

## بررسی و تحلیل کماتش صفحات تقویت شده کامپوزیتی با پوشش FGM

امیر محمد دهقانی<sup>۱\*</sup>، اعظم قاسمی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، اصفهان، ایران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، اصفهان، ایران

Amir.de69@yahoo.com

### چکیده

صفحات ساخته شده از مواد هدفمند تابعی و کامپوزیتی به عنوان عنصر سازه‌ای در صنایع دریایی، هوافضا و نظامی شناخته شده می‌باشند. محاسبه نیروی کماتش این صفحات یکی از معیارهای مهم طراحی محسوب می‌شود. هدف از ارائه مقاله حاضر، بررسی مواردی شامل تاثیر پوشش مواد هدفمند تابعی بروی لایه‌های کامپوزیتی، تاثیر افزودن تقویت کننده‌ها به صفحات و همچنین تعداد تقویت کننده‌ها بر بار بحرانی کماتشی می‌باشد. ماده کامپوزیتی در نظر گرفته شده از جنس گرافیت - اپوکسی است و پوشش مواد تابعی، حاصل ترکیب فلز و سرامیک از جنس‌های فولاد و آلومینا می‌باشد. تقویت کننده‌های اعمال شده نیز همگی از جنس کامپوزیت در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی برای صفحه مورد نظر به صورت یک سرگیردار فرض شده که طرف مقابل آن در معرض بارگذاری لبه‌ای می‌باشد. طبق تحلیل‌های صورت گرفته مشخص گردید که پوشش مواد هدفمند تابعی بروی لایه‌های کامپوزیتی تاثیر زیادی بر افزایش بار کماتشی دارند و نیز این نکته بدست آمد که هرچه کسر حجمی فلز در مواد هدفمند تابعی افزایش یابد سبب کاهش بار بحرانی کماتشی می‌گردد. همچنین مشخص گردید که افزودن تقویت کننده‌ها به صفحات تحت بارگذاری کماتشی تاثیر بسزایی در بالا بردن بار بحرانی دارد.

