوبت زدن و رطوبت گیری.....	۱۳۹.....
شکل ۵-۳.....	۱۴۰.....
شکل ۱-۴.....	۱۴۳.....
شکل ۲-۴.....	۱۴۴.....
شکل ۳-۴.....	۱۴۵.....
شکل ۴-۴.....	۱۴۷.....

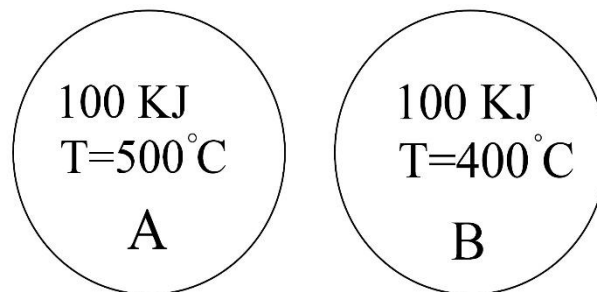
جدول ۱-۱: انرژی و مقدار اکسرژی.....	۱۸.....
جدول ۲-۱: خلاصه ای فرمولهای مهم برای محاسبه اکسرژی.....	۲۶.....
جدول ۳-۱.....	۲۹.....
جدول ۱-۳.....	۱۳۴.....
جدول ۲-۳: شرایط مرده مکانیکی و شیمیایی.....	۱۳۴.....
جدول ۳-۳: کسر مولی گازهای داخل هوا در شرایط کاملاً مرده $y_i, 00$	۱۳۶.....
جدول ۴-۳.....	۱۳۷.....
جدول ۱-۴.....	۱۵۸.....

۱ فصل اول: مفهوم اکسرژی

۱-۱ تعریف اکسرژی

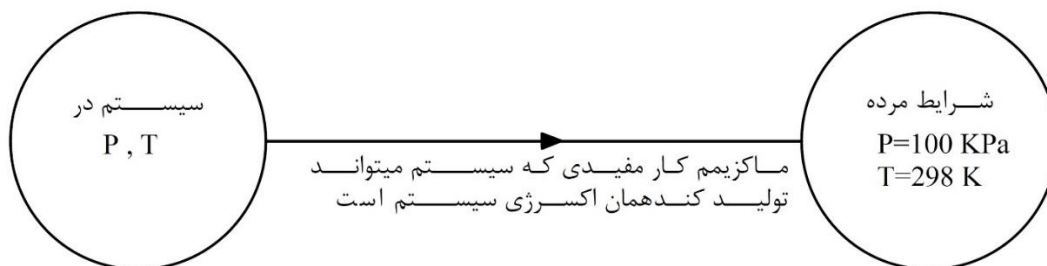
قانون اول ترمودینامیک با کمیت انرژی سر و کار داشته و بیان می‌دارد که انرژی نمی‌تواند خلق یا نابود شود. این قانون فقط پایستاری انرژی در هر فرایند را بیان می‌کند ولی قانون دوم با کیفیت انرژی و به خصوص با افت کیفیت انرژی در هر فرآیند، تولید آنتروپی و فرصت‌های از دست رفته برای انجام کار، سر و کار دارد. کیفیت انرژی را اکسرژی^۱ یا دسترس‌پذیری^۲ می‌گویند.

در شکل ۱-۱ دو سیستم با انرژی 100 kJ را نشان می‌دهد. سیستم A دارای دمای 500°C و سیستم B دارای دمای 400°C می‌باشد. از نظر مهندسان هر دو سیستم به اندازه‌ی 100 kJ انرژی دارند (قانون اول ترمودینامیک) ولی از نقطه‌نظر قانون دوم ترمودینامیک سیستم A کیفیت بالاتری دارد.



شکل ۱-۱: کیفیت انرژی برای دو سیستم الف و ب

کیفیت یعنی پتانسیل تولید کار. پتانسیل تولید کار یعنی ماکزیمم کار مفید قابل حصول از سیستم، زمانی که سیستم به شرایط تعادل با محیط یا همان شرایط مرده برسد (شکل ۲-۱). لازم به ذکر است که این همان تعریف اکسرژی است.



شکل ۲-۱: تعریف ماکزیمم کار

(در قسمتهای بعدی تعریف دقیق اکسرژی ارائه می‌شود) Exergy^۱

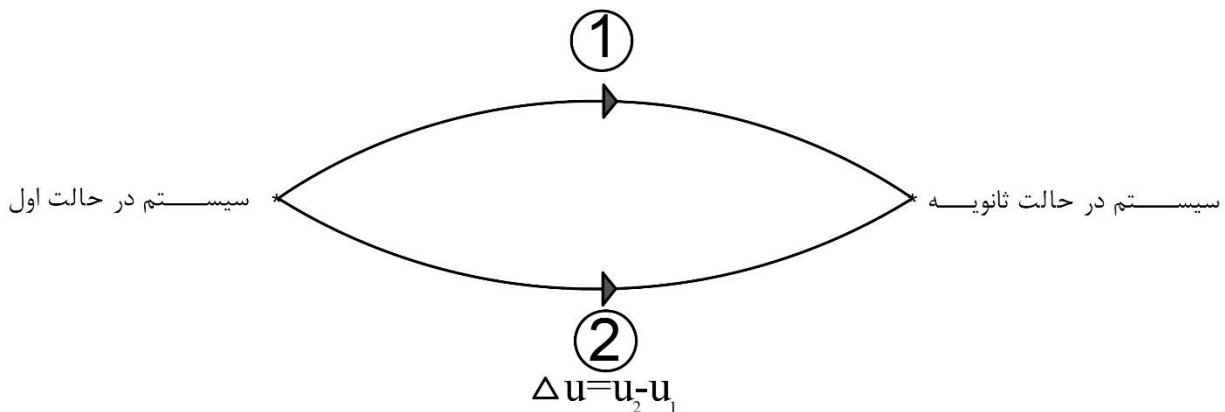
Availability^۲

تعریف شرایط مرده:

- ۱ در تعادل گرمایی با محیط باشد (با محیط هم‌دما باشد).
- ۲ در تعادل مکانیکی باشد (با محیط هم فشار باشد).
- ۳ انرژی جنبشی آن با انرژی جنبشی محیط برابر باشد.
- ۴ پتانسیل آن با انرژی داخلی محیط برابر باشد.
- ۵ از نظر شیمیایی نسبت به محیط خنثی باشد.
- ۶ از نظر مغناطیسی و الکتریکی با محیط به تعادل رسیده باشد.

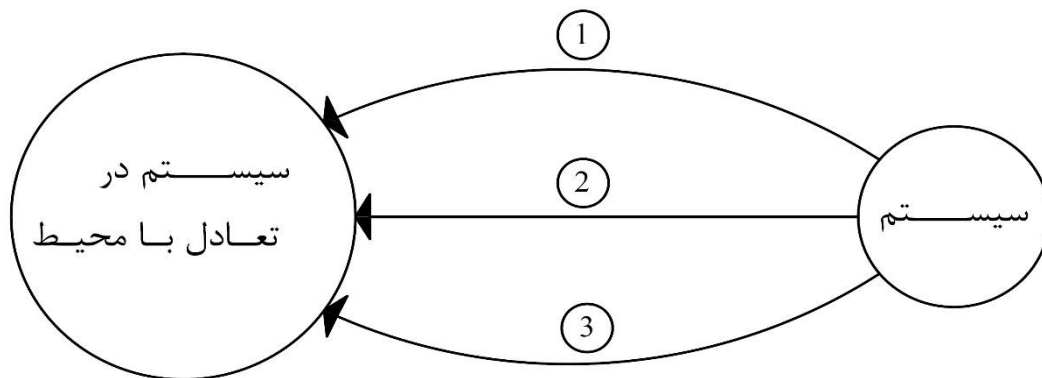
۲-۱ فرآیند ماکزیمم کار یا کار برگشت پذیر

سوالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که ماکزیمم کار در چه فرآیندی رخ می‌دهد؟ کار تابعی از مسیر فرآیند است. مقدار کار علاوه بر حالت نهایی به مسیر طی شده نیز بستگی دارد. با توجه به شکل ۱-۳، وقتی سیستم از حالت اولیه به حالت ثانویه تغییر حالت می‌دهد، اگر فرآیند از مسیر ۱ و یا از مسیر ۲ طی شود، انرژی داخلی (Δu) تغییر نمی‌کند ولی کار مسیر ۱ با کار مسیر ۲ برابر نیست. به طور کلی خواص ترمودینامیکی ($T - P - u - h - s$) توابع نقطه‌ای هستند که مستقل از مسیر و فقط تابعی از حالت‌های اولیه و نهایی هستند ولی کار تابعی از مسیر فرآیند می‌باشد که مقدار آن به مسیر طی شده بستگی دارد.



شکل ۱-۳:

با توجه به شکل ۱-۴، کار در مسیرهای متفاوت، مقادیر مختلفی خواهد داشت. بیشترین کار موقعی حاصل می‌شود که از مسیر برگشت پذیر حرکت کنیم.



شکل ۴-۱

با توجه به مطالب گفته شده، می‌توان نتیجه گرفت زمانی که اگر سیستمی در یک فرآیند برگشت پذیر از حالت اولیه مشخص به حالت محیط برسد، بیشترین کار مفید را تحویل می‌دهد. این تعریف دقیقاً همان اکسرژی است.

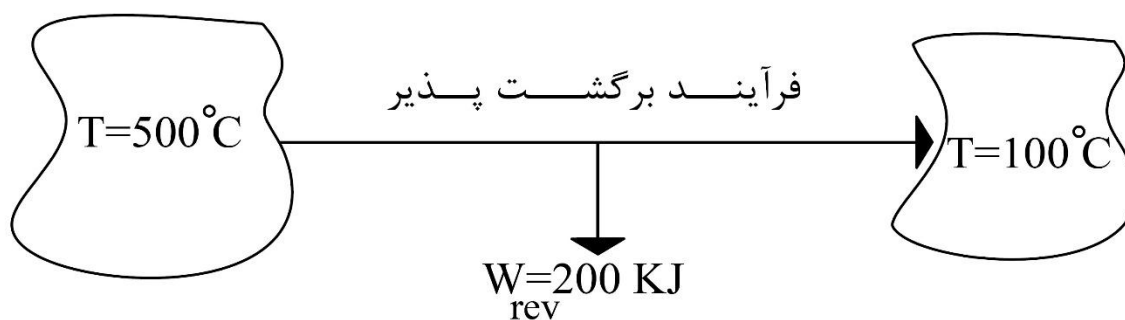
لازم به ذکر است که اکسرژی، الزاماً مقدار کار تولید شده در واقعیت نیست. بلکه حد بالای مقدار کاری را نشان می‌دهد که سیستم توانایی تولید آن را دارد.

همیشه بین کار واقعی و کار برگشت پذیر اختلاف وجود دارد. این مقدار اختلاف را برگشت ناپذیری سیستم می‌گویند. مهندسان می‌توانند با کاهش مقدار برگشت ناپذیری، بازده سیستم را افزایش دهند.

۳-۱ تفاوت اکسرژی و کار برگشت پذیر

۱-۳-۱ کار برگشت پذیر

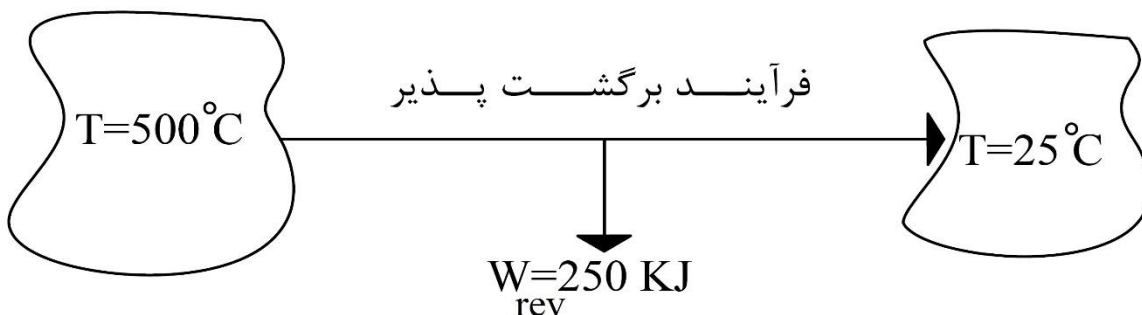
ماکزیمم کار مفیدی است که سیستم از حالت مشخص اولیه در طی یک فرآیند برگشت پذیر، به حالت نهایی می‌رسد.



شکل ۵-۱

۲-۳-۱ اکسرژی

ماکزیمم کار مفید برگشت پذیر، از حالت اولیه مشخص در طی یک فرآیند برگشت پذیر وقتی که به تعادل با محیط برسد.



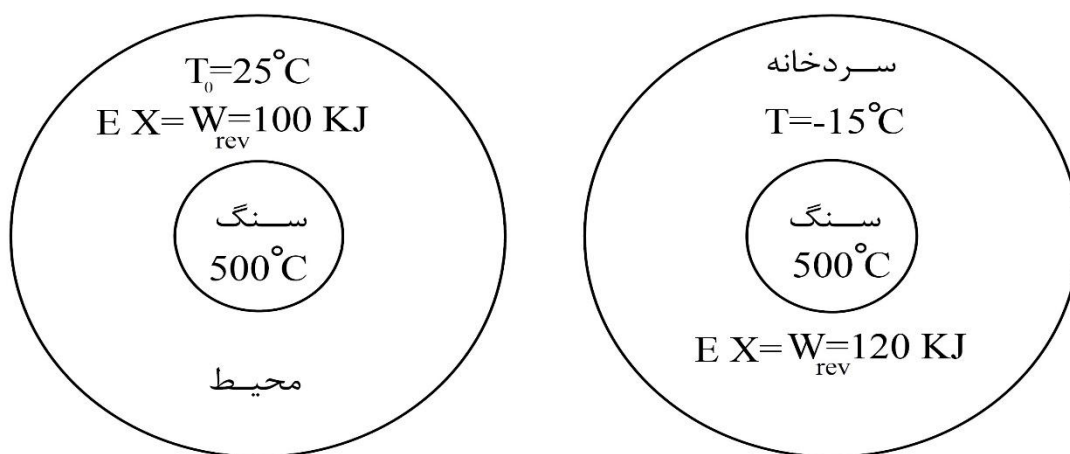
شکل ۶-۱

به بیان ساده‌تر، اگر حالت نهایی همان حالت مرده باشد، اکسرژی و کار برگشت‌پذیر یکسان خواهند بود و در غیر این‌صورت این دو با هم برابر نیستند.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که:

- (۱) اکسرژی یک خاصیت ترکیبی است، یعنی علاوه بر شرایط سیستم به شرایط محیط هم وابسته است.
- (۲) هر بار که انرژی از صورتی به صورت دیگر تبدیل می‌شود، مقدار انرژی ثابت مانده ولی کیفیت آن همواره در حال کاهش است (اکسرژی در حال کاهش است).

شکل ۷-۱، دو محیط مختلف را نشان می‌دهد. محیط اول در دمای 25°C و محیط دوم در دمای $15^{\circ}\text{C}-$ می‌باشد. اگر سنگ بعنوان سیستم در نظر گرفته شود، زمانی که سنگ با دمای 500°C در هر دو محیط قرار گیرد و سپس به حالت مرده برسد، همانطور که در شکل قابل مشاهده است، مقدار اکسرژی در محیط دوم بیشتر است.



شکل ۷-۱

۴-۱ برگشت‌ناپذیری

برگشت‌ناپذیری را می‌توان اکسرژی اتلافی یا فرصت از دست رفته برای انجام کار پنداشت. برگشت‌ناپذیری نشان دهنده

آن مقدار انرژی هدر رفته‌ای است که توانایی انجام کار را داشته اما از آن استفاده نشده است. عملکرد هر سیستم را می‌توان با کمینه‌سازی برگشت‌ناپذیری بهبود داد. رابطه برگشت‌ناپذیری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I = \left| \text{کار مفید واقعی} - \text{ماکزیمم کار مفید} \right| \quad (1)$$

توجه شود که I همواره مثبت است. بنابراین اگر سیستم کار تولید کند، برگشت‌ناپذیری مطابق رابطه (۱-۲) محاسبه می‌شود. اگر سیستم مصرف‌کننده کار باشد، برگشت‌ناپذیری مطابق رابطه (۱-۳) محاسبه می‌شود:

$$I = W_{\text{rev}} - W_a \quad (1)$$

(۲)

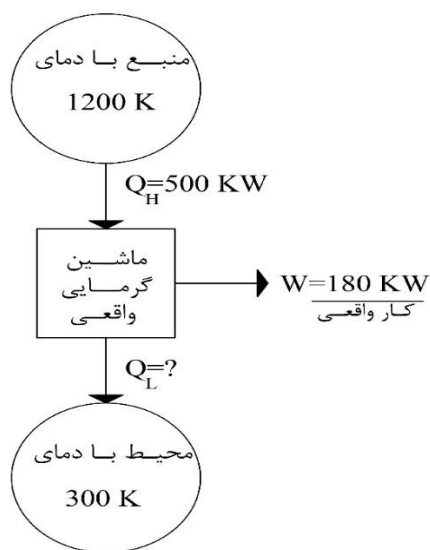
$$I = W_a - W_{\text{rev}} \quad (1)$$

(۳)

مثال ۱-۱: یک ماشین گرمایی 500 kW گرما از منبع با دمای 1200 K را گرفته و گرمای اتلافی را به محیط با دمای 300 K می‌دهد. اگر قدرت خروجی این ماشین 180 kW باشد، مطلوب است محاسبه قدرت برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیری سیستم.

حل مسئله.

با توجه به شکل ۱-۸ و با استفاده از قانون اول ترمودینامیک مقدار Q_L بدست می‌آید:



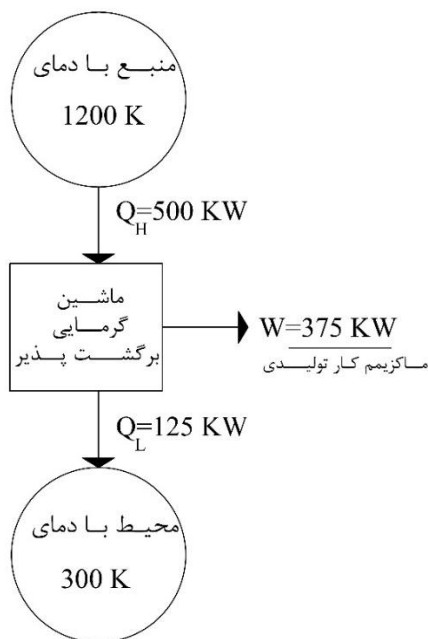
شکل ۱-۸

$$Q_H = W + Q_L \Rightarrow Q_L = 500 - 180 = 320 \text{ kW}$$

بازده واقعی سیکل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{180}{500} = 0.36$$

بنابراین مطابق شکل ۹-۱، بهترین موتور گرمایی که بین دو منبع با دمای T_H و T_L کار می‌کند، موتور کارنو است.



شکل ۹-۱

بازده موتور کارنو از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{1200} = 0.75$$

سپس می‌توان با داشتن بازده موتور کارنو، کار برگشت پذیر را محاسبه نمود:

$$W_{rev} = \eta \times Q_H = 0.75 \times 500 = 375 \text{ kW}$$

$$W_a = 180 \text{ kW}$$

$$W_{rev} = 375 \text{ kW}$$

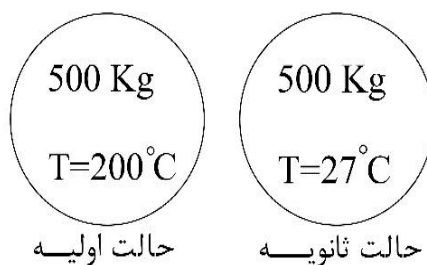
$$I = |W_{rev} - W_a| = |375 - 180| = 195 \text{ kW}$$

بهترین موتور (حالت ایده آل)	موتور واقعی
این موتور می تواند ۳۷۵ کیلووات کار مفید تولید کند	این موتور می تواند ۱۸۰ کیلووات کار مفید تولید کند

برگشت ناپذیری موتور واقعی برابر ۱۹۵ کیلووات می باشد.

مثال ۱-۲: مطابق شکل ۱-۱۰، یک سنگ به جرم 500 kg با دمای اولیه 200°C را در نظر بگیرید. این سنگ با دادن حرارت به محیط 27°C خنک می شود. مطلوبست محاسبه برگشت ناپذیری فرآیند دمای محیط 27°C فرض شود.

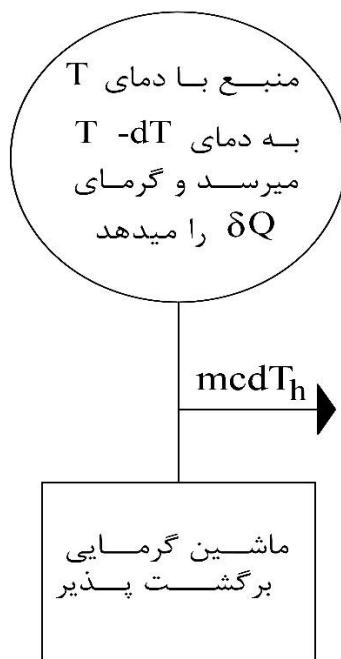
$$C = 0.45 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$



شکل ۱-۱۰

همانطور که می دانیم گرما برای جامدات از رابطه $Q = mcT$ بدست می آید. حال اگر یک جامد به اندازه dT خنک شود مقدار گرمای آزاد شده برابر $\delta Q = mcdT$ خواهد بود.

مطابق شکل ۱-۱۱، یک سنگ به یک ماشین گرمایی متصل شده و دمای منبع گرم (T_h) از ۲۰۰ سلسیوس تا ۲۷ درجه سلسیوس تغییر می کند. کار برگشت پذیر به صورت زیر محاسبه می شود:



شکل ۱-۱۱

For Carno Cycle: $W_{rev} = \eta Q_H$, $\eta = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)$

$$\delta W_{rev} = \eta(mcdT_h) = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) mcdT_h = \left(1 - \frac{27+273}{T_H}\right) \times 500 \times 0.45 \times dT_H$$

$$W_{rev} = 500 \times 0.45 \times \int_{200+273}^{27+273} \left(1 - \frac{300}{T_H}\right) dT_H = 8191 kJ$$

مقدار برگشت ناپذیری مطابق با $I = W_{rev} - W_a$ محاسبه می شود:

$$I = W_{rev} - W_a$$

$$W_{rev} = 8191 kJ$$

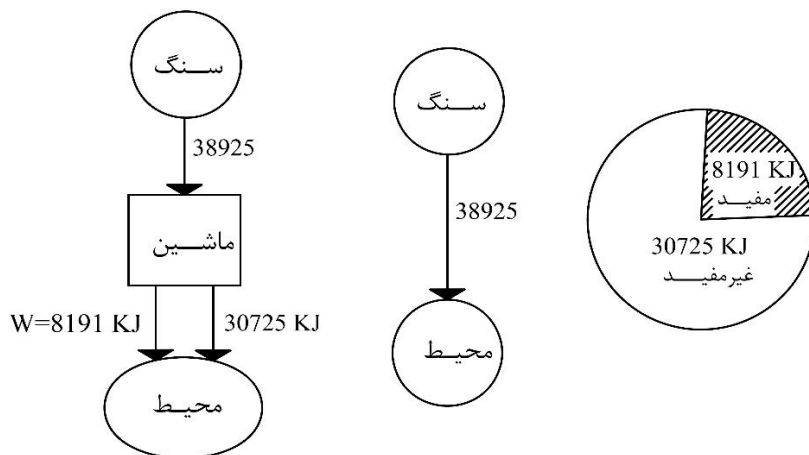
$$W_a = 0$$

$$I = 8191 - 0 = 8191 \text{ kJ}$$

نکته:

مقدار کل گرمای سنگ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q = mC\Delta T = 500 \times 0.45 \times (200 - 27) = 38925 \text{ kJ}$$



شکل ۱-۱۲

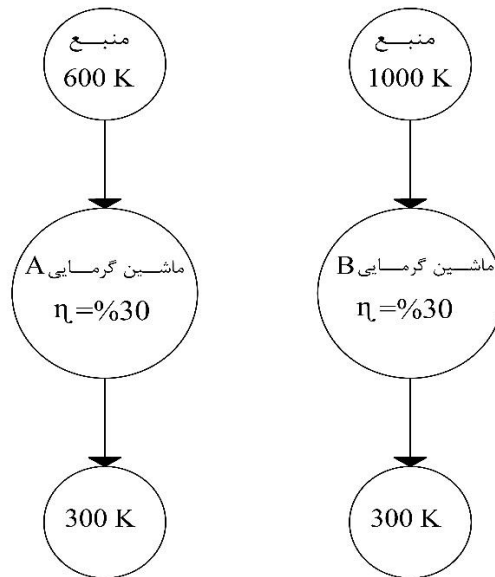
مطابق شکل ۱-۱۲، سنگ در حالت واقعی با دادن حرارت به صورت مستقیم به محیط خنک شده و از پتانسیل خود برای تولید کار بهره‌ای نبرده و هیچ کار مفیدی تولید نشده است. بنابراین در حالت واقعی، قطعه با دادن حرارت به محیط خنک شده و هیچ کار مفیدی انجام نمی‌دهد. اما در صورتی که به یک موتور گرمایی برگشت‌پذیر متصل شود به اندازه 8191 kJ کار انجام می‌دهد، که این مقدار کار همان کار برگشت‌پذیر می‌باشد.

۴-۱ بازده قانون دوم ترمودینامیک برای ماشین گرمایی

بازده قانون دوم برای ماشین گرمایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{\text{واقعی}}}{\eta_{\text{ماکزیمم}}} \quad \begin{matrix} -۱) \\ (۴) \end{matrix}$$

مثال: بازده قانون دوم را برای دو ماشین گرمایی زیر بدست آورید و مشخص کنید کدام وسیله بهتر کار می‌کند؟



شکل ۱-۱۳

همانطور که قبلا اشاره شد بازده ماکزیمم یک ماشین گرمایی از رابطه کارنو بدست می آید:

$$\eta = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)$$

پس برای دو ماشین ذکر شده ماکزیمم بازده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$A: \eta_{max} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{600} = 0.5$$

$$B: \eta_{max} = 1 - \frac{300}{1000} = 0.7$$

با توجه به مقادیر بیشینه بازده هر دو ماشین، مشاهده می شود که ماشین گرمایی A در وضعیت ایده آل تری نسبت به ماشین B قرار دارد. زیرا بازده آن به بازده ایده آل خود نزدیکتر است. بهر حال میتوان این ادعا را با محاسبه بازده قانون دوم ترمودینامیک، اثبات کرد.

$$\eta_{II})_A = \frac{0.30}{0.50} = 0.6$$

$$\eta_{II})_B = \frac{0.30}{0.70} = 0.4$$

بنابراین می توان نتیجه گرفت که بازده قانون دوم ماشین گرمایی A نسبت به B بیشتر است. بنابراین ماشین گرمایی A نسبت به ماشین گرمایی B بهتر عمل می کند.

۵-۱ تعریف کلی بازده قانون دوم

بازده قانون دوم در هر فرآیند دلخواه به فرم کلی زیر بیان می‌شود:

$$\eta_{II} = \frac{\text{اکسرژی بازیافتی}}{\text{اکسرژی ورودی}} = 1 - \frac{\text{اکسرژی اتلافی}}{\text{اکسرژی ورودی}} \quad (۵)$$

برای وسایل تولید کننده کار بازده قانون دوم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_{II} = \frac{W_a}{W_{rev}} \quad (۶-۱)$$

برای وسایل مصرف کننده کار بازده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_{II} = \frac{W_{rev}}{W_a} \quad (۷)$$

برای یخچال ها و پمپ ها بازده به صورت زیر تعریف می شود:

$$\eta_{II} = \frac{COP_a}{COP_{max}} \quad (۸)$$

در سیستم ایده آل و یا فرآیند ایده آل، بازده قانون دوم ۱۰۰٪ است. ولی برای سیستم واقعی اکسرژی ورودی از اکسرژی بازیافتی بیشتر بوده (اکسرژی نابود شده) و بنابراین بازده قانون دوم کمتر از ۱۰۰٪ می باشد. اختلاف بین اکسرژی ورودی و بازیافتی را اکسرژی اتلافی (یا همان برگشت ناپذیری) گویند.

فرآیندهایی وجود دارند که در آنها هیچ قسمتی از اکسرژی ورودی بازیافت نمی‌شود و بازده قانون دوم در این فرآیندها برابر با صفر خواهد بود:

$$\eta_{II} = 0$$

۶-۱ اکسرژی مربوط به انواع انرژی‌ها

معمولا در علم ترمودینامیک با انرژی‌های جنبشی، پتانسیل، درونی، انرژی جریان و آنتالپی سروکار دارند. اکسرژی مربوط به این انرژی‌ها در این بخش معرفی می‌گردند.

۱-۶-۱ اکسرژی انرژی جنبشی

انرژی	$E_{ke} = \frac{mV^2}{2}$	$[kJ]$	(۹-۱)
اکسرژی	$X_{ke} = \frac{mV^2}{2}$	$[kJ]$	
$x_{ke} = \frac{V^2}{2}$	$\left[\frac{kJ}{kg} \right]$		

۱-۶-۲ اکسرژی انرژی پتانسیل

انرژی	$E_{pe} = mgz$	$[kJ]$	(۱۰-۱)
اکسرژی	$X_{pe} = mgz$	$[kJ]$	
	$x_{pe} = gz$	$\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	

۱-۶-۳ اکسرژی انرژی درونی

$$E_u = U \quad [kJ] \quad \text{انرژی} \quad (۱-۱)$$

$$X_u = (U - U_0) + P_0(V - V_0) - T_0(S - S_0) \quad [kJ]$$

$$x_u = (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) \quad \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

۱-۶-۴ اکسرژی انرژی جریان

$$E_{pv} = PV \quad [kJ] \quad (۱-۲)$$

$$X_{pv} = (P - P_0)V \quad [kJ]$$

$$x_{pv} = (P - P_0)v \quad \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

۱-۶-۵ اکسرژی آنتالپی

$$E_h = h \quad [kJ] \quad (۱-۳)$$

$$X_h = X_u + X_{pv} = (H - H_0) - T_0(S - S_0) \quad [kJ]$$

$$x_h = (h - h_0) - T_0(s - s_0) \quad \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

توجه شود که مقادیر h_0 و s_0 به آنتالپی و انترپی ماده مورد نظر در شرایط محیط اشاره دارد.

به طور خلاصه مقدار اکسرژی برای چند مدل انرژی از جدول زیر بدست می آید:

جدول ۱-۱: انرژی و مقدار اکسرژی

نوع انرژی	انرژی (بر واحد جرم)	اکسرژی (بر واحد جرم)
انرژی جنبشی	$e_{ke} = \frac{V^2}{2} \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$x_{ke} = \frac{V^2}{2} \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
انرژی پتانسیل	$e_{pe} = gz \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$x_{pe} = gz \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
انرژی درونی	$e_u = u$	$x_u = (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
انرژی جریان	$e_{pv} = (P)v \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$x_{pv} = (P - P_0)v \left[\frac{kJ}{kg} \right]$
آنتالپی	$E_h = h \left[\frac{kJ}{kg} \right]$	$x_h = (h - h_0) - T_0(s - s_0) \left[\frac{kJ}{kg} \right]$

مثال:

اکسرژی و انرژی بخار در شرایط 30 kPa و دمای 100°C را بدست آورید. دبی بخار را $5 \frac{kg}{s}$ در نظر بگیرید.

(شرایط محیط: $P_0 = 100 \text{ kPa}$ & $T_0 = 20^\circ\text{C}$)

$$\begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 20^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_0 = 83.9 \\ s_0 = 0.29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = 30 \text{ kPa} \\ T = 100^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h = 2684.95 \\ s = 8.072 \end{cases}$$

$$X_h = 5[(2684.95 - 83.9) - (20 + 273) \times (8.072 - 0.29)] = 1710 \text{ kJ}$$

نکات

- اکسرژی انرژی درونی هیچگاه منفی نیست. به عبارتی همواره

$$x_u = (u - u_0) + P_0(V - V_0) - T_0(s - s_0) > 0$$

- اکسرژی انرژی جریان در فشارهایی کمتر از فشار اتمسفر، منفی است. به عبارتی

$$\text{If } P < P_0 \rightarrow x_{pv} = (P - P_0)v < 0$$

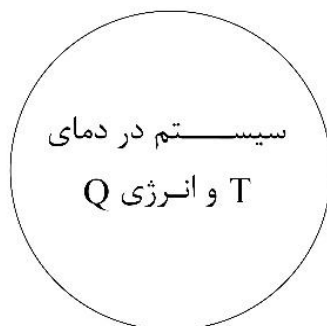
- با توجه به اینکه (اکسرژی انرژی جریان + اکسرژی انرژی درونی = اکسرژی آنتالپی) و از طرفی چون اکسرژی انرژی جریان می تواند منفی باشد (اکسرژی انرژی درونی همواره مثبت است) بنابراین نمی توان از قبل پیش بینی

نمود که اکسرژی آنتالپی مثبت است یا منفی. می‌توان گفت که در فشارهای بالاتر از فشار محیط، همواره اکسرژی آنتالپی مثبت است:

$$\text{If } P > P_0 \rightarrow x_h = (h - h_0) - T_0(s - s_0) > 0$$

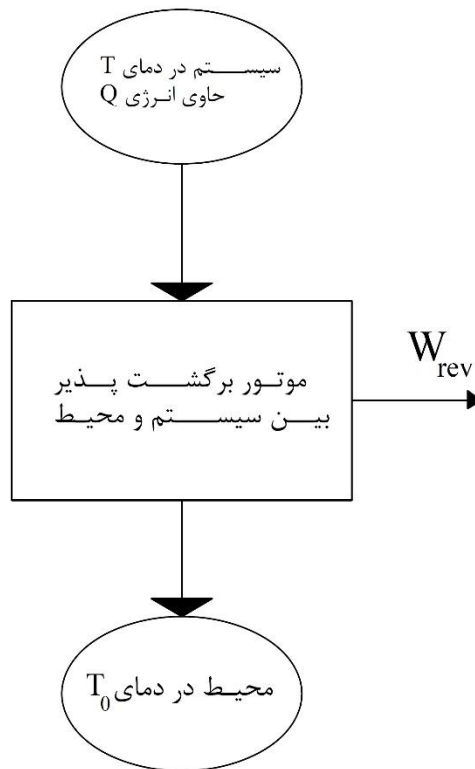
۷-۱ انتقال اکسرژی توسط گرما

سوال: سیستم مطابق شکل ۱-۱۴، در دمای T و با انرژی Q چقدر اکسرژی دارد؟
به عبارت دیگر اگر از این حالت به حالت مرده برسد چه مقدار کار می‌تواند تولید کند؟



شکل ۱-۱۴

برای بدست آوردن اکسرژی سیستم، مطابق شکل ۱-۱۵، فرض می‌شود که یک موتور برگشت‌پذیر بین سیستم و محیط عمل کرده و با گرفتن گرمای Q ، کار برگشت‌پذیر را تحویل می‌دهد.



شکل ۱-۱۵

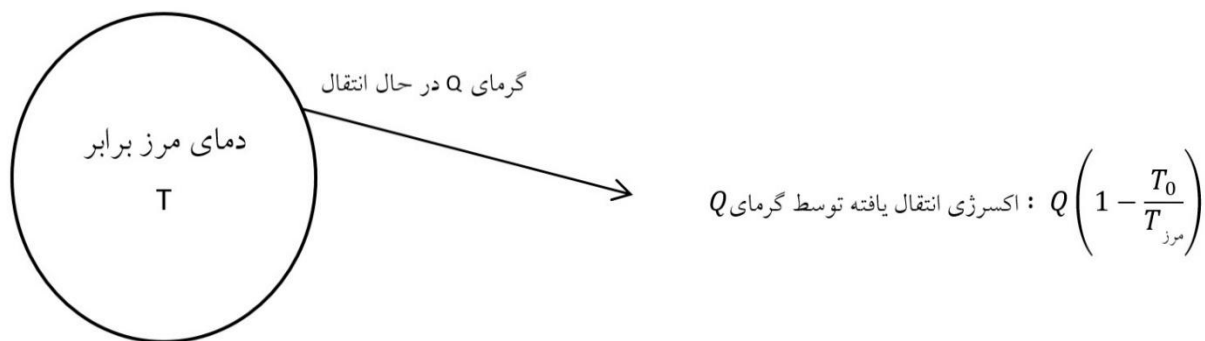
از طرفی، حداکثر بازده این موتور مطابق رابطه (۱-۱۴) محاسبه می‌شود:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \rightarrow \eta_{max} = 1 - \frac{T_0}{T} \quad (۱-۱۴)$$

پس حداکثر کار خروجی این موتور مطابق رابطه (۱-۱۵) محاسبه می‌شود :

$$W_{max} = \eta_{max} \times Q \rightarrow W_{rev} = W_{max} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) \quad (۱-۱۵)$$

از طرفی، اکسرژی همان کار برگشت پذیر بین حالت ۱ و حالت مرده است. پس این عبارت همان اکسرژی گرمایی Q است. بنابراین اکسرژی گرمایی یک سیستم در دمای مرز T ، محیط با دمای T_0 و دارای انرژی Q مطابق با رابطه (۱-۱۶) محاسبه می‌شود :



شکل ۱-۱۶

$$X_Q = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}} \right) \quad (16)$$

نتایج کلی که از رابطه (۱-۱۶) می‌توان گرفت به صورت زیر است :

اگر دمای سیستم بیشتر از دمای محیط باشد. جهت انتقال انرژی و اکسرژی با هم یکسان است. به عبارتی:

(a) اگر به سیستم حرارت وارد شود، اکسرژی نیز وارد می‌شود.

(b) اگر سیستم حرارت از دست بدهد، اکسرژی نیز از دست می‌دهد

اگر دمای سیستم کمتر از دمای محیط باشد، جهت انتقال انرژی و اکسرژی خلاف جهت هم هستند. به عبارتی:

- اگر به سیستم حرارت وارد شود، اکسرژی کاهش می‌یابد یا اکسرژی از دست می‌دهد
- اگر سیستم حرارت از دست بدهد، اکسرژی افزایش می‌یابد یا اکسرژی به سیستم وارد می‌شود

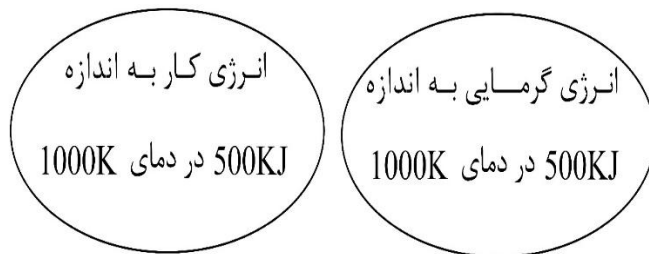
۸-۱ انتقال اکسرژی توسط کار

کار به دو صورت مرزی ($W_{\text{مرزی}}$) و سایر صورت‌ها (W) بین سیستم و محیط انتقال می‌یابد. اکسرژی انتقال یافته توسط کار برابر است با:

$$X_W = X_{\text{کار}} = \begin{cases} W & \text{سایر صورت ها} \\ W - \underbrace{W_{\text{مرزی}}}_{P_0(V_2 - V_1)} & \text{اگر مرز تغییر کند} \end{cases} \quad (17)$$

نکته یک: برای انتقال اکسرژی توسط کار، جهت انتقال انرژی و اکسرژی یکسان است.

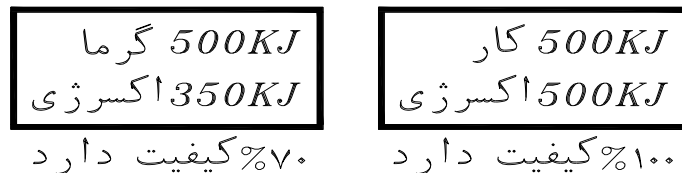
مثال ۱-۳: با توجه به شکل ۱-۱۷، $500kJ$ انرژی گرمایی و $500kJ$ انرژی کار هر کدام چه مقدار اکسرژی دارند؟
(دمای محیط را ۳۰۰ کلوین در نظر بگیرید)



شکل ۱-۱۷

$$X_{\text{گرما}} = 500 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) = 350 \text{ kJ}$$

$$X_{\text{کار}} = 500 \text{ kJ}$$



شکل ۱-۱۸

با توجه به شکل ۱-۱۸، ۵۰۰ کیلوژول کار، ۵۰۰ کیلوژول اکسرژی دارد در حالی که ۵۰۰ کیلوژول گرما در محیط با دمای ۳۰۰ کلوین، ۳۵۰ کیلوژول اکسرژی دارد.

۱-۹ انتقال اکسرژی توسط جریان جرم

جریان جرم با خود انرژی به همراه دارد. برای گازهای ایده‌آل، انرژی جریان جرم (آنتالپی)، ناشی از فشار و انرژی درونی می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} \text{انرژی درونی} &= U = f(T) \\ \text{ناشی از فشار} &= PV = \text{انرژی فشاری} \end{aligned} \right\} \text{آنتالپی} = H$$

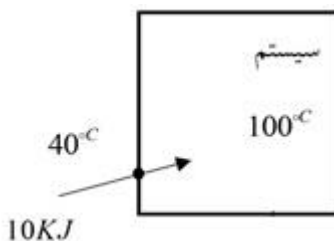
$$\text{ناشی از سرعت} = \frac{MV^2}{2} = \text{انرژی جنبشی} \Rightarrow \text{جرمان جرم}$$

$$\text{ناشی از ارتفاع} = mgz = \text{پتانسیل}$$

مطابق با مطالب گفته شده، جریان جرم به اندازه $m(h + \frac{v^2}{2} + gz)$ انرژی و به اندازه

$$m \left[(h - h_0) - T_0(S - S_0) + \frac{v^2}{2} + gz \right] \text{ اکسرژی دارد.}$$

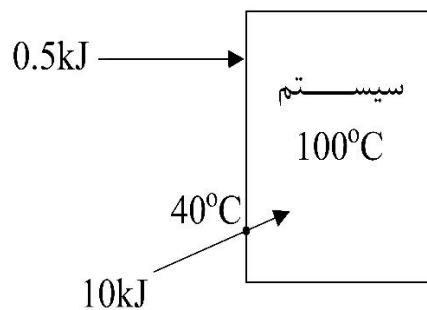
مثال ۴-۱: شکل ۱۹-۱ را در نظر بگیرید. در صورتیکه دمای مرز سیستم 40°C و دمای محیط 25°C باشد :



شکل ۱۹-۱

الف) این سیستم چه مقدار اکسرژی دریافت می کند؟

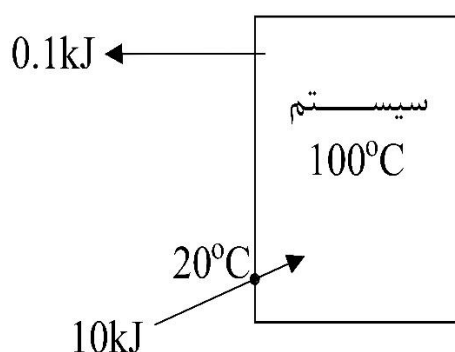
$$X_Q = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}} \right) = 10 \times \left(1 - \frac{25+273}{40+273} \right) = 0.5 \text{ [kJ]}$$



شکل ۱-۱۹-۱

ب) اگر دمای مرز سیستم به $T_0 = 20^\circ C$ تغییر کند، این سیستم چه مقدار اکسرژی دریافت می‌کند؟

$$X_Q = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}} \right) = 10 \times \left(1 - \frac{25+273}{20+273} \right) = -0.1 \text{ [kJ]}$$



شکل ۱-۱۹-۲

بنابراین مطابق شکل ۱-۱۹-۱، در صورتیکه دمای مرز سیستم از دمای محیط بیشتر باشد، جهت انرژی و اکسرژی یکسان است ولی اگر دمای مرز سیستم از دمای محیط کمتر باشد، انرژی و اکسرژی خلاف جهت هم هستند.

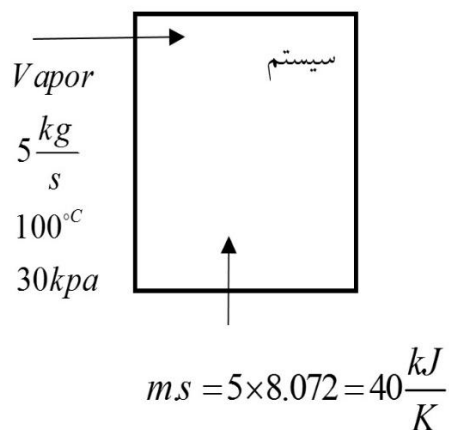
مثال ۱-۵: اکسرژی و انرژی جریان جرم را مطابق شکل ۱-۲۰ بدست آورید.

(شرایط محیط : $T_0 = 20^\circ C$ & $P_0 = 100 kPa$)

$$\begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 20^\circ C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_0 = 83.9 \\ s_0 = 0.29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = 30 \text{ kPa} \\ T = 100^\circ C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h = 2684.95 \\ s = 8.072 \end{cases}$$

$$X_h = 5[(2684.95 - 83.9) - (20 + 273) \times (8.072 - 0.29)] = 1710 \text{ kJ}$$



شکل ۱-۲۰

$$\begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 20^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_0 = 83.9 \\ s_0 = 0.29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = 30 \text{ kPa} \\ T = 100^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h = 2684.95 \\ s = 8.072 \end{cases}$$

$$X_h = 5[(2684.95 - 83.9) - (20 + 273) \times (8.072 - 0.29)] = 1710 \text{ kJ}$$

$$\text{انرژی} = m \times h = 5 \times 2684.95 = 13425 \text{ kJ}$$

بنابراین اگر بخار با دبی $5 \frac{kg}{s}$ و با شرایط $\begin{cases} P = 30 \text{ kPa} \\ T = 100^\circ\text{C} \end{cases}$ وارد سیستم شود، انرژی سیستم به اندازه 13425 kJ

و اکسرژی سیستم به اندازه 1710 kJ افزایش می‌یابد. البته همواره جهت انرژی و اکسرژی برای جرم m یکسان نیست. در حالت کلی، اگر فشار بیشتر از فشار محیط باشد، جهت انرژی و اکسرژی یکسان بوده و اگر فشار کمتر از فشار محیط باشد، نمی‌توان جهت انتقال انرژی و اکسرژی را پیش بینی نمود.

مطابق با جدول ۱-۲، می‌توان مقادیر انرژی، اکسرژی و آنتروپی را برای هر سه نوع برهم‌کنش جریان جرم، کار و حرارت استخراج نمود.