**واژه‌های کلیدی:** مواد هدفمند تابعی، کماتش، تقویت کننده، صفحه کامپوزیتی.

## ۱- مقدمه

استفاده گسترده و روز افزون از مواد مرکب در چند دهه اخیر پیش‌بینی‌های قبلی را در ظهور این مواد به عنوان رقیبی جدی برای مواد سنتی محقق کرده است. یکی از مباحث مهم در خصوص صفحات و پوسته‌های استوانه‌ای، مخروطی و مستطیلی و... وزن این سازه‌ها می‌باشد، که باید تلاش شود تا حد امکان کم شود. بدین منظور استفاده از مواد کامپوزیتی به سرعت در حال گسترش است و شاید سرعت این کاربردها بیش از پیش‌بینی‌ها نیز باشد. همچنین مواد مدرج تابعی که مواد کامپوزیتی، ایزوتروپ و غیرهمگن بوده و خواص مکانیکی آن‌ها از سطحی به سطح دیگر آهسته و پیوسته تغییر می‌کند، به دلیل خواص ویژه‌ای که دارا می‌باشند باعث پیدایش مسائل جدیدی در صفحات و ورق‌ها شده است. خواص مناسب، که به طور عمده در نسبت‌های بالای مقاومت به وزن، سفتی به وزن و نیز خواص ویژه و ممتاز محیطی همچون مقاومت در مقابل خوردگی و دماهای بسیار بالا خلاصه می‌شوند، مواد مرکب را به عنوان جایگزینی مناسب در بسیاری از مصارف روزمره مطرح کرده‌اند. صفحات تقویت شده با هندسه‌های مختلف، با توجه به کاربردهای خاص خود به عنوان عنصر سازه‌ای، در صنایع نظامی، دریایی، هوافضا و... شناخته شده می‌باشند. لذا با توجه به اهمیت کاربرد این سازه‌ها تحلیل کماتش آن‌ها معیار مهمی محسوب می‌شود. بنابراین تاکنون کوشش زیادی صورت گرفته که بتوان تا حد امکان بار بحرانی کماتشی این سازه‌ها را افزایش داد. عمده راه مقابله برای جلوگیری از کماتش صفحات مدرج تابعی و کامپوزیتی اعمال تقویت کننده‌ها به بدنه آن‌ها می‌باشد. یکی دیگر از خواص اعمال تقویت کننده‌ها کاهش وزن سازه‌ها می‌باشد که این امر در پارامتر طراحی بسیار خوشایند خواهد بود. پس می‌توان اظهار داشت که تقویت کننده‌ها باعث کاهش وزن پوسته در یک بار مشخص اعمالی خواهند بود. در سال ۲۰۰۲ جواهری و اسلامی [۱] تحقیقات تحلیلی خود را درباره کماتش صفحات کامپوزیتی تابعی تحت نیروهای فشاری صفحه‌ای شروع کردند. معادلات و روابط پایداری صفحات کامپوزیتی بر اساس تئوری کلاسیک صفحات استخراج شد. در سال ۲۰۰۳ وودسنبت و همکاران [۲] به طراحی بهینه پنل‌های کامپوزیتی تقویت شده به منظور افزایش بار بحرانی کماتشی پرداختند. آن‌ها پژوهش خود را بر پایه سه روش تجربی، تحلیلی و عددی پایه گذاری نمودند. در حل تحلیلی، نیروهای کماتشی توسط روش ریلی ریتز<sup>۲</sup> بدست آمدند و همچنین کلیه نیروهای وارد بر تقویت کننده‌های ایزوگرید نیز بدست آمد. در سال ۲۰۰۶ زیمرمان و همکاران [۳] به تحقیق تجربی و عددی در مورد کماتش و پس کماتش پنل‌های تقویت شده مستطیلی انحنادار پرداختند. آن‌ها با استفاده از حالت‌های مختلف استرینگرها، بار کماتش را بدست آوردند و به بررسی بهترین حالت ممکن پرداختند. برای شبیه سازی عددی از نرم افزار آباکوس استاندارد استفاده کردند و المان S4R نیز در این تحلیل مورد استفاده قرار گرفت. در سال ۲۰۰۸ شوفرین و همکاران [۴] کماتش صفحات لمینتی را با شرایط مرزی ساده و گیردار، تحت ترکیب بارهای کششی، فشاری و برشی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از روش نیمه تحلیلی برای بدست آوردن کماتش و پس کماتش صفحات مستطیلی استفاده کردند و روابط خود را بر اساس مدل کانتورویچ پایه گذاری نمودند. روابط تحلیلی بدست آمده با استفاده از نرم افزار متلب<sup>۳</sup> حل شد و همچنین در ادامه برای تحلیل عددی از نرم افزار المان محدود انسیس<sup>۴</sup> بهره برده شد. در سال ۲۰۰۹ قاسمی توتشامی و جعفری [۵] به بررسی اثر پارامترهای مختلف تقویت کننده‌های رینگ و استرینگر بر روی بار کماتش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی پرداختند. ماده کامپوزیتی مورد استفاده لمینت و از جنس کربن/اپوکسی با تعداد لایه ۳ و زوایای ۳۰/۹۰/۳۰ انتخاب شد. در سال ۲۰۱۰ پاندا و راماکاندر [۶] کماتش صفحات

<sup>1</sup> Panel

<sup>2</sup> RilyRithz

<sup>3</sup> Matlab

<sup>4</sup> Ansys

مستطیلی با شرایط مرزی مختلف، تحت بارگذاری غیر یکنواخت صفحه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به دو روش تحلیلی و عددی، به انجام پژوهش خود پرداختند و به منظور اطمینان از نتایج بدست آمده، تحقیقات قبلی نیز مورد مقایسه و بررسی واقع شد. حل عددی را توسط نرم‌افزار المان محدود انسیس انجام دادند و به منظور المان‌بندی، از المان پوسته‌ای ۹۳ با وجود ۸ گره و ۶ درجه آزادی در هر گره استفاده کردند. در سال ۲۰۱۰ مارسینوسکی [۷] به تحقیق در مورد کمانش پوسته‌های استوانه‌ای طویل تحت فشار محوری پرداخت. پژوهش صورت گرفته با استفاده از سه روش تحلیلی، عددی و تجربی انجام شد که در حل عددی از نرم‌افزار المان محدود Cosmos/M بهره برده شد. در سال ۲۰۱۱ هانگ و همکاران [۸] رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تابعی<sup>۵</sup> را تحت بار خمشی خالص مورد پژوهش و بررسی قرار دادند. شرایط مرزی را برای استوانه به صورت تکیه‌گاهی ساده فرض کردند و بار اعمالی را نیز به صورت غیر یکنواخت در نظر گرفتند. در سال ۲۰۱۳ کوبرن و همکاران [۹] تحلیل کمانش دو پنل تقویت شده زاویه دار را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها شرایط تکیه‌گاهی را ساده در نظر گرفته و برای حل تحلیلی مساله از روش ریلی ریتز بهره بردند. به منظور مقایسه نتایج و تعیین صحت آن‌ها به کمک روش حل عددی، از نرم‌افزار تحلیلگر آباکوس استفاده کردند. در انتخاب نوع المان برای پوسته از المان S4R و برای تقویت کننده‌ها نیز از المان S4 استفاده شد. در ادامه نتایج بدست آمده توسط حل عددی و تحلیلی با یکدیگر مقایسه شد، که نتایج حاکی از خطایی حدود ۲ تا ۳ درصد برای کمانش محلی و ۳ تا ۱۰ درصد برای کمانش کلی بود. در سال ۲۰۱۴ چن و کیو [۱۰] به تحلیل پس کمانش صفحات کامپوزیتی تحت ترکیب نیروهای فشاری و برشی با استفاده از روش تفاضل محدود پرداختند. ماده کامپوزیتی مورد نظر کربن/اپوکسی در نظر گرفته شد و لایه‌ها نیز با زوایای ۱۵، ۳۰ و ۴۵ چیده شد. به منظور تحلیل عددی از روش المان محدود استفاده شد که این کار به کمک نرم افزار تحلیلگر آباکوس انجام شد و المان‌بندی نیز توسط المان S4R صورت پذیرفت. در نهایت نتایج تحلیل تفاضل محدود با نتایج حاصل از حل عددی نرم‌افزار اعتبارسنجی شد.

در این پژوهش ابتدا به بررسی اثر پوشش مواد هدفمند تابعی بر روی لایه‌های کامپوزیتی به منظور افزایش بار بحرانی پرداخته شده است. همچنین در ادامه به تاثیر توان  $k$  در مواد هدفمند تابعی پرداخته شده است. سپس اثر تقویت کننده‌ها بر صفحات مورد بررسی قرار گرفته است و در ادامه افزایش تعداد تقویت کننده‌ها نیز بررسی گردیده است.

## ۲- مدل سازی المان محدود

در مقاله حاضر تحلیل انجام شده در نرم‌افزار المان محدود آباکوس صورت گرفته است. مقادیر بارهای بحرانی کمانشی در حالات مختلف بدست آمده است. صفحه کامپوزیتی با پوشش مواد تابعی مورد نظر با ابعاد طول و عرض ۱ متر در نظر گرفته شده که مدل سازی آن بصورت پوسته انجام شده است. مواد مورد استفاده به ترتیب فولاد، آلومینا و گرافیت-اپوکسی می‌باشد که خواص آن‌ها در جدول (۱) و (۲) آمده است. برای صفحه کامپوزیتی ۶ لایه گرافیت-اپوکسی با زوایای  $(45/-45/90)$ ، و پوشش مواد تابعی نیز در ۱۰ لایه و به صورت ترکیبی از آلومینا و فولاد در نظر گرفته شد. همچنین برای تقویت کننده‌ها ۶ لایه با زوایای لایه چینی  $(45/-45/90)$  بصورت متقارن فرض شده است. لازم به ذکر است که ضخامت هر لایه گرافیت اپوکسی ۱.۲۵ میلی‌متر و هر لایه مواد تابعی ۱.۵ میلی‌متر می‌باشد. به منظور المان‌بندی صفحه از المان S4R که هم برای صفحات ضخیم و نازک مناسب می‌باشد، استفاده شده است.

<sup>5</sup>Functionally graded Material

### جدول (۱) خواص گرافیت-اپوکسی

$V_{21}$	$V_{12}$	( $\text{kg/m}^3$ )	$G_{12}$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$E_1$ (MPa)
۰.۰۳۷۸	۰.۳۸۰۰	۱۵۲۲۰۰۰۰۰	۶۴۱۰	۱۳۰۰۰	۱۳۱۰۰۰

### جدول (۲) خواص فولاد و آلومینا

Material	E(Gpa)	( $\text{kg/m}^3$ )
Steel	200	7800
Alumina	390	3900

خواص مواد مدرج تابعی بر اساس مدل توانی محاسبه شد که بر این اساس کسر حجمی فلز در لایه‌های مختلف طبق رابطه ۱ تعریف شده است [۱۱].

$$v_m = \left( \frac{2z + h}{2h} \right)^k \quad (1)$$

در رابطه بالا  $h$  ضخامت صفحه،  $v_m$  کسر حجمی فلز و توان  $k$  نیز  $0 \leq k \leq \infty$  می‌باشد. تغییر خواص مکانیکی از جمله مدول یانگ به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۱].

$$p_f = \sum_{j=1} p_j v_{fj} \quad (2)$$

مدول یانگ موثر نیز بصورت زیر تعریف می‌شود [۱۱].