جدول ۱-۲: خلاصه ای فرمولهای مهم برای محاسبه اکسرژی

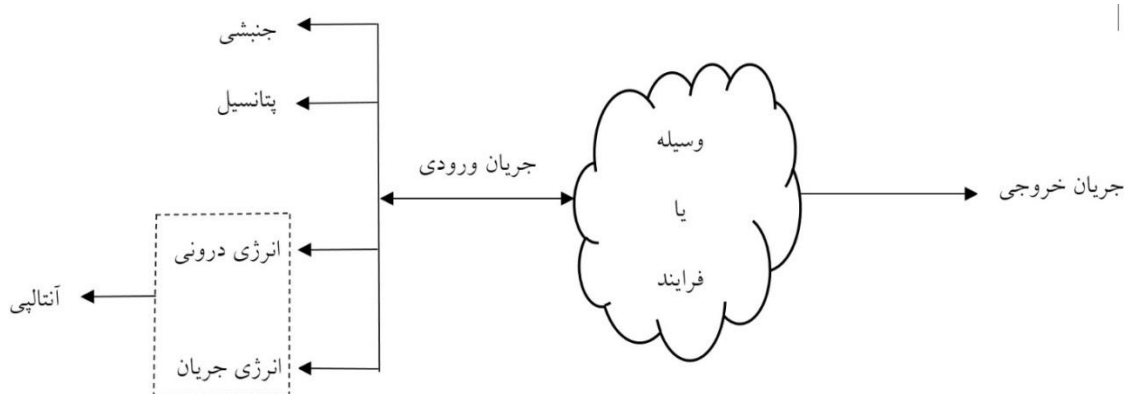
نوع برهم‌کنش	انرژی (kJ)	اکسرژی (kJ)	آنتروپی
جریان جرم	$m \times h$	$m[(h - h_0) - T_0(S - S_0)]$	$m \times s$
کار	W	$W - P_0(V_2 - V_1)$ W	.
حرارت	Q	$Q(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}})$	$\frac{Q}{T_{\text{مرز}}}$

نکته : به صورت نادقیق می‌توان گفت که هرچقدر آنتروپی انرژی ورودی به سیستم کمتر باشد، اکسرژی آن بیشتر است. از نظر فیزیکی درصد بیشتری از انرژی ورودی به سیستم، قابلیت تبدیل به کار را دارد.

نکته : میزان اکسرژی و آنتروپی برای حرارت بستگی به دمای مرز سیستم دارد. مطابق با روابط $Q(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}})$ و $S_Q = \frac{Q}{T_{\text{مرز}}}$ ، اگر دمای مرز سیستم افزایش یابد، اکسرژی حرارت افزایش یافته و همزمان آنتروپی حرارت کاهش می‌یابد.

۱-۱۰ مفهوم سیستم باز و سیستم بسته

در سیستم بسته تبادل انرژی فقط به صورت کار و گرما صورت می‌گیرد. هیچ جرمی وارد یا خارج نمی‌شود. بنابراین در سیستم بسته جرم تغییر نکرده و ثابت باقی می‌ماند. در سیستم باز علاوه بر تبادل انرژی (به صورت کار و گرما) جرم هم از مرزهای سیستم عبور می‌کند (وارد یا خارج شود). آبگرمکن، کمپرسور و توربین نمونه‌ای از سیستم‌های باز هستند.



شکل ۱-۱۲: سیستم باز که در حال انتقال جرم و انرژی با محیط بیرونی است

۱-۱ تغییرات اکسرژی سیستم بسته

همان‌طور که در بخش ۷-۱ گفته شد، در سیستم بسته جرم از مرزهای سیستم عبور نمی‌کند. مقدار تغییر اکسرژی کل انرژی سیستم بسته از رابطه (۱۸-۱) محاسبه می‌شود:

$$[kJ]\Delta X_e = \Delta X_u + \Delta X_{ke} + \Delta X \quad (۱۷)$$

$$\left[\frac{kJ}{kg}\right]\Delta x_e = \Delta x_u + \Delta x_{ke} + \Delta x_{pe} \quad (۱۸)$$

$$x_{u1} = (u_1 - u_0) + P_0(v_1 - v_0) - T_0(s_1 - s_0) \quad (۱۹)$$

$$x_{u2} = (u_2 - u_0) + P_0(v_2 - v_0) - T_0(s_2 - s_0) \quad (۱۹)$$

$$\Delta x_u = (u_2 - u_1) + P_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1)$$

$$x_{ke} = \frac{V^2}{2} \rightarrow \Delta x_{ke} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \quad (۲۰)$$

$$x_{pe} = gz \rightarrow \Delta x_{pe} = g(z_2 - z_1) \quad (۲۱)$$

تذکر: سیستم بسته فقط دارای اکسرژی انرژی درونی بوده و اکسرژی آنتالپی ندارد. در نتیجه تغییرات اکسرژی یک سیستم بسته که در طی یک فرآیند از حالت ۱ به حالت ۲ می‌رود مطابق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_e = (u_2 - u_1) + P_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (۲۲)$$

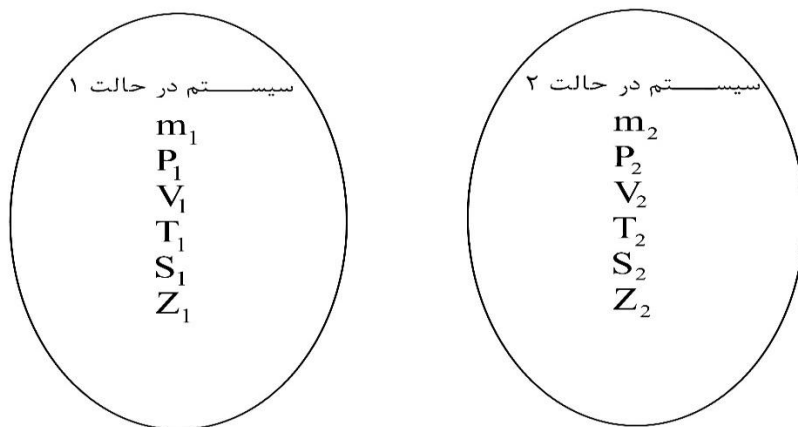
نکته: در حالت خاص، زمانی که انرژی جنبشی و پتانسیل صفر باشد می‌توان از رابطه (۲۳-۱) استفاده نمود (این موضوع در اکثر مسائل مهندسی صادق است):

$$\Delta x_e = \Delta x_u = (u_2 - u_1) + P_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1) \quad (۲۳)$$

۱-۲ تغییرات اکسرژی سیستم باز

۱-۲-۱ فرآیند حالت دائم (SSSF)

در شکل ۱-۲۲، یک سیستم باز که از حالت ۱ به حالت ۲ تغییر حالت می‌دهد، مشاهده می‌شود.



شکل ۱-۲۲

فرآیندی که در آن تمام خواص با زمان تغییر نکرده و ثابت بمانند، فرآیند حالت دائم نام دارد. به عبارت دیگر، در فرآیند دائم تغییرات اکسرژی سیستم صفر است ($\Delta x = 0$).

۱-۲-۲ فرآیند حالت گذرا (USUF):

تغییرات اکسرژی برای فرآیند گذرا از حالت ۱ به حالت ۲، از رابطه (۱-۲۴) محاسبه می‌شود.

(۱-۲۴)

$$\Delta U = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$X_1 = m_1 \left[[(u_1 - u_0) + P_0(v_1 - v_0) - T_0(s_1 - s_0)] + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right]$$

$$X_2 = m_2 \left[[(u_2 - u_0) + P_0(v_2 - v_0) - T_0(s_2 - s_0)] + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right]$$

$$\begin{aligned} \Delta X = X_2 - X_1 = & m_2 u_2 - m_1 u_1 - u_0(m_2 - m_1) + P_0(m_2 v_2 - m_1 v_1) - P_0 v_0(m_2 - m_1) \\ & - T_0(m_2 s_2 - m_1 s_1) - T_0 s_0(m_2 - m_1) + \frac{1}{2}(m_2 V_2^2 - m_1 V_1^2) + g(m_2 z_2 - m_1 z_1) \end{aligned}$$

جمع بندی مطالب فوق را می‌توان در جدول زیر مشاهده کرد:

جدول ۳-۱

سیستم باز		سیستم بسته
USUF	SSSF	
$\Delta X = X_2 - X_1 = m_2 u_2 - m_1 u_1 - u_0(m_2 - m_1)$ $+ P_0(m_2 v_2 - m_1 v_1)$ $- P_0 v_0(m_2 - m_1)$ $- T_0(m_2 s_2 - m_1 s_1)$ $- T_0 s_0(m_2 - m_1)$ $+ \frac{1}{2}(m_2 V_2^2 - m_1 V_1^2)$ $+ g(m_2 z_2 - m_1 z_1)$	$\Delta x = 0$	$\Delta x_u = (u_2 - u_1)$ $+ P_0(v_2 - v_1)$ $- T_0(s_2 - s_1)$

مثال ۳-۶: یک سیستم بسته که حاوی آب است را با خواص زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} P = 500 \text{ kPa} \\ T = 120^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_1 = 503.3 \\ v_1 = 0.00106 \\ s_1 = 1.5273 \end{cases}$$

شرایط محیط نیز بصورت زیر است:

$$\begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 27^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_0 = 113.1 \\ v_0 = 0.001003 \\ s_0 = 0.3949 \end{cases}$$

مطلوبست محاسبه اکسرژی سیستم.

برای سیستم بسته اکسرژی همان اکسرژی انرژی درونی x_u است. توجه شود که واحد دما برای جایگذاری در روابط مربوطه، حتما باید بر حسب کلون باشد.

$$[(503.3 - 113.1) + 100(0.00106 - 0.001003) - 300(1.5273 - 0.3949)] = 50.41 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

انرژی سیستم بسته همان انرژی درونی است:

$$\text{Energy} = u = 503.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

انرژی	اکسرژی
$503.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$50.41 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

مثال ۷-۱: جریان آب درون یک لوله با سرعت 1 m/s را در نظر بگیرید. مطلوبست محاسبه اکسرژی و انرژی سیستم.

$$\begin{cases} P = 500 \text{ kPa} \\ T = 120^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h = 504 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ s = 1.527 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 300 \text{ K} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_0 = 96.5 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] \\ v_0 = 0.0010 \\ s_0 = 0.339 \end{cases}$$

(این مثال تغییرات اکسرژی جریان سیال را بیان می کند که به صورت زیر محاسبه می شود):

$$x_e = x_h + x_{ke} + x_{pe} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$x_{in} = [(h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0)] + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$x_{out} = [(h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0)] + \frac{V_2^2}{2} + gZ_2 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$\Delta x = [(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1)] + \left[\frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) \right] + [g(Z_2 - Z_1)] \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

بنابراین اکسرژی جریان آب به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x_h = [(h - h_0) - T_0(s - s_0)]$$

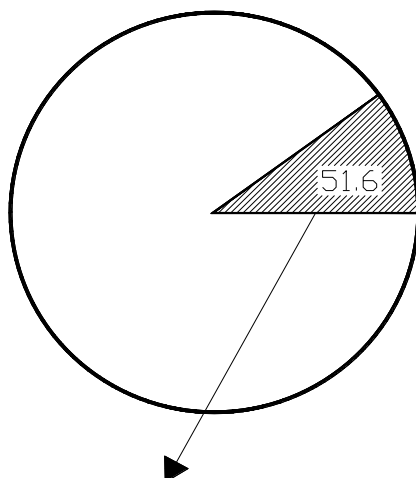
$$x_h = [(504 - 96.5) - 300(1.527 - 0.339)] = 51.1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$x_{ke} = \frac{1}{2} V^2 = \frac{1}{2} \times 1^2 = 0.5 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 0.005 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

اکسرژی	انرژی
$51.1 + 0.005 = 51.105 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$504 + 0.005 = 504.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

نکته:

انرژی این سیستم بواسطه فشار و دمای آن 504.5 کیلوژول بر کیلوگرم است ولی اکسرژی آن 51.6 کیلوژول بر کیلوگرم می باشد و مطابق شکل ۱-۲۳، بدان معناست که تنها تقریباً ۱۰ درصد این مقدار انرژی در بهترین حالت به کار تبدیل می شود. در این مسأله اگر دما و فشار محیط کاهش داده شود، اکسرژی افزایش می یابد.



فقط این قسمت از انرژی سیستم می تواند به کار تبدیل شود.

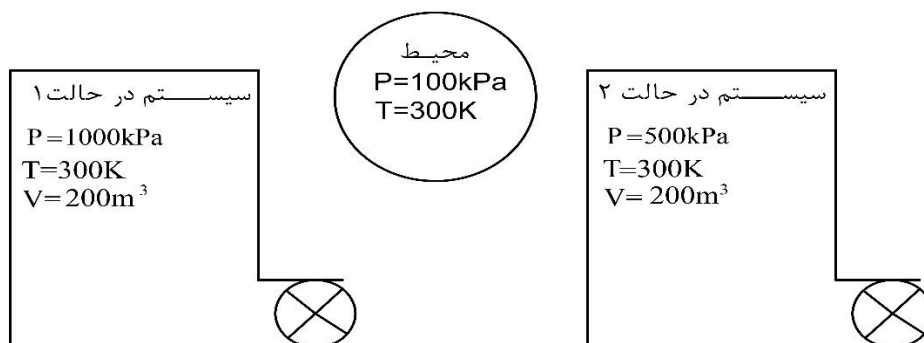
شکل ۱-۲۳

مثال ۱-۸: تانک صلبی را مطابق شکل (۱-۲۴) در نظر بگیرید. اگر هوا بعنوان گاز ایده آل از فشار 1MPa به 500kPa برسد، تغییرات اکسرژی سیستم چقدر می باشد؟ این سیستم باز بوده و فشار مخزن بواسطه خروج هوا، کاهش می یابد. فرض کنید هوای داخل مخزن یک فرایند دما ثابت را طی میکند (300K).

$$R = 0.287 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} \right] \quad \& \quad C_p = 1.005 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} \right] \quad \& \quad C_v = 0.718 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}} \right]$$

حل مسئله.

فرض می شود که فرآیند به صورت دما ثابت انجام می شود.



شکل ۱-۲۴

تذکر : تحلیل به صورت سیستم باز (USUF) انجام می شود.

$$\Delta X = m_2 x_2 - m_1 x_1$$

$$x = (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0)$$

$$PV = mRT \xrightarrow{\text{در حالت اول}} P_1 V = m_1 R T_1$$

$$m_1 = \frac{P_1 V}{R T_1} = \frac{1000 \times 200}{0.287 \times 300} = 2322.9 \text{ kg}$$

$$m_2 = \frac{P_2 V}{R T_2} = \frac{500 \times 200}{0.287 \times 300} = 1161.45 \text{ kg}$$

$$x_1 = (u_1 - u_0) + P_0(v_1 - v_0) - T_0(s_1 - s_0)$$

$$(u_1 - u_0) = C_v \Delta T$$

$$(s_1 - s_0) = C_p \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right)$$

$$\begin{cases} v_1 = \frac{V}{m_1} \\ v_2 = \frac{V}{m_2} \end{cases}$$

$$v_0 = \frac{V}{m_0}$$

$$\begin{cases} v_1 = \frac{200}{2322.9} = 0.086 \\ v_2 = \frac{200}{1161.45} = 0.172 \\ m_0 = \frac{P_0 V}{R T_0} = \frac{100 \times 200}{0.287 \times 300} = 232.29 \text{ [kg]} \\ v_0 = \frac{200}{232.29} = 0.86 \end{cases}$$

$$x_1 = 100 \times (0.086 - 0.86) + 300 \times 0.287 \times \ln \left(\frac{1000}{100} \right) = 120.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

به همین صورت مقدار اکسرژی در حالت دوم را محاسبه می شود:

$$x_2 = 100 \times (0.172 - 0.86) + 300 \times 0.287 \times \ln \left(\frac{500}{100} \right) = 69.73 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\Delta X = m_2 x_2 - m_1 x_1$$

$$= 1161.45 \times 69.73 - 2322.9 \times 120.8 = -199618.41 \text{ kJ}$$

۱۳-۱ بیان‌های قانون دوم ترمودینامیک

۱-۱۳-۱ قانون دوم ترمودینامیک به بیان آنتروپی

مطابق قانون دوم ترمودینامیک به بیان آنتروپی، همواره مجموع تغییرات آنتروپی سیستم و محیط در حال افزایش است. به عبارت دیگر، مجموع آنتروپی سیستم و محیط عددی بزرگتر و مساوی صفر است.

$$\underbrace{\Delta S_{sys} + \Delta S_{amb}}_{S_{gen}} \geq 0$$

برای فرایند برگشت پذیر مجموع تغییرات آنتروپی سیستم و محیط برابر صفر است.

برای فرایند برگشت ناپذیر مجموع فوق بزرگتر از صفر است. هرچقدر مجموع بزرگتر از صفر باشد، فرایند برگشت ناپذیرتر است.

یادآوری:

- به طور کلی دو راه برای افزایش آنتروپی سیستم بسته وجود دارد:

۱. با ورود گرما به سیستم آنتروپی افزایش می‌یابد.

۲. وجود برگشت ناپذیری‌ها باعث افزایش آنتروپی می‌شوند.

- به طور کلی سه راه برای افزایش آنتروپی سیستم باز وجود دارد:

۱. با ورود گرما به سیستم آنتروپی افزایش می‌یابد.

۲. وجود برگشت ناپذیری‌ها باعث افزایش آنتروپی می‌شوند

۳. ورود جرم

۱-۱۳-۲ قانون دوم ترمودینامیک به بیان اکسرژی

همواره مجموع اکسرژی سیستم و محیط در حال کاهش است. به صورت ریاضی این قانون به صورت زیر بیان میشود:

$$\underbrace{\Delta X_{sys} + \Delta X_{amb}}_{-X_{des}} \leq 0$$

جمع بندی:

بیان‌های قانون دوم ترمودینامیک	
بیان از دیدگاه اکسرژی	بیان از دیدگاه آنتروپی

$s_{gen} \geq 0$	$X_{des} \geq 0$
------------------	------------------

برای فهم دو بیان بالا به مثالهای زیر توجه شود (مقادیر عددی فقط برای فهم بیشتر فرض شده اند)

۱. توجه شود که همواره باید مجموع انرژی سیستم + محیط در نظر گرفته شود. فرض کنید انرژی سیستم برابر ۲ و انرژی محیط برابر ۱۰۰ باشد. مجموع انرژی سیستم + محیط برابر ۱۰۲ می باشد. حال فرایند انجام میشود و انرژی سیستم و محیط دوباره اندازه گیری میشود. مطابق با قانون دوم ترمودینامیک مجموع انرژی سیستم + محیط از ۱۰۲ بیشتر خواهد بود. مثلاً ۱۰۲.۵ به هیچ عنوان مجموع انرژی سیستم و محیط کمتر از ۱۰۲ نخواهد شد.

۲. توجه شود که همواره باید مجموع اکسرژی سیستم + محیط در نظر گرفته شود. فرض کنید اکسرژی سیستم برابر ۱۰۰ و اکسرژی محیط اطراف برابر ۲۰ باشد. مجموع اکسرژی سیستم + محیط برابر ۱۲۰ می باشد. حال فرایند انجام میشود و اکسرژی سیستم و محیط دوباره اندازه گیری میشود. مطابق با قانون دوم ترمودینامیک مجموع اکسرژی سیستم + محیط از ۱۲۰ کمتر خواهد بود. مثلاً ۱۱۸ به هیچ عنوان مجموع اکسرژی سیستم و محیط بیشتر از ۱۲۰ نخواهد شد.

نکته:

برگشت ناپذیری همان X_{des} بوده که همواره بزرگتر و مساوی صفر است.

۱۴-۱ تولید انرژی و اکسرژی نابود شده چه ارتباطی با هم دارند

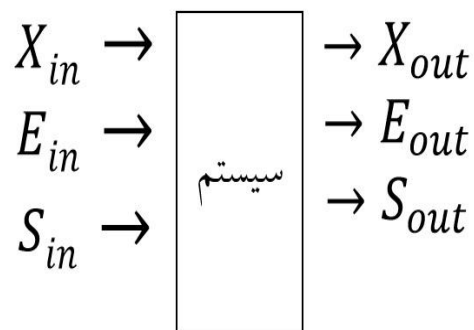
در یک سیستم، همواره انرژی تولید و اکسرژی نابود می شود. مقدار اکسرژی تولید و یا نابود شده توسط رابطه (۱-۲۵) محاسبه می شود. (T_0 دمای محیط است).

$$X_{des} = T_0 S_{gen} \quad (۱-۲۵)$$

$$\dot{X}_{des} = T_0 \dot{S}_{gen} \quad (۲۵)$$

۱۵-۱ موازنه انرژی، انرژی و اکسرژی

مطابق شکل ۱-۲۵ موازنه اکسرژی، انرژی و انرژی برای یک سیستم ارائه می شود.



$$\begin{aligned}
 X_{in} - X_{out} - X_{des} &= \Delta X_{\text{سیستم}} \\
 E_{in} - E_{out} &= \Delta E_{\text{سیستم}} \\
 S_{in} - S_{out} + S_{gen} &= \Delta S_{\text{سیستم}}
 \end{aligned}$$

شکل ۱-۲۵: شماتیک موازنه انرژی، اکسرژی و آنتروپی

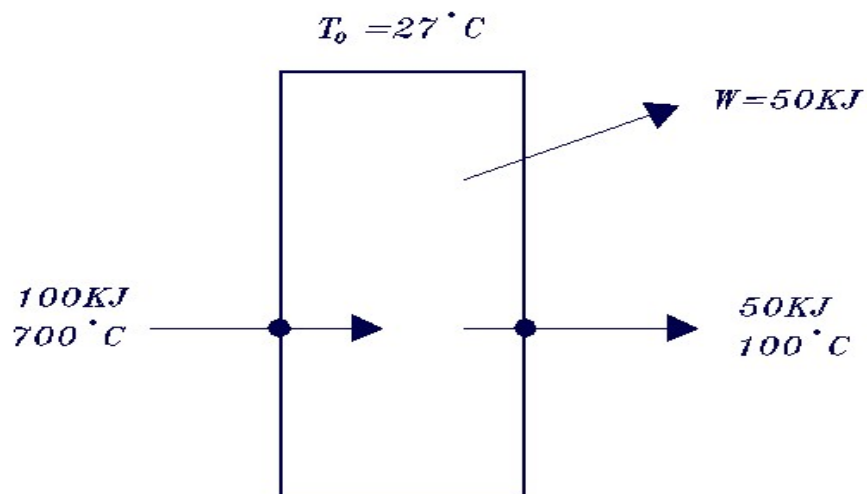
موازنه انرژی	$E_{in} - E_{out} = \Delta E$	(۱-۲۶)
موازنه آنتروپی	$S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \Delta S$	
موازنه اکسرژی	$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \Delta X$	

توجه شود که برای سیستم پایا داریم:

$$\Delta E = \Delta S = \Delta X = 0$$

مثال ۱-۹: سیستم پایایی را در نظر بگیرید که در محیطی با دمای 27°C قرار دارد. مطابق با شکل ۱-۲۶ در دمای مرزی 700°C حرارت ورودی به سیستم 100kJ و در مرز با دمای 100°C ، حرارت از سیستم به اندازه 50kJ خارج می‌شود. اگر کار انجام شده توسط سیستم 50kJ باشد، مطلوبست محاسبه:

تولید آنتروپی در سیستم، اکسرژی نابود شده، نسبت اکسرژی نابود شده به تولید آنتروپی



شکل ۱-۲۶

در مرحله اول موازنه انرژی را چک میکنیم:

$$\underbrace{E_{in}}_{100} - \underbrace{E_{out}}_{50+50} = \underbrace{\Delta E}_0$$

• محاسبه انتروپی تولیدشده

در مرحله بعد موازنه انتروپی را بررسی می کنیم

$$S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \underbrace{\Delta S}_0$$

به مرز سیستم حرارت به اندازه 100 kJ در حال وارد است که مقدار انتروپی همراه با آن از رابطه زیر بدست می آید

$$S_{in} = \frac{Q}{T_{\text{مرز}}} = \frac{100}{700 + 273.15} = 0.1027 \frac{kJ}{K}$$

از مرز سیستم حرارت به اندازه 50 kJ در حال خارج شدن است که مقدار انتروپی همراه با آن از رابطه زیر بدست می آید

$$S_{OUT} = \frac{Q}{T_{\text{مرز}}} = \frac{50}{100 + 273.15} = 0.1340 \frac{kJ}{K}$$

از مرز سیستم کار به اندازه 50 kJ در حال خروج است. ولی هیچ انتروپی همراه با کار نیست. به عبارتی با اینکه انرژی از سیستم در حال خارج شدن است ولی انتروپی از سیستم خارج نمیشود. چون همراه با کار، انتروپی انتقال نمی یابد.

با جایگذاری مقادیر محاسبه شده در موازنه انتروپی خواهیم داشت:

$$0.1027 - 0.1340 + S_{gen} = \underbrace{\Delta S}_{0(steady)} \rightarrow S_{gen} = 0.0313 \frac{kJ}{K}$$

تولید انتروپی در سیستم برابر $0.0313 \frac{kJ}{K}$ شد.

• محاسبه اکسرژی اتلاف شده

$$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \Delta X$$

$$X_{in} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_{مرز}} \right) = 100 \left(1 - \frac{27 + 273.15}{700 + 273.15} \right) = 69.16 \text{ kJ}$$

$$X_{out} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_{مرز}} \right) + W = 50 \left(1 - \frac{27 + 273.15}{100 + 273.15} \right) + 50 = 59.78 \text{ kJ}$$

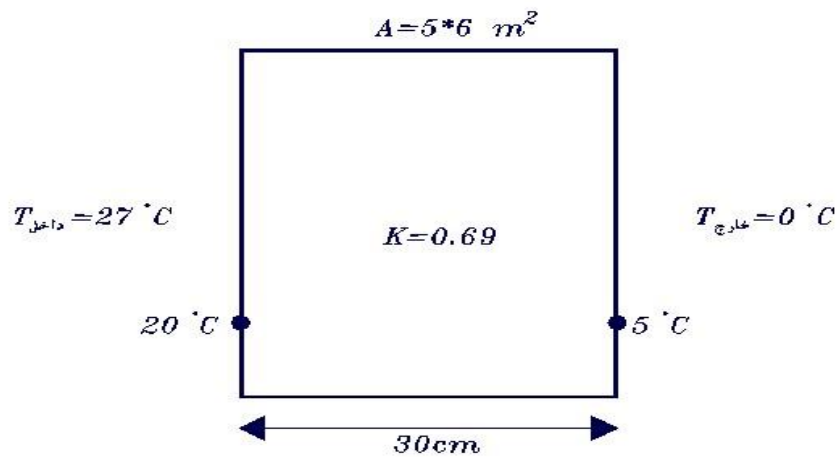
با جایگذاری در موازنه اکسرژی خواهیم داشت

$$69.16 - 59.78 - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{0(steady)} \rightarrow X_{des} = 9.37 \text{ kJ}$$

• چه ارتباطی بین این دو پارامتر (X_{des}, S_{gen}) وجود دارد.

$$\underbrace{X_{des}}_{9.37} = \frac{T_0}{27+273.15} \times \underbrace{S_{gen}}_{0.0313}$$

مثال ۱۰-۱: مطابق شکل ۲۸-۱، دیواری به ضخامت ۳۰ سانتی متر دارای دو مرز با دمای ۲۰ و ۵ درجه سانتیگراد موجود است. دمای داخل اتاق ۲۷ و دمای محیط خارج صفر درجه سانتیگراد می باشد. اکسرژی اتلافی در حالتی که فرآیند پایا باشد را محاسبه نمایید. کار برگشت پذیر را محاسبه کنید. دمای محیط را صفر درجه در نظر بگیرید.

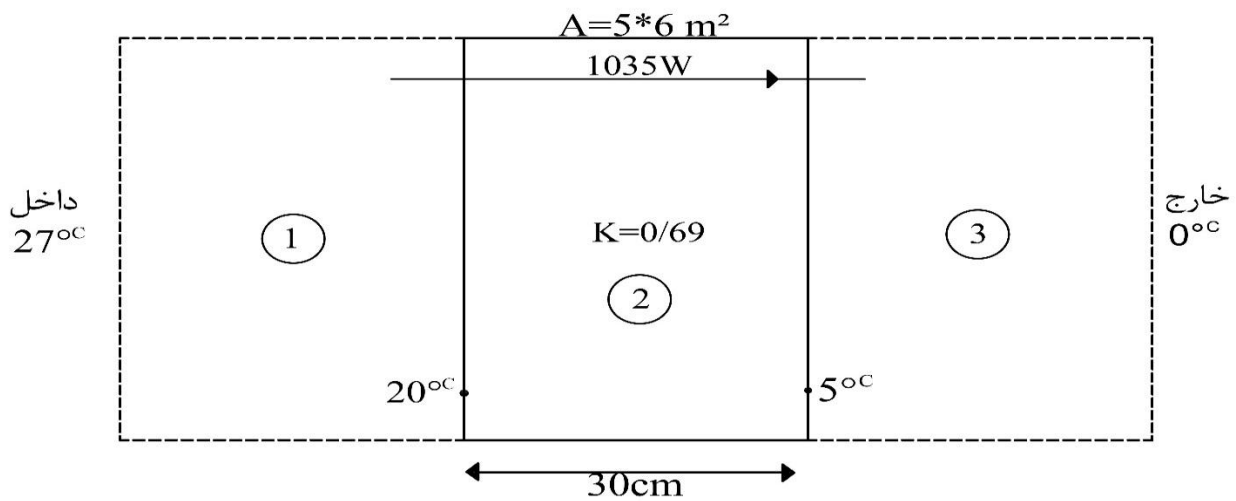


شکل ۱-۲۸

ابتدا میزان حرارت انتقالی از دیوار در اثر اختلاف دمای مرزها محاسبه می‌شود:

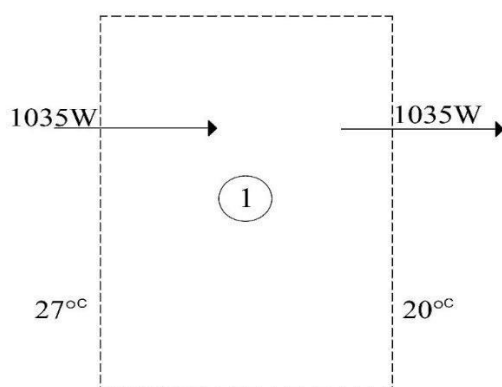
$$Q = kA \frac{\Delta T}{L} = 0.69 \times (5 \times 6) \times \frac{20 - 5}{0.3} = 1035 \text{ W}$$

مطابق شکل ۱-۲۹، سه حجم کنترل در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱-۲۹

حجم کنترل شماره یک: مطابق شکل ۱-۳۰، حجم کنترل شماره یک، محیط اتاق فرض می‌شود.



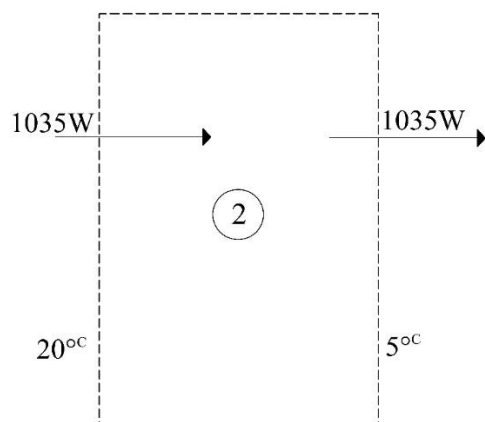
شکل ۱-۳۰

$$X_{in} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) = 1035 \times \left(1 - \frac{0 + 273}{27 + 273} \right) = 93.15 \text{ [W]}$$

$$X_{out} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) = 1035 \times \left(1 - \frac{0 + 273}{20 + 273} \right) = 70.64 \text{ [W]}$$

$$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \text{ (steady)} \rightarrow 93.15 - 70.64 - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 22.51 \text{ [W]}$$

حجم کنترل شماره دو: (مطابق شکل، حجم کنترل شماره دو، دیوار فرض می‌شود).



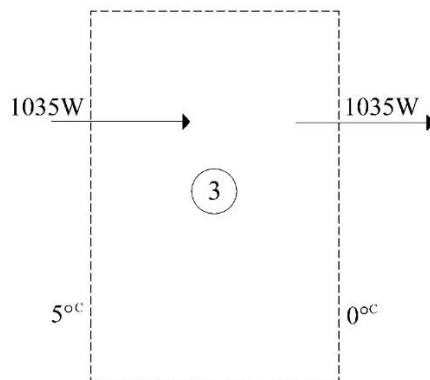
شکل ۱-۳۱

$$X_{in} = Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) = 1035 \times \left(1 - \frac{0 + 273}{20 + 273} \right) = 70.64 \text{ [W]}$$

$$\text{اکسرژی خروجی از دیوار} = 1035 \left(1 - \frac{0 + 273}{273 + 5} \right) = 18.61 \text{ W}$$

$$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \rightarrow 70.64 - 18.61 - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 52W$$

حجم کنترل شماره سه: (مطابق شکل ۱-۳۲، حجم کنترل شماره سه، فضای بیرون دیوار فرض می‌شود.



شکل ۱-۳۲

$$X_{in} = 1035 \left(1 - \frac{0 + 273}{5 + 273.15} \right) = 18.61W$$

$$\text{اکسرژی خروجی} = 1035 \left(1 - \frac{0 + 273}{0 + 273} \right) = 0$$

$$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \rightarrow X_{des} = 18.61W$$

برای جمع بندی

حجم کنترل ۱	حجم کنترل ۲	حجم کنترل ۳
22.51 W	52 W	18.61 W

کل اتلافات اکسرژی برابر:

$$X_{des})_{کل} = 22.51 + 52 + 18.61 = 93.12W$$

• محاسبه کار برگشت پذیر

$$I = X_{des} = |w_{rev} - w_{واقعی}|$$

در این فرایند هیچ کاری تولید نمی‌شود پس $W_a = 0$ می‌باشد.

حال با توجه به رابطه $I = |W_{rev} - W_a|$ و مقدار $I = 93.12$ می‌توان کار برگشت پذیر را بدست آورد.

$$W_{rev} = 93.12 [W]$$

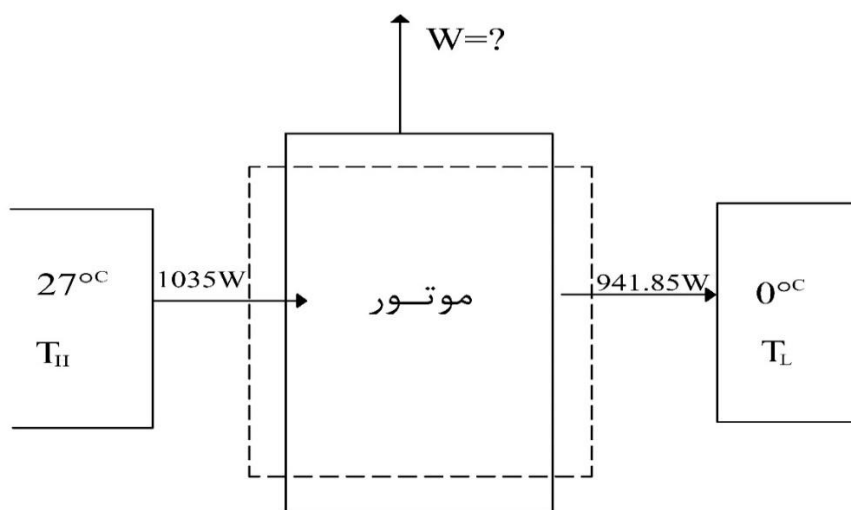
پس در این سوال می‌توانست $93.12 W$ کار تولید شود اما هیچ کاری تولید نشده است.

نکته: با طراحی سیستم شکل می‌توان تمام اکسرژی اتلافی را به کار تبدیل نمود:

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{0 + 273}{27 + 273} = 0.09$$

$$W_{rev} = \eta_{max} \times Q_H = 0.09 \times 1035 = 93.12$$

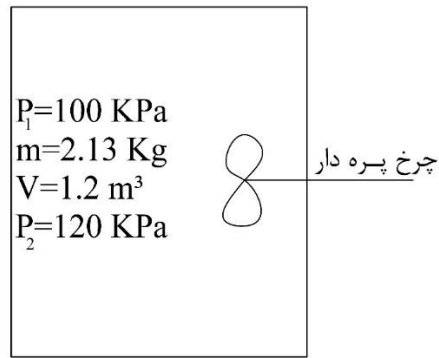
$$Q_L = Q_H - W = 941.88$$



شکل ۱-۳۳

مثال ۱-۱۱: تانک صلب عایقی مطابق شکل زیر به حجم $1.2 m^3$ حاوی $2.13 kg$ دی اکسیدکربن در فشار $100 kPa$ می‌باشد. چرخ پره‌دار روی سیستم کار انجام داده و فشار را تا $120 kPa$ افزایش می‌دهد. مطلوبست محاسبه:

الف) کار واقعی چرخ پره‌دار ب) حداقل کار چرخ پره‌دار ج) برگشت‌ناپذیری فرآیند



شکل ۱-۳۴

برای دیس اکسید کربن از جداول ترمودینامیکی داریم:

$$CO_2 \rightarrow \begin{cases} C_p = R + C_v = 0.846 \\ C_v = 0.657 \\ R = 0.1889 \end{cases}$$

۱. محاسبه کار واقعی چرخ پره دار

از رابطه گاز ایده آل میتوان دما را بدست آورد:

$$P_1 V_1 = m R T_1 \rightarrow T_1 = \frac{P_1 V_1}{m R} = \frac{100 \times 1.2}{2.13 \times 0.1889} = 298.2 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{m R} = \frac{120 \times 1.2}{2.13 \times 0.1889} = 357.9 \text{ K}$$

موازنه انرژی:

برای انجام موازنه انرژی میتوان از دو فرمول زیر استفاده کرد (هر دو یکسان هستند)

$E_{in} - E_{out} = \Delta E$	$Q - W = \Delta U$
	مقادیر حرارت و کار در این رابطه مثبت یا منفی هستند

$$\text{قانون اول} \begin{cases} Q - W = \Delta U \\ \Delta U = m C_v \Delta T = 2.13 \times 0.657 \times (357.9 - 298.2) = 83.54 \text{ kJ} \end{cases}$$

از طرفی سیستم عایق است و بنابراین $Q = 0$

$$Q - W = \Delta U \rightarrow 0 - W = 83.54 \rightarrow W = -83.54 \text{ kJ}$$

چرخ پره‌دار با صرف 83.54 kJ کار، فشار را از 100 kPa به 120 kPa می‌رساند.

۲. محاسبه کار مینیمم چرخ پره‌دار

در اینجا این سوال پیش می‌آید که حداقل کاری که می‌توان صرف نمود تا فشار از 100 kPa به 120 kPa برسد چه مقدار است؟

راه حل اول: (با استفاده از موازنه اکسرژی)

$$X_i - X_o - X_{des} = \Delta X$$

از جدول ۳-۱ می‌توان مقدار ΔX را بدست آورد:

$$\Delta X = m \left[\underbrace{(u_2 - u_1)}_{c_v \Delta T} + \underbrace{P_0(v_2 - v_1)}_{\text{صلب } 0} - T_0 \underbrace{(s_2 - s_1)}_{c_v \ln \frac{T_2}{T_1}} \right]$$

$$= 2.13 \times 0.657 \times (357.9 - 298.2) - 2.13 \times 298.15 \times 0.657 \times \ln \frac{357.9}{298.2} = 7.4 \text{ kJ}$$

توجه شود که مقدار تغییرات انتروپی برای گاز ایده آل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad \text{or} \quad c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_1}{v_2}$$

در این سوال، انرژی به صورت کار وارد میشود. می‌دانیم که برای کار، مقدار انرژی و اکسرژی برابرند.

در این سوال، انرژی از هیچ طریقی خارج نمیشود (نه گرما نه کار و نه خروج جرم) پس $X_{out} = 0$

$$\underbrace{X_i}_{W=83.54} - \underbrace{X_o}_0 - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{7.4} \rightarrow X_{des} = 76.14 \text{ kJ}$$

از طرفی

$$\underbrace{I}_{76.14} = \left| \underbrace{W_a}_{83.54} - W_{rev} \right| \rightarrow W_{rev} = 7.4 \text{ kJ}$$

اگر سیستم در حالت ایده‌آل عمل کند، می‌توان تنها با صرف 7.4 kJ کار، فشار را از 100 kPa به 120 kPa رساند.

حالت واقعی	حالت ایده آل
در این حالت با صرف 83.54 kJ فشار از 100 به 120 می‌رسد	در این حالت با صرف 7.4 kJ فشار از 100 به 120 می‌رسد

راه حل دوم: (با استفاده از روش موازنه آنتروپی)

- تنها راه‌های ورود آنتروپی ورود جرم و حرارت می‌باشد.
- تنها راه‌های خروجی آنتروپی خروج جرم و حرارت می‌باشد.

در این سوال هیچ جرم و حرارتی وارد و یا خارج نمی‌شود. پس مقدار آنتروپی ورودی و خروجی برابر صفر است.

$$\underbrace{S_{in}}_0 - \underbrace{S_{out}}_0 + S_{gen} = \underbrace{\Delta S}_{mC_v \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

$$S_{gen} = mC_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 2.13 \times 0.657 \times \ln \frac{357.9}{298.2} = 0.255$$

$$I_{X_{des}} = T_0 S_{gen} = 298.15 \times 0.255 = 76.14 \text{ kJ} \quad \text{از طرفی}$$

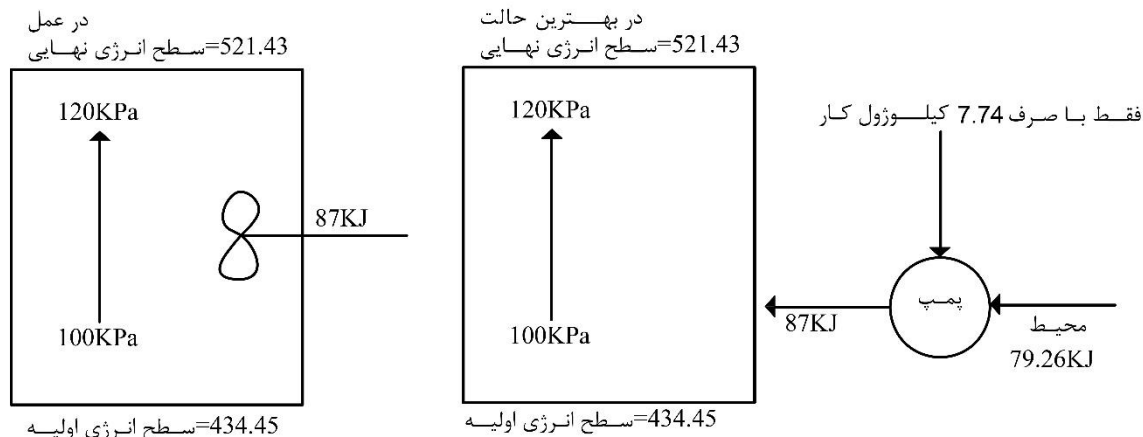
$$I = |W_a - W_{rev}| \rightarrow W_{rev} = W_a - I = 83.54 - 76.14 = 7.4 \text{ kJ}$$

مفهوم سوال:

شکل ۱-۳۵ بیان مفهومی مثال می‌باشد :

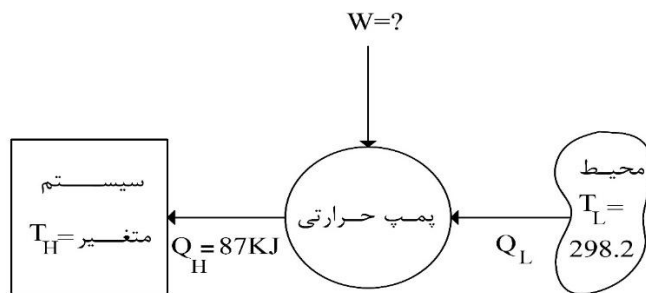
$$mu_1 = 2.13 \times 0.684 \times 298.2 = 434.45 \text{ kJ} \quad \text{انرژی اولیه سیستم}$$

$$mu_2 = 2.13 \times 0.684 \times 357.9 = 521.43 \text{ kJ} \quad \text{انرژی نهایی سیستم}$$



شکل ۱-۳۵

در اینجا می‌توان این سوال را مطرح نمود که چقدر کار به پمپ داده شود که سیستم به اندازه ۸۷ کیلوژول انرژی تحویل دهد؟



شکل ۱-۳۶

$$COP_{\text{کارنو}} = \frac{\text{هدف}}{\text{نهایی}} = \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

$$W_{rev} = \frac{Q_H}{COP} = \frac{Q_H}{\frac{T_H}{T_H - T_L}} = \frac{Q_H \times (T_H - T_L)}{T_H}$$

$$\delta W_{rev} = \frac{SQ_H \times (T_H - T_L)}{T_H}$$

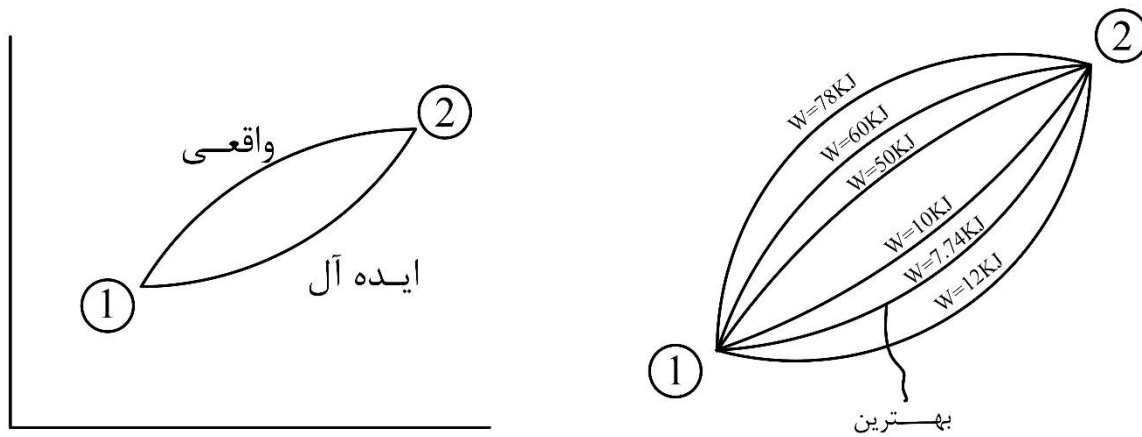
$$\delta Q - \delta W = dU \rightarrow \delta Q = mC_v dT$$

$$\delta W_{rev} = \frac{MC_v dT_H \times (T_H - T_L)}{T_H}$$

$$W_{rev} = \int_{298.2}^{357.9} \frac{mC_v(T_H - T_L)}{T_H} dT_H = \int_{298.2}^{357.9} \frac{2.13 \times 0.684 \times (T_H - 298.2)}{T_H} dT_H = 7.74 \text{ kJ}$$

در حالت واقعی سیستم به اندازه ۸۷ کیلوژول انرژی احتیاج دارد. این انرژی توسط کار تأمین می‌شود.

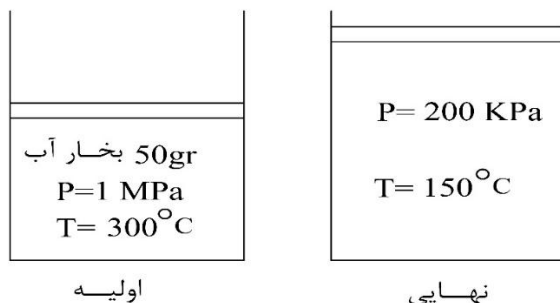
در حالت ایده‌آل نیز سیستم به ۸۷ کیلوژول انرژی احتیاج دارد. بخشی از این انرژی توسط کار و بخش زیادی توسط حرارت محیط تأمین می‌گردد.



شکل ۱-۳۷

مثال ۱-۱۲: سیلندر و پیستونی حاوی 50 gr بخار آب در شرایط 1 MPa و 300°C است. بخار آب تا حالت نهایی 200 kPa و 150°C منبسط شده و کار انجام می‌دهد. دفع گرما از سیستم به محیط اطراف در این فرآیند 2 kJ می‌باشد. مطلوبست محاسبه:

الف) اکسرژی بخار در حالت‌های اولیه و ثانویه ب) اتلاف اکسرژی ج) بازده قانون دوم فرآیند



شکل ۳۸-۱

$$\text{شرایط محیط: } \begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 25^\circ \text{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{جدول}} \begin{cases} u_0 = 1048.8 \\ v_0 = 0.001 \\ s_0 = 0.3674 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_1 = 1 \text{ MPa} \\ T_1 = 300^\circ \text{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{چداول}} \begin{cases} u_1 = 2793.2 \\ v_1 = 0.2579 \\ s_1 = 7.1229 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = 200 \text{ kPa} \\ T_2 = 150^\circ \text{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{جداول}} \begin{cases} u_2 = 2576.9 \\ v_2 = 0.9596 \\ s_2 = 7.2795 \end{cases}$$

حل قسمت الف مسئله.

مطابق جدول ۱-۱ اکسرژی برای انرژی درونی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$X_1 = m[(u_1 - u_0) + P_0(v_1 - v_0) - T_0(s_1 - s_0)] = 35 \text{ kJ}$$

$$X_2 = m[(u_2 - u_0) + P_0(v_2 - v_0) - T_0(s_2 - s_0)] = 25.4 \text{ kJ}$$

برای ادامه باید مقدار کار خروجی از سیستم مشخص شود.

ابتدا باید کار خروجی در این فرآیند مشخص شود.

$$Q - W = \frac{\Delta U}{m(u_2 - u_1)} \rightarrow -2 - W = -10.8 \rightarrow W = 8.8 \text{ kJ}$$

از موازنه انرژی هم میتوان مساله را حل کرد:

$$\underbrace{E_{in}}_0 - E_{out} = \Delta E \rightarrow -E_{out} = \underbrace{\Delta E}_{m(u_2 - u_1) = -10.8} \rightarrow E_{out} = 10.8$$

$$\underbrace{E_{out}}_{Q+W} = 10.8 \rightarrow \underbrace{Q}_2 + W = 10.8 \rightarrow W = 8.8$$

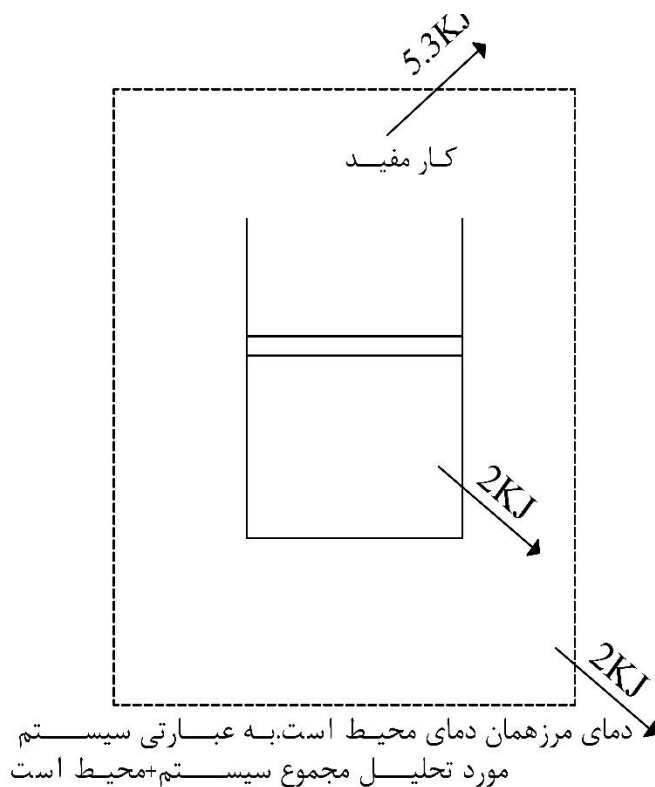
این کار خروجی توسط پیستون ارائه می‌شود. بخشی از این کار برای غلبه بر اتمسفر صرف می‌شود.

کار انجام شده برای غلبه بر اتمسفر از رابطه $P_0 \times \Delta V$ بدست می‌آید:

$$W = P_0 \Delta V = P_0 (V_2 - V_1) = 100 \times \left(\underbrace{\frac{50}{1000}}_m * \underbrace{0.9596}_{v_1} - \underbrace{\frac{50}{1000}}_m * \underbrace{0.2579}_{v_2} \right) = 3.5 \text{ kJ}$$

کار اتمسفر - کار واقعی = کار مفید خروجی

$$\text{کار مفید خروجی} = 8.8 - 3.5 = 5.3 \text{ kJ}$$



شکل ۳۹-۱

حل قسمت ب مسئله.

راه حل اول: محاسبه برگشت ناپذیری از طریق موازنه اکسرژی

$$X_{\text{ورودی}} - X_{\text{خروجی}} - X_{des} = \Delta X$$

برای محاسبه $X_{\text{ورودی}}$ و $X_{\text{خروجی}}$ باید به این سوالات جواب داد

۱- آیا جرمی وارد میشود و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست آید:

$$m[(h - h_0) - T_0(S - S_0)]$$

۲- آیا حرارتی وارد و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$Q(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}})$$

۳- آیا کار وارد و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$W - P_0(V_2 - V_1)$$

$$W$$

$$0 - 5.3 - X_{des} = \frac{\Delta X}{35-25.4} \rightarrow X_{des} = -5.3 - (35 - 25.4) = 4.3 \text{ kJ}$$

راه حل دوم: محاسبه برگشت ناپذیری از طریق موازنه آنتروپی

$$S_{in} - \underbrace{S_{out}}_{\frac{Q}{T}} + S_{gen} = \Delta S$$

برای محاسبه $S_{\text{ورودی}}$ و $S_{\text{خروجی}}$ باید به این سوالات جواب داد

۱- آیا جرمی وارد میشود و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار انتروپی از رابطه زیر بدست آید:

$$ms$$

۲- آیا حرارتی وارد و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$\frac{Q}{T_{\text{مرز}}}$$

$$0 - \frac{2}{25 + 273} + S_{gen} = m(s_2 - s_1) \rightarrow S_{gen} = 0.014$$

$$I = X_{des} = T_0 S_{gen} = (25 + 273) \times 0.014 = 4.3 \text{ kJ}$$

حل قسمت ج مسئله.

ابتدا باید به این سوال جواب داد :

ماکزیمم کار مفید چقدر است؟

ماکزیمم کار خروجی را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\underset{4.3}{I} = \left| W_{rev} - \underset{5.3}{W_g} \right| \rightarrow W_{rev} = 9.6 \text{ kJ}$$

سپس بازده از دو راه بدست می آید:

راه حل اول:

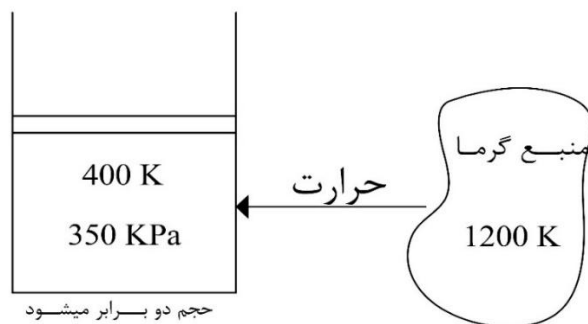
$$\eta = 1 - \frac{X_{\text{اتلافی}}}{X_{\text{داده شده}}} = 1 - \frac{4.3}{35 - 25.4} = \%55.2$$

داده شده X ، همان تغییرات اکسرژی سیستم است.

راه حل دوم:

$$\eta = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ماکزیمم}}} = \frac{5.3}{9.6} = \%55.2$$

مثال ۱-۱۳: سیلندر و پیستونی حاوی 0.01 m^3 گاز آرگون در شرایط 400K ، 350 kPa است. گرما از کوره‌ای با دمای 1200K به گاز آرگون داده می‌شود. گاز آرگون در دمای ثابت منبسط شده به گونه‌ای که حجم آن دو برابر می‌شود. اگر انتقال حرارت بین آرگون و محیط با دمای 300 کلوین ناچیز باشد، مطلوبست محاسبه برگشت ناپذیری و کار ایده‌آل.



شکل ۱-۴۰

ابتدا جرم گاز آرگون از معادله گاز ایده آل بدست می آید:

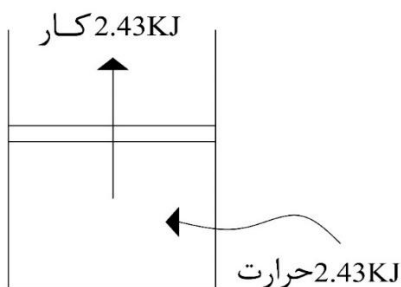
$$PV = mRT \rightarrow P_1 V_1 = mRT_1 \rightarrow 350 \times 0.01 = m \times 0.281 \times 400 \rightarrow m = 0.042 \text{ kg}$$

$$\begin{cases} Q - W = \Delta U \\ \Delta U = mc_v \underbrace{\Delta T}_0 \end{cases} \rightarrow Q = W$$

از ترمودینامیک ۱ می دانیم که برای گاز ایده آل در دمای ثابت، مقدار کار از رابطه $W_{\text{isotherm}} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1}$ بدست می آید.

$$W_{\text{isotherm}} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 0.042 \times 0.281 \times 400 \times \ln \frac{0.02}{0.01} = 2.43 \text{ kJ}$$

با توجه به اینکه $Q = W$ بنابراین حرارت ورودی هم برابر 2.43 kJ



شکل ۱-۴۰-۱

$$\text{کار مفید} = \underbrace{\text{کار واقعی}}_{2.43} - \underbrace{\text{کار اتمسفر}}_{P_0 \Delta V} = 2.43 - 100 \times (0.02 - 0.01) = 1.43 \text{ kJ}$$

سیستم 2.43 kJ کار تولید کرد که از آن $\left. \begin{array}{l} 1.43 \text{ kJ} : \text{خروجی مفید} \\ 1 \text{ kJ} : \text{برای غلبه بر اتمسفر} \end{array} \right\}$

حل قسمت اول مساله: کار برگشت پذیر:

راه اول: از طریق موازنه اکسرژی

$$X_{\text{ورودی}} - X_{\text{خروجی}} - X_{des} = \Delta X$$

ابتدا تغییرات اکسرژی (ΔX) را بدست می آوریم:

$$\Delta X = m \left[\underbrace{(u_2 - u_1)}_{c_p \Delta T = 0} + P_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1) \right]$$

$$P_0(v_2 - v_1) = P_0 \left(\frac{V_2}{m} - \frac{V_1}{m} \right) = 100 \times \left(\frac{0.02}{0.042} - \frac{0.01}{0.042} \right) = 23.8$$

$$T_0(s_2 - s_1) = T_0 \left(c_p \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1} = 0.2081 \times 300 \times \ln \frac{2}{1} = 43.27$$

$$\Delta X = \underbrace{m}_{0.042} \left[\underbrace{(u_2 - u_1)}_{c_p \Delta T = 0} + \underbrace{P_0(v_2 - v_1)}_{23.8} - \underbrace{T_0(s_2 - s_1)}_{43.27} \right] = -0.817 \text{ kJ}$$

برای محاسبه $X_{\text{ورودی}}$ و $X_{\text{خروجی}}$ باید به این سوالات جواب داد

۱- آیا جرمی وارد میشود و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست آید:

$$m[(h - h_0) - T_0(S - S_0)] = 0$$

۲- آیا حرارتی وارد و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$Q \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}} \right) = 2.43 \left(1 - \frac{25 + 273.15}{1200} \right)$$

۳- آیا کار وارد و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$W - P_0(V_2 - V_1) = 2.43 - 1 = 1.43$$

ابتدا برگشت ناپذیری (I) محاسبه می شود.

$$\underbrace{X_{in}}_{X_Q} - \underbrace{X_{out}}_{1.43} - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{-0.817}$$

$$\underbrace{2.43 \left(1 - \frac{300}{1200} \right)}_{\text{اکسرژی حرارت ورودی}} - 1.43 - X_{des} = -0.817 \rightarrow X_{des} = 1.21 \text{ kJ}$$

و سپس کار برگشت پذیر بدست می آید:

$$I = |W_{rev} - W_a| \rightarrow 1.21 = |W_{rev} - 1.43| \rightarrow W_{rev} = 2.64 kJ$$

راه دوم: از طریق موازنه اکسرژی ولی با در نظر گرفتن اتلافات برابر با صفر $[X_{des} = 0]$

$$\text{از رابطه } \underbrace{X_{in}}_{X_Q} - \underbrace{X_{out}}_{W_{rev}} - \underbrace{X_{des}}_0 = \underbrace{\Delta X}_{-0.817} \text{ استفاده می شود.}$$

اگر در موازنه اکسرژی $X_{des} = 0$ باشد، بیشینه کار (کار برگشت پذیر) حاصل می شود.

$$\underbrace{2.43 \left(1 - \frac{300}{1200}\right)}_{\text{اکسرژی حرارت ورودی}} - W_{rev} - 0 = -0.817 \rightarrow 1.822 - W_{rev} = -0.817 \rightarrow W_{rev} = 2.64 kJ$$

کار خروجی	کار مفید	کار برگشت پذیر
2.43 kJ	1.43 kJ	2.64 kJ

محاسبه برگشت ناپذیری

$$I = |W_{rev} - W_a| \rightarrow I = 2.64 - 1.43 = 1.21 kJ$$

نکته: در هر دو راه حل از موازنه اکسرژی $X_{in} - X_{out} - X_{des} = \Delta X$ استفاده شد. هر دو راه حل در جدول زیر مقایسه می شوند:

در راه حل اول ابتدا اتلافات اکسرژی بدست می آید و سپس کار برگشت پذیر

$$\underbrace{X_{des}}_I \rightarrow W_{rev}$$

در راه حل دوم ابتدا کار برگشت پذیر مشخص میشود و سپس اتلافات اکسرژی

$$W_{rev} \rightarrow X_{des}$$

راه حل اول	راه حل دوم
$\underbrace{X_{in}}_{X_Q} - \underbrace{X_{out}}_{1.43} - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{-0.817}$	$\underbrace{X_{in}}_{X_Q} - \underbrace{X_{out}}_{W_{rev}} - \underbrace{X_{des}}_0 = \underbrace{\Delta X}_{-0.817}$

محاسبه کار برگشت پذیر از راه حل سوم (از طریق انتروپی)

ابتدا S_{gen} محاسبه می شود از موازنه انتروپی

برای محاسبه $S_{\text{ورودی}}$ و $S_{\text{خروجی}}$ باید به این سوالات جواب داد

۱- آیا جرمی وارد میشود و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار انتروپی از رابطه زیر بدست آید:

$$ms$$

۲- آیا حرارتی وارد و یا خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$\frac{Q}{T_{\text{مرز}}}$$

$$\frac{S_i}{T_{\text{مرز}}} - S_0 + S_{\text{gen}} = \frac{\Delta S}{m(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1})}$$

$$\begin{cases} \underbrace{\frac{2.43}{1200}}_{\text{حرارت ورودی}} - 0 + \underbrace{S_{\text{gen}}}_{\text{تولیدی}} = \underbrace{0.0062}_{\text{تغییرات}} \rightarrow S_{\text{gen}} = 0.004175 \\ \Delta S = m(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}) = mR \ln \left[\underbrace{\frac{V_2}{V_1}}_2 \right] = 0.0062 \end{cases}$$

با کمک رابطه $I = T_0 S_{\text{gen}}$ می توان با داشتن S_{gen} مقدار I را بدست آورد.

$$I = T_0 S_{\text{gen}} = 300 \times 0.004175 = 1.21 \text{ kJ/kg}$$

با داشتن مقدار I می توان مقدار کار برگشت پذیر را محاسبه کرد:

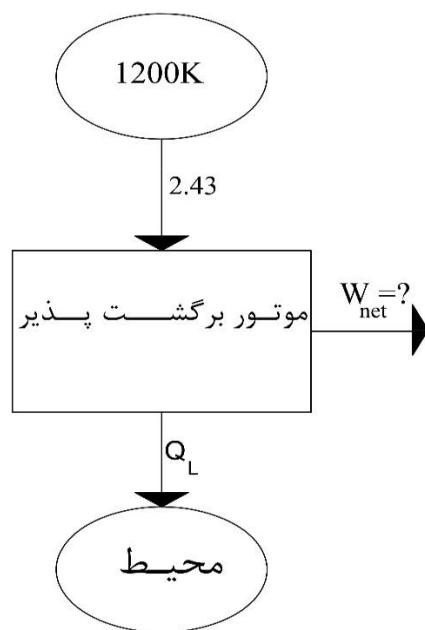
$$I = |W_{\text{rev}} - W_a| \rightarrow 1.21 = |W_{\text{rev}} - 1.43| \rightarrow W_{\text{rev}} = 2.64 \text{ kJ}$$

توضیحات اضافه

در اینجا این سوال پیش می آید که با چه تکنیکی می توان مقدار کار را از ۱.۴۳ به ۲.۶۴ کیلوژول رساند؟

وقتی از منبع با دمای 1200K به مقدار 2.43 kJ حرارت وارد سیستم می شود، با خود برگشتناپذیری نیز به همراه دارد. اگر به جای انتقال حرارت به سیستم کار وارد شود، برگشتناپذیری وجود نخواهد داشت.

مثال ۱۴-۱: ابتدا یک موتور برگشت پذیر بین منبع با دمای 1200K و محیط با دمای 300K قرار داده می شود. اگر از منبع به اندازه 2.43 kJ حرارت وارد موتور شود، چه مقدار کار تولید می کند؟

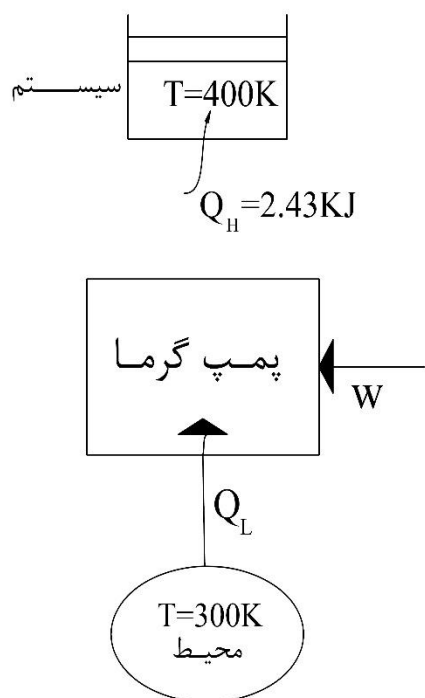


شکل ۱-۴۱

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{1200} = 0.75 \\ \eta = \frac{W}{Q_H} \rightarrow W = \eta Q_H = 0.75 \times 2.43 = 1.822 \end{array} \right.$$

سپس یک پمپ گرمایی بین محیط با دمای 300K و سیلندر و پیستون با دمای 400K فرض می شود که با کاری که انجام می دهد مقدار 2.43 KJ حرارت را به سیلندر و پیستون منتقل می کند. کار انجام شده توسط پمپ گرمایی

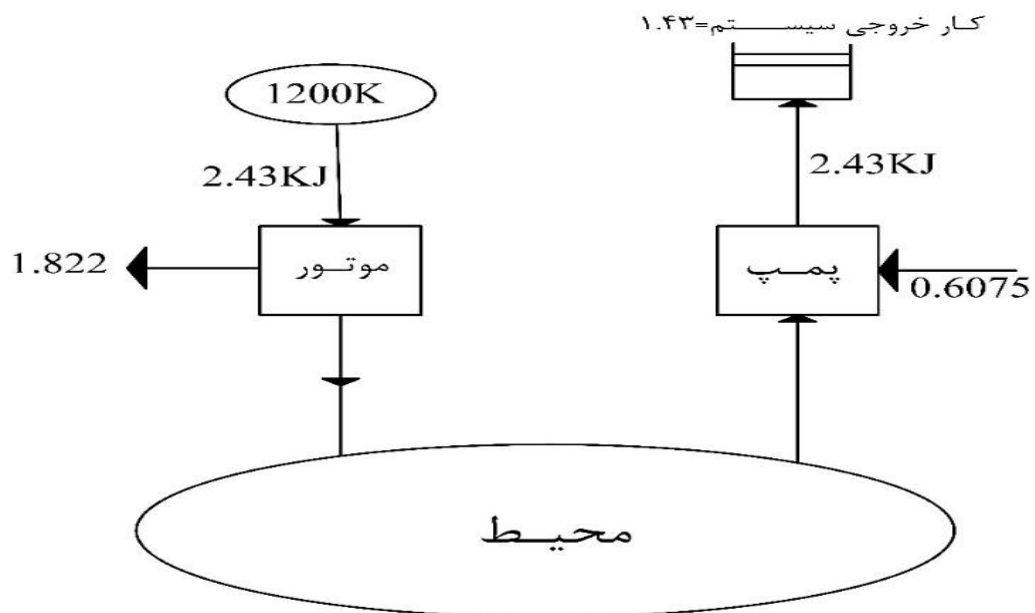
برابرست با :



شکل ۱-۴۱-۱

$$COP = \frac{Q_H}{W} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{400}{400 - 300} = 4$$

$$4 = \frac{Q_H}{W} \rightarrow W = 0.6075 \text{ kJ}$$



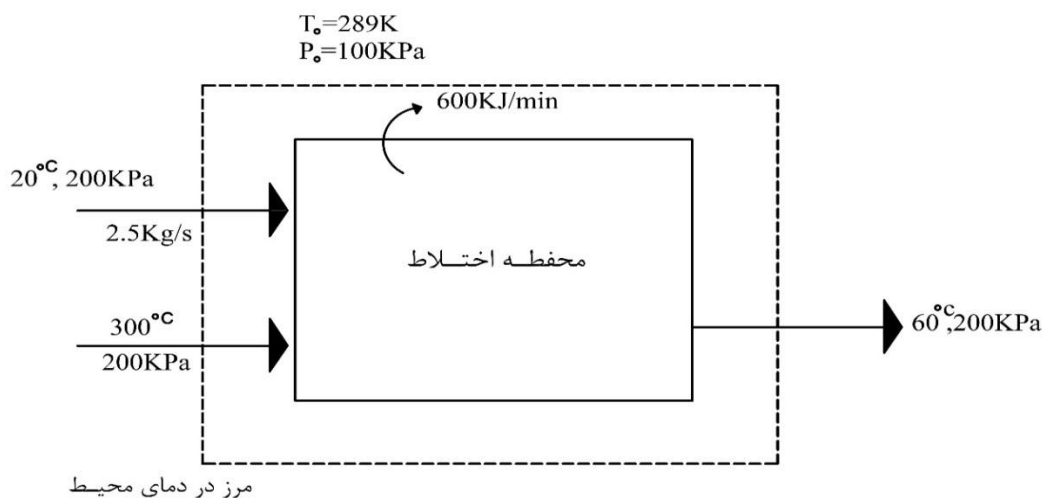
کل کار نیروی خارجی: $1.43 + 1.82 - 0.6075 = 2.64$

شکل ۲-۴۱-۱

اگر حرارت از منبع با دمایی غیر از دمای محیط به سیستم وارد شود، فرآیند برگشتناپذیر خواهد بود.

مثال ۱-۱۴: محفظه اختلاطی را مطابق زیر در نظر بگیرید. سیال آب و بخار در شرایط نشان داده شده در شکل با هم مخلوط میشوند. اگر دفع گرما به محیط با دمای $298K$ انجام شود، مطلوبست محاسبه:

الف) کار برگشت پذیر ب) اکسرژی نابود شده



شکل ۱-۴۲

از جداول ترمودینامیکی میتوان خواص را بدست آورد.

$$1: \begin{cases} P_1 = 200kPa \\ T_1 = 20^\circ C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_1 = 83.91 \\ s_1 = 0.29649 \end{cases}$$

$$2: \begin{cases} P_2 = 200kPa \\ T_2 = 300K \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_2 = 3072.1 \\ s_2 = 7.8941 \end{cases}$$

$$3: \begin{cases} P_3 = 200kPa \\ T_3 = 60^\circ C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_3 = 251.18 \\ s_3 = 0.83130 \end{cases}$$

$$h_0 = 104.89$$

$$s_0 = 0.3674$$

تغییرات انرژی = انرژی خروجی - انرژی ورودی : قانون اول

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 - \frac{600}{60} - \dot{m}_3 h_3 = 0$$

$$\rightarrow 2.5 \times 83.91 + \dot{m}_2 \times 3072.1 - 10 - \underbrace{(\dot{m}_2 + 2.5)}_{\dot{m}_3} \times 251.18 = 0$$

$$\rightarrow \dot{m}_2 = 0.148 \text{ kg/s}$$

$$\text{قانون پیوستگی: } \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \rightarrow \dot{m}_3 = 2.5 + 0.148 = 2.648 \text{ kg/s}$$

محاسبه برگشتناپذیری

راه حل اول: توسط موازنه آنتروپی:

$$S_i - S_o + S_{gen} = \underbrace{\Delta S}_{steady=0}$$

$$\underbrace{(\dot{m}_1 S_1 + \dot{m}_2 S_2)}_{S_i} - \underbrace{\left(\dot{m}_3 S_3 + \frac{Q}{T}\right)}_{S_o} + S_{gen} = 0$$

$$(2.5 \times 0.29649 + 0.148 \times 7.8941) - 2.648 \times 0.8313 - \frac{10}{298} + S_{gen} = 0 \rightarrow S_{gen} = 0.323$$

$$X_{des} = T_0 S_{gen} = 298 \times 0.323 = 96.4 \text{ kW}$$

$$I = X_{des} = \left| w_{rev} - \underbrace{w_a}_0 \right| \rightarrow W_{rev} = 96.4 \text{ kW}$$

راه حل دوم: توسط موازنه اکسرژی:

$$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \Delta X$$

$$x = (h - h_0) - T_0(s - s_0) \rightarrow x_1, x_2, x_3 \text{ بدست می آید}$$

$$\dot{m}_1 x_1 + \dot{m}_2 x_2 - \dot{m}_3 x_3 - Q \left(1 - \frac{T_{محیط}}{T_{مرز}} \right) - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = \text{بدست می آید}$$

$$I = X_{des} = |w_{rev} - w_a| \rightarrow W_{rev} = 96.4 \text{ kW}$$

یک پیشنهاد برای حل سوالات

در اکثر سوالات دو پارامتر مورد نظر است

- اتلاف اکسرژی X_{des} = برگشت ناپذیری (پارامتر I)
- کار برگشت پذیر W_{rev}

برای بدست آوردن این دو پارامتر پیشنهاد میشود که از الگوریتم زیر استفاده شود

راه حل اول: محاسبه اتلافات اکسرژی از موازنه اکسرژی

باید پارامتر X_{des} از رابطه زیر بدست آید:

$$X_{des} = \Delta X - X_{\text{خروجی}} + X_{\text{ورودی}}$$

برای محاسبه $X_{\text{ورودی}}$ باید به این سوالات جواب داد

آیا جرمی وارد میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست آید:

$$m[(h - h_0) - T_0(S - S_0)]$$

آیا حرارتی وارد میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$Q\left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}}\right)$$

آیا کار وارد میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$\text{For Cylinder and Piston: } W - P_0(V_2 - V_1)$$

$$\text{For other cases: } W$$

برای محاسبه $X_{\text{خروجی}}$ باید به این سوالات جواب داد

آیا جرمی خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست آید:

$$m[(h - h_0) - T_0(S - S_0)]$$

آیا حرارتی خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

$$Q\left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{مرز}}}\right)$$

آیا کار خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار اکسرژی از رابطه زیر بدست می آید

For Cylinder and Piston: $W - P_0(V_2 - V_1)$

For other cases: W

برای محاسبه ΔX سه حالت داریم:

سیستم باز		سیستم بسته
USUF	SSSF	
$\Delta X = X_2 - X_1 = m_2 u_2 - m_1 u_1 - u_0(m_2 - m_1)$ $+ P_0(m_2 v_2 - m_1 v_1)$ $- P_0 v_0(m_2 - m_1)$ $- T_0(m_2 s_2 - m_1 s_1)$ $- T_0 s_0(m_2 - m_1)$ $+ \frac{1}{2}(m_2 V_2^2 - m_1 V_1^2)$ $+ g(m_2 z_2 - m_1 z_1)$	$\Delta x = 0$	$\Delta x_u = (u_2 - u_1)$ $+ P_0(v_2 - v_1)$ $- T_0(s_2 - s_1)$

با جایگذاری میتوان مقدار X_{des} را از رابطه زیر بدست آورد:

$$X_{ورودی} - X_{خروجی} - X_{des} = \Delta X$$

راه حل دوم: محاسبه برگشتناپذیری از طریق موازنه آنتروپی

$$S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \Delta S$$

برای محاسبه $S_{ورودی}$ باید به این سوالات جواب داد

۱- آیا جرمی وارد میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار انتروپی از رابطه زیر بدست آید:

$$ms$$

۲- آیا حرارتی وارد میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار انتروپی از رابطه زیر بدست می آید

$$Q/T_{مرز}$$

برای محاسبه $S_{خروجی}$ باید به این سوالات جواب داد

۱- آیا جرمی خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است باید مقدار انتروپی از رابطه زیر بدست آید:

$$ms$$

۲- آیا حرارتی خارج میشود؟ اگر جواب مثبت است مقدار انتروپی از رابطه زیر بدست می آید

$$Q/T_{\text{مرز}}$$

پارامتر ΔS یا از جداول بدست می آید یا از فرمول. معروف ترین فرمول برای گازهای ایده آل است:

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_1}{v_2}$$

با جایگذاری میتوان مقدار Δs را از رابطه زیر بدست آورد:

$$S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \Delta S$$

سپس باید برگشت ناپیری یا اتلاف اکسرژی را از رابطه زیر بدست آورد:

$$I = X_{des} = T_0 * S_{gen}$$

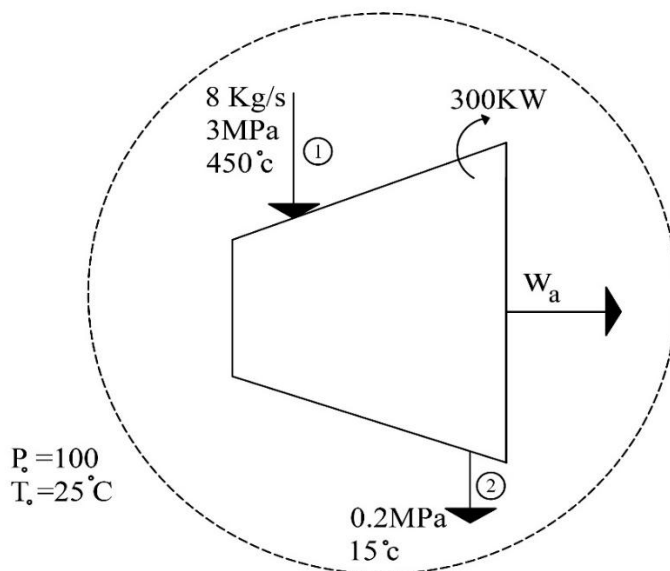
در خر دو راه حل پارامتر $I = X_{des}$ بدست می آید. ب

رای بدست آوردن کار برگشت پذیر می توان از رابطه زیر استفاده کرد

$$I = X_{des} = |w_{rev} - w_a|$$

مثال ۱-۱۵: با توجه به شکل ، مطلوبست محاسبه:

الف) کار واقعی ب) کار مفید ج) کار برگشت پذیر د) برگشت ناپذیری



شکل ۱-۴۳

قانون بقاء جرم : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 8 \text{ kg/s}$

$$1: \begin{cases} P = 3 \text{ MPa} \\ T = 450^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_1 = 3344 \\ s_1 = 7.0834 \end{cases}$$

$$2: \begin{cases} P = 0.2 \text{ MPa} \\ T = 150^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_2 = 2768.8 \\ s_2 = 7.2795 \end{cases}$$

$$0: \begin{cases} P = 100 \text{ kPa} \\ T = 25^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_0 = 104.89 \\ s_0 = 0.3674 \end{cases}$$

$$\text{بقاء انرژی: } \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 - 300 - W_a = 0 \rightarrow 8 \times 3344 - 8 \times 2768.8 - 300 - W_a = 0 \rightarrow W_a = 4302 \text{ kW}$$

راه حل اول: (موازنه اکسرژی)

$$\text{موازنه اکسرژی: } X_{in} - X_{out} - X_{des} = \Delta X \rightarrow \dot{m}_1 x_1 - \dot{m}_2 x_2 - W - Q \left(1 - \frac{T_{\text{محیط}}}{T_{\text{مرز}}} \right) - X_{des} = 0$$

$$X_{des} = \dot{m}(X_1 - X_2) = 358 \text{ kW}$$

راه حل دوم: (موازنه آنتروپی)

آنتروپی از طریق گرما و جریان جرم وارد سیستم می شود.

$$S_i - S_o + S_{gen} = \Delta S$$

$$\dot{m}_1 S_1 + \dot{m}_2 S_2 - \frac{Q}{T} + S_{gen} = 0 \rightarrow S_{gen} = 1.2$$

$$X_{des} = T_0 S_{gen} = 298 \times 1.2 = 358 \text{ kW}$$

راه حل سوم: (در این روش در رابطه موازنه اکسرژی، مقدار اکسرژی نابود شده برابر صفر قرار داده می‌شود)

$$X_{in} - X_{out} - X_{des} = \Delta X$$

$$\rightarrow \dot{m}_1 X_1 + \dot{m}_2 X_2 - W_{rev} = 0 \rightarrow W_{rev} = \dot{m}(X_1 - X_2) = 4660 \text{ kW} \quad \text{در حالت ایده آل}$$

راه حل چهارم:

$$I = |w_{rev} - w_a| \rightarrow 358 = |w_{rev} - 4302| \rightarrow w_{rev} = 4660 \text{ kW}$$

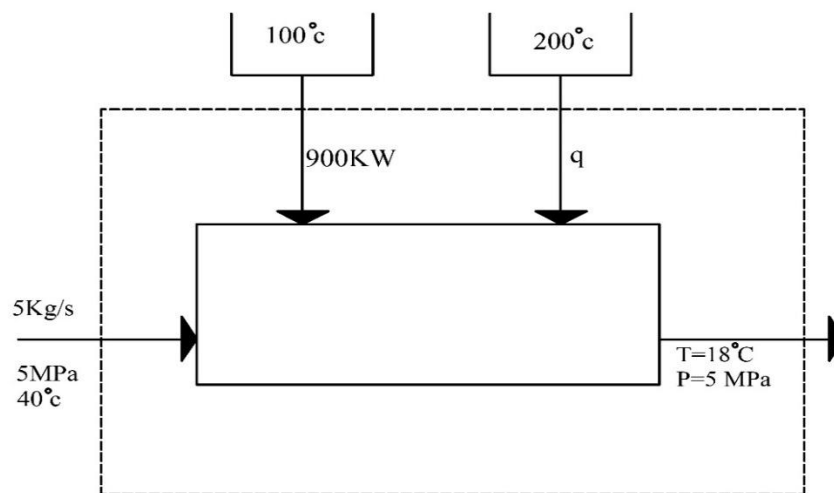
نکته ۱: برگشت‌ناپذیری را می‌توان از دو راه به صورت زیر بدست آورد:

$$X_{des} \begin{cases} S_{gen} \rightarrow T_0 S_{gen} \\ \text{موازنه اکسرژی} \end{cases}$$

نکته ۲: کار برگشت‌پذیر را می‌توان از دو راه به صورت زیر بدست آورد:

$$W_{rev} \begin{cases} X_{des} = I = |w_{rev} - w_a| \\ X_{des} = 0 \rightarrow \text{موازنه اکسرژی} \end{cases}$$

مثال ۱-۱۶: یک گرمکن آب تغذیه مطابق شکل زیر با گرفتن حرارت از دو منبع گرم می‌شود. مطلوبست محاسبه کار برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیری سیستم.



شکل ۱-۴۴

این شکل باید دمای خروجی به ۱۸۰ تغییر کند

تغییرات انرژی سیستم = انرژی خروجی - انرژی ورودی : قانون اول ترمودینامیک

$$\dot{m}h_1 + 900 + q - \dot{m}h_2 = 0$$

$$\text{سیستم پایا} \rightarrow 5 \times 171.95 + 900 + q_2 - 5 \times 765.24 = 0$$

این مقدار حرارت از منبع دوم گرفته می‌شود $\rightarrow q_2 = 2066.45 \text{ kW}$

$$۱: \begin{cases} P = 5 \text{ MPa} \\ T = 40^\circ \text{C} \end{cases} \rightarrow h_1 = 171.95 \quad \& \quad s_1 = 0.5705$$

$$۲: \begin{cases} P = 5 \text{ MPa} \\ T = 180^\circ \text{C} \end{cases} \rightarrow h_2 = 765.24 \quad \& \quad s_2 = 2.1314$$

$$\text{چون سیستم پایاست} \quad \dot{m}X_1 + q_1 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) - q_2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) - \dot{m}X_2 - X_{des} = 0 \quad \text{: موازنه اکسرژی}$$

$$X_{des} = \dot{m} \left(\frac{X_1 - X_2}{(h_1 - h_2) - T_0(S_1 - S_2)} \right) + q_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right) + q_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_2} \right) = 310 \text{ kW}$$

از رابطه موازنه آنتروپی هم می توان مسئله را حل نمود:

$$S_i - S_o + S_{gen} = 0$$

$$\dot{m}S_1 - \dot{m}S_2 + \frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} + S_{gen} = 0$$

$$S_{gen} = \dot{m}(S_2 - S_1) - \frac{q_1}{T_1} - \frac{q_2}{T_2}$$

$$\rightarrow S_{gen} = 5 \times (2.1314 - 0.5705) - \frac{900}{100+273} - \frac{2066.45}{200+273} = 1.038$$

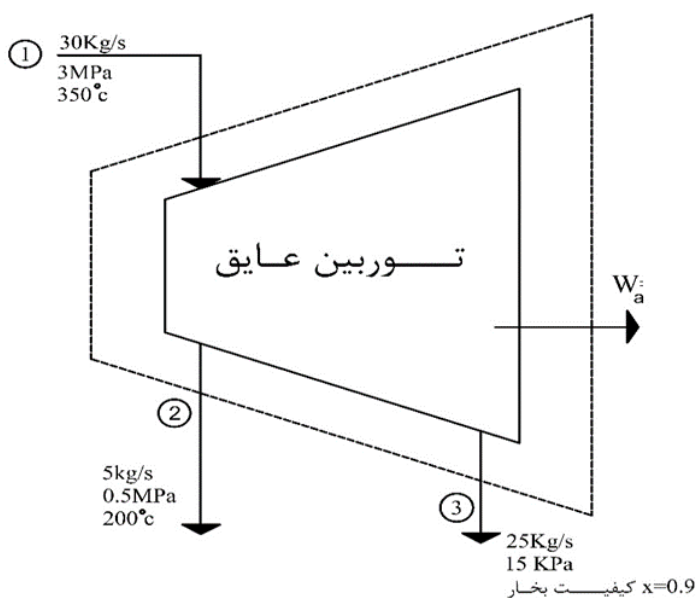
$$I = |W_{rev} - W_a|$$

$$W_a = 0 \rightarrow W_{rev} = I = 310 \text{ kW}$$

$$I = T_0 S_{gen} \rightarrow I = 298.2 \times 1.038 = 310 \text{ kW}$$

مثال ۱-۱۷: مطلوبست محاسبه:

الف) کار واقعی ب) کار برگشت پذیر ت) برگشت ناپذیری پ) کار آنتروپی ثابت ث) بازده



شکل ۱-۴۵

$$1: \begin{cases} P = 3 \text{ MPa} \\ T = 350^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow h_1 = 3114.8 \quad \& \quad s_1 = 6.742$$

$$2: \text{ واقعی } \begin{cases} P = 500 \text{ kPa} \\ T = 200^\circ \text{C} \end{cases} \rightarrow h_2 = 2854.9 \quad \& \quad s_2 = 7.059$$

$$3: \text{ واقعی } \begin{cases} P = 15 \text{ kPa} \\ x = 0.9 \end{cases} \rightarrow h = h_f + xh_{fg} \rightarrow h_3 = 2361 \quad \& \quad s = s_f + xs_{fg} \rightarrow s_3 = 7.281$$

$$\text{محیط: } \begin{cases} P = 100 \text{ kPa} \\ T = 25^\circ \text{C} \end{cases} \rightarrow h_0 = 104.9 \quad S_0 = 0.3674$$

$$\text{قانون اول: } \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 - W_a = 0$$

$$W_a = \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 \rightarrow W_a = 30 \times 3114.8 - 5 \times 2854.9 - 25 \times 2361 \rightarrow$$

$$W_a = 20137 \text{ kW}$$

قسمت ب): کار برگشت پذیر در فرایندی اتفاق می افتد که در آن $(X_{\text{des}} = 0)$ باشد

$$\begin{cases} x_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = 1109.6 \\ x_2 = (h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0) = 755.3 \\ x_3 = (h_3 - h_0) - T_0(s_3 - s_0) = 195 \end{cases}$$

$$\dot{m}_1 x_1 - \dot{m}_2 x_2 - \dot{m}_3 x_3 - w_{\text{rev}} = 0 \rightarrow w_{\text{rev}} = \dot{m}_1 x_1 - \dot{m}_2 x_2 - \dot{m}_3 x_3 \rightarrow w_{\text{rev}} = 24637 \text{ kW}$$

حل قسمت پ) برگشت ناپذیری

$$I = |w_{\text{rev}} - w_a| \rightarrow I = |24637 - 20144.5| = 4492.5 \text{ kW}$$

حل قسمت ت) کار آیزنتروپیک

در این حالت انتروپی خروجی با انتروپی ورودی برابر است.

$$2S: \text{ ایده آل } \begin{cases} P = 500 \text{ kPa} \\ s_{2s} = \underbrace{6.742}_{s_1} \end{cases} \rightarrow h_{2s} = 2714.9$$

$$3S: \text{ ایده آل } \begin{cases} P = 15 \text{ kPa} \\ s_{3s} = \underbrace{6.742}_{s_1} \end{cases} \rightarrow h_{3s} = 2184.5$$

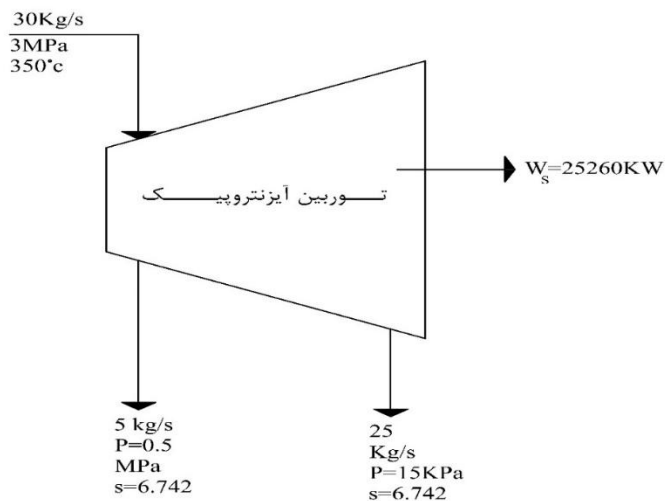
$$\text{قانون اول: } \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_{2s} - \dot{m}_3 h_{3s} - w_s = 0 \rightarrow \text{ کار آیزنتروپیک}$$

$$\rightarrow w_s = 25260 \text{ kW}$$

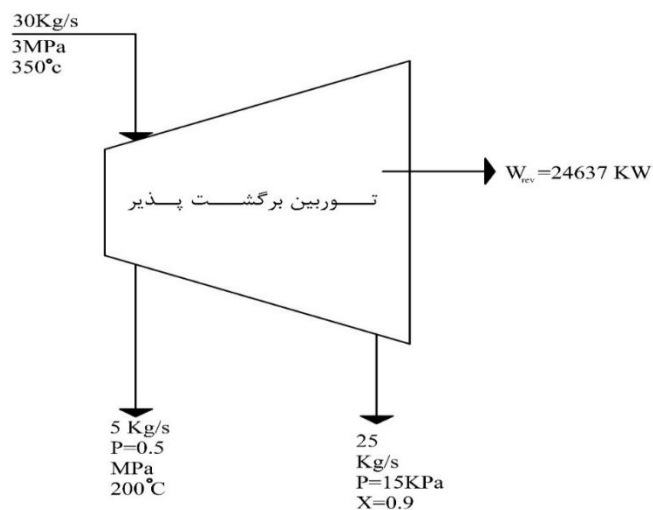
حل قسمت ث) محاسبه بازده

$$\eta_{\text{قانون دوم}} = \frac{W_{\text{واقعی}}}{W_{\text{برگشت پذیر}}} = 0.818$$

$$\eta_{\text{آنتروپی ثابت}} = \eta_{\text{قانون اول}} = \frac{W_{\text{واقعی}}}{W_{\text{آیزنتروپیک}}} = \frac{20144.5}{25260} = 0.797$$



شکل ۴۶-۱: موازنه انرژی برای توربین آیزنتروپیک



شکل ۴۶-۱: موازنه انرژی برای توربین برگشت پذیر

مشاهده می شود که شرایط ورودی برای هر سه توربین یکسان است.

توربین ایزنتروپیک	توربین برگشت پذیر	توربین واقعی	توان خروجی
۲۵۲۶۰ kW	۲۴۶۳۷ kW	۲۰۱۳۷ kW	

سوال: در قسمت های قبل اشاره شد که بیشترین توان در فرایند برگشت پذیر اتفاق می افتد. چرا در این مساله برای ایزنتروپیک توان خروجی بیشتر از حالت برگشت پذیر می باشد؟

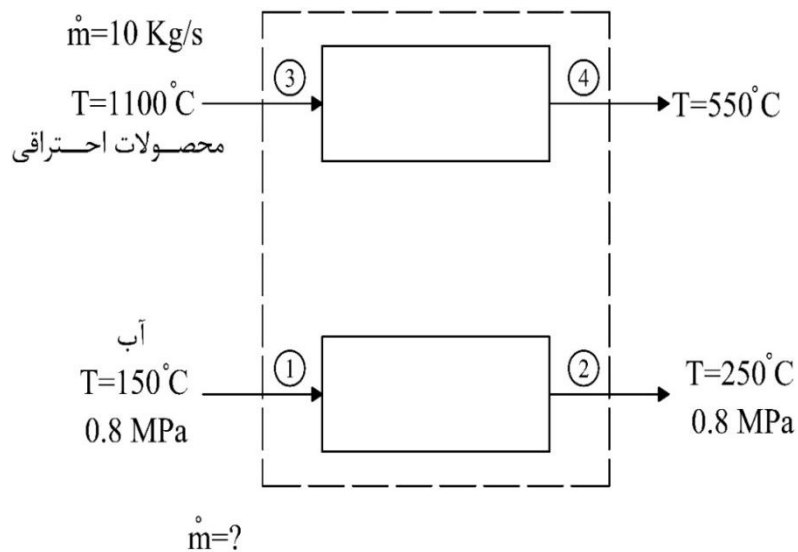
دلیل آن متفاوت بودن شرایط خروجی در توربین است. برای فرایند ایزنتروپیک خروجی ها غیر واقعی هستند و با حالت واقعی متفاوت هستند. بنابراین نمیتوان حالت ایزنتروپیک را با حالت برگشت پذیر مقایسه کرد.