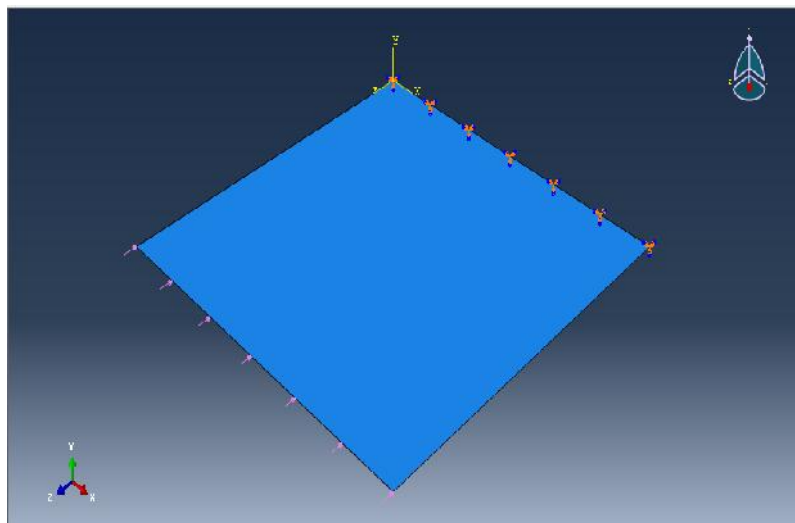
$$E_x(z) = E_{cm} \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^n + E_m \quad (3)$$

$$E_{cm} = E_c - E_m \quad (4)$$

در رابطه بالا  $E_m$  مدول یانگ فلز و  $E_c$  مدول یانگ سرامیک می‌باشد.

## ۲-۱- شرایط مرزی و بارگذاری

صفحه کامپوزیتی مدل شده در نرم‌افزار همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است، از لبه فوقانی دارای شرایط مرزی کاملاً گیردار می‌باشد و همچنین از سمت مقابل نیرویی معادل ۱ نیوتن بر متر به لبه پسته وارد می‌شود و نوع بارگذاری در نرم‌افزار، نیروی لبه‌ای می‌باشد.



شکل (۱) شرایط مرزی و نوع بارگذاری پوسته کامپوزیتی

### ۲-۲- ابعاد تقویت کننده مورد استفاده

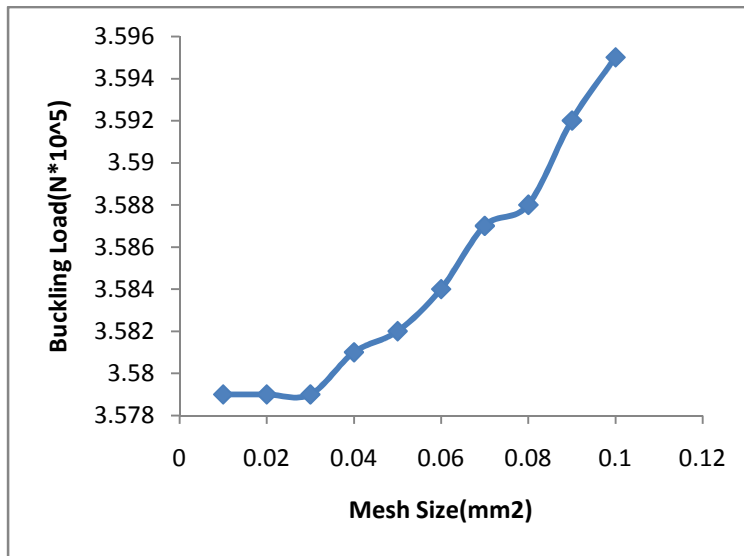
همان طور که گفته شد عمده راه مقابله با کماتش صفحات و پوسته ها افزودن تقویت کننده ها به بدنه آن ها می باشد. در این پژوهش به بررسی اثر تقویت کننده و تعداد آن بر روی صفحه کامپوزیتی با پوشش مواد هدفمند تابعی پرداخته خواهد شد. در جدول شماره (۳) مشخصات کامل آمده است.

جدول (۳) ابعاد تقویت کننده

نوع تقویت کننده	طول (متر)	ضخامت هر لایه (متر)	ارتفاع (متر)	تعداد لایه
مستطیلی	۱	۰.۰۱۲۵	۰.۰۵	۶

### ۳-۲- بررسی همگرایی مش بندی

المان مورد استفاده برای پوسته بصورت مربعی انتخاب شد که حساسیت به سایز مش بندی برای انتخاب مش مناسب در این مرحله مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا المان هایی با اندازه  $100 \times 100$  میلیمتر مربع انتخاب شد، سپس ابعاد المان کاهش یافت تا اینکه نتایج حاصل به عدد خاصی میل کردند و همگرا شدند که نتیجه آن انتخاب المان مربعی با اندازه  $30 \times 30$  میلیمتر مربع بود. در شکل شماره (۲) مقایسه ابعاد المان ها با نتایج حاصل ارائه شده است.