شرایط خروجی توربین واقعی و برگشت پذیر یکسان است. در حالت واقعی کار برابر $20144kW$ و در حالت برگشت پذیر $24637kW$ بوده است.

در حالت ایزنتروپیک، شرایط خروجی ایده آل با شرایط خروجی حالت واقعی متفاوت است و در این حالت کار خالص خروجی برابر $25260kW$ می باشد.

مثال ۱-۱۸: مطلوبست محاسبه برگشت ناپذیری و بازده قانون دوم در مبدل حرارتی شکل ۱-۲۷.

$c_p = 1.09$: محصولات احتراق



شکل ۱-۲۷

$$1: \begin{cases} P = 0.8 \text{ MPa} \\ T = 150 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{cases} \rightarrow h_1 = 632.2 \quad \& \quad s_1 = 1.8418$$

$$2: \begin{cases} P = 0.8 \text{ MPa} \\ T = 250 \text{ }^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow h_2 = 2950 \quad \& \quad s_2 = 7.0384$$

$$\text{محیط: } \begin{cases} P = 100 \text{ KPa} \\ T = 298.15 \text{ K} \end{cases} \rightarrow h_0 = 104.9 \quad \& \quad s_0 = 0.3674$$

$$\text{قانون اول: } \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_1 h_2 - \dot{m}_3 h_4 = 0$$

$$\dot{m}_1 (h_1 - h_2) = \dot{m}_3 \left(\frac{h_4 - h_3}{c_p (T_4 - T_3)} \right) \rightarrow \dot{m}_1 = 2.59 \text{ kg/s}$$

$$P_3 = P_4$$

$$\dot{m}_1 x_1 + \dot{m}_3 x_3 - \dot{m}_1 x_2 - \dot{m}_3 x_4 - X_{des} = 0 \quad \text{پایا}$$

$$\begin{cases} X_{des} = \dot{m}_1 (x_1 - x_2) + \dot{m}_3 (x_3 - x_4) = 2.59 \times (-768.43) + 10 \times 433.17 = 2341.5 \\ x_1 - x_2 = (h_1 - h_2) - T_0 (s_1 - s_2) = -768.43 \\ x_3 - x_4 = (h_3 - h_4) - T_0 (s_3 - s_4) = c_p (T_3 - T_4) - T_0 c_p \ln \frac{T_3}{T_4} = 433.17 \end{cases}$$

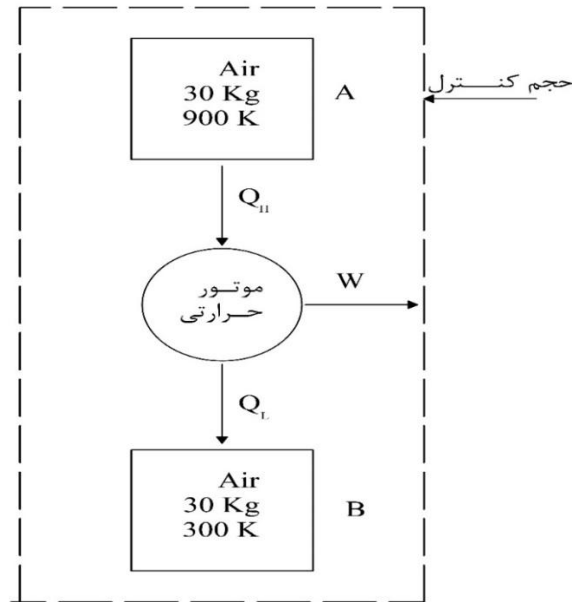
بازده قانون دوم ترمودینامیک در مبدل حرارتی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\eta_{\text{دوم}} = \frac{\dot{m}_{\text{سرد}} \times \Delta X_{\text{سرد}}}{\dot{m}_{\text{گرم}} \times \Delta X_{\text{گرم}}} = \frac{2.59 \times |-768.43|}{10 \times 433.17} = 0.46$$

مثال ۱-۱۹: دو مخزن نشان داده شده در شکل ۱-۲۸ را در نظر بگیرید. یک موتور حرارتی بین دو منبع با گرفتن گرما از منبع A بخشی از آن را به کار و بخش دیگر را به منبع B منتقل می کند. مطلوبست محاسبه:

الف) ماکزیمم کار تولیدی ب) دمای نهایی مخزن ها

در این سوال منبع حرارتی با دمای بالا و پایین، هر دو نسبت به زمان تغییرات حرارتی دارند، بنابراین بهتر است حجم کنترل شامل منبع دما بالا، منبع دما پایین و موتور حرارتی باشد.



شکل ۱-۲۸

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{موازنه آنتروپی: } s_i - s_o + s_{gen} = \Delta s \\ s_i = 0 \quad s_o = 0 \\ \Delta s = \Delta s_{\text{موتور}} + \Delta s_{\text{منبع A}} + \Delta s_{\text{منبع B}} \\ s_{gen} = 0 \leftarrow \text{چون سیستم کل قرار است در بهترین حالت} \\ \text{کار کند تا هیچ آنتروپی تولید نشود} \\ \Delta s = 0 \leftarrow \text{چون موتور یک سیکل را طی می کند} \end{array} \right.$$

$$\Delta s = 0 \rightarrow \Delta s_A + \Delta s_B = 0 \rightarrow \left[c_v \ln \frac{T_2}{T_{1A}} + R \ln \frac{V_{2A}}{V_{1A}} \right] + \left[c_v \ln \frac{T_2}{T_{1B}} + R \ln \frac{V_{2B}}{V_{1B}} \right] = 0$$

$$\rightarrow C_v \ln \frac{T_2}{T_{1A}} + C_v \ln \frac{T_2}{T_{1B}} = 0 \rightarrow \ln \frac{T_2}{T_{1A}} + \ln \frac{T_2}{T_{1B}} = 0 \rightarrow \ln \left(\frac{T_2}{T_{1A}} \right) \left(\frac{T_2}{T_{1B}} \right) = 1$$

$$\rightarrow T_2 = \sqrt{T_{1A} \times T_{1B}} \quad \rightarrow \quad T_2 = \sqrt{900 \times 300} = 519.6K$$

$$mc_v \Delta T = 30 \times 0.718 \times (900 - 519.6) \text{ گرمایی که مخزن A می دهد تا از دمای 900 به 519.6 برسد}$$

$$\rightarrow Q_H = 8193 \text{ kJ}$$

$$mc_v \Delta T = 30 \times 0.718 \times (519.6 - 300)$$

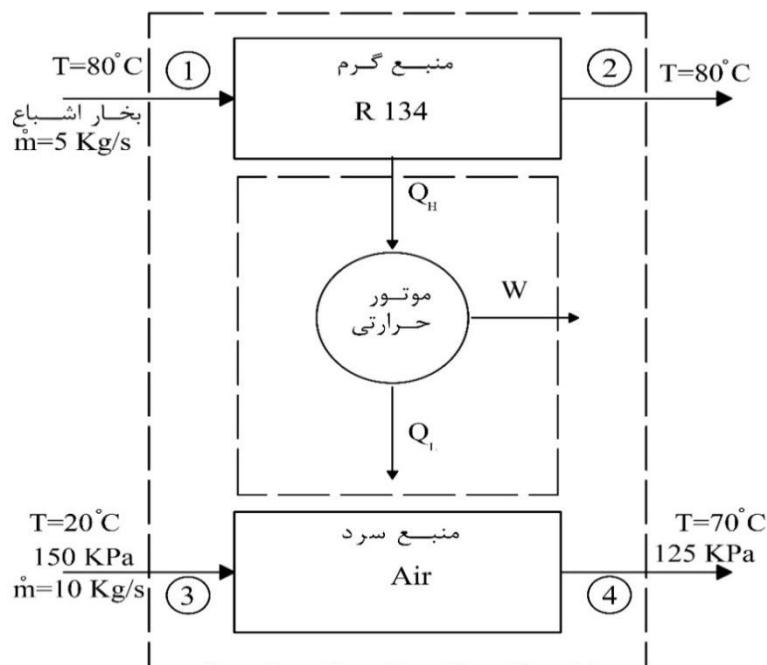
$$\rightarrow Q_L = 4731 \text{ kJ}$$

$$Q_H - Q_L = 8193 - 4731 = 3463 \text{ kJ}$$

پس موتور می تواند حداکثر به اندازه 3463 kJ کار تولید کند.

مثال ۱-۲۰: یک موتور حرارتی بین دو منبع گرم و سرد در شرایط نشان داده شده کار می کند. مطلوبست محاسبه:

- الف) کار واقعی خروجی ب) کار برگشت پذیر ج) مقدار برگشت ناپذیری د) راندمان قانون اول و دوم
(دمای محیط ۲۵ درجه سانتیگراد و فشار محیط ۱۰۰ کیلوپاسکال می باشد). در نقطه ۲ مایع اشباع وجود دارد.



شکل ۵۰-۱

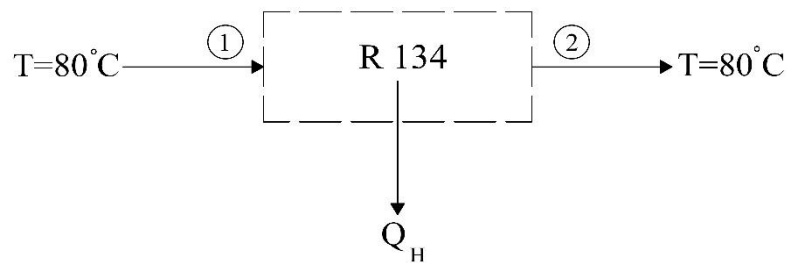
برای هوا : $c_p = 1.004$ & $R = 0.287$

$$1: \begin{cases} T_1 = 80^\circ\text{C} \\ \text{بخار اشباع} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_1 = 429.19 \\ s_1 = 1.6862 \end{cases} \quad 2: \begin{cases} T = 80^\circ\text{C} \\ \text{مایع اشباع} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_2 = 322.79 \\ s_2 = 1.385 \end{cases}$$

راه حل اول: موازنه انرژی بر سیستم کلی:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_4 h_4 - W_a = 0 \rightarrow W_a = 30.2 \text{ kW}$$

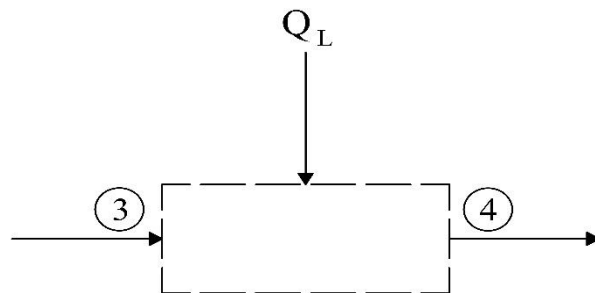
راه حل دوم: قانون اول برای منبع گرم:



شکل ۱-۵۱

$$\dot{m}_1 h_1 - Q_H - \dot{m}_2 h_2 = 0 \rightarrow Q_H = \dot{m}_1 (h_1 - h_2) \rightarrow Q_H = 5 \times (429.19 - 322.8) = 532 \text{ kW}$$

قانون اول برای منبع سرد:



شکل ۱-۲۹

$$Q_L + \dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_4 h_4 = 0 \rightarrow Q_L = \dot{m}_3 (h_4 - h_3) \rightarrow Q_L = \dot{m} C_p (T_4 - T_3) = 501.8 \text{ kW}$$

$$W = Q_H - Q_L = 532 - 501.8 = 30.2 \text{ kW}$$

حل قسمت بعدی: کار برگشت پذیر:

کار برگشت پذیر در فرایندی اتفاق می افتد که در آن $(X_{des} = 0)$ باشد

$$(X_{des} = 0) \rightarrow \dot{m}_1 x_1 - \dot{m}_2 x_2 + \dot{m}_3 x_3 - \dot{m}_4 x_4 - w_{rev} = 0$$

$$x_1 - x_2 = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2) = (429.19 - 322.79) - 298(1.6862 - 1.3849) = 15.92$$

$$x_3 - x_4 = (h_3 - h_4) - T_0(s_3 - s_4) \rightarrow x_3 - x_4 = c_p(T_3 - T_4) - T_0(c_p \ln \frac{T_3}{T_4} - R \ln \frac{P_3}{P_4})$$

$$\rightarrow x_3 - x_4 = 1.004 \times (20 - 70) - 298 \times (1.004 \times \ln \frac{20+273}{70+273} - 0.287 \ln \frac{150}{125}) = 12.53$$

$$W_{rev} = \dot{m}_3(x_3 - x_4) + \dot{m}_1(x_1 - x_2) = 10 \times (12.53) + 5 \times (15.92) = 204.9 \text{ kW}$$

حل قسمت بعدی: برگشت ناپذیری:

$$I = |w_{rev} - w_a| \rightarrow I = |204.9 - 30.2| = 174.7 \text{ kW}$$

راه حل دوم برای محاسبه برگشت ناپذیری:

$$S_i - S_o + S_{gen} = 0 \rightarrow \dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_4 s_4 + S_{gen} = 0 \rightarrow S_{gen} = \checkmark$$

$$I = T_0 S_{gen} \rightarrow 174.7$$

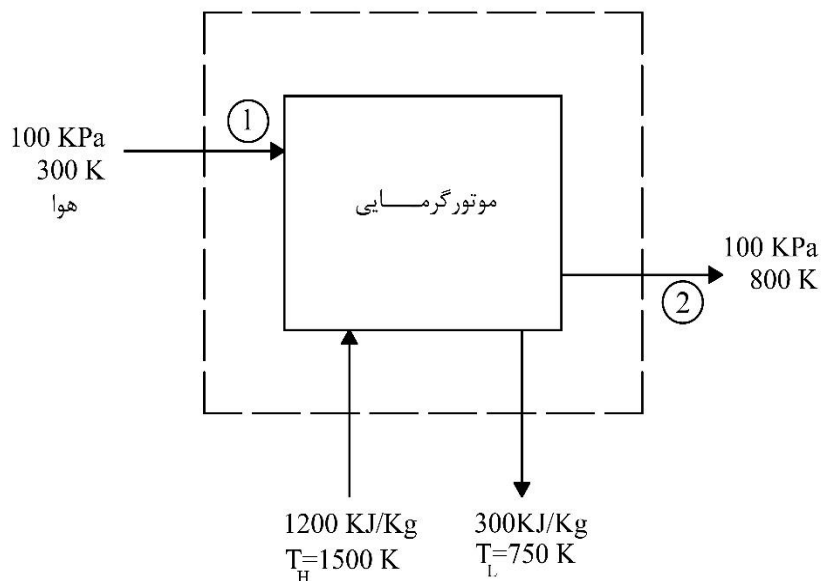
حل قسمت بعدی: محاسبه بازده:

$$\eta_{\text{قانون اول}} = \frac{W}{Q_H} = \frac{30.2}{532} = 6\%$$

$$\eta_{\text{قانون دوم}} = \frac{W}{W_{rev}} = \frac{30.2}{204.9} = 14.7\%$$

مثال ۱-۲۱: در یک موتور گرمایی هوا با مشخصات نقطه یک وارد شده و پس از تبادل حرارت با منابع نشان داده شده، در شرایط نقطه ۲، هوا از آن خارج می شود. مطلوبست محاسبه:

الف) کار واقعی ب) کار برگشت پذیر پ) برگشت ناپذیری ت) بازده قانون دوم



شکل ۵۳-۱

$$\begin{cases} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 300 \text{ K} \end{cases}$$

حل قسمت اول: کار واقعی

$$\text{قانون اول: } \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 + Q_H - Q_L - W_a = 0$$

$$W = h_1 - h_2 + q_h - q_l$$

$$\rightarrow W = c_p(T_1 - T_2) + 1200 - 300 = 398 \text{ kJ/kg}$$

حل قسمت سوم: برگشت ناپذیری:

$$s_i - s_o + s_{gen} = 0 \rightarrow \dot{m}_1 s_1 + \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} - \dot{m}_1 s_2 + S_{gen} = 0 \rightarrow$$

$$s_{gen} = (s_2 - s_1) - \frac{q_H}{T_H} + \frac{q_L}{T_L} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{q_H}{T_H} + \frac{q_L}{T_L} = 1.004 \times \ln \frac{800}{300} - \frac{1200}{1500} + \frac{300}{750} = 0.584$$

$$I = T_0 s_{gen} = 300 \times 0.584 = 175.425 \text{ kJ/kg}$$

حل قسمت دوم: محاسبه کار برگشت پذیر:

$$I = |w_{rev} - w_a| \rightarrow 175.425 = |w_{rev} - 395| \rightarrow w_{rev} = 573.42 \text{ kW}$$

حل قسمت چهارم: محاسبه بازده:

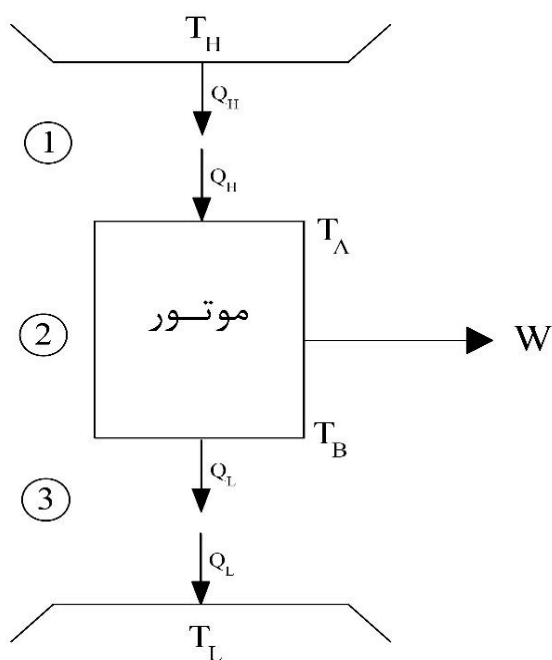
$$\eta_{\text{قانون دوم}} = \frac{W_a}{W_{rev}} = \frac{398}{573.42} = 0.7$$

۲ فصل دوم: آنالیز اکسرژی سیکل‌ها

در این فصل آنالیز سیکل‌های مختلفی همچون موتورهای حرارتی، یخچال‌ها، سیکل رانکین، برایتون و سیکل تراکمی بخار بررسی می‌شود. برای درک بهتر آنالیز اکسرژی سیکل‌ها، ابتدا یک مثال حل خواهد شد.

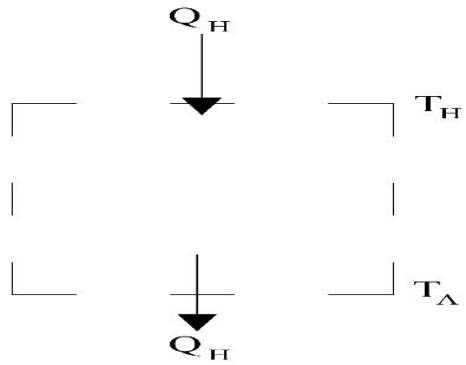
۱-۲ محاسبه برگشت‌ناپذیری در قسمت‌های مختلف موتور حرارتی

برای محاسبه برگشت‌ناپذیری در قسمت‌های مختلف ماشین گرمایی شکل ۱-۲، از سه حجم کنترل مطابق زیر استفاده می‌شود:



شکل ۱-۲

۱-۱-۲ محاسبه برگشت‌ناپذیری در ناحیه بین منبع دما بالا و موتور حرارتی (ناحیه اول)



موازنه اکسرژی برای ناحیه نشان داده شده به صورت زیر می باشد:

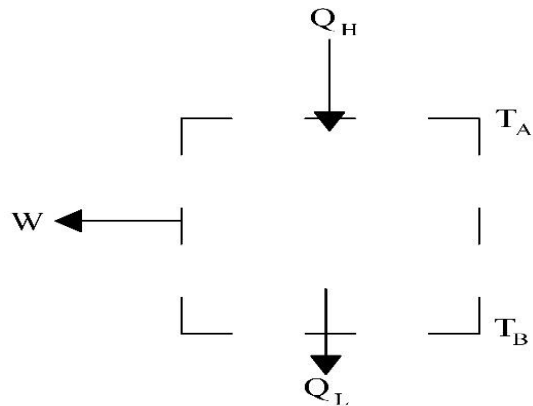
$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow Q_H \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) - Q_H \left(1 - \frac{T_0}{T_A}\right) = X_{des}$$

$$\rightarrow X_{des} = Q_H T_0 \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_H}\right) \quad \text{---(۲)}$$

(۱)

۲-۱-۲ محاسبه برگشت ناپذیری در موتور حرارتی (ناحیه دوم)



$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

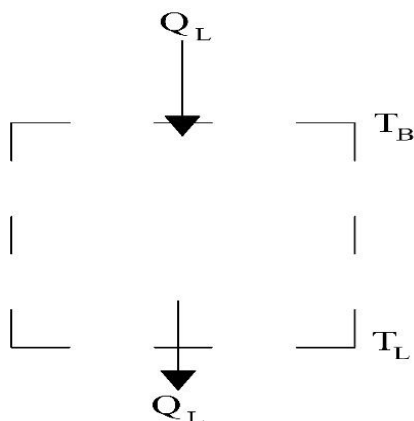
$$\rightarrow Q_H \left(1 - \frac{T_0}{T_A}\right) - \underbrace{W - Q_L \left(1 - \frac{T_0}{T_B}\right)}_{X_o} - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow X_{des} = (Q_H - Q_L) - W - Q_H T_0 \frac{T_0}{T_A} + Q_L \frac{T_0}{T_B}$$

$$\rightarrow X_{des} = T_0 \left(\frac{Q_L}{T_B} - \frac{Q_H}{T_A}\right) \quad \text{---(۲)}$$

(۲)

۳-۱-۲ محاسبه برگشت‌ناپذیری در ناحیه بین موتور حرارتی و منبع دما پایین (ناحیه سوم)



موازنه اکسرژی برای ناحیه نشان داده شده به صورت زیر می باشد:

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow Q_L \left(1 - \frac{T_0}{T_B}\right) - Q_L \left(1 - \frac{T_0}{T_L}\right) = X_{des}$$

$$X_{des} = Q_L T_0 \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_B}\right) \quad \begin{matrix} -۲) \\ ۳) \end{matrix}$$

برگشت‌ناپذیری کل برابر است با مجموع برگشت‌ناپذیری در هر سه ناحیه

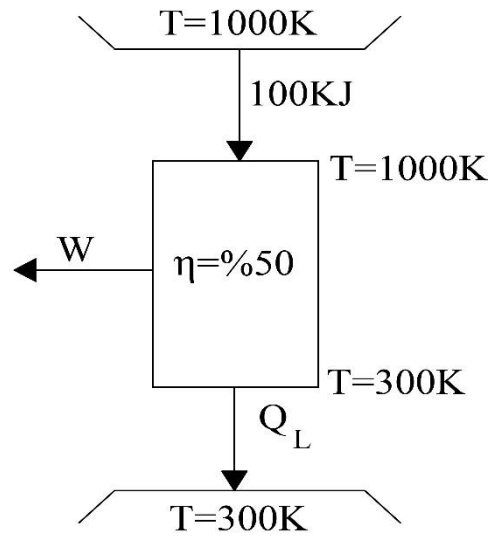
$$X_{des, total} = Q_H T_0 \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_H}\right) + T_0 \left(\frac{Q_L}{T_B} - \frac{Q_H}{T_A}\right) + Q_L T_0 \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_B}\right)$$

۴-۱-۲ محاسبه بازده قانون دوم در ماشین گرمایی

برای محاسبه بازده قانون دوم ترمودینامیک در ماشین گرمایی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\eta_{II} = \frac{\text{اکسرژی بازیافتی}}{\text{اکسرژی ورودی}} = \frac{X_W}{X_{Q_H}} = \frac{W}{Q_H \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right)} \quad \begin{matrix} -۲) \\ ۴) \end{matrix}$$

مثال ۱-۲: یک موتور حرارتی را در نظر بگیرید که از منبع با دمای 1000 K ، 100 kJ حرارت دریافت می‌کند. اگر بازده موتور 50% و دمای مرز سیستم در نقاطی که حرارت را دریافت و یا انتقال می‌دهد برابر 1000 K و 300 K باشد، مطلوب است محاسبه بازده قانون دوم این سیکل.

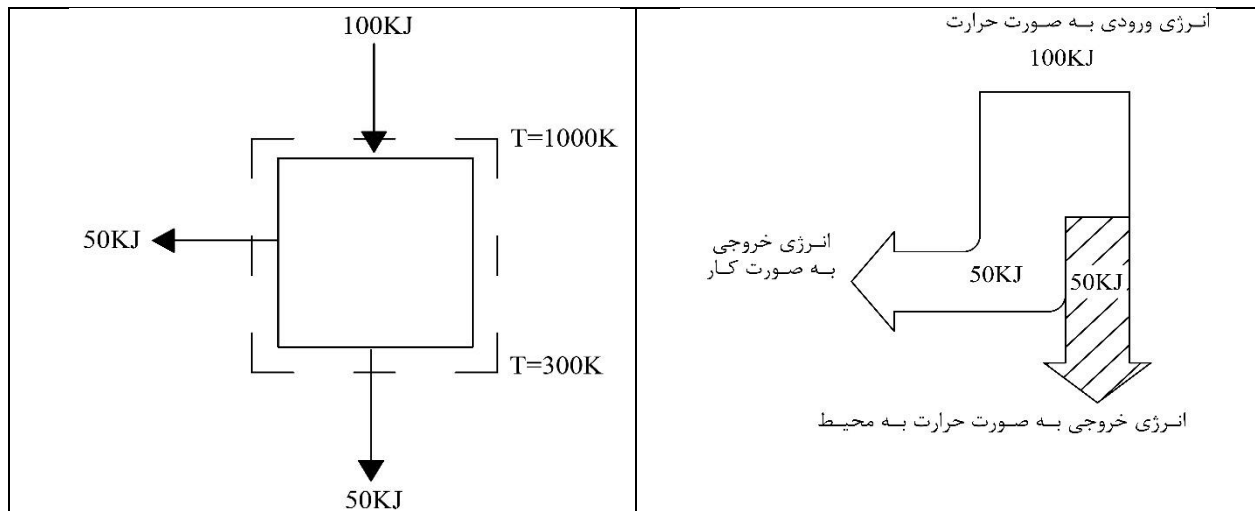


شکل ۲-۵

ابتدا قانون اول نوشته می شود تا کار خروجی مشخص شود.

$$\text{قانون اول} = \eta = \frac{W}{Q_H} \rightarrow W = \eta \times Q_H = 0.5 \times 100 = 50 \text{ kJ}$$

$$Q_L = Q_H - W = 50 \text{ kJ}$$



شکل ۲-۶

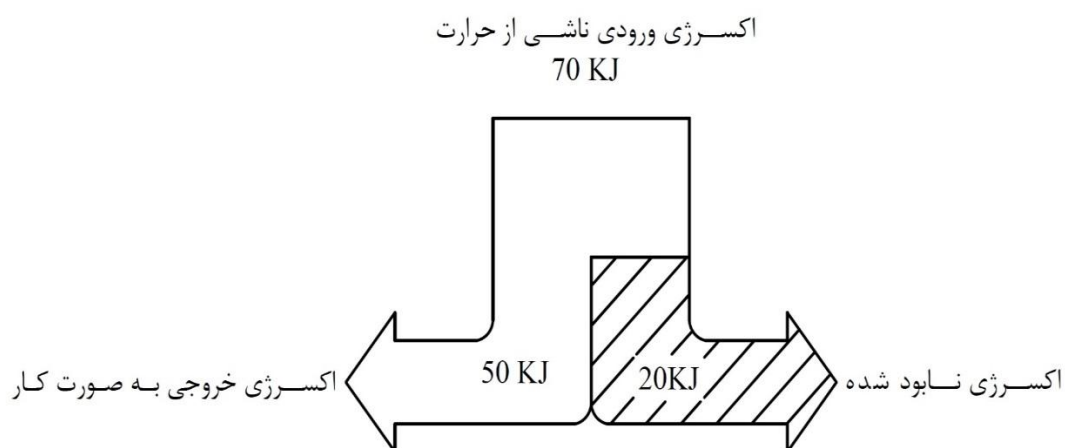
$$X_{\text{حرارت ورودی}} = 100 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) = 100 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) = 70 \text{ kJ}$$

$$X_{\text{حرارت خروجی}} = 100 \times \left(1 - \frac{300}{T_{\text{مرز}}}\right) = 100 \times \left(1 - \frac{300}{300}\right) = 0 \text{ kJ}$$

$$X_{\text{کار}} = 50 \text{ kJ}$$

موازنه اکسرژی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$X_i - X_o - X_{des} = 0 \rightarrow 70 - 50 - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 20$$



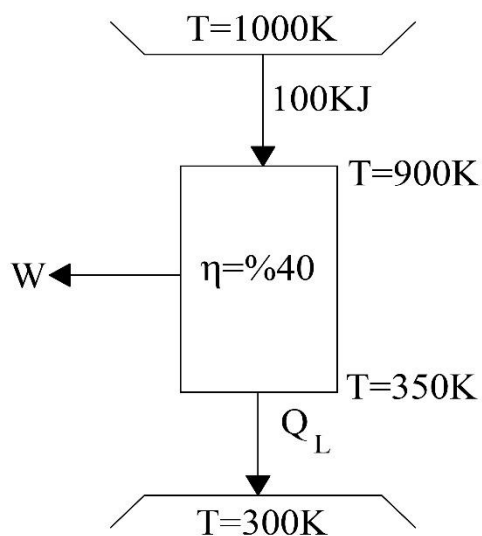
شکل ۲-۷

$$\eta_{II} = \frac{\text{اکسرژی بازیافتی}}{\text{اکسرژی ورودی}} = \frac{50}{70} = 74.1 \%$$

یادآوری: بازده قانون اول این سیکل به صورت زیر می باشد:

$$\eta_I = \frac{W}{Q_h} = \frac{50}{100} = 50 \%$$

مثال ۲-۲: مثال ۱-۲ را با داده‌های جدید زیر حل کنید.



شکل ۲-۸

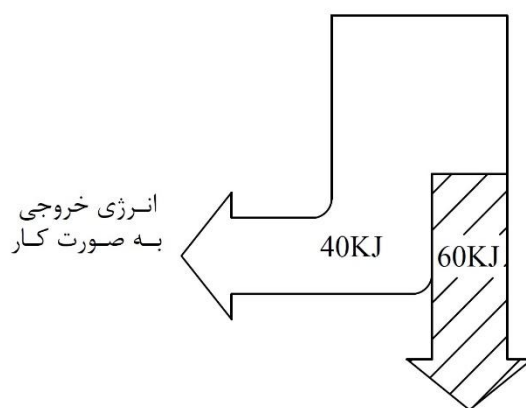
با توجه به فرمول بازده قانون اول: کار خروجی بدست می آید:

$$\text{قانون اول} \rightarrow \eta = \frac{W}{Q_H} \rightarrow W = \eta \times Q_H = 0.4 \times 100 = 40 \text{ kJ}$$

$$Q_L = Q_H - W = 60 \text{ kJ}$$

انرژی ورودی به صورت حرارت

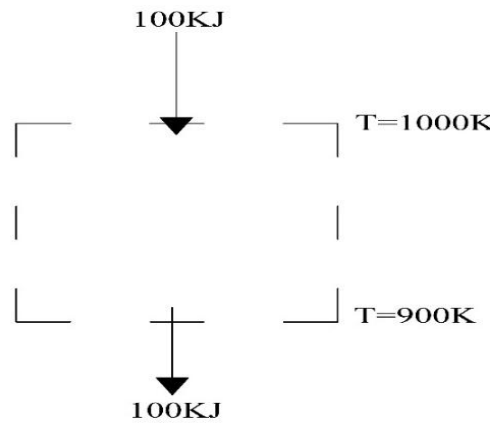
100KJ



انرژی خروجی به صورت حرارت به محیط

موازنه اکسرژی برای هر منطقه

- حجم کنترل ۱:



شکل ۱۰-۲

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

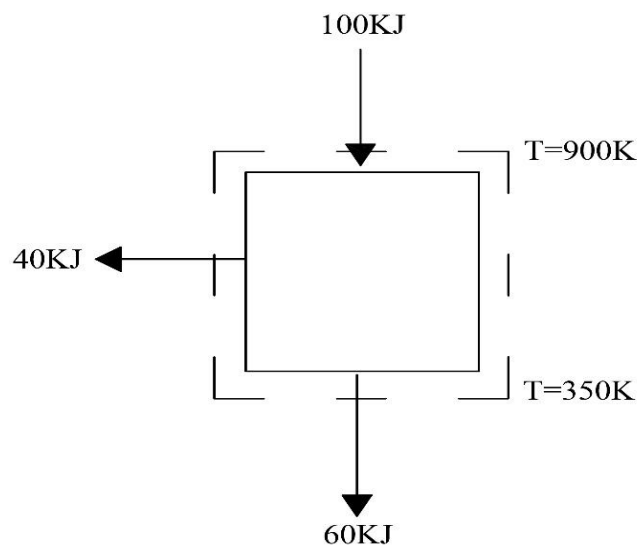
$$X_i = Q * \left(1 - \frac{T_o}{T_{مرز}}\right) = 100 * \left(1 - \frac{300}{1000}\right) = 70 \text{ kJ}$$

$$X_o = 100 \left(1 - \frac{300}{900}\right) = 66.66 \text{ kJ}$$

$$\underbrace{X_i}_{70} - \underbrace{X_o}_{66.66} - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow X_{des} = 3.33 \text{ kJ}$$

- حجم کنترل ۲:



$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$X_{\text{حرارت ورودی}} = Q \times \left(1 - \frac{300}{T_{\text{مرز}}}\right) = 100 \times \left(1 - \frac{300}{900}\right) = 66.66 \text{ kJ}$$

$$X_{\text{حرارت خروجی}} = 60 \times \left(1 - \frac{300}{T_{\text{مرز}}}\right) = 60 \times \left(1 - \frac{300}{350}\right) = 8.57 \text{ kJ}$$

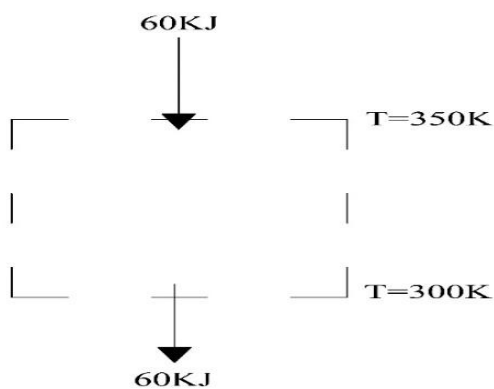
$$X_{\text{کار}} = 40 \text{ kJ}$$

مقادیر بدست آمده در در موازنه اکسرژی، جایگذاری می شود:

$$\underbrace{X_i}_{66.66} - \underbrace{X_o}_{40+8.57} - X_{des} = 0$$

$$X_{des} = 18.1 \text{ kJ}$$

• حجم کنترل ۳:



شکل ۱۲-۲

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

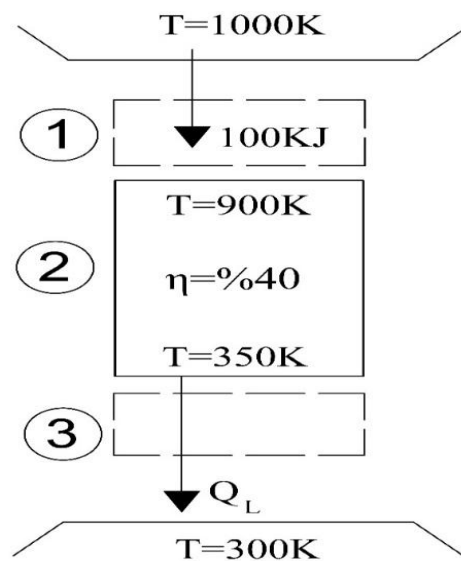
$$\rightarrow \underbrace{60 \times \left(1 - \frac{300}{350}\right)}_{8.57} - \underbrace{60 \times \left(1 - \frac{300}{300}\right)}_0 - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 8.57 \text{ kJ}$$

کل اتلافات اکسرژی برابر است با:

$$X_{des,total} = \underbrace{3.33}_{\text{حجم کنترل 1}} + \underbrace{18.1}_{\text{حجم کنترل 2}} + \underbrace{8.57}_{\text{حجم کنترل 3}} = 30 \text{ kJ}$$

ترسیم نمودارهای Sankay

باید برای سه حجم کنترل زیر نمودار ترسیم شود



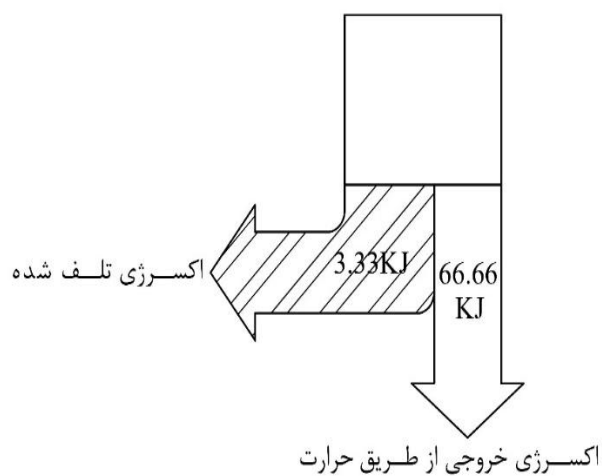
شکل ۲-۱۳

برای سه حجم کنترل انتخاب شده نمودارهای Sankay رسم می شود:

حجم کنترل ۱:

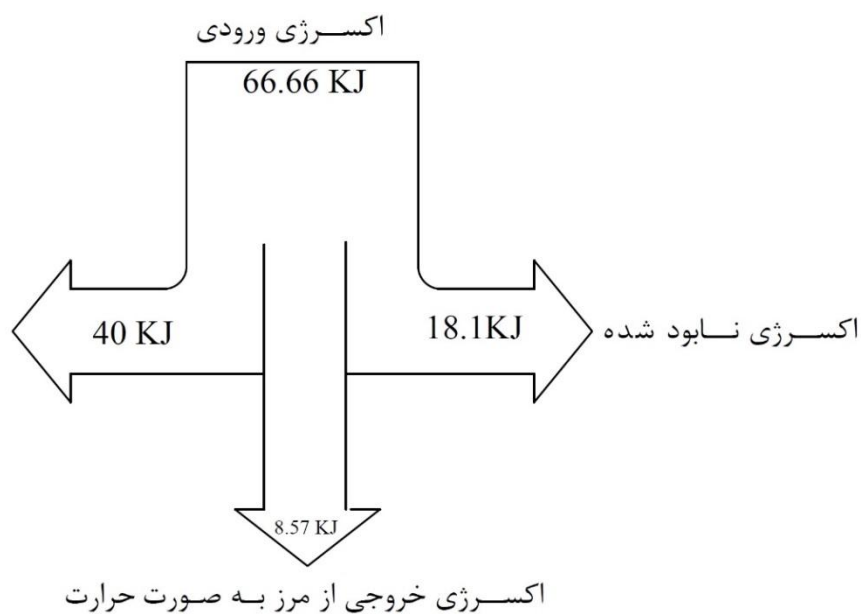
اکسرژی ورودی به صورت حرارت

70KJ

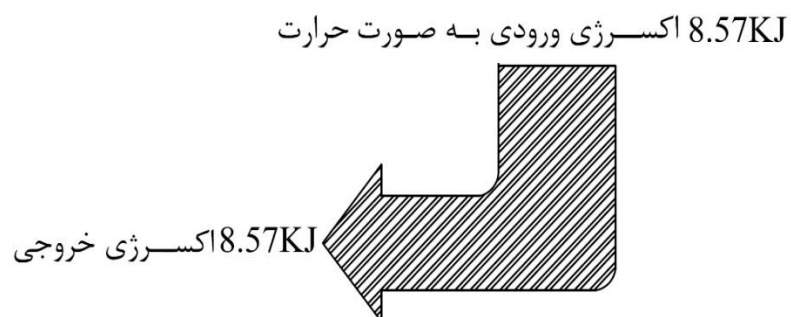


شکل ۲-۱۴

حجم کنترل ۲:



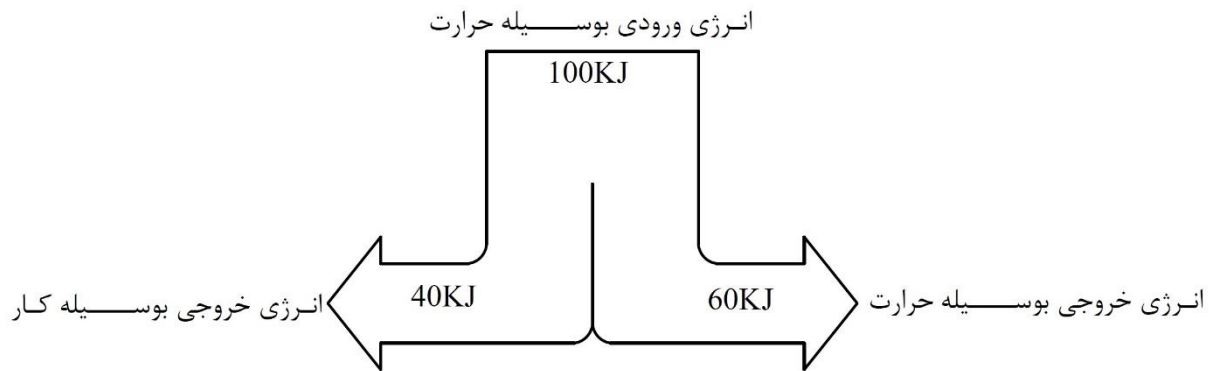
حجم کنترل ۳:



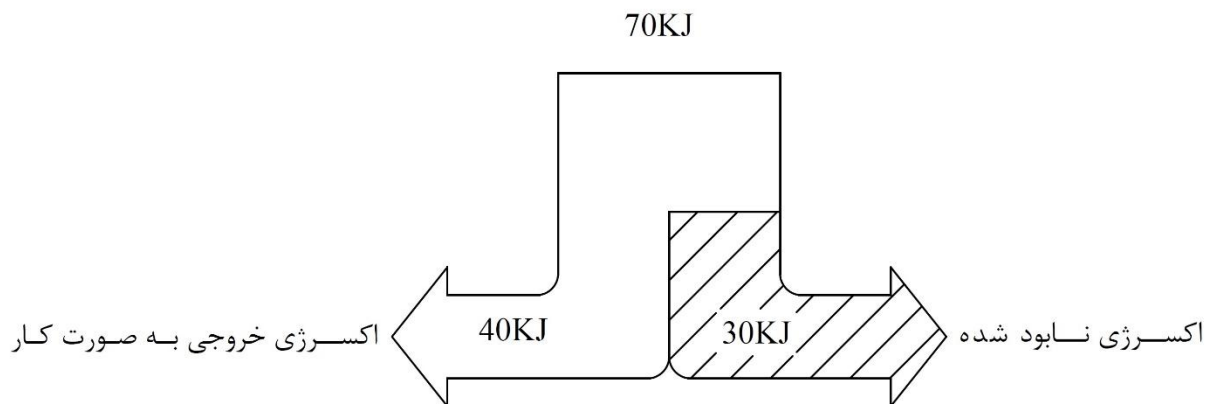
در این شکل باید بنویسیم: ۸.۵۷ تا اکسرژی نابود میشه و خروجی نداریم

رسم نمودار Sankay برای کل شکل مسأله

برای انرژی:

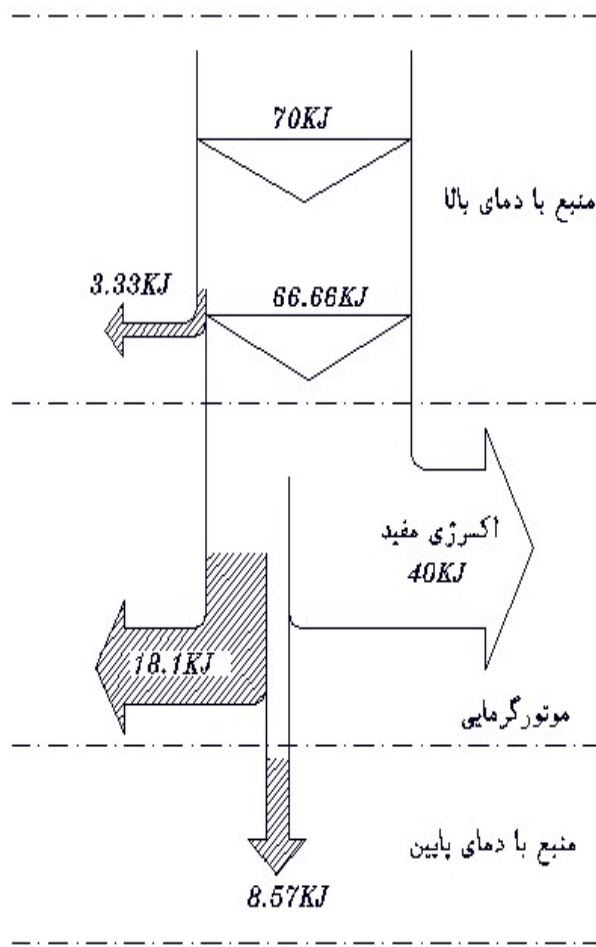


برای اکسرژی:



شکل ۱۸-۲

نمودار Sankay اکسرژی برای کل شکل مسأله به صورت مرحله به مرحله:



شکل ۱۹-۲

بازده قانون دوم برای کل سیستم:

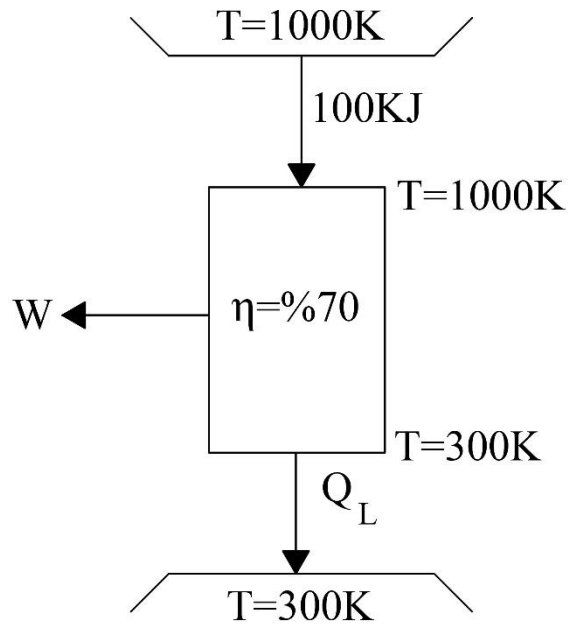
$$\eta_{II} = \frac{\text{اکسرژی بازیافتی}}{\text{اکسرژی ورودی}} = \frac{40}{70} = 57.1 \%$$

این سیکل در حالت بهینه خود کار نمی‌کند، زیرا به اندازه ۳۰ کیلوژول تلفات اکسرژی در آن وجود دارد. اگر دمای مرز سیستم در قسمت بالای موتور حرارتی برابر ۱۰۰۰K و در قسمت پایین موتور حرارتی برابر ۳۰۰K انتخاب شود، تلفات از ۳۰ به ۲۰ کیلوژول کاهش یافته و در نتیجه بازده قانون دوم افزایش می‌یابد.

در سوال بعدی سیکلی تحلیل می‌شود که بازده قانون دوم آن ۱۰۰ درصد است.

مثال ۲-۳: در سیکل زیر، مطلوبست محاسبه:

الف) بازده قانون دوم ب) اکسرژی اتلافی

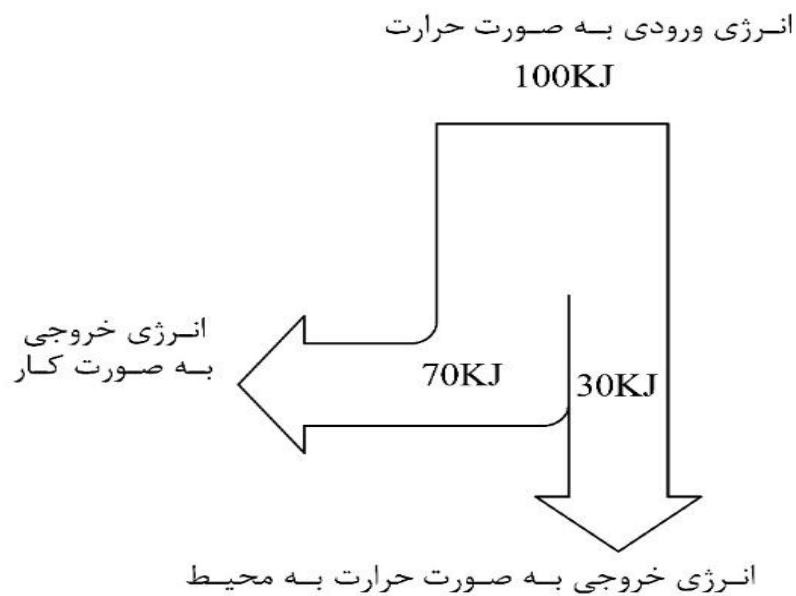


شکل ۲-۲۰

$$\text{قانون اول} = \eta = \frac{W}{Q_H} \rightarrow W = \eta \times Q_H = 0.7 \times 100 = 70 \text{ kJ}$$

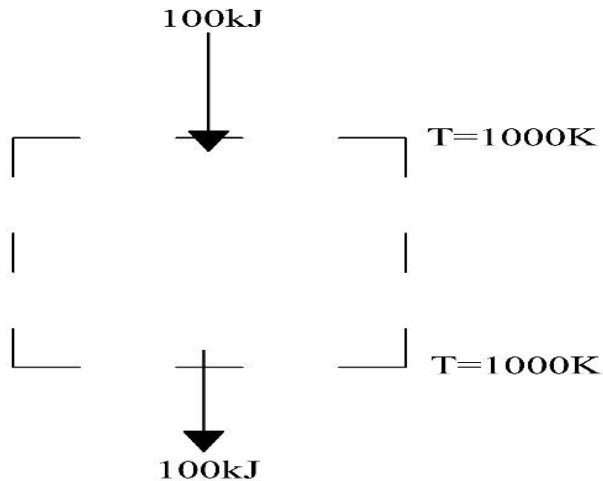
$$Q_L = Q_H - W = 30 \text{ kJ}$$

نمودار Sankay برای انرژی:



شکل ۲-۲۱

محاسبه اکسرژی اتلافی برای ناحیه بین منبع دما بالا و موتور حرارتی:

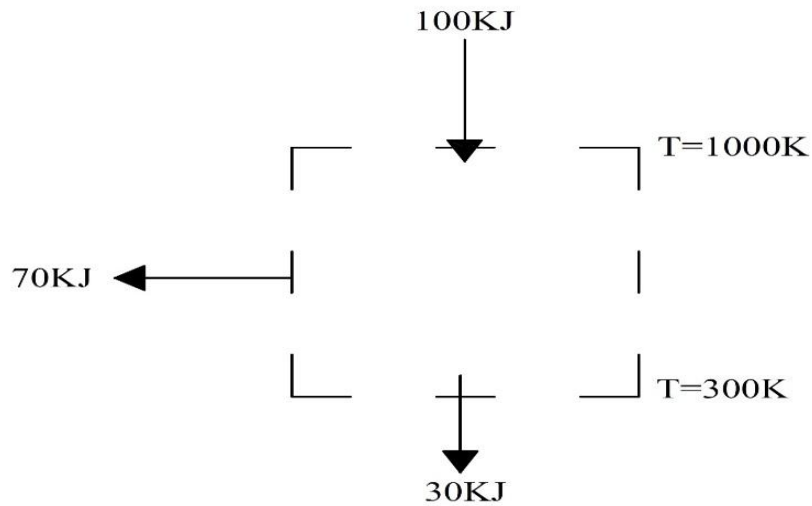


شکل ۲-۲۲

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow 100 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) - 100 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) - X_{des} \rightarrow X_{des} = 0$$

محاسبه اکسرژی اتلافی برای موتور حرارتی:

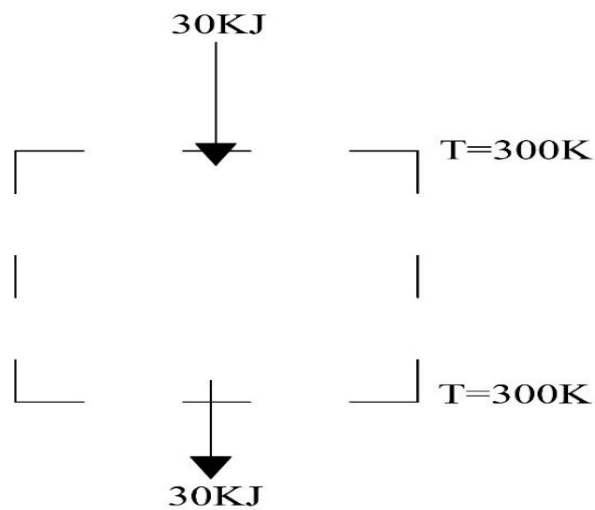


شکل ۲-۲۳

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow 100 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) - 70 - 30 \times \left(1 - \frac{300}{1000}\right) - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 0$$

محاسبه اکسرژی اتلافی برای ناحیه بین موتور حرارتی و منبع دما پایین:

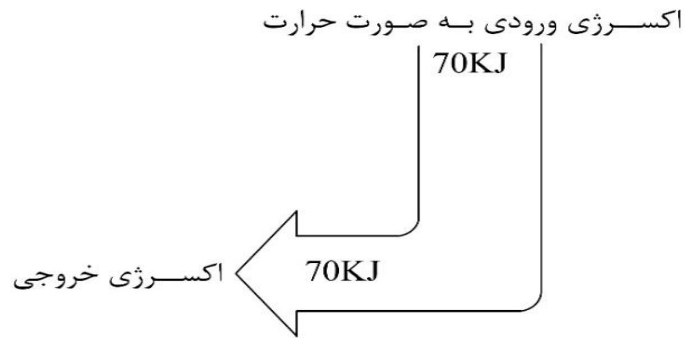


شکل ۲-۲۴

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$\rightarrow 30 \times \left(1 - \frac{300}{300}\right) - 30 \times \left(1 - \frac{300}{300}\right) - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 0$$

یعنی در این سیکل هیچ اتلاف اکسرژی وجود ندارد.



شکل ۲-۲۵

$$\eta_{II} = \frac{X_W}{X_{Q_H}} = 1$$

نکته: بازده سیکل کارنو که بین دو منبع با دمای T_H و T_L کار می کند برابر است با:

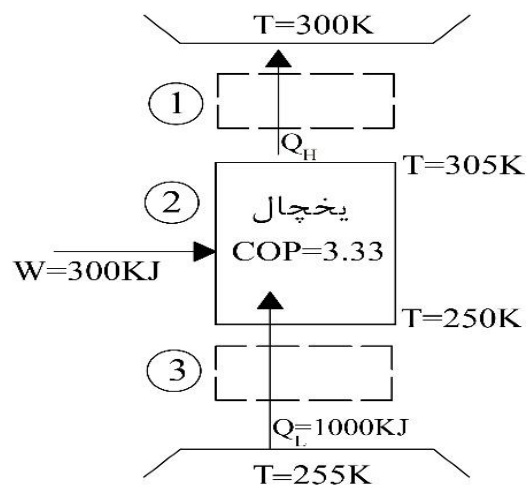
$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \rightarrow \eta = 1 - \frac{300}{1000} = 0.7$$

۲-۲ محاسبه برگشت ناپذیری در قسمت های مختلف سیکل تبرید

مثال ۲-۴: برای سیکل تبرید شکل ، مطلوبست محاسبه:

الف) اکسرژی اتلافی برای هر قسمت ب) اکسرژی اتلافی برای کل سیکل ج) بازده قانون دوم

دمای محیط را ۳۰۰ در نظر بگیرید.

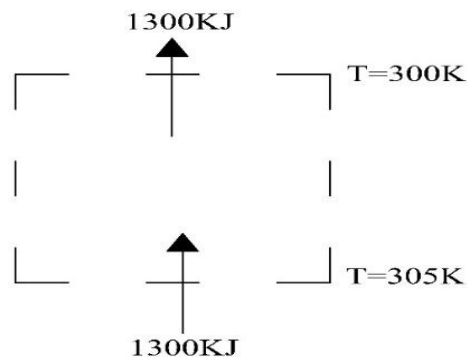


شکل ۲-۲۶

$$C_{op} = \frac{Q_L}{W} \rightarrow W = \frac{Q_L}{C_{op}} \rightarrow W = \frac{1000}{3.33} = 300kJ$$

$$Q_H = Q_L + W \Rightarrow Q_H = 1000 + 300 = 1300kJ$$

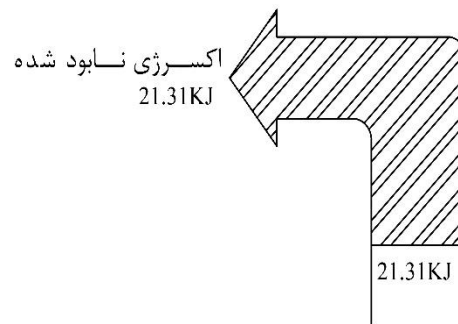
محاسبه اکسرژی اتلافی برای حجم کنترل ۱:



شکل ۲-۲۷

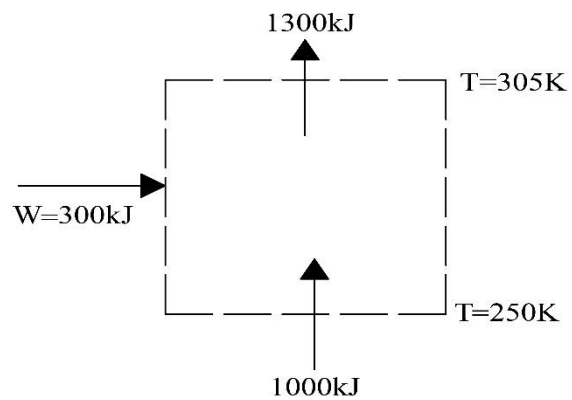
$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$1300 \left(1 - \frac{300}{305}\right) - 1300 \left(1 - \frac{300}{300}\right) - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 21.31kJ$$



شکل ۲-۲۸

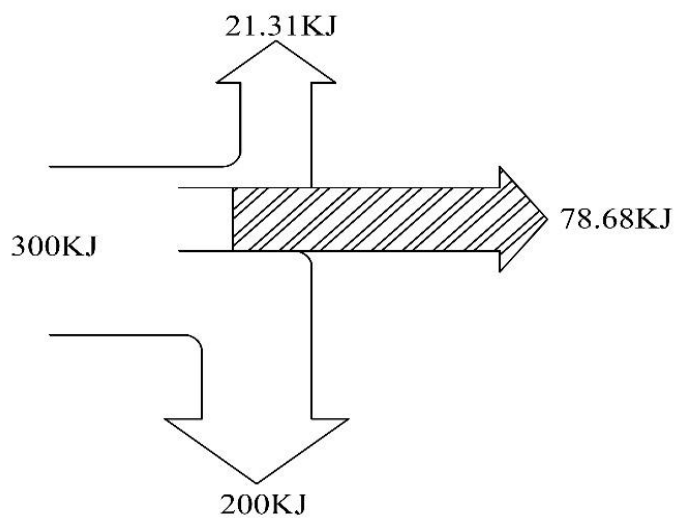
محاسبه اکسرژی اتلافی برای حجم کنترل ۲:



شکل ۲-۲۹

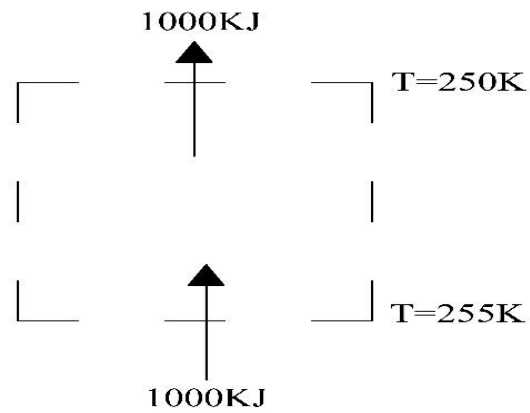
$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$1000 \left(1 - \frac{300}{250}\right) - 1300 \left(1 - \frac{300}{305}\right) + 300 - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 78.68 \text{ kJ}$$



شکل ۲-۳۰

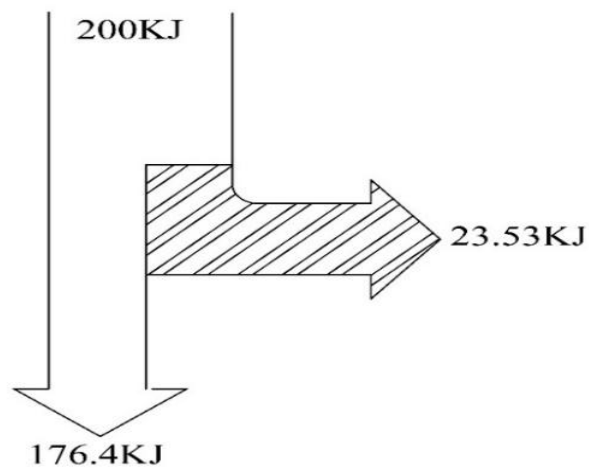
محاسبه اکسرژی اتلافی برای حجم کنترل ۳:



شکل ۲-۳۱

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$1000 \left(1 - \frac{300}{255}\right) - 1000 \left(1 - \frac{300}{250}\right) - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 23.53 \text{ kJ}$$



شکل ۲-۳۲

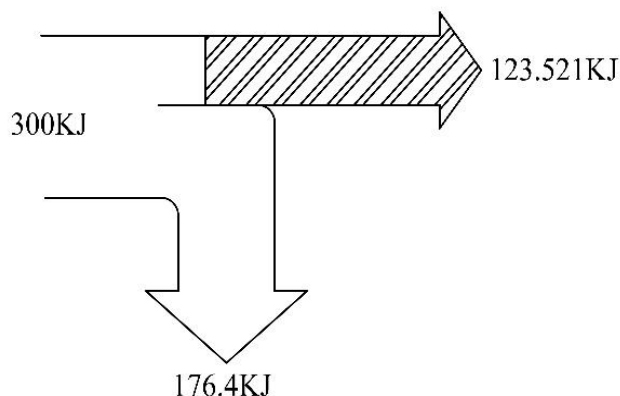
اکسرژی اتلافی کل سیکل از جمع اکسرژی های اتلافی هریک از حجم کنترل ها بدست می آید:

$$X_{des, total} = 21.31 + 79.68 + 23.53 = 123.521$$

محاسبه اکسرژی اتلافی برای حجم کنترل کل :

$$X_i - X_o - X_{des} = 0$$

$$1000 \left(1 - \frac{300}{255}\right) + 300 - 1300 \left(1 - \frac{300}{300}\right) - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 123.521$$



شکل ۲-۳۳

محاسبه بازده قانون دوم:

بازده قانون دوم برای یک سیکل تبرید مطابق رابطه زیر محاسبه می شود :

$$\eta_{II} = \frac{X_{Q_L}}{W} = \frac{|Q_L \left(1 - \frac{T_0}{T_L}\right)|}{W} \quad \text{---۲)} \quad (5)$$

$$\eta_{II} = \frac{|1000 \left(1 - \frac{300}{250}\right)|}{300} = 58.8\%$$

۲-۳ محاسبه برگشت ناپذیری در قسمت های مختلف سیکل برای تون

سیکل برای تون، سیکل ایده آل برای سیکل های گازی می باشد. در قسمت های مختلفی از ای سیکل برگشت ناپذیری وجود دارد که در مثال زیر تشریح شده است. اگرچه این سیکل ایده آل است منتهی نسبت به سیکل کارنو بازده کمتری دارد. سیکل کارنو در واقعیت امکان پذیر نیست، ولی سیکل برای تون در واقعیت وجود دارد. اجزای اصلی سیکل برای تون شامل کمپرسور، توربین و نحفظه احتراق است. سیال عامل در این سیکل معمولاً هوا می باشد.

مثال ۲-۵: سیکل برایتون با مشخصات زیر را در نظر بگیرید.

$$\left[\begin{array}{l} T_1 = 22^\circ\text{C}, P_1 = 100 \text{ kPa} \\ \text{نسبت تراکم} = 6.4 \\ \text{بازده کمپرسور} = 0.82 \\ \text{بازده توربین} = 0.85 \\ T_3 = 807^\circ\text{C} \\ T_0 = 298 \text{ K} \end{array} \right]$$

فرض کنید در محفظه احتراق برگشت‌ناپذیری وجود ندارد. مطلوبست محاسبه:

الف) بازده قانون اول سیکل ب) بازده قانون دوم سیکل ج) برگشت‌ناپذیری سیکل

فرمولهای مهم:

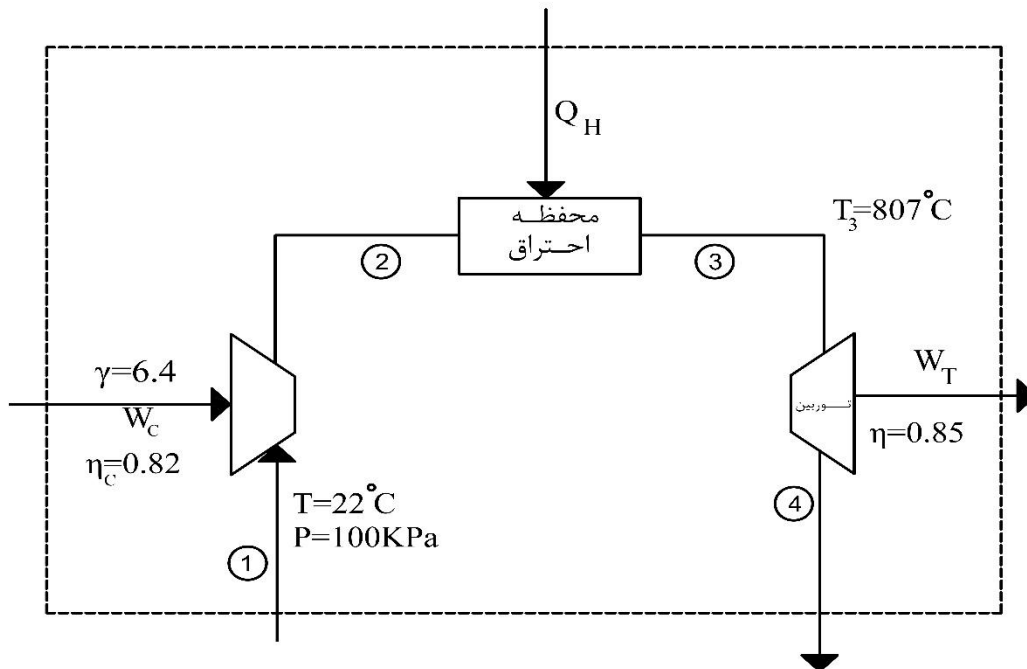
$$X_i = (h_i - h_0) - T_0(s_i - s_0)$$

$$X_1 - X_2 = h_1 - h_2 - T_0(s_1 - s_2)$$

$$h_i - h_0 = c_p(T_i - T_0)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \times \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \times \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$



شکل ۲-۲۲

شرایط محیط: $P_0 = 100 \text{ kPa}$
 $T_0 = 25^\circ \text{C}$

• تحلیل کمپرسور

نکته: نسبت فشار در کمپرسور بدین صورت تعریف می شود:

$$\gamma_p = \frac{P_2}{P_1} \rightarrow P_2 = 6.4 \times 100 \rightarrow P_2 = 640 \text{ kPa}$$

ابتدا تحلیل قانون اول انجام می شود.

از دو راه می توان دمای خروجی کمپرسور را بدست آورد:

راه حل اول: استفاده از جدول A-۱۷

از جدول هوا استفاده می شود:

$$T_1 = 295 \text{ K} \xrightarrow{A-17} \begin{matrix} h_1 = 295.4 \\ P_{r1} = 1.3068 \end{matrix}$$

از طرفی:

$$\frac{Pr_2}{Pr_1} = \frac{P_2}{P_1} = \gamma_P \Rightarrow Pr_2 = (\gamma_P)Pr_1 = 6.4 \times 1.3068 \rightarrow Pr_2 = 8.363$$

از جدول هوا
 $\rightarrow h_{2s} = 502$

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow h_2 = h_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_c}$$

$$\rightarrow h_2 = 295.4 + \frac{502 - 295.4}{0.82} \rightarrow h_2 = 547.8$$

توجه شود که $h_{2s} = 502$ آنتالپی هوا در خروجی کمپرسور ایده آل می باشد و $h_2 = 547.8$ آنتالپی هوا در خروجی کمپرسور واقعی می باشد.

$$W = h_2 - h_1 = 252.4 \text{ : کمپرسور واقعی} \Rightarrow \eta_c = \frac{w_{\text{ایده آل}}}{w_{\text{واقعی}}} = \frac{206.6}{252.4} \cong 0.82$$

$$W = h_{2s} - h_1 = 206.6 \text{ : کمپرسور ایده آل}$$

نکته: توجه شود که در حالت واقعی کار مصرفی بیشتر از کار ایده آل است:

راه دوم: استفاده از فرمول به جای جدول خوانی

برای سادگی می توان خروجی کمپرسور را از فرمول بدست آورد: $k = 1.4$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{2s}}{22 + 273} = (6.4)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{2s} = 501.37 \text{ K}$$

بنابراین اگر هوا با دمای ۲۹۵ کلوین (معادل ۲۲ درجه سانتیگراد) وارد کمپرسور شود در حالت ایده آل با دمای ۵۰۱.۳۷ کلوین از آن خارج میشود. دمای واقعی هوا در خروجی کمپرسور از رابطه زیر بدست می آید:

$$\eta_c = \frac{\overbrace{T_{2s}}^{\text{ایده آل}} - T_1}{\underbrace{T_2}_{\text{واقعی}} - \underbrace{T_1}_{22+273}} \rightarrow T_2 = 553 \text{ K}$$

کار واقعی و کار ایده آل کمپرسور:

$$W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_2 - T_1) = 1.005 * (553 - 295) = 259.3 \text{ kJ/kg} \text{ : واقعی}$$

$$W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_{2s} - T_1) = 1.005 * (501.37 - 295) = 207.4 \text{ kJ/kg} \text{ : ایده آل}$$

توجه شود که:

$$\eta_c = \frac{\overbrace{W_s}^{ideal}}{\underbrace{W_a}_{actual}} \rightarrow 0.82 = \frac{207.4}{259.3}$$

خلاصه روند حل:

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{2s}}{22 + 273} = (6.4)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{2s} = 501.37 \text{ K}$$

$$\eta_c = \frac{\overbrace{T_{2s}}^{ایده آل} - T_1}{\underbrace{T_2 - T_1}_{واقعی}} \rightarrow T_2 = 553 \text{ K}$$

$$W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_2 - T_1) = 259.3 \frac{kJ}{kg}$$

تحلیل قانون دوم کمپرسور

برای محاسبه اکسرژی در هر نقطه از سیکل باید از رابطه زیر استفاده کرد

$$X_i = (h_i - h_0) - T_0(s_i - s_0)$$

راه حل اول: خواص باید از جداول ترمودینامیکی بدست آیند

$$\text{مرجع: } \begin{matrix} P_0 = 100kPa \\ T_0 = 25^\circ C \end{matrix} \xrightarrow{\text{هوا}} \begin{matrix} h_0 = 298.4 \\ s_0 = 5.699 \end{matrix}$$

$$X_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = 0.27$$

$$X_2 = (h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0) = 226.6$$

راه حل دوم:

برای محاسبه $X_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0)$ میتوان به جای جدول خوانی از روابط نیز استفاده نمود:

$$h_i - h_0 = c_p(T_i - T_0)$$

$$s_i - s_0 = c_p \times \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right) - R \times \ln\left(\frac{P_i}{P_0}\right)$$

$$X_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = 1.005 * (T_1 - T_0) - T_0 * (1.005 * \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - 0.287 * \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right))$$

موازنه اکسرژی برای کمپرسور

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_1 + W = 0.27 + 252.4 \\ X_o = X_2 = 226.6 \end{cases} \rightarrow X_{des} = 26.47 \text{ kJ/kg}$$

راه حل دوم: استفاده از موازنه انتروپی

$$\begin{cases} s_i - s_o + s_{gen} = \underbrace{\Delta s}_{steady=0} \\ s_i = s_1 \\ s_o = s_2 \end{cases} \rightarrow s_{gen} = s_2 - s_1 = c_p \times \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \times \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$s_{gen} = 1.005 \times \ln\left(\frac{553}{295}\right) - 0.287 \times \ln(6.4) = 0.0987$$

برگشت ناپذیری برابر است با

$$X_{des} = T_0 \times s_{gen} = 298 \times 0.0987 = 29.41 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

راه حل سوم: استفاده از موازنه اکسرژی

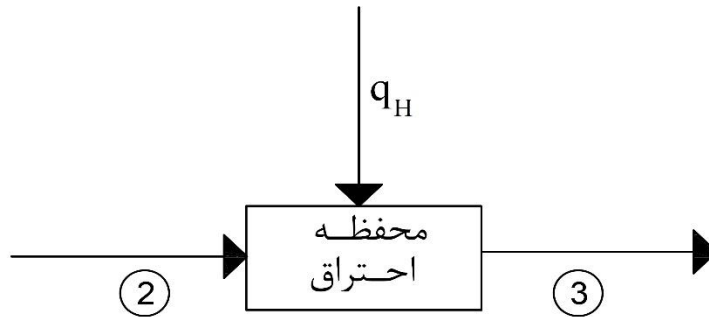
$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_1 + w \\ X_o = X_2 \end{cases} \rightarrow X_{des} = \frac{X_1 - X_2}{h_1 - h_2 - T_0(s_1 - s_2)} + w$$

$$= \frac{(s_1 - s_2)}{c_p \times \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) - R \times \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)} + w$$

$$\begin{aligned} X_{des} &= c_p(T_1 - T_2) - T_0(s_1 - s_2) + 259.3 \\ &= 1.005 * (22 + 273.15 - 553) - 298 \\ &\quad * \left[1.005 * \ln\left(\frac{22 + 273.15}{553}\right) - 0.287 * \ln\left(\frac{100}{640}\right) \right] + 259.3 = 29.44 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

• تحلیل محفظه احتراق

ابتدا تحلیل قانون اول انجام می شود.



شکل ۲-۳۵

راه حل اول: (جدول خوانی)

$$\begin{cases} P_2 = 640 \\ h_2 = 547.8 \end{cases} \quad \begin{cases} P_3 = 640 \\ T_3 = 807^\circ C = 1080 K \end{cases} \xrightarrow{\text{از جدول هوا}} \begin{cases} h_3 = 1138 \\ s_3 = 6.526 \end{cases}$$

صورت سوال

$$\xrightarrow{\text{قانون اول}} \begin{cases} \frac{E_{in}}{h_2 + q_h} - \frac{E_{out}}{h_3} = \frac{\Delta E}{steady:0} \\ 547.8 + q_H - 1138 = 0 \end{cases} \rightarrow q_H = 590.2 \text{ kJ/kg}$$

راه حل دوم: در محفظه احتراق فشار ثابت می ماند.

برای بدست آوردن گرمای محفظه احتراق میتوان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$q_h = \frac{1.005}{c_p} \times \left(\underbrace{T_3}_{807+273} - T_2 \right) = 1.005 \times (1080 - 553) = 530 \text{ kJ/kg}$$

تحلیل قانون دوم محفظه احتراق

مطابق با فرضیات مساله، برگشت ناپذیری در محفظه احتراق وجود ندارد. $X_{des} = 0$

موازنه اکسرژی برای محفظه احتراق به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} X_i - X_o - \underbrace{X_{des}}_0 = \frac{\Delta X}{steady=0} \\ X_i = X_2 + X_{Q_h} \\ X_o = X_3 \end{cases} \rightarrow X_2 + X_{Q_h} = X_3 \rightarrow X_{Q_h} = X_3 - X_2$$

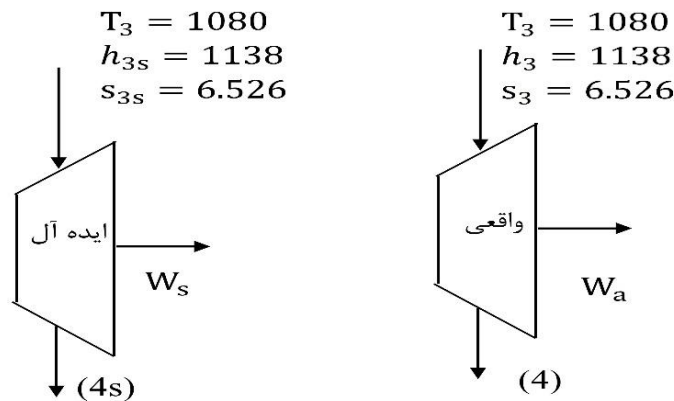
از طرفی داریم:

$$X_3 - X_2 = \underbrace{\frac{h_3 - h_2}{c_p(T_3 - T_2)}}_{c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)} - T_0 \underbrace{\frac{(s_3 - s_2)}{c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) - R \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right)}}_{R \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right)} = c_p(T_3 - T_2) - T_0 * c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + T_0 * R \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right) =$$

$$X_{Q_h} = X_3 - X_2 = 1.005 * (1080 - 553) - 298 * 1.005 * \ln\left(\frac{1080}{553}\right) = 366.5$$

• تحلیل توربین

ابتدا قانون اول بررسی می‌شود.



شکل ۳۶-۲

راه حل اول: جدول خوانی

$$T_3 = 1080 \xrightarrow{\text{خواص}} P_{r_3} = 155.2$$

$$\frac{P_{r_3}}{P_{r_4}} = \frac{P_3}{P_4} = \frac{640}{100} \Rightarrow P_{r_4} = 24.25 \xrightarrow{\text{جدول هوا}} h_{4s} = 681.14$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = h_3 - \eta(h_3 - h_{4s})$$

$$\rightarrow h_4 = 1138 - 0.85(1138 - 681.14)$$

$$\rightarrow h_4 = 748.1 \xrightarrow{\text{خواص}} \begin{matrix} T_4 = 732K \\ s_4 = 6.624 \end{matrix}$$

کار ایده‌آل و واقعی توربین برابر است با:

$$W_a = (h_3 - h_4) = 390 \text{ kJ}$$

$$W_s = (h_{3s} - h_{4s}) = 456.86 \text{ kJ}$$

روش دوم (روش ساده تر)

$$\frac{T_{4s}}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{4s}}{807 + 273} = \left(\frac{100}{640}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{4s} = 635.5 \text{ K}$$

بنابراین اگر هوا با دمای $107+273$ کلوین وارد توربین شود دمای ایده آل آن در خروجی برابر 635.5 کلوین خواهد بود. دمای واقعی هوا در خروجی توربین از رابطه زیر بدست می آید:

$$\eta_T = \frac{T_4 - T_3}{T_{4s} - T_3} \rightarrow 0.85 = \frac{T_4 - (807 + 273)}{635.5 - (807 + 273)} \rightarrow T_4 = 702.2 \text{ K}$$

کار واقعی و کار ایده آل توربین:

$$\text{ایده آل : } W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_3 - T_{4s}) = 1.005 * (1080 - 635.5) = 446.7 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{واقعی : } W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_3 - T_4) = 1.005 * (1080 - 702.2) = 380 \text{ kJ.kg}$$

روند حل:

$$\frac{T_{4s}}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{4s}}{807 + 273} = \left(\frac{100}{640}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{4s} = 635.5 \text{ K}$$

$$\eta_T = \frac{T_4 - T_3}{T_{4s} - T_3} \rightarrow 0.85 = \frac{T_4 - (807 + 273)}{635.5 - (807 + 273)} \rightarrow T_4 = 702.2 \text{ K}$$

$$W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_3 - T_4) = 1.005 * (1080 - 702.2) = 380 \text{ kJ.kg}$$

توجه شود که:

$$\eta = \frac{w_a}{w_s} \rightarrow 0.85 = \frac{380}{446.7}$$

کمپرسور	$\eta = \frac{w_s}{w_a} \quad \underbrace{w_s}_{\text{ایده آل}} < \underbrace{w_a}_{\text{واقعی}}$
توربین	$\eta = \frac{w_a}{w_s} \quad \underbrace{w_s}_{\text{ایده آل}} > \underbrace{w_a}_{\text{واقعی}}$

تحلیل قانون دوم توربین

$$h_3 = 1138$$

$$s_3 = 6.526 \rightarrow X_3 = (h_3 - h_0) - T_0(s_3 - s_0) = 593.1$$

$$s_4 = 6.624$$

$$h_4 = 784.1$$

$$s_4 = 6.624 \rightarrow X_4 = (h_4 - h_0) - T_0(s_4 - s_0) = 173.9$$

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \\ \underbrace{593.1}_{X_3} - \underbrace{\left(\underbrace{390}_W + \underbrace{173.9}_{X_4} \right)}_{X_o} - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 29.2 \text{ kJ} \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \\ X_i = X_3 \\ X_o = X_4 + W \end{cases} \rightarrow X_{des} = \frac{X_3 - X_4}{\underbrace{c_p \ln \left(\frac{T_3}{T_4} \right)}_{\frac{h_3 - h_4}{T_0}} - \underbrace{R \ln \left(\frac{P_3}{P_4} \right)}_{(s_3 - s_4)}} - W =$$

$$X_{des} = c_p(T_3 - T_4) - T_0 \left[c_p * \ln \left(\frac{T_3}{T_4} \right) - R \ln \left(\frac{P_3}{P_4} \right) \right] - W \rightarrow$$

$$\begin{aligned} X_{des} &= 1.005 * (1080 - 702.2) - 298 * \left[1.005 * \ln \left(\frac{1080}{702.2} \right) - 0.287 * \ln(6.4) \right] - 380 \\ &= 29.52 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

برای چک کردن روش حل، قانون اول را برای کل سیکل می نویسیم:

تمام سیکل درون حجم کنترل قرار داده شده و بررسی می شود که آیا تمام انرژی های ورودی با تمام انرژی های خروجی برابر است یا خیر؟

$$\underbrace{h_1 + W_C + Q_H}_{\text{انرژی ورودی}} \stackrel{?}{=} \underbrace{W_T + h_4}_{\text{انرژی خروجی}}$$

$$295.4 + 252.4 + 590.2 = 390 + 748.1$$

$$1138 \stackrel{\checkmark}{=} 1138$$

محاسبه بازده قانون اول ترمودینامیک:

$$\eta = \frac{\overbrace{W_{net}}^{w_T - w_c}}{Q_H} = \frac{390 - 252.4}{590.2} = 23\%$$

سوال:

آیا اکسرژی های ورودی با اکسرژی های خروجی برابر است؟

$$X_1 + X_{W_C} + X_Q \stackrel{?}{=} X_{W_T} + X_4$$

با جایگذاری خواهیم داشت:

$$\underbrace{\underbrace{X_1}_{0.27} + \underbrace{X_{W_C}}_{252.4} + \underbrace{X_Q}_{366.5}}_{619.17} \neq \underbrace{\underbrace{X_{W_T}}_{390} + \underbrace{X_4}_{173.5}}_{563.5}$$

همانطور که ملاحظه میشود اکسرژیهای ورودی و خروجی برابر نیستند. اکسرژی های ورودی به اندازه 55.67 kJ بیشتر است. از طرفی اکسرژیهای اتلافی در کل سیکل برابر است با:

$$\underbrace{26.47}_{\text{compressor}} + \underbrace{29.2}_{\text{turbine}} = 55.67$$

راه حل دوم:

$$X_1 + X_{W_C} + X_Q \stackrel{?}{=} X_{W_T} + X_4$$

$$X_1 - X_4 = W_T - W_C - Q_h$$

$$X_1 - X_4 = \underbrace{(h_1 - h_4)}_{c_p(T_1 - T_4)} - T_0 \underbrace{(s_1 - s_4)}_{c_p \ln\left(\frac{T_1}{T_4}\right) - R \ln\left(\frac{P_1}{P_4}\right)}$$

$$\rightarrow 1.005 * (295 - 702.2) - 298 * \left(1.005 * \ln\left(\frac{295}{702.2}\right) - 0 \right) \\ = -149.50$$

$$W_T - W_C - Q_h = 380 - 259.3 - 329.16 = -208.46$$

همانطور که ملاحظه میشود اکسرژیهای ورودی و خروجی برابر نیستند.

یعنی رابطه $X_1 + X_{W_C} + X_Q \stackrel{?}{=} X_{W_T} + X_4$ برقرار نیست.

حال موازنه اکسرژی اکسرژی چک میشود:

$$X_1 + X_{W_C} + X_Q - (X_{W_T} + X_4) - (X_{des,T} + X_{des,c}) = 0$$

$$\underbrace{X_1 - X_4}_{-149.5} + \underbrace{(X_{W_C} + X_Q - X_{W_T})}_{208.46} - \underbrace{(X_{des,T} + X_{des,c})}_{29.52+29.41} \sim 0$$

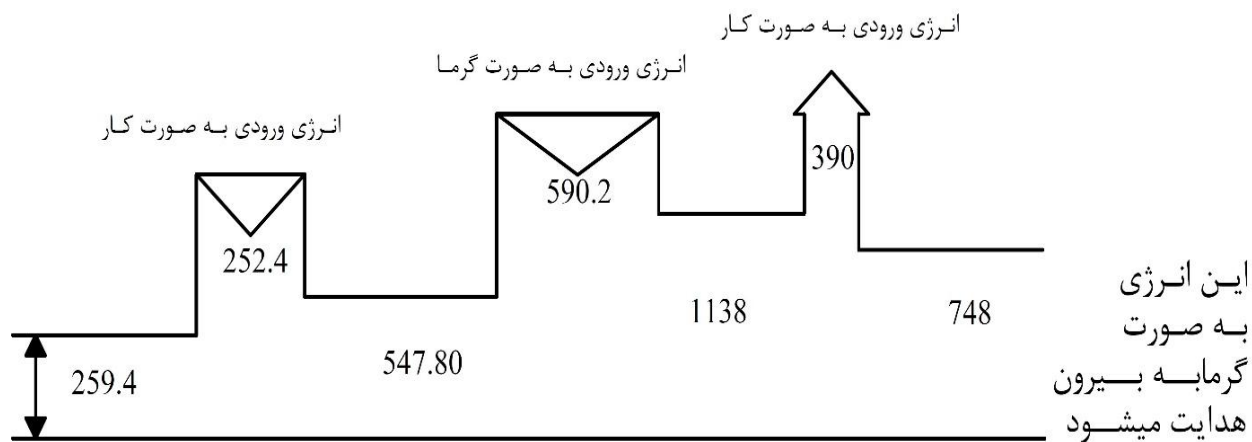
بنابراین موازنه اکسرژی برقرار است.

موازنه اکسرژی	موازنه انرژی
$X_1 + X_{W_C} + X_Q \stackrel{?}{=} X_{W_T} + X_4$ $\underbrace{X_1}_{0.27} + \underbrace{X_{W_C}}_{252.4} + \underbrace{X_Q}_{366.5} \neq \underbrace{X_{W_T}}_{390} + \underbrace{X_4}_{173.5}$ $\underbrace{619.17}_{Ex_i} - \underbrace{55.67}_{Ex_{des}} = \underbrace{563.5}_{Ex_o}$	$\underbrace{h_1 + W_C + Q_H}_{\text{انرژی ورودی}} \stackrel{آیا}{=} \underbrace{W_T + h_4}_{\text{انرژی خروجی}}$ $295.4 + 252.4 + 590.2 = 390 + 748.1$ $1138 \checkmark = 1138$

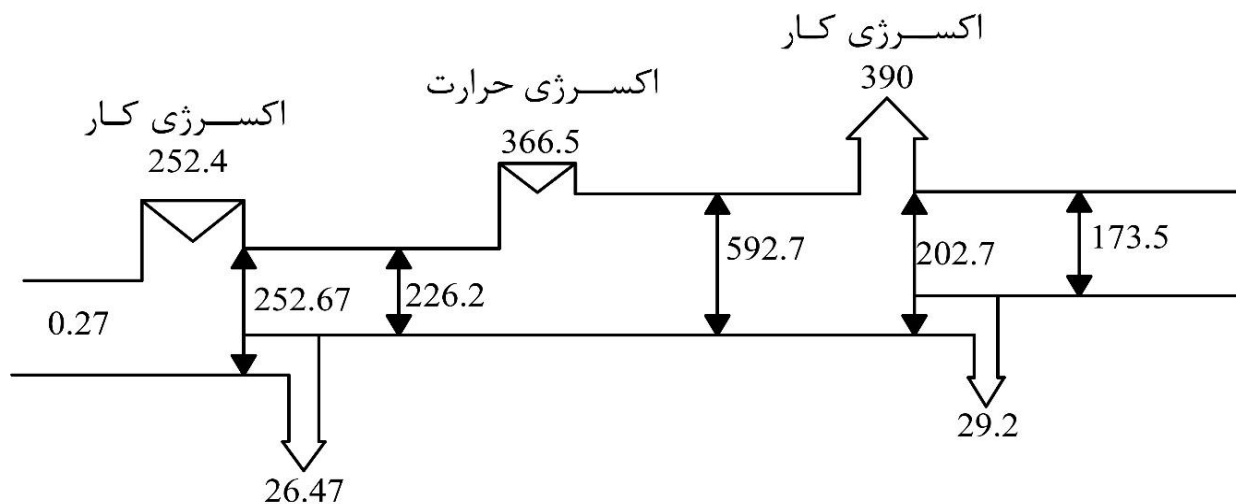
محاسبه بازده قانون دوم ترمودینامیک

$$\eta_{II} = \frac{\text{اکسرژی مفید (هدف)}}{\text{اکسرژی ورودی ناشی از حرارت}} = \frac{\frac{W_{net}}{390-252.4}}{\frac{366.5}{ExQ}} = 37.5\%$$

ترسیم نمودارهای Sankay مربوط به اکسرژی و انرژی برای کل سیکل:



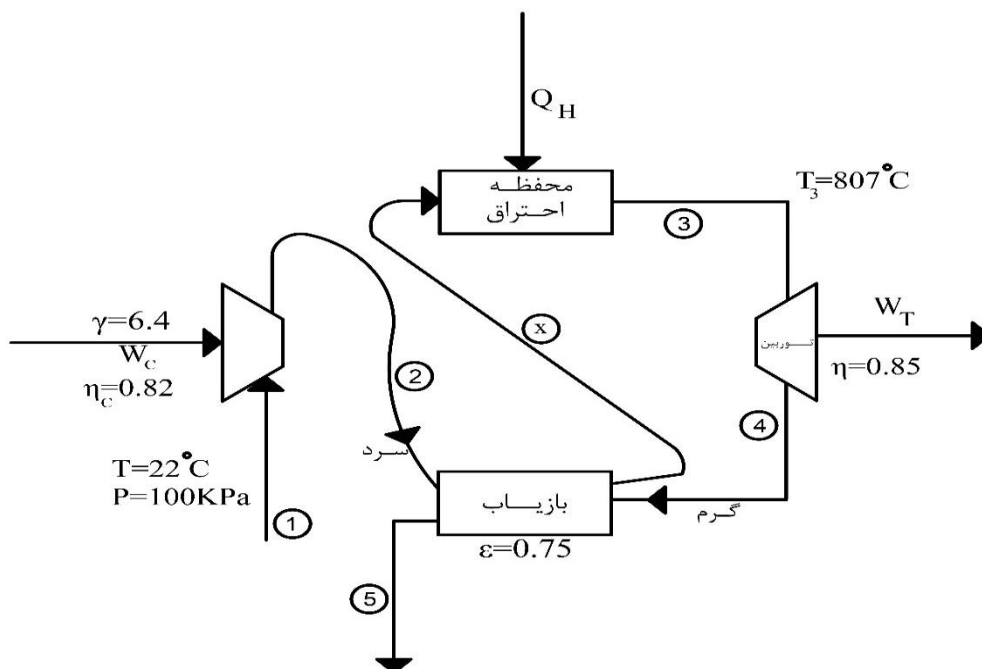
شکل ۲-۳۷



شکل ۲-۳۸

مثال ۲-۶: سیکل برای تون مثال قبل را با وجود بازیاب حل کنید. بازده بازیاب را ۰/۷۵ در نظر بگیرید.

شرایط محیط: $P_0 = 100 \text{ kPa}$
 $T_0 = 25^\circ \text{C}$



شکل ۳۹-۲

حل کمپرسور

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{2s}}{22+273} = (6.4)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{2s} = 501.37 \text{ K}$$

ایده آل

$$\eta_c = \frac{\widehat{T_{2s}} - T_1}{T_{2\text{ واقعی}} - T_1} \rightarrow T_2 = 546.67 \text{ K}$$

$$W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times \left(T_{2\text{ واقعی}} - T_{1\text{ واقعی}} \right) = 253 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

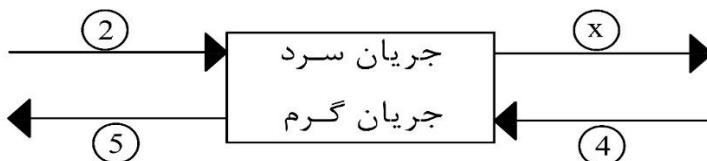
محفظه احتراق

برای تحلیل محفظه احتراق باید دمای سیال ورودی به آن مشخص شود. با توجه به شماره گذاری سیکل، سیال با دمای T_x وارد شده و با دمای T_3 از آن خارج میشود.