شکل (۲) حساسیت به سایز مش بندی

### ۳- بررسی و مقایسه اثر پارامترهای مختلف بر روی بار بحرانی

با توجه به موارد ذکر شده، در این مرحله با استفاده از جداول و نمودارهای مختلف به مقایسه اثر پارامترهایی همچون اثر پوشش مواد هدفمند تابعی، تغییر توان  $k$ ، اثر تقویت کننده ها و تعداد آن ها خواهیم پرداخت.

#### ۳-۱- بررسی اثر پوشش مواد هدفمند تابعی روی لایه های کامپوزیتی بر بار بحرانی کمانشی

در این مرحله پس از استخراج نتایج حاصل از شبیه سازی نتایج جدول شماره (۴) بدست آمد که به وضوح بیانگر اثر مواد هدفمند تابعی بر افزایش بار بحرانی کمانشی می باشد.

جدول (۴) نتایج اثر پوشش مواد هدفمند تابعی

نوع ماده مورد استفاده	بار بحرانی کمانشی در مود اول (نیوتن $\times 10^5$ )	ضریب K
Composite-fgm	۴.۴۰۷	۰
Composite-fgm	۳.۵۷۹	۳
Composite-fgm	۳.۴۵۸	۵
Composite	۰.۵۷۵	ندارد

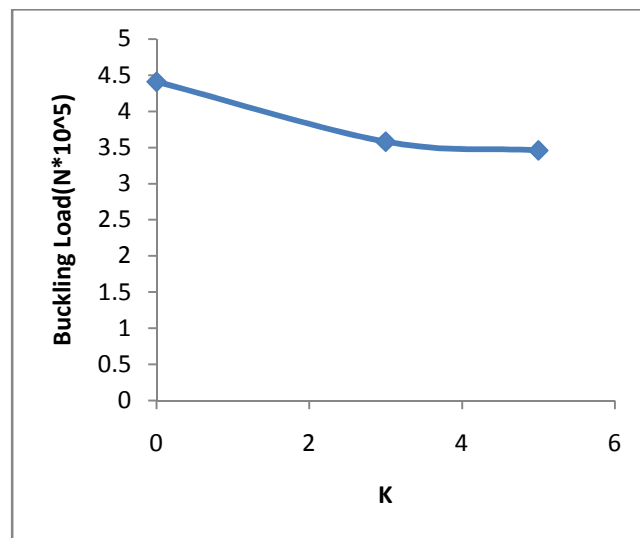
### ۳-۲- بررسی اثر ضریب k بر بار کمانشی

در این مرحله با توجه به روابط ارائه شده در بالا با تغییر توان K اثر این پارامتر در چگونگی میزان افزایش یا کاهش بار بحرانی پرداخته شد که مشخص گردید هرچه توان افزایش یابد بار بحرانی کاهش خواهد یافت و دلیل آن کاهش سرامیک به فلز می باشد. در جدول شماره (۵) نتایج حاصل ارائه شده است.

**جدول (۵) بررسی تاثیر توان K بر بار کمانشی**

ضریب K	بار بحرانی کمانشی در مود اول (نیوتن $\times 10^5$ )
۰	۴.۴۰۷
۳	۳.۵۷۹
۵	۳.۴۵۸

به منظور بررسی و مقایسه هرچه بهتر نتایج جدول فوق، نمودار شکل (۳) ارائه شده است که اثر ضریب k را به وضوح مشخص می کند. البته این نکته قابل ذکر است، هنگامی که ضریب k برابر صفر در نظر گرفته می شود بدین معنی است که آن قسمت مدل شده ایزوتروپ می باشد و با قرار دادن ضرایب غیر صفر صفحه مدل شده هدفمند تابعی خواهد بود.



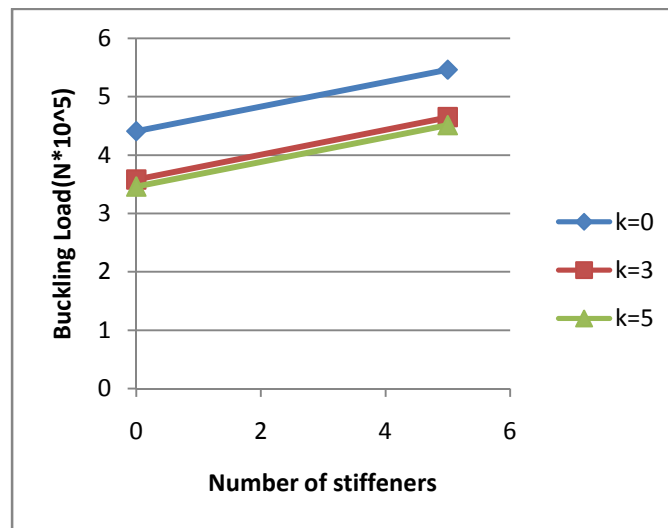
**شکل (۳) بررسی تاثیر توان K بر بار کمانشی**

### ۳-۳- بررسی اثر تقویت کننده ها بر روی بار کمانشی

در این مرحله اثر تقویت کننده ها بر صفحات بررسی شده است که در ابتدا نتایج بدون تقویت کننده ارائه شده و سپس با اعمال تقویت کننده ها نتایج در جدول و نمودار زیر مورد بررسی واقع شده است.

جدول (۶) اثر اعمال ۵ عدد تقویت کننده به صفحه کامپوزیتی با پوشش مواد تابعی

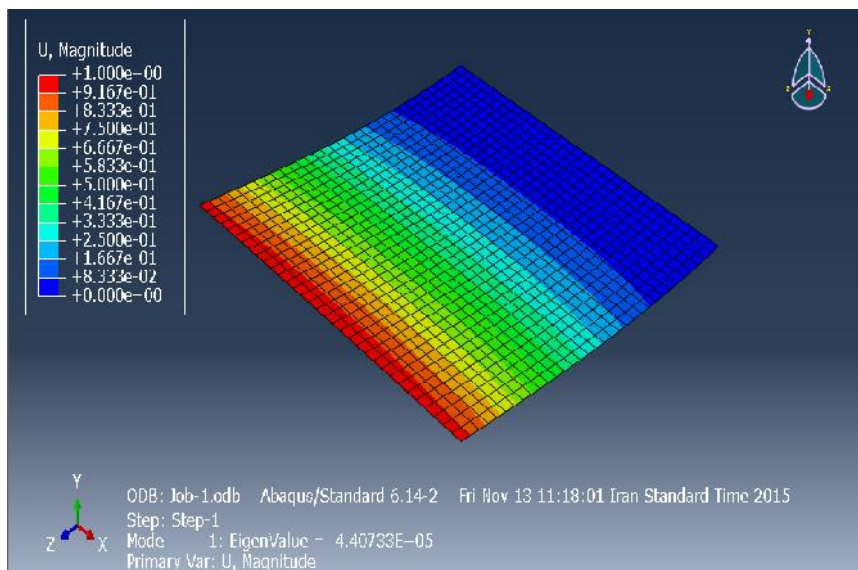
بار بحرانی کمانشی در مود اول بدون تقویت کننده (نیوتن $\times 10^5$ )	بار بحرانی کمانشی در مود اول با تقویت کننده (نیوتن $\times 10^5$ )	K
۴.۴۰۷	۵.۴۶۱	۰
۳.۵۷۹	۴.۶۴۵	۳
۳.۴۵۸	۴.۵۱۰	۵



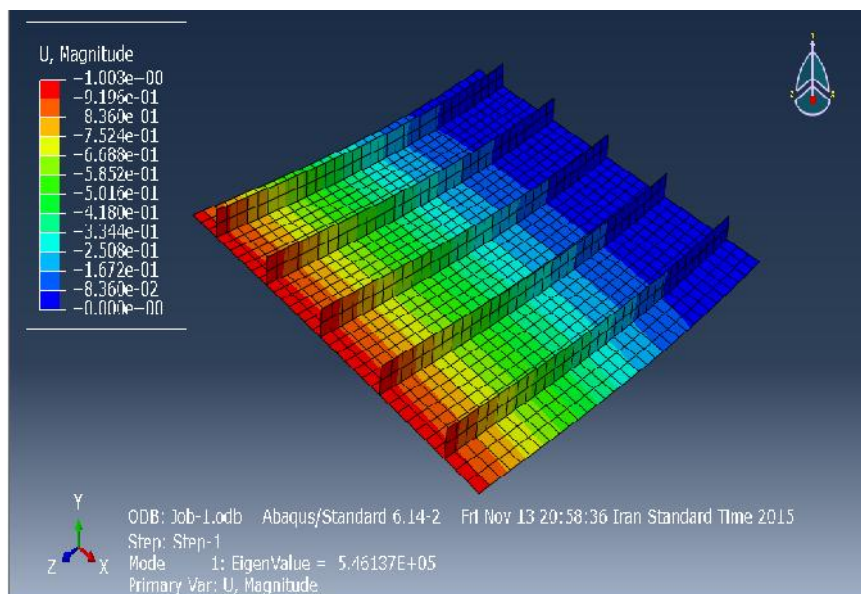
شکل (۴) بررسی اثر اعمال ۵ عدد تقویت کننده‌ها