ابتدا باید T_x مشخص شود که از حل بازیاب مقدار آن بدست می آید

بازیاب

ابتدا تحلیل قانون اول بررسی می شود.



برای پیدا کردن T_x از رابطه بازده بازیاب استفاده میشود.

$$\varepsilon = \frac{T_x - T_2}{T_4 - T_2}$$

با توجه به رابطه بالا، ابتدا باید دمای نقطه ۴ مشخص شود. دمای نقطه ۴ بعد از حل توربین بدست می آید.

توربین

$$\frac{T_{4s}}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{4s}}{807 + 273} = \left(\frac{100}{640}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{4s} = 635.5 \text{ K}$$

$$\eta_T = \frac{T_4 - T_3}{T_{4s} - T_3} \rightarrow 0.85 = \frac{T_4 - (807 + 273)}{635.5 - (807 + 273)} \rightarrow T_4 = 702.2 \text{ K}$$

$$W = \underbrace{1.005}_{c_p} \times (T_3 - T_4) = 1.005 * (1080 - 702.2) = 380 \text{ kJ.kg}$$

به رابطه $\varepsilon = \frac{T_x - T_2}{T_4 - T_2}$ بر میگردیم و مقدار T_x را بدست می آوریم

$$\varepsilon = 0.75 = \frac{T_x - 546.67}{702.2 - 546.67} \rightarrow T_x = 663.31 \text{ K}$$

برای محاسبه دما در نقطه ۵ میتوان از موازنه انرژی استفاده کرد.

$$T_4 - T_5 = T_x - T_2 \rightarrow T_5 = 585.56 \text{ K}$$

نکته:

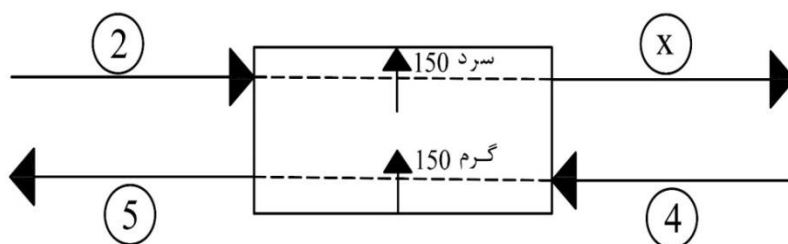
برای چک کردن میزان انتقال حرارت بین دو سیال گرم و سرد، داریم:

گرمایی که سیال سرد می‌گیرد تا افزایش دما دهد:

$$q = h_x - h_2 = c_p * (T_x - T_2) = 150.2$$

گرمایی که سیال گرم از دست می‌دهد:

$$q = h_4 - h_5 = c_p * (T_4 - T_5) = 150.2$$



برای محاسبه مقدار گرمای مورد نیاز در محفظه احتراق باید قانون اول نوشته شود

گرمای مورد نیاز در محفظه احتراق:

$$q_h = c_p(T_3 - T_x) \rightarrow q_h = 1.005 * (807 + 273 - 663.31) = 418.77 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

برای بررسی تاثیر بازیاب میتوان محفظه احتراق را بدون در نظر گرفتن بازیاب حل کرد. اگر بازیاب وجود نداشته باشد، سیال با دمای T_2 وارد محفظه احتراق میشود. در این حالت مقدار گرمای مورد نیاز برابر است با

$$q_h = c_p(T_3 - T_2) \rightarrow q_h = 1.005 * (807 + 273 - 546.67) = 536 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

بدون بازیاب	با بازیاب
$q_h = 536 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	$q_h = 418.77 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

مشاهده میشود که مصرف انرژی در محفظه احتراق کاهش می‌یابد.

برای محاسبه اکسرژی در هر نقطه از سیکل باید از رابطه زیر استفاده کرد

$$X_i = (h_i - h_0) - T_0(s_i - s_0)$$

برای محاسبه $X_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0)$ میتوان از روابط نیز استفاده نمود:

$$h_i - h_0 = c_p(T_i - T_0)$$

$$s_i - s_0 = c_p \times \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right) - R \times \ln\left(\frac{P_i}{P_0}\right)$$

محاسبه اکسرژی در نقطه ۱

$$h_i - h_0 = c_p \left(T_i - \underset{\text{دمای محیط}}{T_0} \right) = 1.005 * (295 - 298) = -3$$

$$s_i - s_0 = c_p \times \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right) - R \times \ln\left(\frac{P_i}{P_0}\right) = 1.005 * \ln\left(\frac{295}{298}\right) - 0.287 * \ln\left(\frac{100}{100}\right) = -0.010$$

$$X_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = -30.01 = -3 - 298 * -0.01 = -0.02$$

محاسبه اکسرژی در نقطه ۲

$$h_i - h_0 = c_p \left(T_i - \underset{\text{دمای محیط}}{T_0} \right) = 1.005 * (546.67 - 298) = 250$$

$$s_i - s_0 = c_p \times \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right) - R \times \ln\left(\frac{\overset{6.4*100}{\tilde{P}_i}}{P_0}\right) = 1.005 * \ln\left(\frac{546.67}{298}\right) - 0.287 * \ln\left(\frac{640}{100}\right)$$

$$= 0.077$$

$$X_2 = (h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0) = 250 - 298 * 0.077 = 227$$

موازنه اکسرژی برای کمپرسور

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \\ X_i = X_1 + W = -0.02 + 253 \\ X_o = X_2 = 227 \end{cases} \rightarrow X_{des} = 25.98 \text{ kJ/kg}$$

محفظه احتراق

مطابق با فرضیات مساله، برگشت‌ناپذیری در محفظه احتراق وجود ندارد. $X_{des} = 0$

موازنه اکسرژی برای محفظه احتراق به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} X_i - X_o - \underbrace{X_{des}}_0 = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_x + X_{Q_h} \\ X_o = X_3 \end{cases} \rightarrow X_2 + X_{Q_h} = X_3 \rightarrow X_{Q_h} = X_3 - X_x$$

از طرفی داریم:

$$X_3 - X_x = \underbrace{h_3 - h_x}_{c_p(T_3 - T_x)} - T_0 \underbrace{(s_3 - s_x)}_{c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) - R \ln\left(\frac{P_3}{P_x}\right)} = c_p(T_3 - T_x) - T_0 * c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_x}\right) + T_0 * R \underbrace{\ln\left(\frac{P_3}{P_x}\right)}_0 =$$

$$X_{Q_h} = X_3 - X_2 = 1.005 * (1080 - 663.31) - 298 * 1.005 * \ln\left(\frac{1080}{663.31}\right) = 272.8$$

حل قانون دوم توربین

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_0 \\ X_i = X_3 \\ X_o = X_4 + W_T \end{cases} \rightarrow X_{des} = X_3 - X_4 - W_T$$

پارامتر $X_3 - X_4$ برابر است با

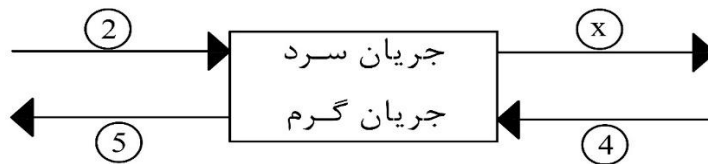
$$X_3 - X_4 = c_p(T_3 - T_4) - T_0 * \left[c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_4}\right) - R * \ln\left(\frac{P_3}{P_4}\right) \right]$$

$$\begin{aligned} X_3 - X_4 &= 1.005 * (1080 - 702.2) - 298 * \left[1.005 * \ln\left(\frac{1080}{702.2}\right) - 0.287 * \ln(6.4) \right] \\ &= 409.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

$$X_{des} = X_3 - X_4 - W_T = 409.5 - 380 = 29.5 \frac{kJ}{kg}$$

حل قانون دوم بازیاب

با توجه به شکل بازیاب داریم



مقدار اکسرژی در هر نقطه عبارت است از

$$X_2 = (h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0) = 250 - 298 * 0.077 = 227$$

$$X_4 = (h_4 - h_0) - T_0(s_4 - s_0) = c_p * (T_4 - T_0) - T_0 * \left[c_p \ln\left(\frac{T_4}{T_0}\right) - R * \ln\left(\frac{P_4}{P_0}\right) \right] = 149.5$$

$$X_x = (h_x - h_0) - T_0(s_x - s_0) = c_p * (T_x - T_0) - T_0 * \left[c_p \ln\left(\frac{T_x}{T_0}\right) - R * \ln\left(\frac{P_x}{P_0}\right) \right] = 286.26$$

$$X_5 = (h_5 - h_0) - T_0(s_5 - s_0) = c_p * (T_5 - T_0) - T_0 * \left[c_p \ln\left(\frac{T_5}{T_0}\right) - R * \ln\left(\frac{P_5}{P_0}\right) \right] = 86.67$$

موازنه اکسرژی برای بازیاب

$$(x_4 + x_2) - (x_x + x_5) - x_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 3.57$$

کل برگشت ناپذیری سیکل

$$I_{tot} = I_{comp} + I_{Tur} + I_{بازیاب} = 25.98 + 29.5 + 3.7 = 59.18 \frac{kJ}{kg}$$

بازده قانون اول ترمودینامیک

$$\eta = \frac{\text{خروجی مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{W_T - W_c}{Q_h} = \frac{380 - 253}{418.7} = 0.3$$

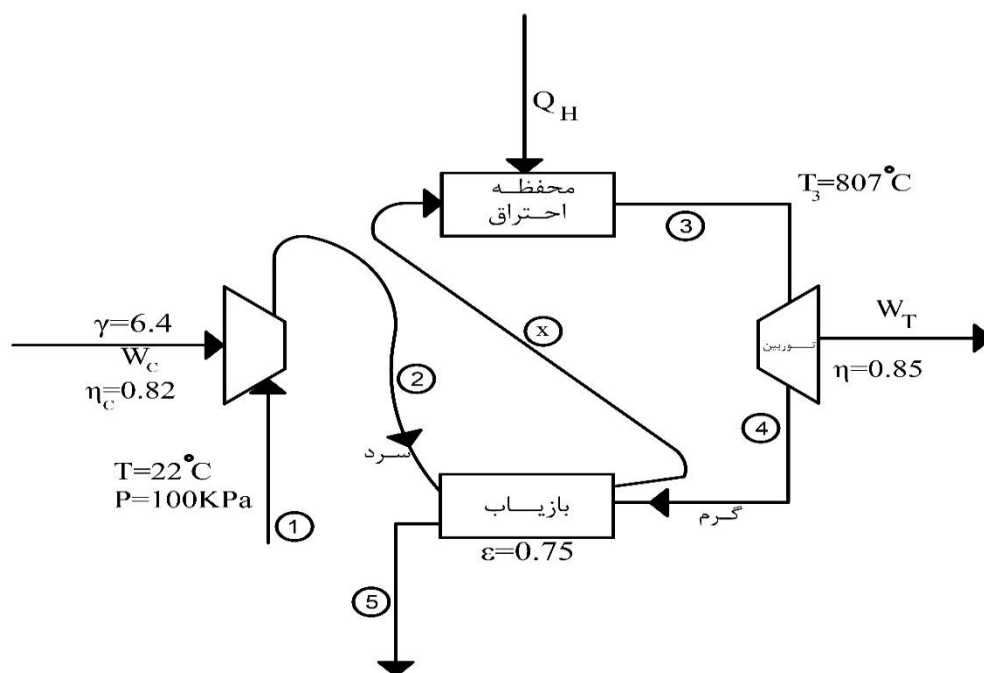
بازده قانون دوم ترمودینامیک

The diagram illustrates a water distribution network with the following flow values at various nodes and segments:

- Source node (1): 954
- Node 2: 547.8
- Node x: 698
- Node 3: 1138
- Node 4: 748
- Intermediate flow values: 252.4, 150, 440, 390, 150
- Destination flow: 598

۱۱۵

مثال ۷-۲: سیکل برایتون مثال قبل را با وجود بازیاب حل کنید. بازده بازیاب را ۰/۷۵ در نظر بگیرید. از روش تقریبی استفاده کنید



$$P_0 = 100 \text{ kPa},$$

$$T_0 = 25^\circ \text{C}$$

روش اول: (روش تقریبی): از روش ظرفیت گرمایی ثابت استفاده میشود:

۱- تحلیل کمپرسور

دمای خروجی کمپرسور در حالت ایده آل از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{2s}}{22 + 273} = (6.4)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{2s} = 501.4 \text{ K}$$

دمای واقعی خروجی از کمپرسور از رابطه زیر بدست می آید:

$$\eta_c = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \rightarrow 0.82 = \frac{501.62 - (22 + 273)}{T_2 - (22 + 273)} \rightarrow T_2 = 546.7 \text{ K}$$

کار مورد نیاز کمپرسور از رابطه زیر تعیین میشود:

$$W_C = c_p(T_2 - T_1) = 1.005 \times (546.7 - 295) = 252.9 \frac{kJ}{kg}$$

۲- تحلیل توربین

دمای خروجی توربین در حالت ایده آل از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{T_{4s}}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow \frac{T_{4s}}{807 + 273} = \left(\frac{1}{6.4}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \rightarrow T_{4s} = 635.45 \text{ K}$$

دمای واقعی خروجی از کمپرسور از رابطه زیر بدست می آید:

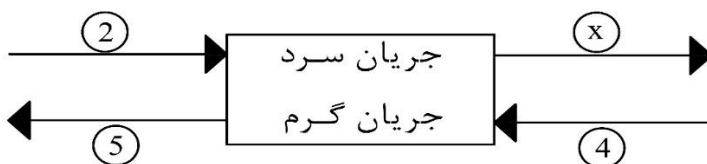
$$\eta_T = \frac{T_4 - T_3}{T_{4s} - T_3} \rightarrow 0.85 = \frac{T_4 - (807 + 273)}{635.45 - (807 + 273)} \rightarrow T_4 = 702.13 \text{ K}$$

کار مورد نیاز کمپرسور از رابطه زیر تعیین میشود:

$$W_T = c_p(T_3 - T_4) = 1.005 \times (1080 - 702.13) = 379.76 \frac{kJ}{kg}$$

۳- تحلیل بازیاب

ابتدا تحلیل قانون اول بررسی می شود.



شکل ۴۰-۲

بازده بازیاب از روابط زیر بدست می آید:

$$\varepsilon = \frac{h_x - h_2}{h_4 - h_2} \quad \text{یا} \quad \varepsilon = \frac{h_4 - h_5}{h_4 - h_2} \quad \text{یا} \quad \varepsilon = \frac{T_x - T_2}{T_4 - T_2}$$

در این مساله از رابطه $\varepsilon = \frac{T_x - T_2}{T_4 - T_2}$ استفاده میشود:

$$0.75 = \frac{T_x - 547}{702.13 - 547} \rightarrow T_x = 663.34 \text{ K}$$

دمای خروجی سیال گرم از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_4 - T_5 = T_x - T_2 \rightarrow 702.13 - T_5 = 663.34 - 547 \rightarrow T_5 = 585.5 \text{ K}$$

۴- تحلیل محفظه احتراق

دمای هوا در ورودی کمپرسور برابر 569.38 K و دمای خروجی از آن برابر $1080\text{ K} = 807\text{ °C}$ است. گرمای لازم در محفظه احتراق از رابطه زیر بدست می آید:

$$q_h = c_p(T_3 - T_x) = 1.005 \times (1080 - 663.34) = 418.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

خلاصه قانون اول:

نقطه	دما	فشار
۱	295 K	100 Kpa
۲	546.7 K	640 Kpa
x	663.3 K	640 Kpa
۳	1080 K	640 Kpa
۴	702.13 K	100 Kpa
۵	585.5 K	100 Kpa
$w_c = 252.9$	$w_T = 379.8$	$q_h = 418.8$

ابتدا به کمک رابطه اکسرژی، در هر نقطه مقدار اکسرژی مشخص میشود:

$$X_i = (h_i - h_0) - T_0(s_i - s_0) \\ = 1.005 * (T_i - T_0) - T_0 * (1.005 * \ln\left(\frac{T_i}{T_0}\right) - 0.287 * \ln\left(\frac{P_i}{P_0}\right))$$

با توجه به فرمول بالا اکسرژی در هر نقطه بدست می آید:

نقطه	دما	فشار	اکسرژی
۱	295 K	100 Kpa	$0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
۲	546.7 K	640 Kpa	$227.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
x	663.3 K	640 Kpa	$287.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
۳	1080 K	640 Kpa	$561.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
۴	702.13 K	100 Kpa	$152.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Δ	585.5 K	100 Kpa	$88.74 \frac{kJ}{kg}$
----------	---------	---------	-----------------------

تحلیل قانون دوم هر وسیله

۱- قانون دوم کمپرسور

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_1 + w = 0 + 252.9 \\ X_o = X_2 = 227.2 \end{cases} \rightarrow X_{des} = 25.7$$

۲- قانون دوم توربین

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_3 \\ X_o = X_4 + W_T \end{cases} \rightarrow X_{des} = 29.51$$

۳- محفظه احتراق

مطابق با فرضیات مساله، محفظه احتراق برگشت ناپذیری ندارد

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_{Q_h} + X_x \\ X_o = X_3 \end{cases} \rightarrow X_{Q_h} = 274.2$$

۴- یازباب

$$(x_4 + x_2) - (x_x + x_5) - x_{des} = 0$$

$$x_{des} = 3.48$$

به عبارتی یازباب فقط در محفظه احتراق تاثیر می گذارد. کمپرسور و توربین تغییری نمی کنند.

کل برگشت ناپذیری سیکل

$$I_{tot} = I_{comp} + I_{Tur} + I_{\text{یازباب}} = 25.7 + 29.51 + 3.48 = 58.69 \text{ kJ}$$

بازده قانون اول ترمودینامیک

$$\eta = \frac{\text{خروجی مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{379.8-252.9}{418.8} = 30.3\%$$

بازده قانون دوم ترمودینامیک

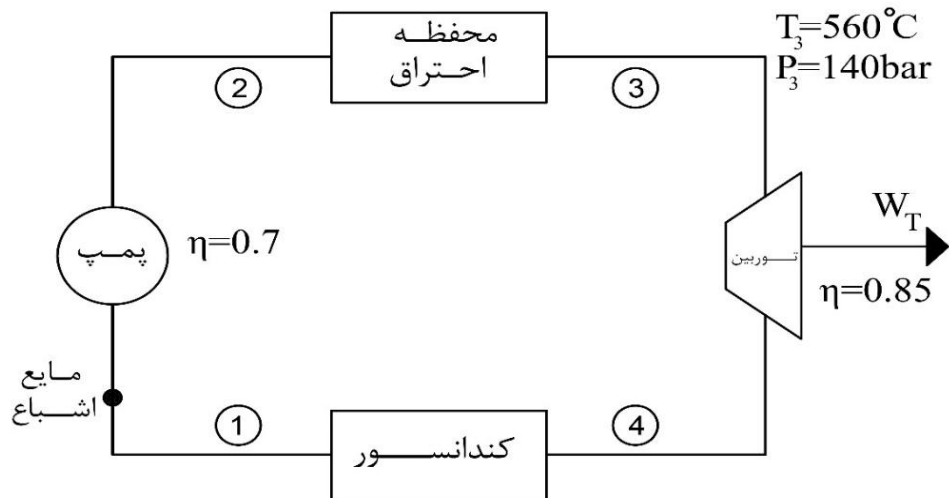
$$\eta_{II} = \frac{\text{اکسرژی مفید (هدف)}}{\text{اکسرژی ورودی ناشی از حرارت}} = \frac{379.8-252.9}{274.2} = 46.2\%$$

۴-۲ محاسبه برگشت ناپذیری در قسمت‌های مختلف سیکل رانکین

مثال ۲-۸: در سیکل رانکین زیر مطلوبست محاسبه:

الف) بازده قانون دوم ب) برگشت ناپذیری در هر یک از اجزاء سیکل ج) ترسیم نمودارهای Sankay
فشار ورودی پمپ را ۱۰ کیلو پاسکال نظر بگیرید. برگشت ناپذیری در محفظه احتراق و کندانسور وجود ندارد. ورودی توربین را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\begin{bmatrix} P_3 = 15 \text{ Mpa} \\ T_3 = 550^\circ\text{C} \end{bmatrix}$$



شکل ۴۶-۲

شرایط مرجع به صورت $P_0 = 100 \text{ kPa}$ و $T_0 = 25^\circ\text{C}$ تعریف می‌شود. با مراجعه به جداول ترمودینامیکی، خواص آب در حالت مرجع بدست می‌آید.

$$h_0 = 104.9$$

$$s_0 = 0.3674$$

ابتدا خواص برای هر ۴ نقطه از جداول ترمودینامیکی بدست می آید:

$$1 : \begin{cases} P_1 = 10 \text{ kPa} \\ \text{مایع اشباع} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_1 = 191.81 \\ s_1 = 0.6492 \\ v_1 = 0.001010 \\ x_1 = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = 2.891 \end{cases}$$

$$P_2 = P_3 = 15 \text{ Mpa} = 15000 \text{ kPa}$$

انتالپی در خروجی پمپ همواره از رابطه زیر بدست می آید

$$h_2 = h_1 + \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta} = 191.81 + \frac{0.001010 * (15000 - 10)}{0.7} = 213.43 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$2 : \begin{cases} P_2 = 150 \text{ bar} \\ h_2 = 213.43 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} s_2 = 0.669 \\ x_2 = (h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0) = 18.61 \end{cases}$$

نقطه ۳ همان ورودی توربین یا خروجی محفظه احتراق است.

$$3 : \begin{cases} P_3 = 15 \text{ MPa} \\ T_3 = 550^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h_3 = 3450.4 \\ s_3 = 6.523 \\ x_3 = (h_3 - h_0) - T_0(s_3 - s_0) = 1510 \end{cases}$$

برای بدست آوردن نقطه ۴ (خروجی توربین) ابتدا باید نقطه ایده آل آن (4s) مشخص شود.

$$4s : \begin{cases} P_4 = 10 \text{ kPa} \\ s_{4s} = s_3 = 6.523 \end{cases} \rightarrow h_{4s} = \text{?????}$$

لازم به یادآوری است که مقدار کیفیت از رابطه زیر بدست می آید:

$$x = \frac{s - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.523 - 0.6492}{7.499} = 0.78$$

سپس از رابطه زیر انتالپی بدست می آید

$$h_{4s} = h_f + x * h_{fg} = 191.81 + 0.78 * 2392.1 = 2057.64 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

با داشتن خواص در نقطه ۴ ایده آل (4s) میتوان از رابطه زیر مقدار انتالپی در نقطه ۴ را بدست آورد.

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \rightarrow h_4 = \underbrace{h_3}_{3450.4} - \underbrace{\eta}_{0.85} \left(\underbrace{h_3}_{3450.4} - \underbrace{h_{4s}}_{2057.64} \right) \rightarrow h_4 = 2266.5$$

با مراجعه به جدول

$$\begin{cases} P_4 = 10 \\ h_4 = 2266.5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} s_4 = 7.15 \\ x_4 = (h_4 - h_0) - T_0(s_4 - s_0) = 138.9 \end{cases}$$

لازم به ذکر است که در این حالت میتوان مقدار کیفیت را از رابطه زیر بدست آورد

$$x = \frac{h - h_f}{h_{fg}} = \frac{2266 - 191.81}{2392.1} = 0.867$$

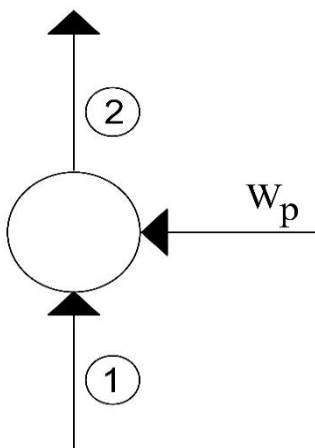
سپس از رابطه زیر انتروپی را بدست آورد

$$s = s_f + x * s_{fg} = 0.6492 + 0.867 * 7.499 = 7.15 \frac{kJ}{K}$$

پمپ

تحلیل قانون اول پمپ:

توان (کار) ورودی به پمپ از رابطه زیر بدست می آید:



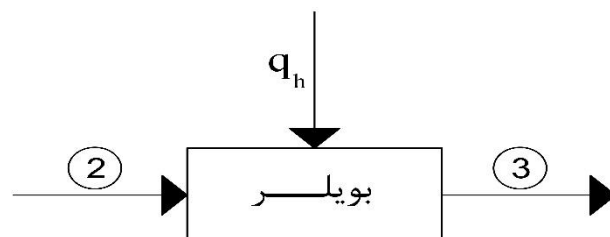
شکل ۲-۴۷

$$h_1 + w_P = h_2 \rightarrow w_P = h_2 - h_1 = 213.43 - 191.81 = 21.62 \frac{kJ}{kg}$$

تحلیل قانون دوم پمپ

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_1 + W_p = 2.891 + 21.62 = 24.5 \\ X_o = X_2 = 18.61 \end{cases} \rightarrow X_{des} = 5.89 \frac{kJ}{kg}$$

بویلر:



شکل ۲-۴۸

قانون اول: برای بدست آوردن مقدار حرارت موردنیاز در بویلر

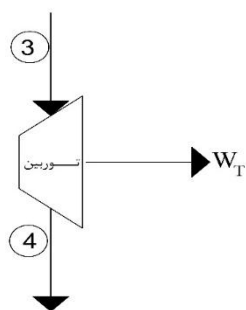
$$\begin{cases} h_2 + q_h = h_3 \rightarrow q_h = h_3 - h_2 \\ q_h = 3450.4 - 213.43 = 3237 \frac{kJ}{kg} \end{cases}$$

تحلیل قانون دوم برای بویلر

نکته: طبق صورت سوال فرض می‌شود که در بویلر اتلاف اکسرژی وجود ندارد. ($x_{des} = 0$)

$$\begin{cases} X_i - X_o - \underbrace{X_{des}}_0 = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_2 + X_{Qh} = 18.61 + X_{Qh} \\ X_o = X_3 = 1510 \end{cases} \rightarrow X_i = X_o \rightarrow 18.61 + X_{Qh} = 1510 \rightarrow X_{Qh} = 1491.4 \frac{kJ}{kg}$$

توربین:



شکل ۲-۴۹

توان خروجی از توربین را می توان از قانون اول بدست آورد

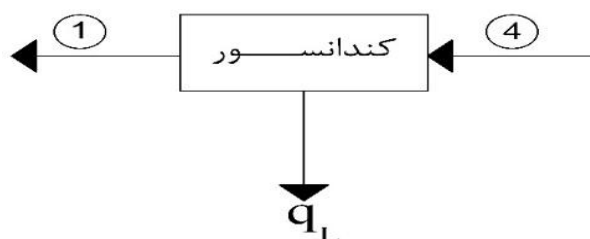
$$w_T = h_3 - h_4 = 3450.4 - 2266.5 = 1184 \frac{kJ}{kg}$$

موازنه اکسرژی

$$\begin{cases} X_i - X_o - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_3 = 1510 \\ X_o = X_4 + W_T = 138.9 + 1184 = 1322.9 \end{cases} \rightarrow X_{des} = X_i - X_o = 187.1 \frac{kJ}{kg}$$

کندانسور:

ابتدا قانون اول برای کندانسور استفاده میشود تا حرارت دفع شده در کندانسور مشخص شود

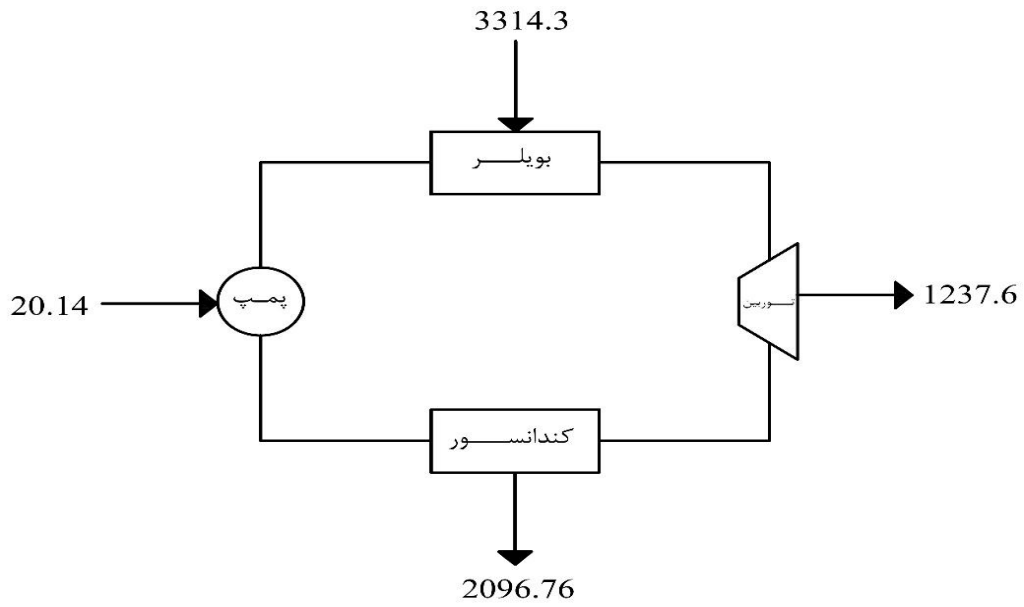


$$\begin{cases} h_4 = h_1 + q_L \rightarrow q_L = h_4 - h_1 \\ q_L = 2266.3 - 191.81 = 2074.5 \frac{kJ}{kg} \end{cases}$$

نکته: طبق صورت سوال فرض می شود که در کندانسور اتلاف وجود ندارد. ($x_{des} = 0$)

$$\begin{cases} X_i - X_o - \underbrace{X_{des}}_0 = \underbrace{\Delta X}_{steady=0} \\ X_i = X_4 = 138.9 \\ X_o = X_1 + X_{ql} = 2.891 + X_{ql} \end{cases} \rightarrow X_i = X_o \rightarrow 138.9 = 2.891 + X_{ql} \rightarrow X_{ql} = 136 \frac{kJ}{kg}$$

بررسی تعادل از نظر قانون اول:



شکل ۵۱-۲

خروجی = ورودی

$$21.62 + 3237 = 1184 + 2074.5$$

$$3258 \checkmark = 3258$$

$$\eta = \frac{\text{خروجی مطلوب}}{\text{ورودی مورد نیاز}} = \frac{1184 - 21.62}{3237} * 100 = 36\%$$

کل اتلافات اکسرژی

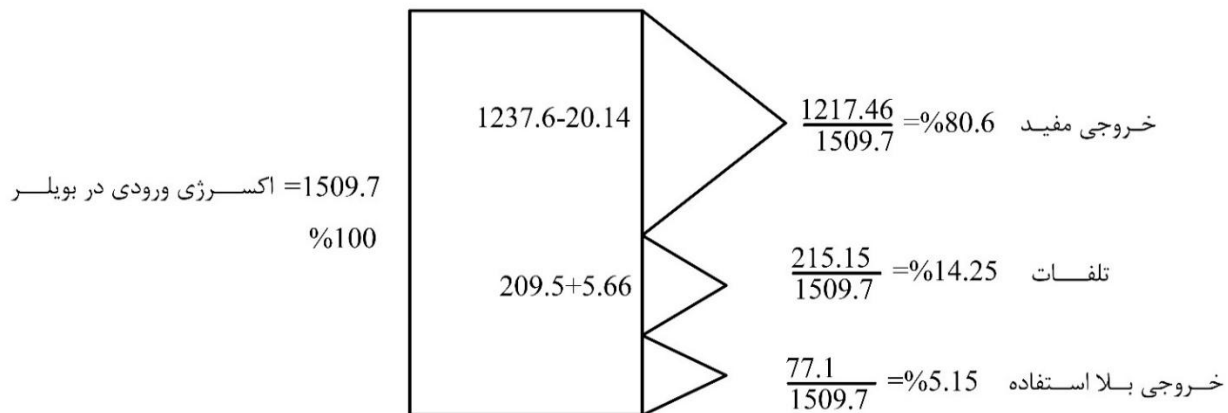
$$\underbrace{Irreversibility}_{Total\ Exergy\ Destroyed} = X_{desTurbine} + X_{despump} = 187.1 + 5.89 = 193$$

آیا موازنه اکسرژی کلی برقرار است

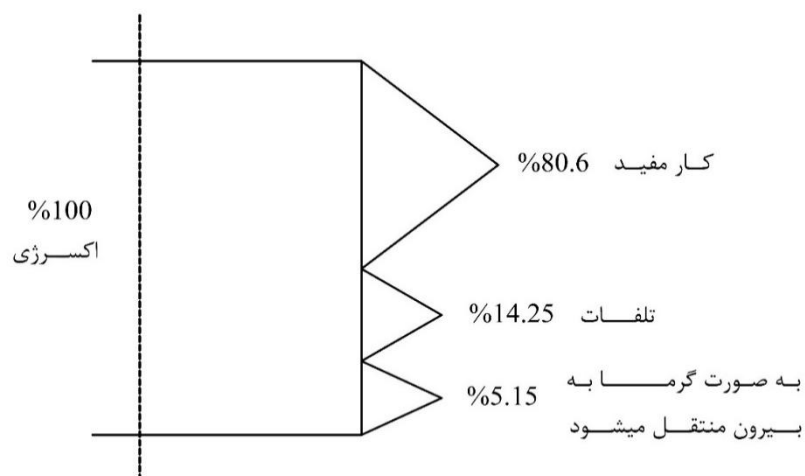
$$\underbrace{(X_{pump} + X_{boiler})}_{X_i} - \underbrace{(X_{Turbine} + X_{condenser})}_{X_0} - \underbrace{(X_{desTurbine} + X_{despump})}_{Irreversibility} = 0$$

$$\underbrace{(21.62 + 1491.4)}_{X_i} - \underbrace{(1184 + 136)}_{X_0} - \underbrace{(187.1 + 5.89)}_{Irreversibility} = 0$$

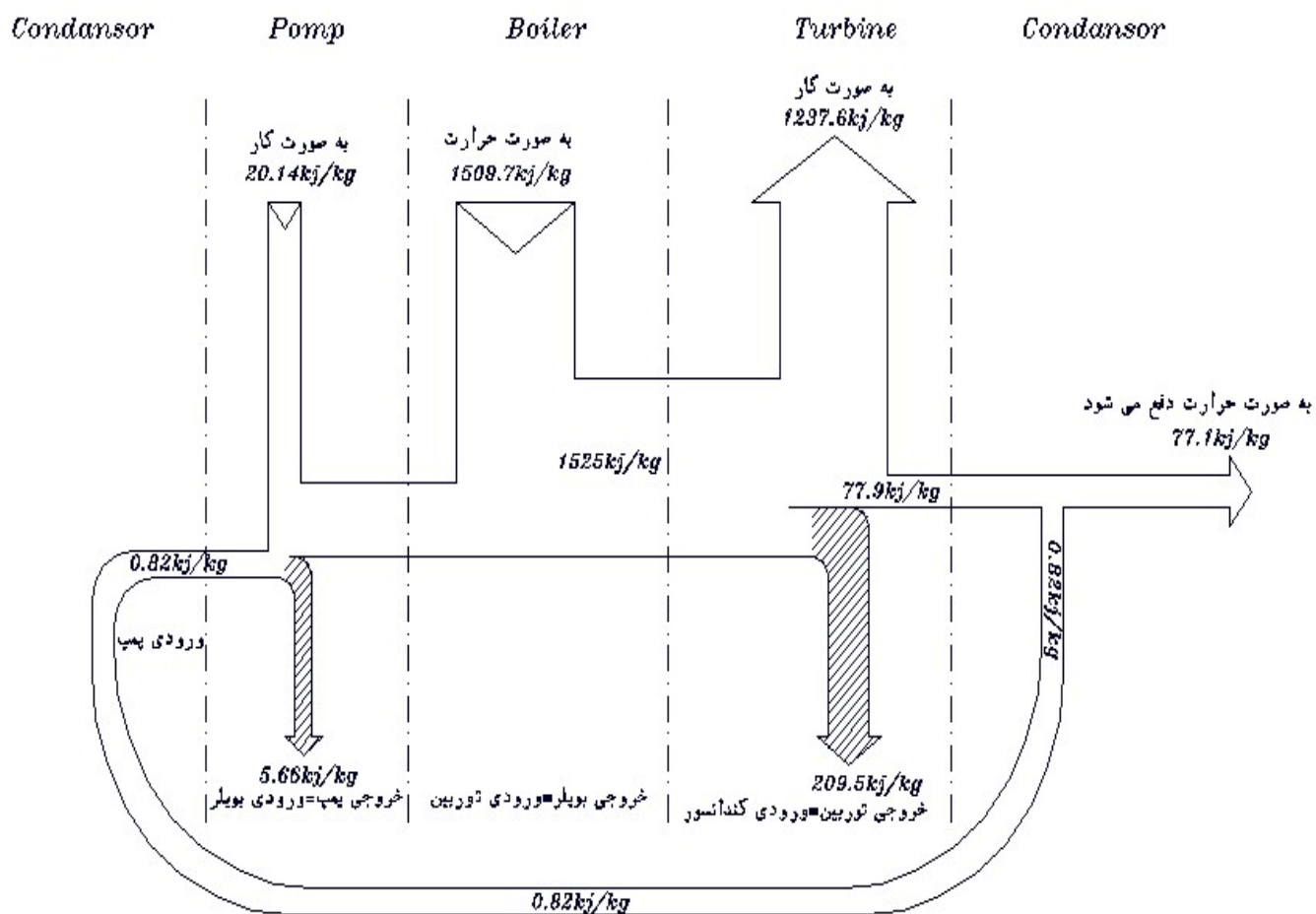
ملاحظه میشود که موازنه اکسرژی کلی هم برقرار است.



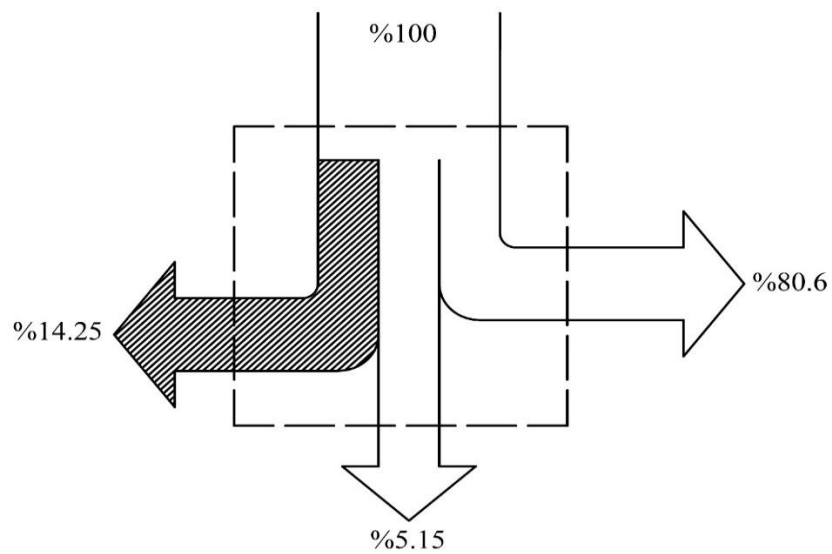
شکل ۲-۵۳



شکل ۲-۵۴



شکل ۲-۵۵



شکل ۵۶-۲

۳ فصل سوم: اکسرژی مخلوط‌ها

۳-۱ روابط و توابع گیبس

۳-۱-۱ سیستم تک جزئی

برای محاسبه تغییر خاصیت‌هایی همچون انرژی دورنی (U)، آنتالپی (H)، هلمهولتز (A) و گیبس (G) از روابط دیفرانسیلی زیر استفاده می‌شود:

$$U = U(S, V) \quad (۱-۳)$$

$$dU = TdS - PdV$$

$$du = Tds - Pdv$$

$$H = H(S, P)$$

$$dH = TdS + VdP \quad (۲-۳)$$

$$dh = Tds + vdp$$

$$A = A(V, T)$$

$$dA = -PdV - SdT \quad (۳-۳)$$

$$da = -Pdv - sdT$$

$$G = G(P, T)$$

$$dG = VdP - SdT \quad (۴-۳)$$

$$dg = vdp - sdT$$

مثلاً در مورد رابطه دیفرانسیلی $dg = vdp - sdT$ ، اگر فشار به اندازه‌ی dP و دما به اندازه‌ی dT تغییر کند، تابع گیبس به اندازه‌ی dg تغییر خواهد کرد که مقدار dg از رابطه (۴-۳) بدست می‌آید.

این روابط برای یک سیستم تک جزئی تعریف می‌شوند (مثلاً هوای خالص، N_2 خالص، آب خالص و.....).

این روابط بیان می‌دارند که اگر مقادیر P ، T ، v تغییر کنند، چگونه توابع u ، h ، a و g تغییر خواهند کرد.

۳-۱-۲ سیستم چند جزئی

حال یک ترکیبی را در نظر بگیرید که از چند جزء تشکیل شده است (مثل هوا که مخلوطی از N_2 و O_2 و ... می‌باشد). برای این ترکیب‌ها توابع u ، h ، a و g به صورت زیر محاسبه خواهند شد.

$$U = U(S, V, N_1, N_2, \dots, N_i) \quad (۵-۳)$$

$$dU = TdS - PdV + \sum_{i=1}^N \mu_i dN_i \quad \text{و} \quad \mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S, V, N_1, N_2, \dots, N_{i-1} = cte}$$

$$H = H(S, P, N_1, \dots, N_i) \quad (۶-۳)$$

$$dH = TdS + VdP + \sum_{i=1}^N \mu_i dN_i \quad \text{و} \quad \mu_i = \left(\frac{\partial H}{\partial N_i} \right)_{S, P, N_1, N_2, \dots, N_{i-1} = cte}$$

$$A = A(V, T, N_1, \dots, N_i)$$

$$dA = -PdV - SdT + \sum_{i=1}^N \mu_i dN_i \quad \text{و} \quad \mu_i = \left(\frac{\partial A}{\partial N_i} \right)_{T, V, N_1, N_2, \dots, N_{i-1} = cte} \quad (7-3)$$

$$G = G(P, T, N_1, \dots, N_i)$$

$$dG = VdP - SdT + \sum_{i=1}^N \mu_i dN_i \quad \text{و} \quad \mu_i = \left(\frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{P, T, N_1, N_2, \dots, N_{i-1} = cte} \quad (8-3)$$

که در روابط ذکر شده:

❖ N_1 تعداد مول جزء اول، N_2 تعداد مول جزء دوم و N_i تعداد مول جز i ام است.

❖ $N_{i-1}, \dots, N_2, N_1, V$ و S ، ثابت هستند.

❖ μ_i را پتانسیل شیمیایی نامند که بیانگر تغییرات آنتالپی، گیبس و هلمهولتز می باشد.

نکته: مطابق با رابطه :

$$dU = TdS - PdV + \sum_{i=1}^N \mu_i dN_i \quad \text{و} \quad \mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S, V, N_1, N_2, \dots, N_{i-1} = cte}$$

تابع U به سه دلیل تغییر می کند:

(۱) اگر N ها ثابت (غلظت ها) و (حجم) ثابت باشد، آنگاه با تغییر انتروپی تابع U تغییر می کند: بخاطر عبارت (TdS)

(۲) اگر N ها ثابت و S نیز ثابت باشد، اگر V تغییر کند U نیز تغییر می کند: $(-PdV)$

(۳) اگر S, V ثابت و غلظت جزء i ام تغییر کند، تغییرات U به صورت $\left(\frac{\partial U}{\partial N_i} dN_i \right)$ خواهد بود.

حال برای درک بهتر مفهوم دیفرانسیل به بیان دو مثال می پردازیم:

مثال ۳-۱:

$$f(x) = x^2$$

$$\rightarrow df = \frac{df}{dx} \times dx$$

تغییرات x : dx

مشتق f نسبت به x : $\frac{df}{dx}$

$$\rightarrow df = 2x \times dx$$

$$\text{if } x = 5 \rightarrow x = 5.01 \xrightarrow{dx=0.01} df = 2 \times 5 \times 0.01 = 0.1$$

مثال ۳-۲:

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$\rightarrow df = \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y=cte} \times dx}_{\text{اگر } x \text{ ثابت باشد و } y \text{ به اندازه } dx \text{ تغییر کند } f \text{ به این اندازه تغییر می کند}} + \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x=cte} \times dy}_{\text{اگر } y \text{ ثابت باشد و } x \text{ به اندازه } dy \text{ تغییر کند } f \text{ به این اندازه تغییر می کند}}$$

اگر x ثابت باشد و y به اندازه dy تغییر کند f به این اندازه تغییر می کند

۳-۲-۲-۳-۲: محاسبه پتانسیل شیمیایی برای یک گاز ایده آل:

از میان روابط تعریف شده برای پتانسیل شیمیایی از رابطه $\mu_i = \left(\frac{\partial G}{\partial N_i}\right)_{P, T, N_1, N_2, \dots, N_{i-1}=cte}$ استفاده می شود و چون تابع گیبس تابعی از فشار و دما است، لذا پتانسیل شیمیایی تابعی از فشار و دما خواهد بود که برای محاسبه آن از عبارات زیر می توان استفاده کرد:

پتانسیل شیمیایی در دمای T و فشار P

$$\text{اثر فشار بر پتانسیل شیمیایی} + \text{پتانسیل شیمیایی در دمای } T \text{ و فشار مرجع} \quad (۳-۹)$$

$$\mu_{T,P} = \mu_{T,P_{ref}} + RT \ln \frac{P}{P_{ref}}$$

در بسیاری از مراجع $P_0 = P_{ref} = 1 \text{ atm}$

$$\mu_{T,P} = \mu_{T,P_0} + RT \ln \frac{P}{P_0} \quad (۳-۱۰)$$

برای شرایط: $P_0 = 1 \text{ bar}$ ، تابع پتانسیل شیمیایی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_{T,P} = \mu_{T,P_0} + R \ln P \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right] \quad (۳-۱۱)$$

۳-۳-۳-۳: اکسرژی مخلوط ها:

$$x_P = (h - h_0) - T_0(s - s_0) \quad (۳-۱۲)$$

$$x_{\text{یک مخلوط با چند جزء}} = \sum_{\text{کسر مولی یک جزء}} y_i [(h - h_0) - T_0(s - s_0)] + \sum y_i (\mu_0 - \mu_{00}) \quad (۳-۱۳)$$

پتانسیل شیمیایی در شرایط مکانیکی مرده $\mu_0 =$

پتانسیل شیمیایی در شرایط شیمیایی مرده $\mu_{00} =$

مثال ۳-۳: برای $\begin{cases} y_{CO_2} = 0.6 \\ y_{H_2O} = 0.4 \end{cases}$ ، مطلوبست محاسبه اکسرژی مخلوط $H_2O + CO_2$

$$x_{H_2O+CO_2} = 0.6[(h - h_0) - T_0(s - s_0)]_{CO_2} + 0.4[(h - h_0) - T_0(s - s_0)]_{H_2O} + 0.6(\mu_0 - \mu_{00})_{CO_2} + 0.4(\mu_0 - \mu_{00})_{H_2O}$$

می توان اکسرژی یک مخلوط گاز ایده آل را از رابطه زیر نیز محاسبه نمود:

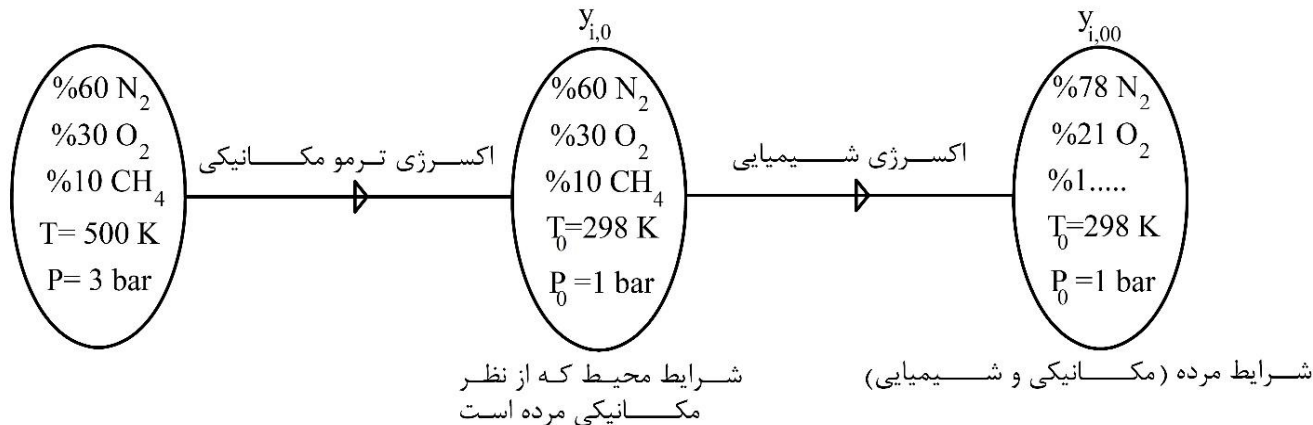
$$x_{\text{مخلوط}} = \underbrace{\sum y_i [(h_T - h_{T_0}) - T_0(s_T - s_{T_0})]}_{\text{اکسرژی ناشی از دما}} + \underbrace{\bar{R}T_0 \ln \frac{P}{P_0}}_{\text{اکسرژی ناشی از فشار}} + \quad (۱۴-۳)$$

$$\underbrace{\bar{R}T_0 \sum y_i \ln \frac{y_{i,0}}{y_{i,00}}}_{\text{اکسرژی شیمیایی}} \quad \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

اکسرژی ناشی از کسر مولی هر جزء

$$\bar{R} = 8.314 \left[\frac{kJ}{kmol \cdot K} \right]$$

در شکل زیر مفهوم $y_{i,0}$ و $y_{i,00}$ ترسیم شده است.