در ادامه به عنوان نمونه تصویر کانتور مودهای اول صفحات کامپوزیتی با پوشش مواد تابعی در دو حالت ۱: بدون تقویت کننده و ۲:  $k=0$  با ۵ تقویت کننده و  $k=0$  آورده شده است.





شکل (۵) مود اول صفحه بدون تقویت کننده در حالت  $k=0$



شکل (۶) مود اول صفحه با ۵ تقویت کننده در حالت  $k=0$

### ۳-۴- بررسی اثر تعداد تقویت کننده‌ها بر روی بار کماتشی

پس از اعمال تقویت کننده‌ها و بررسی اثر آن‌ها حال به بررسی اثر تعداد آن‌ها بر افزایش بار کماتشی می‌پردازیم. نتایج حاکی از تاثیر قابل توجه اثر تعداد بر روی بار بحرانی هستند البته این موضوع تا جایی که شرایط اجازه بدهد قابل بررسی خواهد بود. نتایج در ادامه با توان‌های مختلف  $k$  آورده شده و به منظور مقایسه هرچه بهتر نتایج شکل شماره (۵) رسم شده است.

جدول (۷) بررسی اثر تعداد تقویت کنندهها ( $k=0$ )

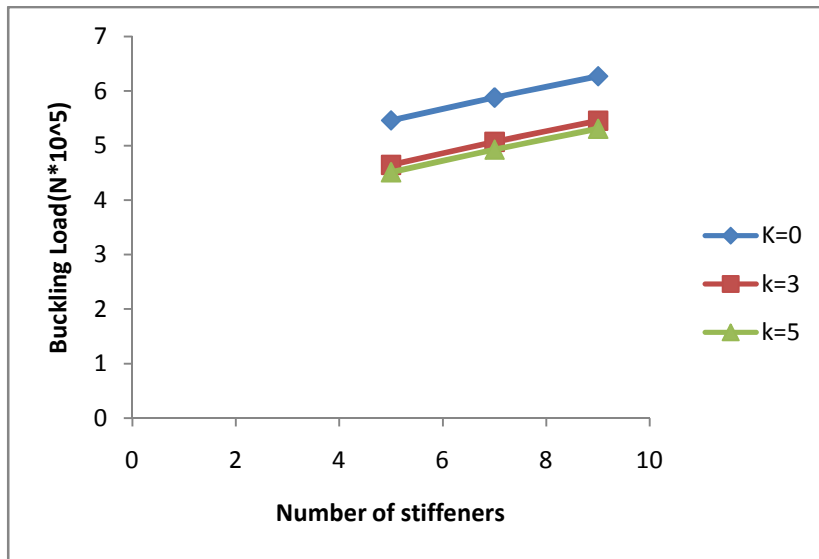
فاصله اولین تقویت کننده از لبه (متر)	فاصله بین تقویت کنندهها (متر)	بار بحرانی کمانشی در مود اول (نیوتن $\times 10^5$ )	تعداد تقویت کنندهها
۰.۰۷۵	۰.۱۵	۵.۴۶۱	۵
۰.۱	۰.۰۷۵	۵.۸۸۱	۷
۰.۰۷۵	۰.۰۵	۶.۲۷۱	۹

جدول (۸) بررسی اثر تعداد تقویت کنندهها ( $k=3$ )

فاصله اولین تقویت کننده از لبه (متر)	فاصله بین تقویت کنندهها (متر)	بار بحرانی کمانشی در مود اول (نیوتن $\times 10^5$ )	تعداد تقویت کنندهها
۰.۰۷۵	۰.۱۵	۴.۶۴۵	۵
۰.۱	۰.۰۷۵	۵.۰۶۷۲	۷
۰.۰۷۵	۰.۰۵	۵.۴۵۵	۹

جدول (۹) بررسی اثر تعداد تقویت کنندهها ( $k=4$ )