شکل ۳-۱

مثال ۳-۴: متان با ۲۰٪ هوای اضافی در فشار ۱ atm می‌سوزد. آنالیز گازهای احتراق نشان می‌دهد که کسر مولی محصولات به شرح زیر می‌باشد:

جدول ۳-۱:

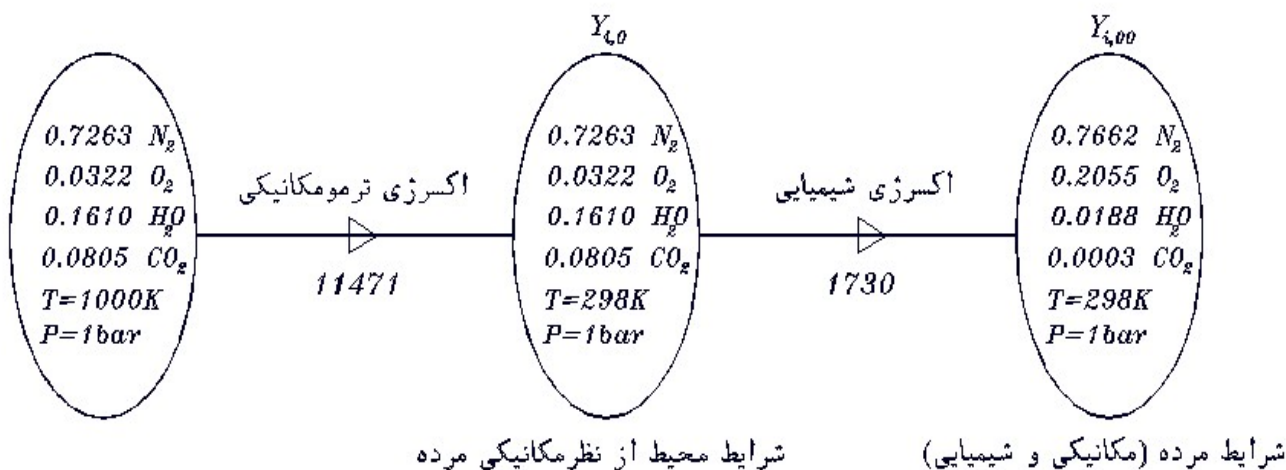
غلظت (کسر مولی)	جزء
۰.۰۸۰۵	CO_2
۰.۱۶۱۰	H_2O
۰.۷۲۶۳	N_2
۰.۰۳۲۲	O_2

اکسرژی محصولات احتراق را در دمای ۱۰۰۰ K و فشار ۱ atm بدست آورید.

شرایط محیط مرده بصورت زیر تعریف می‌شود:

جدول ۳-۲: شرایط مرده مکانیکی و شیمیایی

$P_0 = 1 \text{ bar}$ و $T_0 = 298 \text{ K}$	
۰.۷۶۶۲	N_2
۰.۲۰۵۵	O_2
۰.۰۰۰۳	CO_2
۰.۰۱۸۸	H_2O
۰.۰۰۹۲	Other



شکل ۳-۲: شرایط واقعی، شرایط مرده مکانیکی و شرایط مرده شیمیایی

اکسرژی کل مجموع اکسرژی ترمومکانیکی و شیمیایی می باشد که از رابطه (۳-۱۴) محاسبه می شود. چون فشار سیستم با فشار محیط برابر است پس جمله $\bar{R}T_0 \ln \frac{P}{P_0}$ برابر صفر خواهد بود. بنابراین اکسرژی ترمومکانیکی از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$x_{\text{ترمومکانیکی}} = \sum y_i [(h_T - h_{T_0}) - T_0 (s_T - s_{T_0})]$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{y_{N_2}}_{0.7263} [h_{1000} - h_{298} - 298 \times (S_{1000} - S_{298})]_{N_2} + \underbrace{y_{O_2}}_{0.0322} [h_{1000} \dots \dots \dots]_{O_2} + \\ & \underbrace{y_{H_2O}}_{0.1610} [\dots \dots \dots]_{H_2O} + \underbrace{y_{CO_2}}_{0.0805} [\dots \dots \dots]_{H_2O} = 11471 \end{aligned}$$

اکسرژی شیمیایی از رابطه $\bar{R}T_0 \sum y_i \ln \frac{y_i}{y_{i,00}}$ بدست می آید:

$$\begin{aligned} x_{\text{اکسرژی ناشی از کسر مولی هر جزء}} &= 8.314 \times 298 \times [0.7263 \ln \frac{0.7263}{0.7662} + 0.0322 \ln \frac{0.0322}{0.2055} + \\ & 0.1610 \ln \frac{0.1610}{0.0188} + 0.0805 \ln \frac{0.0805}{0.0003}] = 1730 \end{aligned}$$

$$\rightarrow x_{\text{total}} = 1730 + 11471 = 13201 \left[\frac{kJ}{kmol} \right]$$

نکته: شرایط کاملاً مرده، تابعی از رطوبت نسبی هوای محیط است (مثلاً شرایط مرده برای محیط با رطوبت نسبی ۸۰٪ و محیط دیگر دارای رطوبت نسبی ۴۰٪، متفاوت است). در جدول زیر شرایط مرده برای سه رطوبت نسبی متفاوت گردآوری شده است:

جدول ۳-۳: کسر مولی گازهای داخل هوا در شرایط کاملاً مرده $y_{i,00}$

ماده	$P_0 = 1 \text{ bar}$		$T_0 = 298 \text{ K}$
	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
N_2	۰.۷۶۶۲	۰.۷۶۱۳	۰.۷۵۶۴
O_2	۰.۲۰۵۵	۰.۲۰۴۲	۰.۲۰۲۹
CO_2	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳	۰.۰۰۰۳
H_2O	۰.۰۱۸۸	۰.۰۲۵۰	۰.۰۳۱۳
Other	۰.۰۰۹۲	۰.۰۰۹۲	۰.۰۰۹۱

۳-۴ اکسرژی هوای مرطوب

هوای مرطوب مخلوطی از هوای خشک و بخار آب می باشد. در این قسمت اکسرژی هوای مرطوب مورد بررسی قرار داده می شود. در قسمت قبلی اکسرژی یک مخلوط چند جزئی از رابطه (۳-۱۴) بدست می آمد. برای هوای مرطوب که یک مخلوط دو جزئی (هوای خشک + بخار آب) است، رابطه (۳-۱۴) بصورت زیر ساده می شود:

$$x_{humidair} = y_a \left[(h_T - h_{T_0})_a - T_0 (s_T^\circ - s_{T_0}^\circ)_a \right] + y_v \left[(h_T - h_{T_0})_v - T_0 (s_T^\circ - s_{T_0}^\circ)_v \right] + \bar{R} T_0 \ln \frac{P}{P_0} + \bar{R} T_0 \left[y_a \ln \frac{y_a}{y_{a,00}} + y_v \ln \frac{y_v}{y_{v,00}} \right] \quad \left[\frac{kJ}{kmol} \right] \quad (15)$$

اندیس a برای هوا (air) و اندیس v برای بخار ($vapor$) به کار می رود.

در این رابطه $x_{humidair}$ اکسرژی هوای مرطوب را ارائه می دهد.

در محاسبات تهویه مطبوع، به جای استفاده از کسر مولی از پارامترهایی همچون نسبت رطوبت (رطوبت مخصوص) و یا نسبت کسرهای مولی استفاده می شود.

۳-۴-۱ نسبت رطوبت (رطوبت مخصوص):

$$\omega = \frac{\text{جرم بخار}}{\text{جرم هوای خشک}} = \frac{m_v}{m_a} \quad (3-16)$$

۳-۴-۲ نسبت کسر مولی:

$$\tilde{\omega} = \frac{\text{مول بخار}}{\text{مول هوای خشک}} = \frac{y_v}{y_a} \quad (۱۷)$$

می توان ثابت نمود که: $\tilde{\omega} = 1.608 \omega$

از طرفی با توجه به روابط گاز ایده آل:

$$h_T - h_{T_0} = C_p(T - T_0) \quad (۱۸-۳)$$

$$s_T^\circ - s_{T_0}^\circ = C_p \ln \frac{T}{T_0} \quad (۱۹-۳)$$

با جایگذاری روابط بالا در فرمول اکسرژی هوای مرطوب، رابطه اکسرژی هوای مرطوب به صورت زیر سازی می شود:

$$x_{\text{humid air}} = \underbrace{(C_{P_a} + \omega C_{P_v}) \left[T - T_0 - T_0 \ln \frac{T}{T_0} \right]}_{\text{A: اکسرژی دما}} + \underbrace{(1 + \tilde{\omega}) R_a T_0 \ln \frac{P}{P_0}}_{\text{B: اکسرژی فشار}} + \underbrace{R_a T_0 \left[(1 + \tilde{\omega}) \ln \frac{1 + \tilde{\omega}_{00}}{1 + \tilde{\omega}} + \tilde{\omega} \ln \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}_{00}} \right]}_{\text{C: اکسرژی نسبت رطوبت}} \left[\frac{kJ}{kg} \right] \quad (۲۰-۳)$$

در رابطه (۲۰-۳)، R_a و C_{P_a} و C_{P_v} به ترتیب مقادیر گرمای ویژه هوا و بخار در فشار ثابت هستند.

$$\left[\begin{array}{l} R_a = 0.287 \\ R_v = 0.461 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} C_{P_a} = 1.005 \\ C_{P_v} = 1.862 \end{array} \right]$$

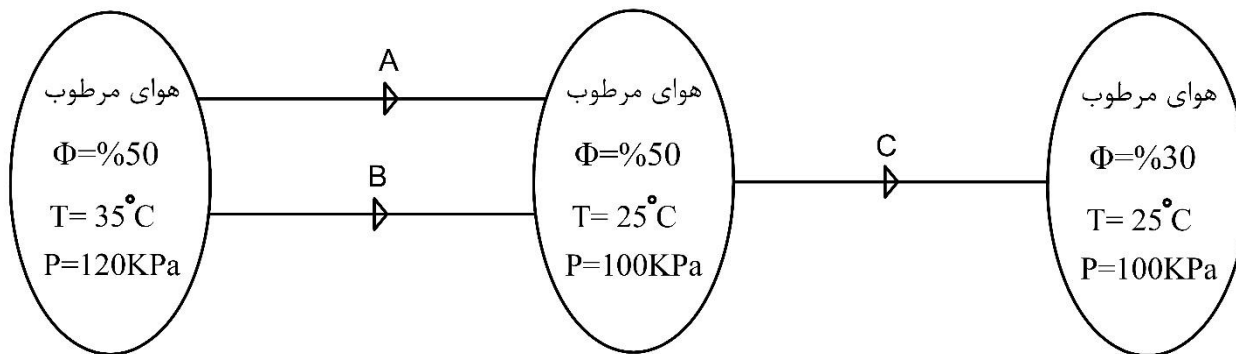
مقدار پارامتر $\tilde{\omega}_{00}$ به شرایط مرده وابسته می باشد. بعضی از مقادیر آن در جدول ۳-۴ گزارش می شود.

جدول ۳-۴

Φ	ω_{00}	$\tilde{\omega}_{00}$
%60	0.01189	0.01912
%80	0.01596	0.02566

لازم به ذکر است: $\tilde{\omega}_{00} = 1.608 \omega_{00}$

مثال ۳-۵: مطلوبست محاسبه اکسرژی 2kg هوای مرطوب با شرایط رطوبت نسبی $\Phi = 50\%$ و $P = 120\text{kPa}$ و $T = 35^\circ\text{C}$. شرایط مرده را به صورت $\Phi = 30\%$ ، $P_0 = 100\text{kPa}$ و $T_0 = 25^\circ\text{C}$ در نظر بگیرید.



شکل ۳-۳

نکته: برای بخار آب، از جداول خواص بخار اشباع استفاده می‌شود اما می‌توان از روابط زیر نیز برای محاسبه ω استفاده کرد:

$$P_V = \Phi \cdot P_g = \Phi \cdot \underbrace{P_{sat@T}}_{T=35^\circ\text{C} \rightarrow P_{sat}=5.6219} = 0.5 \times 5.6291 = 2.814 \text{ kPa}$$

$$\omega = \frac{0.622 \times P_V}{P - P_V} = \frac{0.622 \times 2.814}{120 - 2.814} = 0.0149$$

الف) محاسبه قسمت A (اکسرژی دما) رابطه (۳-۲۰):

با جایگذاری در قسمت A رابطه اکسرژی هوای مرطوب: (اکسرژی ناشی از دما)

$$T = 35 + 273 = 308 \text{ K} \quad T_0 = 25 + 273.15 = 298.15$$

$$\underbrace{(C_{P_a} + \omega C_{P_v}) \left[T - T_0 - T_0 \ln \frac{T}{T_0} \right]}_{\text{A: اکسرژی دما}} = (1.005 + 0.0149 \times 1.862) * \left[308.15 - 298.15 - 298.15 * \ln \frac{308.15}{298.15} \right]$$

$$A = 0.1694$$

ب) محاسبه قسمت B (اکسرژی ناشی از فشار) رابطه (۳-۲۰):

$$\underbrace{(1 + \tilde{\omega}) R_a T_0 \ln \frac{P}{P_0}}_{\text{B: اکسرژی فشار}} = (1 + 1.608 \times 0.0149) * 0.287 * 298.15 * \ln \frac{120}{100} = 15.98$$

$$\tilde{\omega} = 1.608 \omega \rightarrow B = 15.98$$

ج) محاسبه قسمت C (اکسرژی شیمیایی) رابطه (۳-۲۰):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \%30 \\ T = 25^\circ\text{C} \\ P = 100 \text{ kPa} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نمودار سایکرومتریک}} \omega_{00} = 0.00597 \rightarrow \tilde{\omega}_{00} = 1.608 \omega_{00} \rightarrow \tilde{\omega}_{00} = 0.00959$$

$$\tilde{\omega} = 1.608 * \omega = 1.608 * 0.0149 = 0.02395$$

$$R_a T_0 \left[(1 + \tilde{\omega}) \ln \frac{1 + \tilde{\omega}_{00}}{1 + \tilde{\omega}} + \tilde{\omega} \ln \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}_{00}} \right]$$

$$= 0.287 * 298.15 * \left[\underbrace{(1 + 0.02395) \ln \frac{1 + 0.00959}{1 + 0.02395}}_{-0.01446} + \underbrace{0.02395 * \ln \frac{0.02395}{0.00959}}_{0.02192} \right]$$

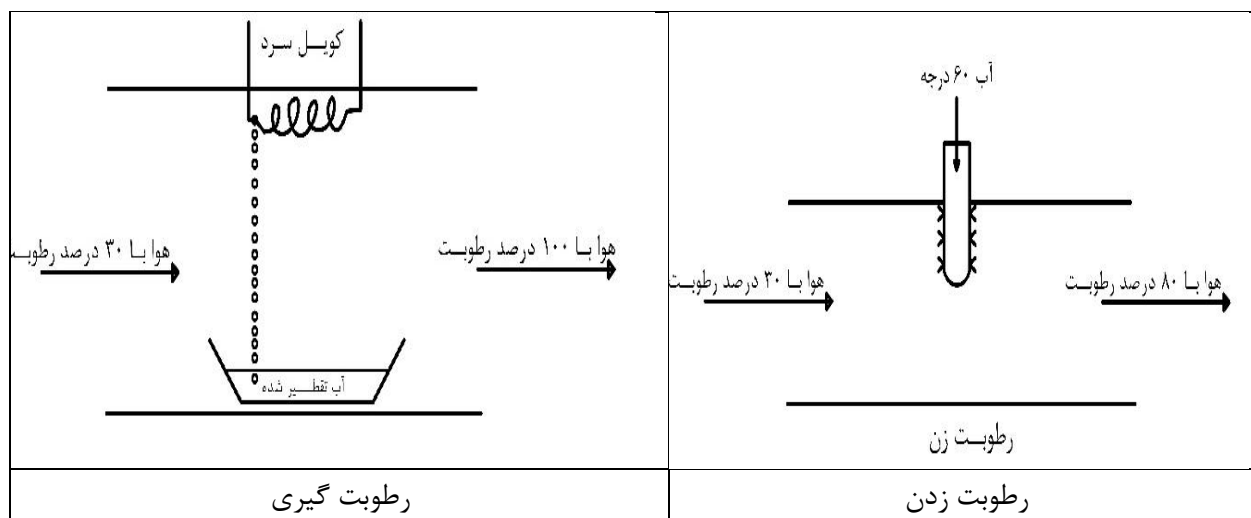
$$\qquad\qquad\qquad 0.00746$$

$$\rightarrow C = 0.642$$

$$x_{humid\ air} = \sum_{\text{جرم هوا}} (A + B + C) = 33.58 \text{ [kJ]}$$

۳-۵ اکسرژی آب (مثلا آب تقطیرشده از بخار موجود در هوا)

در بسیاری از کاربردهای تهویه مطبوع، آب بصورت خالص به هوا اضافه و یا از هوا گرفته می شود.



شکل ۳-۴: رطوبت زدن و رطوبت گیری

در این حالت اکسرژی آب اضافه شده (در فرایند رطوبت زدن) و یا اکسرژی آب گرفته شده (در فرایند رطوبت گیری) از رابطه زیر بدست می آید:

$$X = [h_f)_T - h_f)_{T_0}] + [v_f)_T \times (P - P_{sat})_T] - T_0(s_f)_T - s_f)_{T_0}) - R_{\text{بخار}} T_0 \ln \Phi_0 \quad (۲۱-۳)$$

در این رابطه Φ_0 رطوبت نسبی هوای مرده می باشد.

مثال ۳-۶: اکسرژی آب در $P = 110 \text{ kPa}$ و $T = 20^\circ\text{C}$ را با توجه به شرایط محیط مرده $P_0 = 100 \text{ kPa}$ و $T_0 = 25^\circ\text{C}$ و $\Phi_0 = 30\%$ محاسبه نمایید.

با توجه به جداول آب، خواص مایع اشباع در دمای T و T_0 خوانده می شود:

$$h_f)_T = 83.84 \quad h_f)_{T_0} = 104.8 \quad P = 110 \text{ kPa} \quad S_f)_T = 0.2969$$

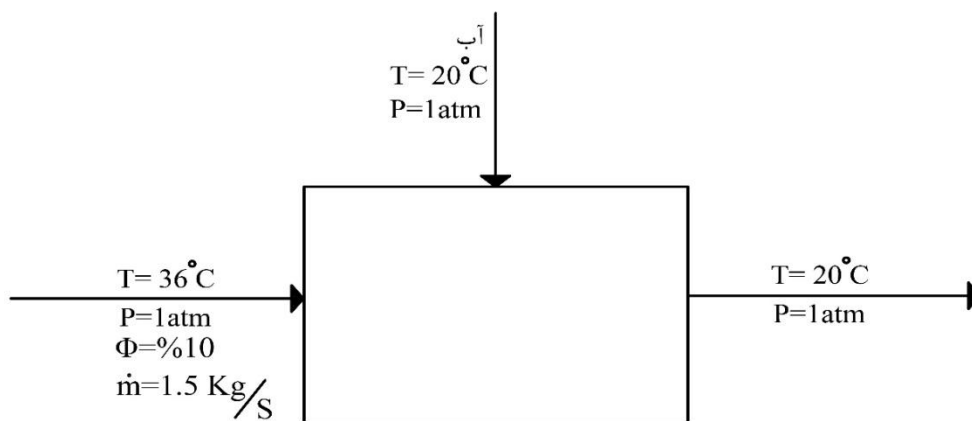
$$S_f)_{T_0} = 0.367 \quad P_{sat})_T = 2.339 \text{ kPa} \quad v_f = 0.001002$$

$$\rightarrow X_{\text{آب}} = 261 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

۳-۶ مثالی برای محاسبه برگشتناپذیری فرایندهای تهویه مطبوع

مثال ۳-۷: با توجه به شکل ۳-۵، مطلوبست محاسبه:

(۱) جرم آب اضافه شده (۲) اکسرژی هوای ورودی، خروجی و اکسرژی آب (۳) برگشتناپذیری فرآیند



شکل ۳-۵

شرایط مرده به صورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} T_0 = 25^\circ\text{C} \\ P_0 = 100 \text{ kPa} \\ \Phi_0 = 60\% \end{cases}$$

حل قسمت ۱ سوال: باید معادلات بقای جرم و انرژی نوشته شود:

معادله بقای جرم برای بخار آب:

جرم بخار خروجی = جرم آب اضافه شده + جرم بخار ورودی

با توجه به رابطه $\omega = \frac{m_v}{m_a}$ می توان جرم بخار را بدست آورد.

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} \rightarrow m_v = \omega \times m_a$$

$$\rightarrow \omega_1 \dot{m}_a + \dot{m}_W = \omega_2 \dot{m}_a \rightarrow \dot{m}_W = \dot{m}_a(\omega_2 - \omega_1) \quad (1)$$

موازنه انرژی:

انرژی هوا در خروجی = انرژی آب + انرژی هوا در ورودی

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_W h_W = \dot{m}_a h_2 \quad (2)$$

با توجه به نمودار سایکرومتریک

$$\begin{cases} T_1 = 36^\circ\text{C} \\ \Phi_1 = 10\% \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار}} \begin{cases} h_1 = 45.79 \\ \omega_1 = 0.003721 \end{cases}$$

با توجه به جداول اشباع آب

$$\begin{cases} T_W = 20^\circ\text{C} \\ P_W = 100\text{kPa} \end{cases} \rightarrow h_W = 83.93$$

با ترکیب دو معادله (1) و (2) داریم:

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_a \left(\underbrace{\omega_2}_{?} - \omega_1 \right) h_w = \dot{m}_a \underbrace{h_2}_{?}$$

در این رابطه h_2, ω_2 مجهول است. برای هوای مرطوب داریم:

$$h_2 = C_p \cdot \underbrace{T_2}_{20} + \omega_2 (2500.9 + 1.82 \underbrace{T_2}_{20})$$

با جایگذاری تنها مجهول مقدار ω_2 خواهد بود. با حل آن داریم: $\omega_2 = 0.01033$. سپس با جایگذاری در رابطه

$$h_2 = C_p \cdot \underbrace{T_2}_{20} + \omega_2 (2500.9 + 1.82 \underbrace{T_2}_{20})$$

$$h_2 = 46.35$$

مقدار جرم آب اضافه شده نیز برابر $\dot{m}_W = \dot{m}_a(\omega_2 - \omega_1) = 0.009913$ خواهد بود.

با داشتن مقادیر h, ω و مراجعه به نمودار سایکرومتریک رطوبت نسبی هوای خروجی بدست می‌آید:

$$\begin{cases} T_2 = 20^\circ\text{C} \\ \omega_2 = 0.01033 \rightarrow \Phi_2 = \%69.85 \\ P_2 = 100 \text{ kPa} \end{cases}$$

حل قسمت دوم سوال: محاسبه اکسرژی هوای مرطوب و اکسرژی آب

اکسرژی هوای مرطوب از رابطه (۳-۲۰) برابر است با:

$$\xrightarrow{A+B+C} X_1 = 1.108 [kJ]$$

$$\xrightarrow{A+B+C} X_2 = 0.0916 [kJ]$$

و اکسرژی آب از رابطه (۳-۲۱) بدست می‌آید.

$$X_W = 70.49 [kJ]$$

حل قسمت سوم: محاسبه برگشت ناپذیری:

موازنه اکسرژی:

$$\dot{m}_a X_1 + \dot{m}_W X_W - \dot{m}_a X_2 - X_{des} = \underbrace{\Delta X}_{\text{Steady:0}}$$

حال با جایگذاری در موازنه اکسرژی، داریم:

$$\dot{m}_a X_1 + \dot{m}_W X_W - \dot{m}_a X_2 - X_{des} = 0 \rightarrow X_{des} = 2.22 [kJ]$$

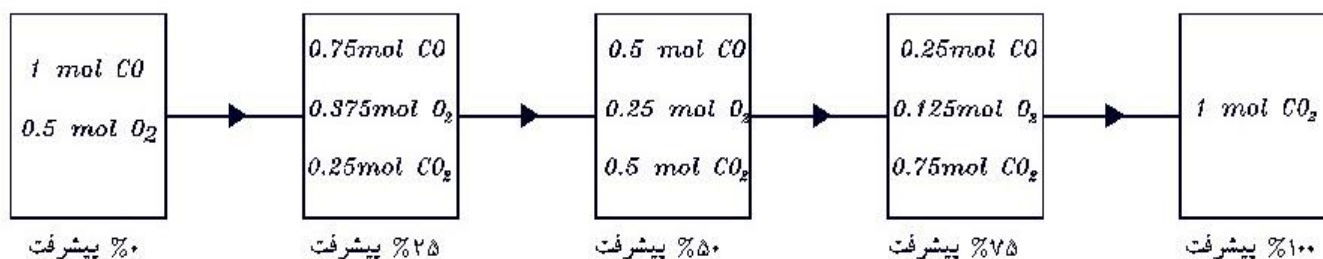
۴ فصل چهارم: تعادل شیمیایی

در تحلیل فرآیندهای احتراق همواره فرض می‌شود که اگر زمان و اکسیژن کافی وجود داشته باشد، احتراق به سمت کامل شدن حرکت می‌کند. ولی در عمل اینگونه نیست. به عبارت دیگر احتراق قبل از کامل شدن، متوقف شده و به نوعی به تعادل می‌رسد. در حالت کلی در تحلیل‌های ترمودینامیکی سه نوع تعادل وجود دارد:

- (۱) اگر سیستم تغییر فشار نداشته باشد، در حال تعادل مکانیکی است.
- (۲) اگر سیستم تغییر دما نداشته باشد، در حال تعادل گرمایی است.
- (۳) اگر هیچ تغییری در ترکیب شیمیایی سیستم روی ندهد، سیستم در حال تعادل شیمیایی است.

۴-۱ معیار تعادل شیمیایی

در شکل ۴-۱، ظرفی که حاوی یک مول CO و نیم مول O_2 نشان داده شده است. در حالت‌های نشان داده شده، درصد خاصی از واکنش دهنده‌ها به محصولات تبدیل شده‌اند.



شکل ۴-۱

در عمل ممکن است واکنش ۱۰۰٪ کامل نشود و بنابراین در ظرف مورد نظر علاوه بر محصولات، واکنش دهنده‌ها نیز وجود دارند. در این فصل معیاری ارائه خواهد شد که از آن می‌توان برای درصد تبدیل واکنش دهنده‌ها به محصولات، استفاده کرد.

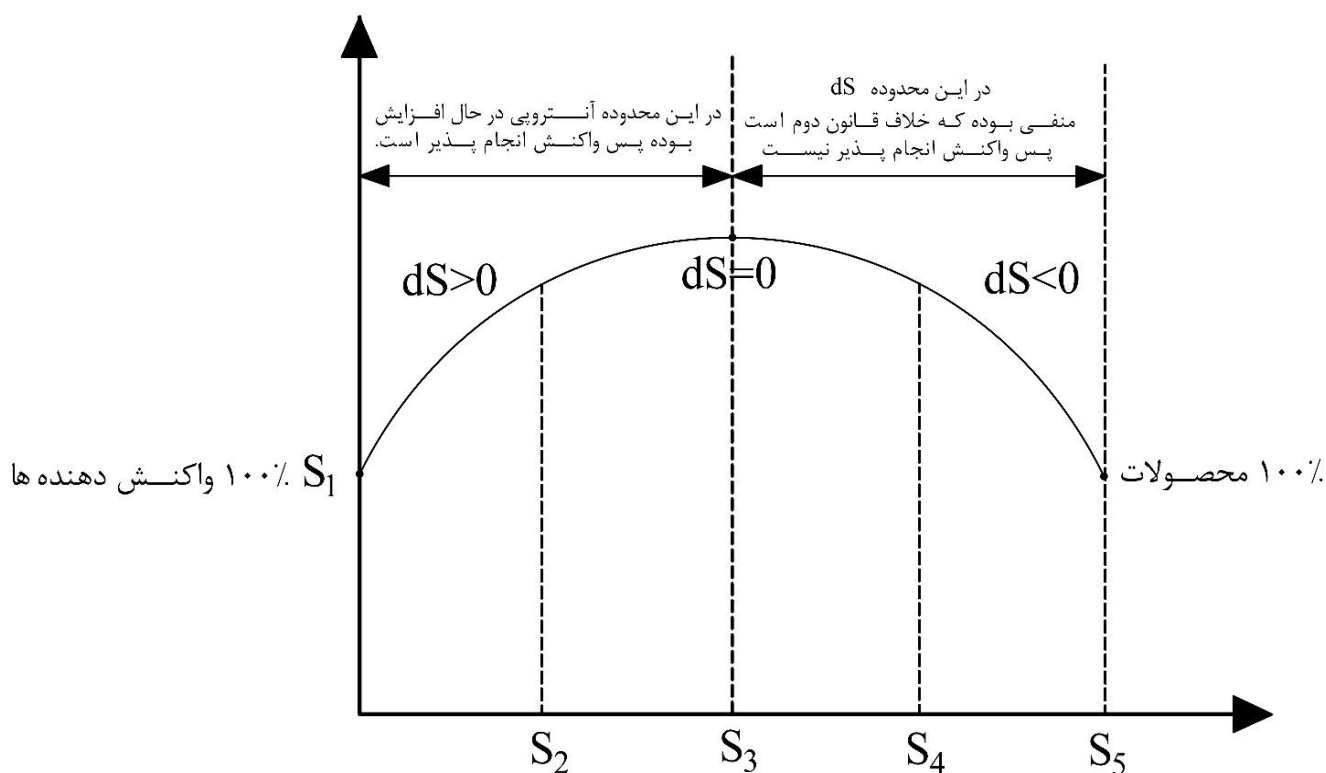
یادآوری: یک سیستم بسته را در نظر بگیرید که با محیط اطراف خود انتقال حرارت و برهم‌کنش کار دارد. مطابق با موازنه آنتروپی می‌توان گفت که آنتروپی سیستم از دو راه زیاد می‌شود:

- ۱- سیستم حرارت دریافت کند
- ۲- وجود هر نوع برگشت‌ناپذیری

حال اگر سیستم عایق باشد، به دلیل وجود برگشت‌ناپذیری، همواره آنتروپی سیستم افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر در یک سیستم بسته عایق، تنها فرآیندهایی انجام می‌گیرند که منجر به افزایش آنتروپی سیستم شوند. با توجه به نکته گفته شده و مطابق با شکل ۴-۱ اگر رابطه $S_5 > S_4 > S_3 > S_2 > S_1$ برقرار باشد، واکنش به سمت کامل شدن

حرکت می‌کند.

ولی به طور مثال اگر $S_3 > S_2 > S_1$ شود واکنش تا نقطه ۳ پیش می‌رود. حال فرض کنید $S_4 < S_3$ شود، در اینصورت واکنش به نقطه ۴ نمی‌رود، زیرا ناقض قانون دوم ترمودینامیک است. به عبارتی سیستم در حالت ۳ متوقف شده و واکنش کامل نمی‌شود. در **Error! Reference source not found.** مطالب گفته شده به صورت گرافیکی ترسیم شده است.

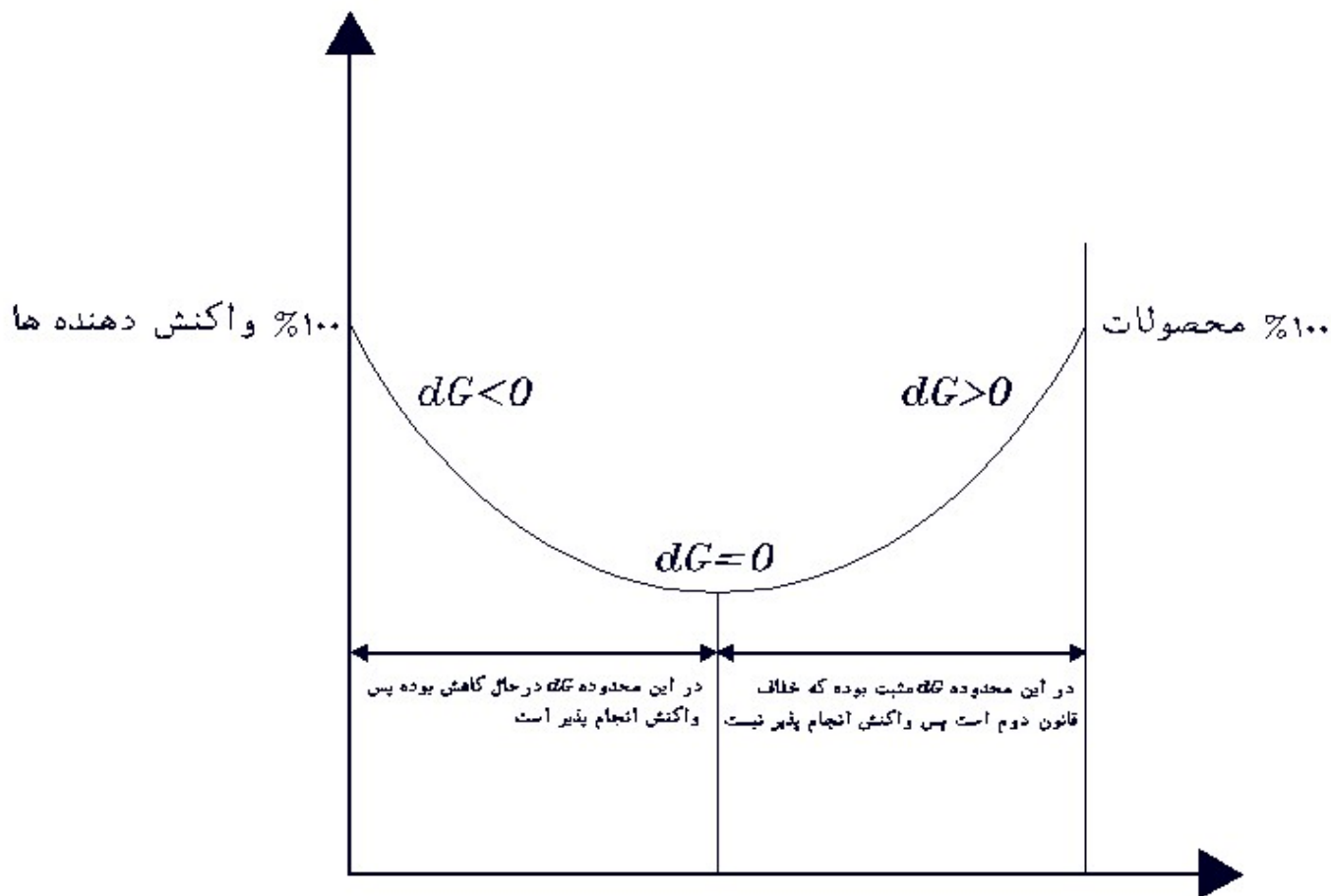


شکل ۴-۲

مطابق با شکل ۴-۲ در نقطه تعادل $ds = 0$ می‌باشد. لازم به ذکر است که شرط $ds = 0$ موقعی برقرار است که سیستم عایق باشد. در تحلیل‌های ترمودینامیکی فرایندهای واقعی، واکنش‌ها عایق نیستند و لذا نمی‌توان از معیار $ds = 0$ در نقطه تعادل استفاده نمود، زیرا انتقال حرارت باعث کاهش آنتروپی سیستم می‌شود. بنابراین باید از معیار دیگری برای تعادل استفاده کرد. به کمک تعریف تابع گیبس ($G = H - TS$)، می‌توان برای یک واکنش استوکیومتری و برای هر فرآیند در نقطه تعادل رابطه $dG = 0$ را نوشت. (شکل ۴-۳)

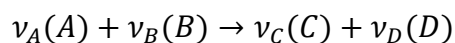
برای سیستم بسته عایق
 $ds = 0$

برای هر واکنش واقعی
 $dG = 0$

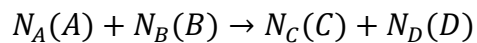


شکل ۳-۴

واکنش استکیومتری زیر را در نظر بگیرید.

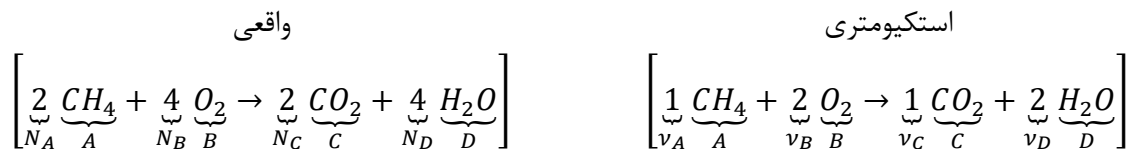


مطابق با مطالب گفته شده، یک واکنش شیمیایی در دما و فشار مشخص، نمی تواند در جهت افزایش تابع گیبس پیش برود، زیرا قانون دوم ترمودینامیک را نقض خواهد کرد. برای تعیین روابط تعادل شیمیایی، واکنش شیمیایی واقعی زیر را در نظر بگیرید:



واکنش واقعی

به طور مثال برای احتراق CH_4 می توان ضرایب استکیومتری و واقعی را با هم مقایسه کرد:



برای تعادل شیمیایی باید مقدار تابع گیبس فرآیند کمینه (مینیمم) شود، یا به عبارتی $dG = 0$

$$dG = 0 \rightarrow d \left(\left(\text{تابع گیبس واکنش دهنده ها} \right) - \left(\text{تابع گیبس محصولات} \right) \right) = 0 \quad (1-4)$$

از طرفی تابع گیبس هر ماده، تابعی از دما و فشار بوده و به صورت زیر نوشته می شود:

$$\bar{g}_i(T, P_i) = \underbrace{\bar{g}_i(T)}_{\text{قسمت دمایی تابع گیبس}} + \underbrace{\bar{R}T \ln P_i}_{\text{قسمت فشاری تابع گیبس}} \quad (2) \quad (4)$$

با جایگذاری رابطه (۲-۴) در رابطه (۱-۴) و ساده سازی، رابطه تعادل شیمیایی به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\nu_C \bar{g}_C(T) + \nu_D \bar{g}_D(T) - \nu_A \bar{g}_A(T) - \nu_B \bar{g}_B(T)}{G^*(T)} = -\bar{R}T \ln \frac{(P_C)^{\nu_C} (P_D)^{\nu_D}}{(P_A)^{\nu_A} (P_B)^{\nu_B}} \quad (3) \quad (4)$$

با تعریف $\Delta G^*(T)$ ، $\Delta G^*(T)$ به صورت زیر خواهد شد:

$$\Delta G^*(T) = -\bar{R}T \ln \frac{(P_C)^{\nu_C} (P_D)^{\nu_D}}{(P_A)^{\nu_A} (P_B)^{\nu_B}} \quad (4) \quad (4)$$

ثابت تعادل K_p برای مخلوط گازهای ایده آل به صورت زیر تعریف می شود:

$$K_p = \frac{(P_C)^{\nu_C} (P_D)^{\nu_D}}{(P_A)^{\nu_A} (P_B)^{\nu_B}} \quad (5-4) \quad (4)$$

$$K_p = e^{\frac{-\Delta G^*(T)}{\bar{R}T}} \quad (6-4) \quad (4)$$

$$K_p = \frac{(N_C)^{\nu_C} (N_D)^{\nu_D}}{(N_A)^{\nu_A} (N_B)^{\nu_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}} \right)^{\Delta \nu} \quad (7-4) \quad (4)$$

$$\Delta \nu = \nu_C + \nu_D - (\nu_A + \nu_B)$$

در روابط بالا مقادیر تابع گیبس و انتالپی توسط روابط زیر ارائه می شود

$$\bar{g}_i(T) = \bar{h} - T\bar{s} \quad (8-4) \quad (4)$$

$$\bar{h}(T) = \bar{h}_f + (\bar{h} - \bar{h}_{298}) \quad (9-4) \quad (4)$$

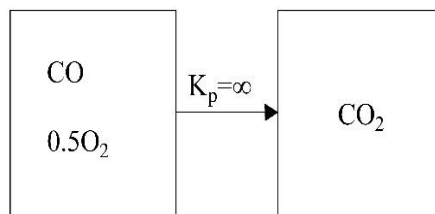
$$P_i = \frac{N_i}{N_{total}} \times P_{total} \quad (10-4) \quad (4)$$

روابط (۵-۴)، (۶-۴) و (۷-۴) به ترتیب رابطه اول، دوم و سوم تعادل می باشند. مقادیر $\bar{h}_f$ از جدول الف-۲۶ و مقادیر $\bar{s}$ و $(\bar{h} - \bar{h}_{298})$ از جداول الف-۱۸ تا الف-۲۵ خوانده می شوند.

۴-۱-۱ یک مثال برای درک بهتر ثابت تعادل

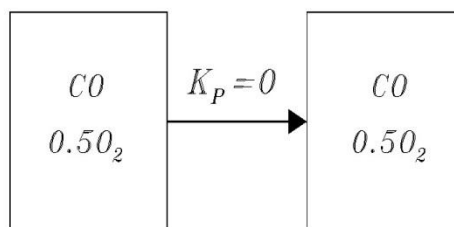
برای درک بهتر مفهوم مقدار K_p ، واکنش $CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$ را در نظر بگیرید.

۱- اگر مقدار K_p بی‌نهایت باشد (مقدار K_p خیلی بزرگ باشد)، در ظرف فقط محصولات خواهند داشت (۱۰۰ درصد پیشرفت)



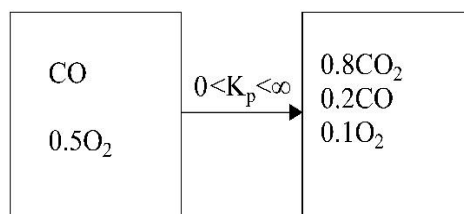
شکل ۴-۴

۲- اگر $K_p = 0$ باشد، در ظرف هیچ محصولی وجود نخواهد داشت (اصلاً واکنش انجام نشده است)



شکل ۴-۵

۳- اگر $0 < K_p < \infty$ باشد، در ظرف هم محصولات و هم واکنش دهنده‌ها وجود خواهند داشت.



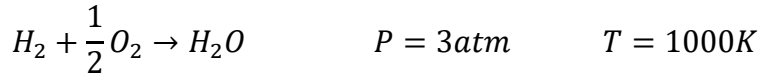
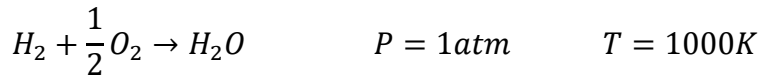
شکل ۴-۶

با توجه به شکل، واکنش تا ۸۰ درصد پیشرفت کرده است. و این به این معنی است که ۸۰ درصد واکنش دهنده‌ها به محصولات تبدیل شده و چون تمام واکنش دهنده‌ها مصرف نشده‌اند، لذا در ظرف، هنوز واکنش دهنده وجود دارد.

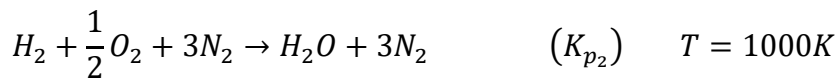
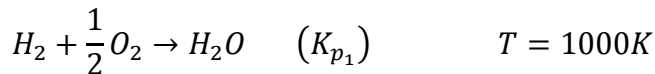
۴-۲ نکات مهم در مورد ثابت تعادل

نکته شماره یک: با توجه به رابطه (۴-۶)، ثابت تعادل فقط تابعی از دما بوده و فشار و واکنش تأثیری در میزان ثلثت

تبادل ندارد. به طور مثال هر دو واکنش زیر ثابت تبادل یکسانی خواهند داشت:

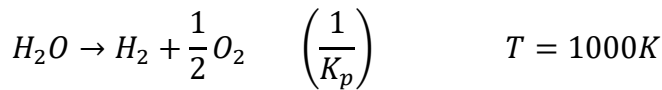
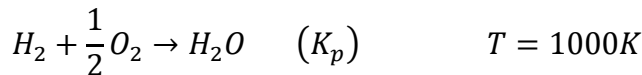


نکته شماره دو: با توجه به اینکه گازهای بی‌اثر تأثیری بر مقدار ΔG^* ندارند (مقدار تابع گیبس برای گازهای بی‌اثر صفر می‌باشد)، ثابت تبادل واکنش با حضور گازهای بی‌اثر تغییر نمی‌کند.