فاصله اولین تقویت کننده از لبه (متر)	فاصله بین تقویت کنندهها (متر)	بار بحرانی کمانشی در مود اول (نیوتن $\times 10^5$ )	تعداد تقویت کنندهها
۰.۰۷۵	۰.۱۵	۴.۵۱۰	۵
۰.۱	۰.۰۷۵	۴.۹۲۶	۷
۰.۰۷۵	۰.۰۵	۵.۳۰۸	۹



شکل (۴) بررسی اثر تعداد تقویت کننده‌ها

#### ۴- نتایج

با توجه به بررسی‌های صورت گرفته بار بحرانی در حالات مختلف شامل اثر پوشش مواد هدفمند تابعی، ضریب  $K$ ، تعداد تقویت کننده‌ها مورد بررسی و مقایسه قرار گرفتند که در نهایت با توجه به شرایط فرض شده حالتی که پوشش لایه‌های کامپوزیتی، مواد هدفمند تابعی باشد و تعداد تقویت کننده‌ها نیز به ۹ عدد برسد بهترین بازده را خواهد داشت و اما این نکته قابل توجه است که توان  $k$  هرچه افزایش پیدا کند بار بحرانی کماتشی کمتر خواهد شد. نتایج کلی بدست آمده پس از بررسی و مقایسه جداول و نمودارهای مختلف به طور خلاصه در قسمت بعدی ارائه شده است.

#### ۵- نتیجه گیری و جمع بندی

- با توجه به تحلیل‌های صورت گرفته نتایج زیر را می‌توان ارائه نمود:
- ✓ پوشش مواد هدفمند تابعی بر روی لایه‌های کامپوزیتی اثر قابل توجهی بر افزایش بار بحرانی دارد.
  - ✓ تقویت کننده‌های طولی سبب افزایش بار بحرانی کماتشی پوسته‌ها می‌شود.
  - ✓ هرچه تعداد استرینگرها افزایش یابد، بار بحرانی به طرز قابل توجهی افزایش پیدا می‌کند.
  - ✓ افزایش توان  $k$  باعث کاهش بار بحرانی کماتشی می‌گردد.
  - ✓ با توجه به ویژگی‌های مواد تابعی، در موقعیت‌هایی که علاوه بر بارگذاری کماتشی، بار حرارتی نیز دخیل باشد، بازده خوبی خواهند داشت.

#### ۶- فهرست منابع

[1]Javaheri, R., Eslami, M.R.,2002. *Buckling of Functionally Graded Plates under In-plane Compressive Loading*, vol. 82, pp. 277-283.

- [2] Wodesenbet, E., Kidan, S., Pang, S.S., 2003. *Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels*, Composite Structures, Composite Structures, vol. 60, pp. 159-169.
- [3] Zimmermann, R., Klein, H., Kling, A., 2006. *Buckling and postbuckling of stringer stiffened fibre composite curved panels – Tests and computations*, Composite Structures, vol. 73, pp. 150-161.
- [4] Shufrin, I., Rabinovitch, O., Eisenberger, M., 2008. *Buckling of laminated plates with general boundary conditions under combined compression, tension, and shear—A semi-analytical solution*, Thin-Walled Structures, vol. 46, pp. 925-938.
- [۵] قاسمی توتشامی، برومند...، جعفری، علی اصغر، ۱۳۸۷ "بررسی اثر تقویت کننده‌ها بر بار کمانش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی"، نشریه بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، ۳، صفحه ۱۳۹-۱۴۹.
- [6] Panda, S.K., Ramachandra, L.S., 2010. *Buckling of rectangular plates with various boundary conditions loaded by non-uniform inplane loads*, International Journal of Mechanical Sciences, vol. 52, pp. 819-828.
- [7] Marcinowski, J., 2010. *Buckling Resistance Assessment of a Slender Cylindrical Shell Axially Compressed*, Mechanics and Mechanical Engineering, vol. 14, pp. 309-316.
- [8] Huang, H., Han, Q., Wei, D., 2011. *Buckling of FGM cylindrical shells subjected to pure bending load*, Composite Structures, vol. 93, pp. 2945-2952.
- [9] Coburn, B.H., Wu, Z., Weaver, P., 2013. *Buckling analysis of stiffened variable angle tow panels*, Composite Structures, vol. 11, pp. 259-270.
- [10] Chen, Q., Qiao, P., 2014. *Post-buckling analysis of composite plates under combined compression and shear loading using finite strip method*, Finite Elements in Analysis and Design, vol. 83, pp. 33-42.
- [11] H.-S. Shen, 2009, *Functionally Graded Materials Nonlinear Analysis of Plates and Shells*, London, New York, pp. 216,