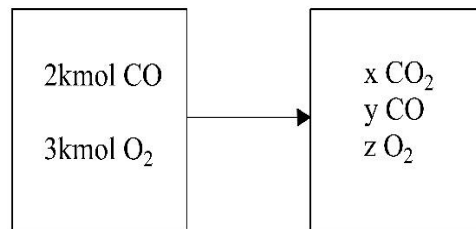


ثابت تبادل هر دو رابطه با هم برابرند یعنی: $(K_{p2}) = (K_{p1})$

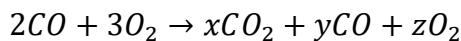
نکته شماره سه: اگر یک واکنش به صورت معکوس انجام پذیرد، ثابت تبادل واکنش جدید (واکنش معکوس) معکوس ثابت تبادل واکنش اصلی می‌باشد.



مثال ۴-۱: مخلوطی از دو کیلومول CO و سه کیلومول O_2 را در نظر بگیرید. این مخلوط در دمای $2600K$ و فشار $3atm$ چه ترکیبی را تشکیل خواهند داد؟



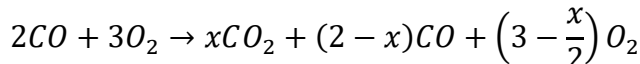
شکل ۷-۴



$$C: 2 = x + y \rightarrow y = 2 - x$$

$$O: 2 + 6 = 2x + \frac{y}{2} + 2z \rightarrow z = 3 - \frac{x}{2}$$

با جایگذاری در معادله $2CO + 3O_2 \rightarrow xCO_2 + yCO + zO_2$ خواهیم داشت:



ثابت تعادل از رابطه (۴-۵) $K_p = \frac{(P_C)^{v_C}(P_D)^{v_D}}{(P_A)^{v_A}(P_B)^{v_B}}$ بدست می آید. فشار جزئی از رابطه (۴-۱۰) بدست می آیند.

$$P_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_{tot}} \times P_{tot} = \frac{x}{\underbrace{x}_{N_{CO_2}} + \underbrace{(2-x)}_{N_{CO}} + \underbrace{\left(3 - \frac{x}{2}\right)}_{N_{O_2}}} \times P_{tot} = \frac{3x}{5 - \frac{x}{2}}$$

$$P_{CO} = \frac{N_{CO}}{N_{tot}} \times P_{tot} = \frac{2-x}{x + (2-x) + \left(3 - \frac{x}{2}\right)} \times 3 = \frac{6-3x}{5 - \frac{x}{2}}$$

$$P_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_{tot}} \times P_{tot} = \frac{3 - \frac{x}{2}}{x + (2-x) + \left(3 - \frac{x}{2}\right)} \times 3 = \frac{9 - \frac{3x}{2}}{5 - \frac{x}{2}}$$

واکنش استوکیومتری به صورت $\underbrace{CO}_A + \frac{1}{2}\underbrace{O_2}_B \rightarrow \underbrace{CO_2}_C$ می باشد. بنابراین ضرایب استوکیومتری به شرح زیر می باشند:

$$v_A = 1 \quad \text{و} \quad v_B = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad v_C = 1$$

$$K_p = \frac{(P_{CO_2})^1}{(P_{CO})^1 \times (P_{O_2})^{\frac{1}{2}}}$$

چون مقدار ثلث تعادل در جدول الف-۲۸ برای معکوس واکنش بالا موجود است ($CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2}O_2$)، بنابراین از معکوس ثابت تعادل موجود در جدول الف-۲۸ برای این واکنش استفاده می شود:

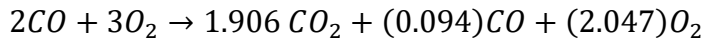
$$\left[CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2}O_2 \right]_{T=2600K} \rightarrow \ln K_p = -2.801 \rightarrow K_p = e^{-2.801} = 0.06074$$

$$\left[CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2 \right]_{T=2600K} \rightarrow K_p = \frac{1}{0.06074} = 16.461$$

با جایگذاری در رابطه $K_p = \frac{(P_{CO_2})^1}{(P_{CO})^1 \times (P_{O_2})^{\frac{1}{2}}}$ خواهیم داشت:

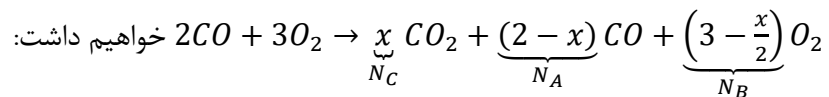
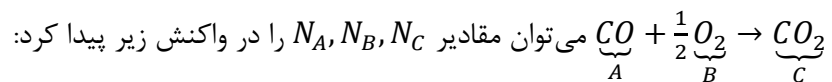
$$16.461 = \frac{\left(\frac{x}{5-\frac{x}{2}} \times 3\right)^1}{\left(\frac{2-x}{5-\frac{x}{2}} \times 3\right)^1 \times \left(\frac{3-\frac{x}{2}}{5-\frac{x}{2}} \times 3\right)^{\frac{1}{2}}} \rightarrow x = 1.906$$

با جایگذاری مقدار x در معادله $2CO + 3O_2 \rightarrow xCO_2 + (2-x)CO + \left(3-\frac{x}{2}\right)O_2$ داریم:



روش دوم

از رابطه $K_p = \frac{(N_C)^{v_C}(N_D)^{v_D}}{(N_A)^{v_A}(N_B)^{v_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta v}$ استفاده می‌شود. با توجه به رابطه استکیومتری



$$\begin{bmatrix} N_A = N_{CO} = 2 - x \\ N_B = N_{O_2} = 3 - \frac{x}{2} \\ N_C = N_{CO_2} = x \end{bmatrix}$$

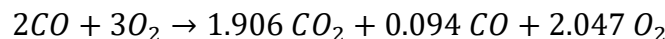
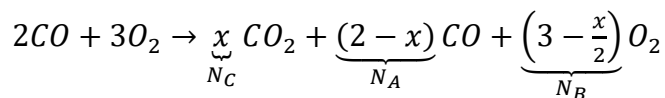
مقادیر v_A, v_B, v_C همان ضرایب استکیومتری رابطه $\underbrace{CO}_A + \frac{1}{2} \underbrace{O_2}_B \rightarrow \underbrace{CO_2}_C$ هستند.

$$\begin{bmatrix} v_A = 1 \\ v_B = 0.5 \\ v_C = 1 \end{bmatrix}$$

حال در رابطه $K_p = \frac{(N_C)^{v_C}(N_D)^{v_D}}{(N_A)^{v_A}(N_B)^{v_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta v}$ جایگذاری می‌شود.

$$16.461 = \frac{x^1}{(2-x)^1 \left(3-\frac{x}{2}\right)^{0.5}} \left(\frac{3}{(x) + (2-x) + \left(3-\frac{x}{2}\right)}\right)^{1-(0.5+1)} \rightarrow x = 1.906$$

پس واکنش نهایی به صورت زیر خواهد بود



نکته شماره چهار:

اگرچه فشار تأثیری بر میزان ثابت تعادل ندارند، ولی بر ترکیب واکنش تأثیر می‌گذارند (به طور مثال ممکن است با اضافه نمودن گازهای بی‌اثر، محصولات بیشتری تولید شوند).

در مثال قبل اگر فشار کل از $3atm$ به $5atm$ تغییر کند، با توجه به اینکه مقدار K_p ثابت باقی می‌ماند، مقدار x متفاوت بدست خواهد آمد. باید توجه داشت که همواره تغییر فشار باعث تغییر در میزان محصولات نخواهد شد.

در مثال بالا اگر فشار از ۳ اتمسفر به ۵ اتمسفر برسد خواهیم داشت:

$$16.461 = \frac{\left(\frac{x}{5-\frac{x}{2}} \times 5\right)^1}{\left(\frac{2-x}{5-\frac{x}{2}} \times 5\right)^1 \times \left(\frac{3-\frac{x}{2}}{5-\frac{x}{2}} \times 5\right)^{\frac{1}{2}}} \rightarrow x = 1.926$$

یا

$$16.461 = \frac{x^1}{(2-x)^1 \left(3-\frac{x}{2}\right)^{0.5}} \left(\frac{5}{(x) + (2-x) + \left(2-\frac{x}{2}\right)}\right)^{1-(0.5+1)} \rightarrow x = 1.926$$

جمع بندی

اگر فشار ۳ اتمسفر باشد	اگر فشار ۵ اتمسفر باشد
$x = 1.906$	$x = 1.926$
$2CO + 3O_2 \rightarrow 1.906 CO_2 + (0.094)CO + (2.047)O_2$	$2CO + 3O_2 \rightarrow 1.926 CO_2 + (0.074)CO + (2.037)O_2$

نکته: اگر ضریب CO برابر صفر شود یا به عبارتی ($x = 2$) شود آنگاه میتوان گفت که واکنش کامل شده است. با توجه به جدول بالا چون با افزایش فشار مقدار x به ۲ نزدیکتر شده لذا واکنش با افزایش فشار کامل تر می‌شود.

نکته: از رابطه $K_p = \frac{(N_C)^{\nu_C}(N_D)^{\nu_D}}{(N_A)^{\nu_A}(N_B)^{\nu_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta \nu}$ می‌توان موارد زیر را نتیجه گرفت:

- ۱- اگر توان صفر شود ($\Delta \nu = 0$)، تغییر فشار بی‌تأثیر خواهد بود.
- ۲- اگر توان مثبت باشد ($\Delta \nu > 0$)، با افزایش فشار، جمله $\left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta \nu}$ افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه مقدار K_p ثابت است، باید جمله $\frac{(N_C)^{\nu_C}(N_D)^{\nu_D}}{(N_A)^{\nu_A}(N_B)^{\nu_B}}$ کاهش یابد. بنابراین باید صورت کسر (محصولات) کم و مخرج کسر (واکنش دهنده‌ها) زیاد شود. نهایتاً در این حالت با افزایش فشار محصولات کمتر و واکنش دهنده‌های بیشتری در ظرف باقی خواهند ماند. یعنی واکنش ناقص‌تر انجام می‌شود.
- ۳- اگر توان منفی باشد ($\Delta \nu < 0$)، محصولات بیشتر و واکنش دهنده‌های کمتری در ظرف باقی خواهند ماند. یعنی واکنش کامل‌تر شده است.

در مثال قبل مقدار $\Delta \nu$ برابر $\Delta \nu = 1 - (1 + 0.5) = -0.5$ بوده و بنابراین حالت سوم پیش می‌آید. یعنی با افزایش فشار محصولات بیشتری خواهیم داشت.

توجه شود که افزایش فشار اگرچه تاثیری بر مقدار ثابت تعادل K_p ندارد ولی افزایش فشار می‌تواند تاثیر در مقدار مول‌های محصولات داشته باشد

نکته شمار پنج: اگرچه وجود گازهای بی‌اثر تاثیری بر میزان ثابت تعادل ندارند، ولی بر ترکیب واکنش تأثیر می‌گذارند (به طور مثال ممکن است با اضافه نمودن گازهای بی‌اثر، محصولات بیشتری تولید شوند).

با توجه به رابطه $K_p = \frac{(N_C)^{\nu_C}(N_D)^{\nu_D}}{(N_A)^{\nu_A}(N_B)^{\nu_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta \nu}$ با افزودن گازهای بی‌اثر به ترکیب، N_{total} افزایش می‌یابد. پس می‌توان نتیجه گرفت که:

- ۱- اگر توان صفر شود ($\Delta \nu = 0$)، جمله $\left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta \nu}$ بی‌تأثیر شده و در نتیجه حضور گازهای بی‌اثر، تاثیری بر واکنش نخواهند داشت.
- ۲- اگر توان مثبت باشد ($\Delta \nu > 0$)، جمله $\left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta \nu}$ کاهش و بنابراین باید جمله $\frac{(N_C)^{\nu_C}(N_D)^{\nu_D}}{(N_A)^{\nu_A}(N_B)^{\nu_B}}$ افزایش یابد. که در اینصورت باید صورت کسر (محصولات) زیاد شود. پس محصولات بیشتر و واکنش دهنده‌های کمتری در ظرف باقی خواهند ماند.
- ۳- اگر توان منفی باشد ($\Delta \nu < 0$)، محصولات کمتر و واکنش دهنده‌های بیشتری در ظرف باقی خواهند ماند.

- در مثال قبل مشاهده شد که مقدار x برابر ۱.۹۰۶ شد. حال اگر چند مول N_2 به ترکیب اضافه شود، آیا تاثیری بر مقدار x خواهد داشت؟

در مثال قبل مقدار Δv برابر $\Delta v = 1 - (1 + 0.5) = -0.5$ بوده و بنابراین حالت سوم پیش می‌آید. یعنی اگر چند مول گاز بی اثر N_2 به واکنش اضافه شود، محصولات کمتری خواهیم داشت. این بدان معنی است که x کاهش خواهد یافت.

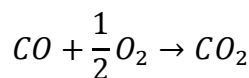
مثال ۴-۲: مخلوطی از CO ، CO_2 و O_2 در دما و فشار مشخصی در حال تعادل است. اگر فشار دو برابر شود:

الف) آیا ثابت تعادل K_p تغییر خواهد کرد؟

ب) تعداد مول‌های CO ، CO_2 و O_2 چه تغییری خواهند کرد؟

حل قسمت (الف) مسئله:

رابطه تعادل برای مخلوط به صورت زیر خواهد بود:



الف) ثابت تعادل (K_p) فقط تابعی از دما بوده و با تغییر فشار، ثابت خواهد ماند (بر اساس نکته ۱).

ب) تغییر فشار می‌تواند بر تعداد مول محصولات اثر بگذارد (بر اساس نکته ۴). ثابت تعادل برای واکنش به صورت زیر است:

$$K_p = \frac{(N_{CO_2})^1}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{1 - (\frac{1}{2} + 1)}$$

افزایش فشار، باعث کوچک شدن کسر $\left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{-0.5}$ می‌شود. از طرفی چون K_p ثابت است، پس باید تعداد مولهای CO_2 زیاد شود تا مقدار K_p ثابت باقی بماند. یعنی با افزایش فشار محصول بیشتری تولید خواهد شد.

مثال ۴-۳: واکنش $N_2 + O_2 \rightarrow 2NO$ را در نظر بگیرید. افزایش فشار و دما چه تأثیری بر میزان ثابت تعادل و محصولات دارد؟

الف) بررسی افزایش فشار

ثابت تعادل برای واکنش مذکور به صورت زیر نوشته می‌شود.

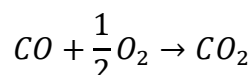
$$K_p = \frac{(N_{NO})^2}{(N_{N_2})^1 \times (N_{O_2})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{2-(1+1)} \rightarrow K_p = \frac{(N_{NO})^2}{(N_{N_2})^1 \times (N_{O_2})^1}$$

با توجه به اینکه ثابت تعادل فقط تابعی از دما است، لذا تغییر فشار تأثیری بر میزان ثابت تعادل ندارد. چون $\Delta v = 0$ پس جمله $\left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{\Delta v}$ بی تأثیر است. لذا فشار بر تعداد مولهای محصولات بی تأثیر می‌باشد (نکته ۴).

(ب) بررسی افزایش دما

از آنجایی که ثابت تعادل فقط تابعی از دما بوده و با افزایش دما ثابت تعادل افزایش می‌یابد، پس با افزایش دما N_{NO} افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر افزایش دما، NO بیشتری تولید می‌شود.

مثال ۴-۴: محفظه‌ای شامل مخلوطی از CO ، CO_2 و O_2 است. این مخلوط در حال تعادل است. اگر مقداری N_2 به مخلوط اضافه کنیم و دما و فشار را ثابت نگه داریم، تعداد مولهای محصولات چه تغییری خواهند کرد؟ واکنش استوکیومتری به صورت زیر می‌باشد:



$$K_p = \frac{(N_{CO_2})^1}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{1-(\frac{1}{2}+1)}$$

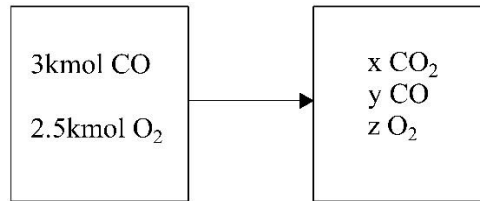
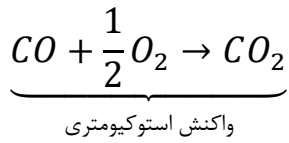
$$\rightarrow K_p = \frac{(N_{CO_2})^1}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{-0.5}$$

افزودن N_2 باعث افزایش تعداد کل مول‌ها (N_{total}) می‌شود. از طرفی ثابت تعادل فقط با دما تغییر می‌کند و بنابراین با تغییر تعداد مولها عوض نشده و ثابت می‌ماند. پس افزودن N_2 باعث بزرگ شدن کسر $\left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{-0.5}$ شده و در نتیجه باعث کاهش میزان محصولات (N_{CO_2}) می‌شود.

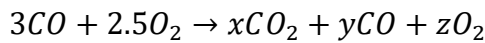
$$\underbrace{K_p}_{\text{ثابت}} = \frac{(N_{CO_2}) \downarrow}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{-0.5}\right) \uparrow$$

مثال ۴-۵: مخلوطی از $3 \text{ kmol } CO$ و $2.5 \text{ kmol } O_2$ را در نظر بگیرید. این مخلوط تا دمای 2600 K گرم شده و

فشار آن به 5 atm می‌رسد. ترکیب تعادلی این مخلوط را بیابید.



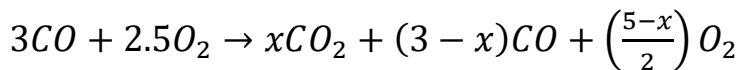
شکل ۸-۴



$$C: 3 = x + y \rightarrow y = 3 - x$$

$$O: 8 = 2x + y + 2z \rightarrow z = \frac{5 - x}{2}$$

نهایتاً واکنش واقعی به صورت زیر می‌باشد:



ثابت تعادل از رابطه $K_p = \frac{(N_C)^{\nu_C} (N_D)^{\nu_D}}{(N_A)^{\nu_A} (N_B)^{\nu_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta \nu}$ و با توجه به واکنش $CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2$ بدست می‌آید:

$$K_p = \frac{(N_{CO_2})^1}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}}\right)^{-0.5}$$

در این رابطه N_{total} از واکنش اصلی $3CO + 2.5O_2 \rightarrow xCO_2 + (3 - x)CO + \left(\frac{5 - x}{2}\right)O_2$ بدست می‌آید.

$$N_{total} = x + (3 - x) + \left(\frac{5 - x}{2}\right) = 5.5 - \frac{x}{2}$$

از طرفی $P_{total} = 5 \text{ atm}$ بوده و بنابراین

$$\rightarrow K_p = \frac{(x)^1}{(3-x)^1 \times \left(\frac{5-x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{5}{5.5 - \frac{x}{2}}\right)^{-0.5}$$

مقدار لگاریتم ثابت تعادل از جدول الف-۲۸ در دمای 2600K خوانده می‌شود:

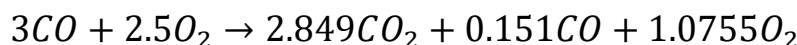
$$\left[\begin{array}{l} CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2} O_2 \\ T = 2600K \end{array} \right] \rightarrow \ln K_p = -2.801 \rightarrow K_p = e^{-2.801} = 0.06074$$

$$\left[\begin{array}{l} CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2 \\ T = 2600K \end{array} \right] \rightarrow K_p = \frac{1}{0.06074} = 16.461$$

با جایگذاری در رابطه بالا مقدار x برابر ۲.۸۴۹ بدست می‌آید. مقدار y و z نیز بدست می‌آید.

$$x = 2.849 \rightarrow y = 0.151, z = 1.0755$$

بنابراین واکنش واقعی به صورت زیر نوشته می‌شود.



$$\text{درصد پیشروی واکنش} = \frac{\text{تعداد مول دی اکسید کربن}}{\text{تعداد مول سوخت در واکنش دهنده ها}} \times 100$$

$$\text{درصد پیشروی واکنش} = \frac{2.849}{3} \times 100 = 95\%$$

لازم به ذکر است که اگر ضریب CO_2 برابر ۳ می‌شد آنگاه واکنش کامل می‌بود.

مثال ۴-۶: اگر در مثال ۴-۶ فشار از 5 atm به 1 atm تغییر کند، چه تغییری در میزان پیشرفت واکنش رخ خواهد داد؟

این مثال مطابق با مثال قبل حل می‌شود و جواب‌ها به صورت زیر خواهند شد:

$$K_p = \frac{(x)^1}{(3-x)^1 \times \left(\frac{5-x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{1}{5.5 - \frac{x}{2}}\right)^{-0.5}$$

$$x = 2.69$$

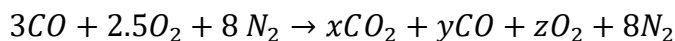
$$y = 0.31$$

$$z = 1.155$$

$$\text{درصد پیشروی واکنش} = \frac{2.69}{3} \times 100 = 90\%$$

پس کاهش فشار باعث کاهش پیشرفت واکنش می‌شود.

مثال ۴-۷: اگر در مثال ۴-۶ مقدار $8 \text{ kmol } N_2$ اضافه شود، میزان محصولات به چه صورت خواهد بود؟



$$C: \quad 3 = x + y \rightarrow y = 3 - x$$

$$O: \quad 8 = 2x + y + 2z \rightarrow z = \frac{5 - x}{2}$$

$$N_{total} = x + y + z + 8 = x + \underbrace{3 - x}_y + \underbrace{\frac{5 - x}{2}}_z + 8 = 13.5 - \frac{x}{2}$$

حال با توجه به واکنش استکیومتری $CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$ میتوان رابطه ضریب تعادل را نوشت:
واکنش استکیومتری

$$K_p = \frac{(x)^1}{(3 - x)^1 \times \left(\frac{5 - x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{5}{13.5 - \frac{x}{2}}\right)^{1 - (1 + 0.5)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 2.52 \\ y = 0.48 \\ z = 1.24 \end{cases}$$

برای مقایسه

با حضور N_2	بدون حضور N_2
$K_p = \frac{(x)^1}{(3 - x)^1 \times \left(\frac{5 - x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{5}{13.5 - \frac{x}{2}}\right)^{-0.5}$	$K_p = \frac{(x)^1}{(3 - x)^1 \times \left(\frac{5 - x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{5}{5.5 - \frac{x}{2}}\right)^{-0.5}$
$\begin{cases} x = 2.52 \\ y = 0.48 \\ z = 1.24 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 2.849 \\ y = 0.151 \\ z = 1.0755 \end{cases}$

با توجه به ضریب x مشاهده می‌شود که ضریب x با اضافه کردن N_2 کاهش می‌یابد. کاهش ضریب x به معنای تولید CO_2 کمتر می‌باشد. بنابراین با اضافه کردن N_2 درصد پیشرفت واکنش کاهش خواهد یافت.

نکته شماره شش: هر چقدر مقدار ثابت تعادل بزرگتر شود، درصد بیشتری از واکنش دهنده‌ها به محصولات تبدیل می‌شوند (واکنش کامل‌تر خواهد شد).

برای مثال واکنش $H_2 \rightarrow 2H$ را در نظر بگیرید. با انجام محاسبات تعادل و با توجه به مقادیر ثابت تعادل، درصد محصولات از جدول ۴-۱ بدست می‌آیند.

جدول ۴-۱

درصد محصولات	مقدار ثابت تعادل	دما بر حسب کلوین
0	5.17×10^{-18}	1000
0.16	2.65×10^{-6}	2000
97.7	41.47	5000
99.63	267.7	6000

- معمولاً اگر مقدار ثابت تعادل در واکنش‌ها کوچک‌تر از ۰.۰۰۱ باشد، معمولاً فرض می‌شود که واکنش اصلاً انجام نمی‌شود. و در مقابل اگر ثابت تعادل از ۱۰۰۰ بیشتر باشد یعنی واکنش کامل انجام شده است.

واکنش به صورت کامل انجام می‌شود $\rightarrow (\ln K_p > 7) \rightarrow K_p > 1000$

واکنش انجام نمی‌شود $\rightarrow (\ln K_p < -7) \rightarrow K_p < 0.001$

به طور مثال واکنش $N_2 \rightarrow 2N$ را در نظر بگیرید. در دمای $5000K$ ، مقدار ثابت تعادل برابر ۰.۰۰۱۱ است. بنابراین در دماهای کوچکتر از $5000K$ ، از تجزیه N_2 صرف نظر می‌شود.

نکته شماره هفت: اگر ضرایب استوکیومتری دو برابر شوند، ثابت تعادل به توان دو می‌رسد. به همین ترتیب اگر ضرایب استوکیومتری سه برابر شوند، ثابت تعادل به توان سه می‌رسد.

نکته شماره هشت: اطلاعات ترکیب تعادلی توسط محاسبات تعادل بدست می‌آید. ولی اطلاعاتی در مورد سرعت انجام

واکنش توسط محاسبات تعادل حاصل نمی‌شود. به طور مثال ثابت تعادل برای واکنش $H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$ 10^{40} است و چون مقدار ثابت تعادل بزرگتر از ۱۰۰۰ است، لذا واکنش به صورت کامل انجام می‌پذیرد. بنابراین اگر یک ظرف حاوی H_2 و O_2 در دمای اتاق قرار داده شود، بعد از مدت زمان زیادی در ظرف H_2O وجود خواهد داشت، ولی سرعت انجام واکنش مشخص نیست. به عبارت دیگر مدت زمان انجام واکنش مشخص نیست. در این موارد می‌توان با استفاده از یک کاتالیزور، سرعت انجام واکنش را افزایش داد.

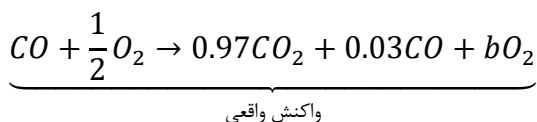
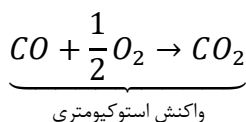
مثال ۴-۸: واکنش $CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$ را در نظر بگیرید. در چه محدوده‌ای از ثلث‌های تعادل، واکنش تقریباً کامل است؟

با مراجعه به جدول الف-۲۸ :

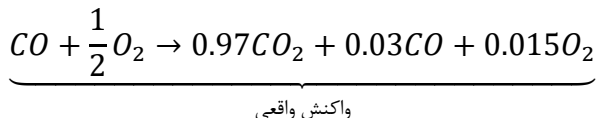
$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$	
T	$\ln K_p$
298	103.762
1800	8.497
2000	6.635

پس در دماهای کوچکتر از ۲۰۰۰ کلوین، واکنش تقریباً به صورت کامل انجام می‌شود. به عبارت دیگر، هر چقدر دما کم شود، واکنش کامل‌تر است.

مثال ۴-۹: واکنش CO با اکسیژن در فشار 1 atm را در نظر بگیرید. در چه دمایی ۹۷ درصد CO به CO_2 تبدیل می‌شود؟

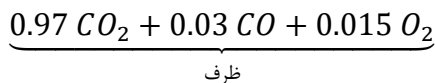


$$O: \quad 1 + \frac{1}{2} * 2 = 0.97 * 2 + 0.03 + 2b \rightarrow b = 0.015$$



$$\text{ثابت تعادل از رابطه } K_p = \frac{(N_C)^{v_C}(N_D)^{v_D}}{(N_A)^{v_A}(N_B)^{v_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}}\right)^{\Delta v} \text{ بدست می‌آید.}$$

لازم به ذکر است که مقادیر N ها با توجه به تعداد مول هر جزء در ظرف محصولات بدست می‌آید:



$$N_{total} = 0.97 + 0.03 + 0.015 = 1.015$$

مقدار ثابت تعادل برابر است با:

$$K_p = \frac{(N_{CO_2})^1}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{1 - (1 + \frac{1}{2})}$$

$$K_p = \frac{(0.97)^1}{(0.03)^1 \times (0.015)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{1}{1.015} \right)^{1 - (1 + \frac{1}{2})} = 266$$

حال با مراجعه به جدول از طریق مقدار K_p دما بدست می‌آید.

در جدول مربوط به محاسبه K_p ، برای واکنش $CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$ مقدار K_p موجود نیست. در جدول برای واکنش معکوس به عبارتی واکنش $CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2}O_2$ مقدار K_p ثبت شده است.

$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$	$CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2}O_2$
$K_p = 266$	$K_p = \frac{1}{266}$

برای مراجعه به جدول به $\ln(K_p)$ احتیاج است. با مراجعه به جدول و مقدار $\ln(K_p) = \ln\left(\frac{1}{266}\right) = -5.583$

می‌توان دما را مشخص کرد:

$$T = 2139.27K$$

بنابراین در دمای $T = 2139.27K$ حدود ۹۷٪ واکنش $CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$ پیشرفت داشته است. زیرا ۹۷٪ از گاز CO به گاز CO_2 تبدیل شده است.

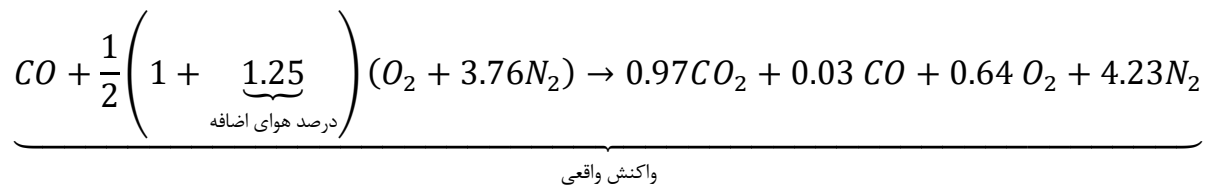
مثال ۴-۱۰: مثال قبلی را با ۱۲۵ درصد هوای اضافه (معادل با ۲۲۵٪ هوای تئوری) حل کنید.

استکیومتری با اکسیژن	استکیومتری با هوا
$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO_2$ واکنش استوکیومتری	$CO + \frac{1}{2}(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow CO_2 + 1.88N_2$ واکنش استوکیومتری

حال واکنش با هوای اضافه:

واکنش با هوای اضافه	استکیومتری با هوا
$CO + \frac{1}{2} \left(1 + \underbrace{1.25}_{\text{هوا اضافه درصدی}} \right) (O_2 + 3.76N_2) \rightarrow CO_2 + 0.625 O_2 + 4.23N_2$ واکنش واقعی	$\underbrace{CO + \frac{1}{2} (O_2 + 3.76N_2)}_{\text{واکنش استکیومتری}} \rightarrow CO_2 + 1.88N_2$

حال با توجه به صورت سوال، فقط ۹۷٪ گاز CO به CO_2 تبدیل می‌شود. بنابراین واکنش باید اصلاح شود



ثابت تعادل از رابطه $K_p = \frac{(N_C)^{v_C} (N_D)^{v_D}}{(N_A)^{v_A} (N_B)^{v_B}} \times \left(\frac{P}{N_{total}} \right)^{\Delta v}$ بدست می‌آید. لازم به ذکر است که مقادیر N ها با توجه به تعداد مول هر جزء در ظرف محصولات بدست می‌آید. از طرفی تعداد کل مول‌ها در ظرف برابر است با

$$\underbrace{0.97CO_2 + 0.03 CO + 0.64 O_2 + 4.23N_2}_{\text{ظرف}}$$

$$N_{total} = 0.97 + 0.03 + 0.64 + 4.23 = 5.87$$

$$K_p = \frac{(N_{CO_2})^1}{(N_{CO})^1 \times (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{1 - (1 + \frac{1}{2})}$$

$$\rightarrow K_p = \frac{(0.97)^1}{(0.03)^1 \times (0.64)^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{1}{5.87} \right)^{1 - (1 + \frac{1}{2})} = 639.62$$

در جدول مربوط به محاسبه K_p واکنش $CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2$ موجود نیست. در جدول واکنش معکوس به عبارتی واکنش $CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2} O_2$ وجود دارد.

$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2$	$CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2} O_2$
$K_p = 639.62$	$K_p = \frac{1}{639.62}$

برای مراجعه به جدول به $\ln(K_p)$ احتیاج است. با مراجعه به جدول و مقدار $\ln(K_p) = \ln\left(\frac{1}{639.62}\right) = -6.46$ می توان دما را مشخص کرد:

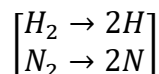
$$\ln\left(\frac{1}{639.62}\right) = -6.46 \rightarrow T = 2015 \text{ K}$$

مقایسه واکنش با اکسیژن، هوای استکیومتری و هوای اضافه

استکیومتری با اکسیژن	$CO + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO_2$
استکیومتری با هوا	$CO + \frac{1}{2} (O_2 + 3.76N_2) \rightarrow CO_2 + 1.88N_2$
واکنش کامل با هوای اضافه	$CO + \frac{1}{2} \left(1 + \underbrace{1.25}_{\text{درصد هوای اضافه}}\right) (O_2 + 3.76N_2) \rightarrow CO_2 + 0.625 O_2 + 4.23N_2$
واکنش تعادلی با هوای اضافه	$CO + \frac{1}{2} \left(1 + \underbrace{1.25}_{\text{درصد هوای اضافه}}\right) (O_2 + 3.76N_2) \rightarrow 0.97CO_2 + 0.03 CO + 0.64 O_2 + 4.23N_2$

مثال ۴-۱۱: در دمای ۳۰۰۰ کلوین، کدام یک از عناصر H_2 و N_2 پایداری بیشتری دارند؟

دو واکنش زیر را در نظر بگیرید:



با توجه به جدول الف-۲۸، مقدار ثابت تعادل برای واکنش $H_2 \rightarrow 2H$ بیشتر است؛ و این بدان معناست که هیدروژن بیشتری نسبت به نیتروژن تجزیه می شود. پس N_2 از H_2 در دمای یکسان، پایدارتر می باشد.

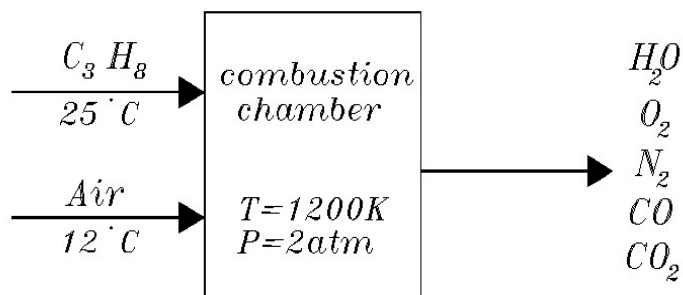
نکته شماره نه : (تعادل شیمیایی برای واکنش های همزمان)

مخلوط های واکنشی که تاکنون در نظر می گرفتیم فقط شامل یک واکنش بوده و نوشتن یک رابطه K_p برای واکنش کافی بوده که بتوانیم ترکیب تعادل آن را تعیین کنیم. در عمل بیشتر واکنش های شیمیایی به گونه ای است که در آن دو یا چند واکنش به طور همزمان روی می دهند. در چنین حالت هایی لازم است که یک معیار تعادل برای تمام واکنش هایی که ممکن است در محفظه واکنش رخ دهد به کار ببریم. وقتی که یک جزء شیمیایی در بیش از یک واکنش ظاهر می شود، کاربرد معیار تعادل، همراه با اصل بقاء جرم برای هر جزء شیمیایی، دستگاه معادلاتی را نتیجه می دهد که می توان به وسیله آن ترکیب تعادل را تعیین نمود.

برای تعیین ترکیب تعادل یک واکنش مخلوط بایستی به تعداد مجهولات، معادله داشته باشیم. مجهولات، همان تعداد مول های هر یک از اجزاء شیمیایی موجود در مخلوط تعادل هستند. موازنه جرم هر عنصر یک معادله را محیا می کند. باقی معادلات از نوشتن رابطه K_p برای هر واکنش بدست می آید. بنابراین:

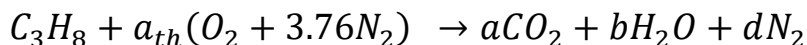
تعداد روابط K_p مورد نیاز برای تعیین ترکیب تعادل یک مخلوط برابر است با تعداد اجزاء شیمیایی، منهای تعداد عناصر موجود در تعادل

مثال ۴-۱۳: پروپان مایع با دبی $0.5 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$ و دمای 25°C با ۱۵۰٪ هوای اضافه در دمای 12°C محترق می شود. اگر آنالیز محصولات احتراق شامل H_2O ، O_2 ، N_2 ، CO_2 و CO باشد، واکنش تعادلی محصولات را در دمای 1200°K و فشار ۲atm تعیین کنید. فرض کنید فقط واکنش تعادلی $\text{CO}_2 \rightarrow \text{CO} + \frac{1}{2} \text{O}_2$ وجود دارد.



شکل ۹-۴

واکنش استکیومتری:

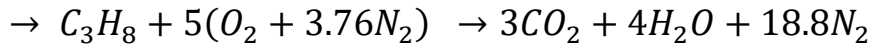


$$C \text{ موازنه: } 3 = a$$

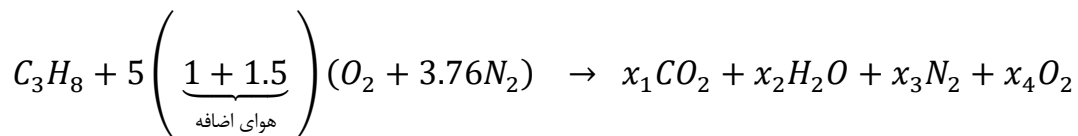
$$H \text{ موازنه: } 8 = 2b \rightarrow b = 4$$

$$O \text{ موازنه: } 2a_{th} = 2a + b \rightarrow a_{th} = 5$$

$$N_2 \text{ موازنه } 3.76a_{th} = d \rightarrow d = 18.8$$



واکنش با 150% هوای اضافه (اگر واکنش تعادلی نباشد و به عبارتی کامل باشد)



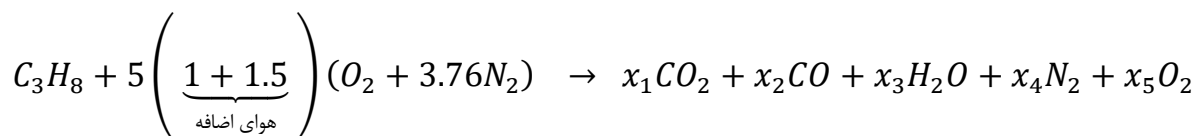
$$C \text{ موازنه: } 3 = x_1$$

$$H \text{ موازنه: } 8 = 2x_2 \rightarrow x_2 = 4$$

$$O \text{ موازنه: } 5 * 2.5 * 2 = 2x_1 + x_2 + 2 * x_4 \rightarrow x_4 = 7.5$$

$$N_2 \text{ موازنه } x_3 = 47$$

واکنش با 150% هوای اضافه:



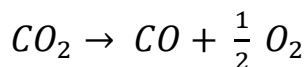
$$(1) \text{ موازنه } C: 3 = x_1 + x_2$$

$$(2) \text{ موازنه } H: 8 = 2x_3 \rightarrow x_3 = 4$$

$$(3) \text{ موازنه } O: 25 = 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_5 \rightarrow 21 = 2x_1 + x_2 + 2x_5$$

$$(4) \quad N_2 \text{ موازنه: } 47 = x_4$$

واکنش تعادلی عبارت است از:



ثابت تعادل این واکنش در 1200 K از جدول A-28 بدست می آید :

$$\ln K_p = -17.871 \rightarrow K_p = 1.733 * 10^{-8}$$

رابطه K_p برای این واکنش همزمان عبارت است از:

$$K_p = \frac{(N_{CO})^1 \cdot (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}}{(N_{CO_2})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$N_{total} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

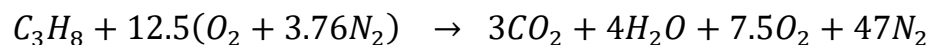
با جایگذاری داریم:

$$(5) \quad 1.733 * 10^{-8} = \frac{(x_2)^1 \cdot (x_5)^{\frac{1}{2}}}{(x_1)^1} \times \left(\frac{2}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5} \right)^{\frac{1}{2}}$$

با حل همزمان معادلات 1,2,3,4,5 داریم:

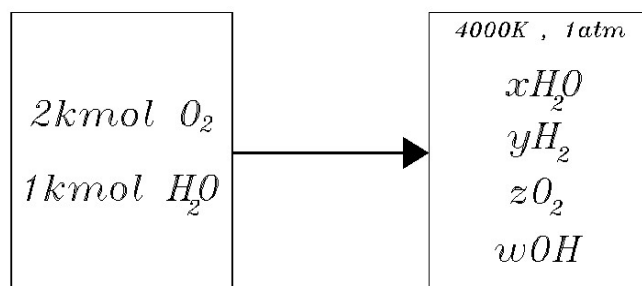
$$x_1 = 2.999 \simeq 3 \quad , \quad x_2 = \underbrace{1.05 * 10^{-7}}_{\text{ناچیز}} \quad , \quad x_3 = 4 \quad , \quad x_4 = 47 \quad , \quad x_5 = 7.5$$

بنابراین ترکیب تعادلی چنین است:

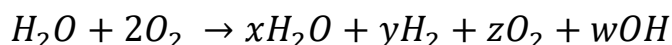


مثال ۴-۱۲: مخلوطی از $1 \text{ kmol } H_2O$ ، $2 \text{ kmol } O_2$ در فشار 1 atm تا 4000 K حرارت داده شده است. ترکیب تعادلی مخلوط را با فرض این که فقط H_2O ، O_2 ، H_2 ، OH وجود داشته باشد را تعیین کنید.

واکنش شیمیایی برای این فرآیند می تواند به شکل زیر بیان شود:



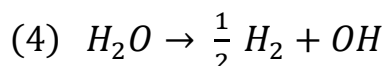
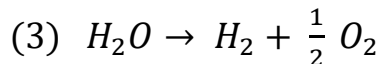
شکل ۴-۱۰



(1) موازنه H: $2 = 2x + 2y + w$

(2) موازنه O: $5 = x + 2z + w$

در موازنه جرم فقط دو معادله وجود دارد، موازنه O و موازنه H. ولی در مساله چهار مجهول وجود دارد (x,y,z,w). بنابراین به دو معادله دیگر نیاز است که از رابطه K_p بدست می آید. برای تعیین ترکیب تعادل مخلوط در طی این فرآیند قسمتی از H_2O در محصولات به H_2 , O_2 و OH تجزیه شده است. طبق واکنش های استکیومتری تعادلی داریم:



ثابت تعادل این واکنش در $4000K$ از جدول A-۲۸ بدست می آید :

$$\ln K_{p3} = -0.542 \rightarrow K_{p3} = 0.5816$$

$$\ln K_{p4} = -0.044 \rightarrow K_{p4} = 0.9570$$

روابط K_p برای این دو واکنش همزمان عبارتند از:

$$K_{p3} = \frac{(N_{H_2})^1 \cdot (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}}{(N_{H_2O})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_{p4} = \frac{(N_{H_2})^{\frac{1}{2}} \cdot (N_{OH})^1}{(N_{H_2O})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$N_{total} = x + y + z + w$$

با جایگذاری داریم:

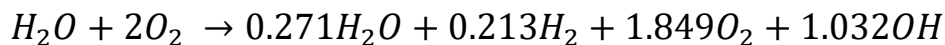
$$(3^*) \quad 0.5816 = \frac{(y)^1 \cdot (z)^{\frac{1}{2}}}{(x)^1} \times \left(\frac{1}{x+y+z+w} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(4^*) \quad 0.9570 = \frac{(y)^{\frac{1}{2}} \times (w)^1}{(x)^1} \times \left(\frac{1}{x+y+z+w} \right)^{\frac{1}{2}}$$

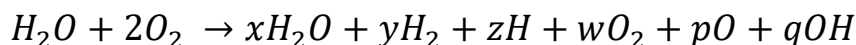
با حل همزمان معادلات 1, 2, 3*, 4* برای چهار مجهول x, y, z, w داریم:

$$x = 0.271, \quad y = 0.213, \quad z = 1.849, \quad w = 1.032$$

بنابراین ترکیب تعادلی چنین است:



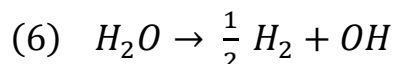
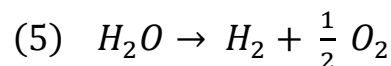
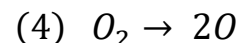
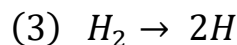
مثال ۴-۱۳: ترکیب تعادلی مخلوط مثال ۴-۱۴ را با فرض این که H_2O, O_2, O, H_2, H, OH در محصولات واکنش وجود داشته باشد را تعیین کنید.



$$(1) \text{ موازنه } H: 2 = 2x + 2y + z + q$$

$$(2) \text{ موازنه } O: 5 = x + 2w + p + q$$

واکنش های تعادلی عبارتند از:



ثابت تعادل این واکنش در 4000K از جدول A-۲۸ بدست می آید :

$$\ln K_{p3} = 0.934 \rightarrow K_{p3} = 2.545$$

$$\ln K_{p4} = 0.796 \rightarrow K_{p4} = 2.217$$

$$\ln K_{p5} = -0.542 \rightarrow K_{p3} = 0.5816$$

$$\ln K_{p6} = -0.044 \rightarrow K_{p4} = 0.9570$$

روابط K_P برای این چهار واکنش همزمان عبارتند از:

$$H_2 \rightarrow 2H \quad : \quad K_{p3} = \frac{(N_H)^2}{(N_{H_2})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^1$$

$$O_2 \rightarrow 2O \quad : \quad K_{p4} = \frac{(N_O)^2}{(N_{O_2})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^1$$

$$H_2O \rightarrow H_2 + \frac{1}{2} O_2 \quad : \quad K_{p5} = \frac{(N_{H_2})^1 \cdot (N_{O_2})^{\frac{1}{2}}}{(N_{H_2O})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$H_2O \rightarrow \frac{1}{2} H_2 + OH \quad : \quad K_{p6} = \frac{(N_{H_2})^{\frac{1}{2}} \cdot (N_{OH})^1}{(N_{H_2O})^1} \times \left(\frac{P_{total}}{N_{total}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$N_{total} = x + y + z + w + p + q$$

با جایگذاری داریم:

$$(3^*) \quad 2.545 = \frac{(z)^2}{(y)^1} \times \left(\frac{1}{x+y+z+w+p+q} \right)^1$$

$$(4^*) \quad 2.217 = \frac{(p)^2}{(w)^1} \times \left(\frac{1}{x+y+z+w+p+q} \right)^1$$

$$(5^*) \quad 0.5816 = \frac{(y)^1 \cdot (z)^{\frac{1}{2}}}{(x)^1} \times \left(\frac{1}{x+y+z+w+p+q} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(6^*) \quad 0.9570 = \frac{(w)^1 \cdot (y)^{\frac{1}{2}}}{(x)^1} \times \left(\frac{1}{x+y+z+w+p+q} \right)^{\frac{1}{2}}$$

با حل همزمان معادلات $6^*, 5^*, 4^*, 3^*, 2, 1$ داریم:

$$x = 0.0644, \quad y = 0.1033, \quad z = 1.211, \quad w = 0.7343, \quad p = 3.014, \quad q = 0.4532$$

بنابراین ترکیب تعادلی چنین است:

